Manual de resumen - Distribución muestral e Intervalo de confianza

1. DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE LA MEDIA

Parámetro **Estadístico** **Población Normal**

μ $\bar{x}$

Con Varianza Conocida
(σ^2 desconocida)
Observación
n>30
n<30

$$\text{Si: } \boldsymbol{X} \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\rightarrow \underbrace{Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{Estandarización} \sim N(0,1)$$

Con Varianza Desconocida
(σ^2 desconocida)

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\Rightarrow \text{ si } n < 30,\ t_{n-1} \text{ con } n-1 \text{ "grados de libertad"}$$

$$\rightarrow T_{n-1} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Como no conoces σ^2 entonces reemplazas con S^2

Población que No es Normal

Teorema de Limite Central

n > 30

X ~ Dist. Desconocida $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$$\rightarrow \underbrace{Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{Estandarización} \sim N(0,1)$$

2. DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE LA DIFERENCIA DE MEDIAS

Parámetro **Estadístico** **Población Normal**

μ1 - μ2

x̄1-x̄2

Con Varianza Conocida x̄1 - x̄2 ~ $N\left(\mu_1-\mu_2,\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$

(σ^2 desconocida)

Observación

n>30

n<30

Estandarización:

$$Z_C=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$$

Con Varianza Desconocida x̄1 - x̄2 ~ t con (n1 + n2-2)grados de libertad

(σ1^2 y σ^2 desconocida pero iguales)

$$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_P^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}\sim t_{n_1+n_{2-2}}$$

Donde

$$S_P^2=\frac{(n_1-1)\,S_1^2+(n_2-1)\,S_2^2}{n_1+n_2-2}$$

n1 y n2 son los tamaños de muestra que hemos obtenido

Con Varianza Desconocida x̄1 - x̄2 ~ t con v grados de libertad

(σ1^2 y σ^2 desconocida pero diferentes)

$$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}\sim t_v$$

Donde

$$v=\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

3. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Parámetro	Estadístico	Población Normal	Limite de Confianza
μ	$\bar{x}$	Con Varianza Conocida (σ^2 desconocida) **Observación** n>30 n<30	IC: $\bar{X} - Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
		Con Varianza Conocida (σ^2 desconocida) **Observación** n>30	IC: $\bar{X} - Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$
		Con Varianza Desconocida (σ^2 desconocida) **Observación** n<30	IC: $\bar{X} - T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, gl\right)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, gl\right)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

Como no conoces σ^2 entonces reemplazas con S^2

Población que No es Normal

Teorema de Limite Central

n > 30

$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

X ~ Dist. Desconocida

$$\rightarrow \underbrace{Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}_{Estandarización} \sim N(0,1)$$

4. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA DIFERENCIA DE MEDIAS

Parámetro | **Estadístico** | **Población Normal**

$\mu 1 - \mu 2$ | $\bar{x}1 - \bar{x}2$

Con Varianza Conocida $\bar{X}1 - \bar{X}2 \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}\right)$

(σ^2 desconocida)

Observación

n>30

n<30

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}} \leq \boldsymbol{\mu_1 - \mu_2} \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}$$

$$IC(\mu_1 - \mu_2) = \left[\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \pm Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}\right]$$

Con Varianza Desconocida $\bar{X}1 - \bar{X}2 \sim$ t con (n1 + n2-2)grados de libertad

(σ1^2 y σ^2 desconocida pero iguales)

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, gl\right)}\sqrt{S_P{}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \leq \boldsymbol{\mu_1 - \mu_2} \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, gl\right)}\sqrt{S_P{}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

Donde

$$S_p{}^2 = \frac{(n_1 - 1)\,S_1{}^2 + (n_2 - 1)\,S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

n1 y n2 son los tamaños de muestra que hemos obtenido

Con Varianza Desconocida $\bar{X}1 - \bar{X}2 \sim$ t con v grados de libertad

(σ1^2 y σ^2 desconocida pero diferentes)

$$T = \frac{\overline{(X_1} - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}}} \sim t_v$$

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, v\right)}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}} \leq \boldsymbol{\mu_1 - \mu_2} \leq (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + T_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, v\right)}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}}$$

Donde

$$v = \frac{\left(\frac{S_1{}^2}{n_1} + \frac{S_2{}^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1{}^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2{}^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

5. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN

Parámetro	Estadístico	Formula		
		q	=	1- p
	proporcion de personas de la muestra	p	=	Personas a favor / Total de la muestra

Proporcion de A

π — P

$$p - Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} < \pi < p + Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

0.6	-	1.96 *	0.048894496
	0.504166787	0.095833213	

$\pi 1 - \pi 2$ — P1 - P2

$$p1\text{-}p2 - Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{p1q1}{n1} + \frac{p2q2}{n2}} < \pi < p1\text{-}p2 + Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{p1q1}{n1} + \frac{p2q2}{n2}}$$

6. INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA VARIANZA

Parámetro	Estadístico	Fórmula
σ^2	S^2	$\frac{(n-1)S^2}{X^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{X^2_{\left(\frac{\alpha}{2},n-1\right)}}$
σ	S	$\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{X^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2},n-1\right)}}} < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{X^2_{\left(\frac{\alpha}{2},n-1\right)}}}$