电磁学及光学复习

电磁学主要知识脉络

静电场

电场强度

库仑定律

高斯定理（电场）（对称性，高斯面的选择）

安培环路定理（电场） → 电势 → 电场强度

＋ 场强叠加原理

导体的静电平衡

电势能（保守力场）

电容器

电容

电容器储能（电场能量、电场能量密度）

电磁学主要知识脉络

稳恒磁场

磁感应强度（方向的判断）

- 毕奥-萨伐尔定律
- 高斯定理（磁场） → 磁通量
- 安培环路定理（磁场）（对称性，积分环路选择）

＋ 场强叠加原理

↓

带电体在磁场中所受的力

- 洛伦兹力 → 应用（磁聚焦、回旋加速器）
- 霍尔效应
- 安培力（大小的求解——本质还是求B；方向的判断）
  - ↓ 安培力所做的功

电磁学主要知识脉络

电磁感应

电动势 → 磁通量变化率

动生电动势

感生电动势 → 涡旋电场

大小与方向

方向判断-楞次定律

涡旋电场强度（大小与方向）

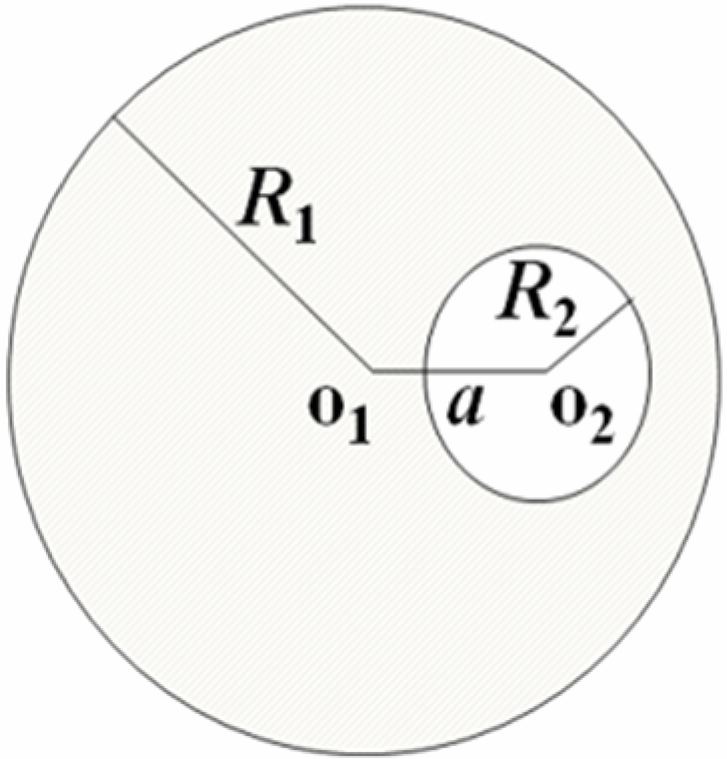
与静电场的区别

自感

自感线圈储存磁场能量 → 磁场能量密度

位移电流 （位移电流的物理意义）

例：在半径为R_1 ，体电荷密度为ρ 的均匀带电球体内，挖去一个半径为 R_2 的小球体。空腔中心 O_2 与带电球体中心 O_1之间的距离为 a，且$R_1>a>R_2$， 如图所示。求：空腔内任一点的场强。

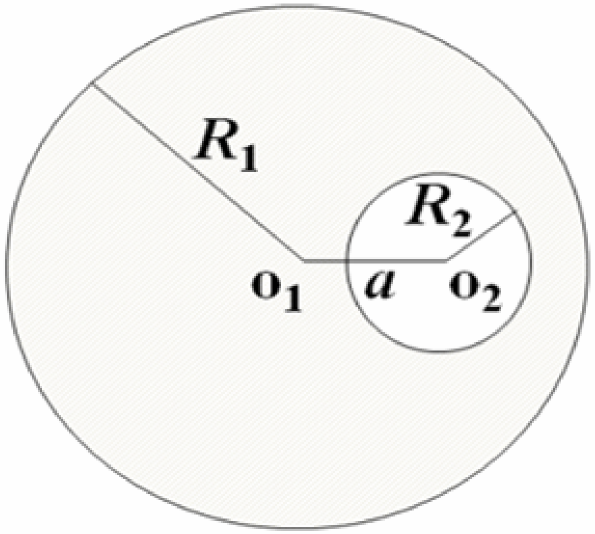


空腔中任意一点Q 的场强可以由一个半径为R_1，体电荷密度为ρ 的完整均匀带电球体和一个半径为 R_2，体电荷密度为$-\rho$ 的均匀带电球小球体在Q 产生的场强之矢量和

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2$$

求 $\vec{E}_1$ $\oint \vec{E}\bullet d\vec{s}=\frac{q}{\varepsilon_0} \Longrightarrow \vec{E}_1\bullet 4\pi\vec{r}_1^{\,2}=\frac{4\rho\pi\vec{r}_1^{\,3}}{3\varepsilon_0} \Longrightarrow \vec{E}_1=\frac{\rho\vec{r}_1}{3\varepsilon_0}$

同理 $\vec{E}_2=-\frac{\rho\vec{r}_2}{3\varepsilon_0}$

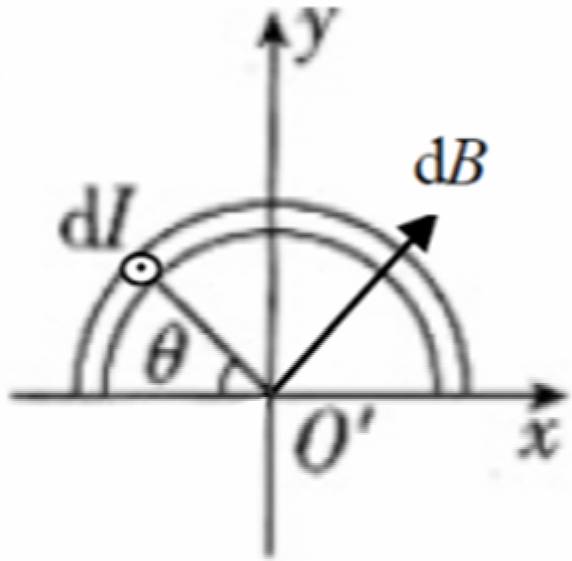


$$\vec{E}=\frac{\rho(\vec{r}_1-\vec{r}_2)}{3\varepsilon_0}=\frac{\rho\vec{a}}{3\varepsilon_0}$$

有一个半径为 R 的“无限长”半圆柱面导体，沿轴方向的电流 I 在柱面上均匀地流动。试求：

1）半圆柱直径面（半圆直径和轴构成的平面）上磁通量为何？

2）半圆柱面导体轴线 oo’ 上的磁感应强度。



（1）将半圆柱导体面看作由许多平行的，宽度为*dl*的无限长直导线组成，由对称性可得，直径面上磁通量为0

（2）将半圆柱导体面看作由许多平行的，宽度为*dl*的无限长直导线组成，每一窄条电流强度为：

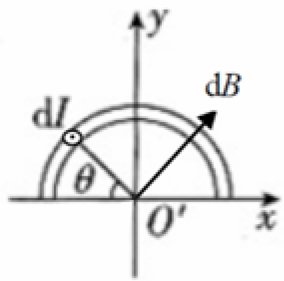
$$dI = \frac{Idl}{\pi R} = \frac{IRd\theta}{\pi R} = I\frac{d\theta}{\pi}$$

在轴线上产生的磁感应强度为： $dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}d\theta$ 单根无限长直流导线的结论！

方向如图所示。

由于对称性，*y*方向场强分量相互抵消。合场强沿*x*方向。

$$B_x = \int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta d\theta = -\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\cos\theta\Big|_0^{\pi} = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$



$$\vec{B} = B_x\hat{x} = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\hat{x}$$

光学主要知识脉络

光的干涉

- 相干光
  - 分波面干涉 → 双缝干涉 → 光程差
    - 条纹明暗条件
    - 条纹位置
    - 条纹宽度
    - 双缝干涉 → 劳埃镜 → 半波损失
  - 分振幅干涉
    - 等倾干涉 → 光程差（注意是否有半波损失）
      - 条纹明暗条件
      - 条纹位置
        - 增透膜
        - 增反膜
    - 等厚干涉 → 光程差（注意是否有半波损失）
      - 条纹明暗条件
      - 条纹位置
        - 牛顿环
        - 测膜厚与平整度

光 学 主 要 知 识 脉 络

光的衍射

单缝夫琅禾费衍射 → 最大光程差、衍射角 → 菲涅尔半波带法 →
- 条纹明暗条件
- 条纹光强分布特点
- 条纹位置

多缝夫琅禾费衍射（光栅衍射） → 光程差、光栅衍射角 → 光栅衍射规律 →
- 光栅方程
- 明纹位置、间距
- 最高衍射级次

圆孔衍射 → 爱里斑 → 最小分辨角 → 光学仪器分辨率

光学主要知识脉络

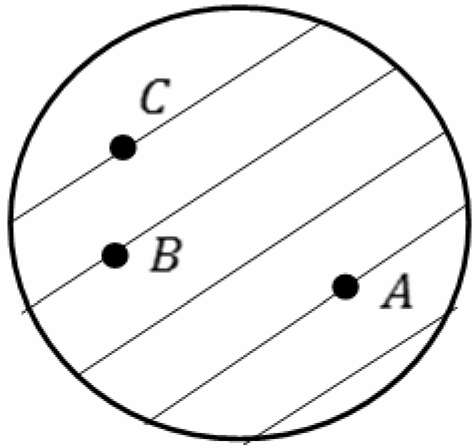
光的偏振

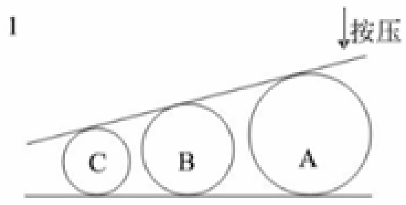
- 偏振光
  - 线偏振光 → 获得方法
    - 布儒斯特角
    - 偏振片 → 马吕斯定律
  - 自然光
  - 部分偏振光

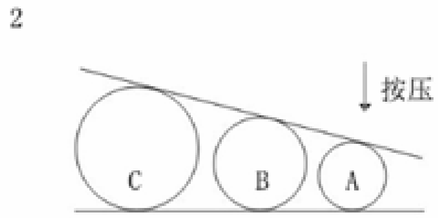
利用光的干涉可以检验工件质量。现将A、B、C三个直径相近的滚珠放在两块平玻璃之间，用单色平行光垂直照射，观察到的等厚条纹如图3所示。

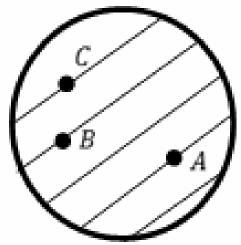
（1）怎样判断三个滚珠哪个大？哪个小？

（2）若单色光波长为λ，试用 λ表示三滚珠直径之差









如图，分两种情况，在A附近按压玻璃板时：

1：条纹间距变大，则 $d_A > d_B > d_C$

2：条纹间距变小，则 $d_A < d_B < d_C$

分析：条纹间距 $L \approx \dfrac{\Delta h}{\theta}$ ，而 $2n\Delta h = \lambda$

$L \approx \dfrac{\lambda}{2n\theta}$ θ减小L增大，θ增大L减小

$|d_A - d_B| = 2 \times \dfrac{\lambda}{2}$ $|d_B - d_C| = 1 \times \dfrac{\lambda}{2}$ $|d_A - d_C| = 3 \times \dfrac{\lambda}{2n}$

相邻条纹间距 $l = \dfrac{\Delta e}{\sin\theta} = \dfrac{\lambda}{2n_2 \sin\theta}$

(1) 在单缝夫琅禾费衍射实验中，垂直入射的光有两种波长，λ_1=400 nm，λ_2=760 nm (1 nm=10^{-9} m)。已知单缝宽度a=1.0×10^{-2} cm，透镜焦距f=50 cm。求两种光第一级衍射明纹中心之间的距离。

(2) 若用光栅常数d=1.0×10^{-3} cm的光栅替换单缝，其他条件和上一问相同，求两种光第一级主极大之间的距离。

(1) 由单缝衍射明纹公式可知：$a\sin\varphi_1=\frac{1}{2}(2k+1)\lambda_1=\frac{3}{2}\lambda_1$

（取k=1）

$a\sin\varphi_2=\frac{1}{2}(2k+1)\lambda_2=\frac{3}{2}\lambda_2$

$\mathrm{tg}\,\varphi_1=x_1/f$　　$\mathrm{tg}\,\varphi_2=x_2/f$

由于：$\sin\varphi_1\approx\mathrm{tg}\,\varphi_1$　$\sin\varphi_2\approx\mathrm{tg}\,\varphi_2$　所以：$x_1=\frac{3}{2}f\lambda_1/a$　$x_2=\frac{3}{2}f\lambda_2/a$

$$\Delta x=x_2-x_1=\frac{3}{2}f\Delta\lambda/a$$

(2) 由光栅衍射主极大的公式：$d\sin\varphi_1=k\lambda_1=1\lambda_1$　$d\sin\varphi_2=k\lambda_2=1\lambda_2$

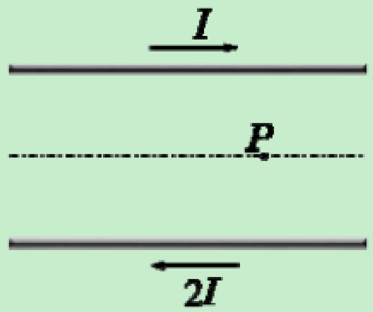
且有：$\sin\varphi\approx\mathrm{tg}\,\varphi=x/f$

$$\Delta x=x_2-x_1=f\Delta\lambda/d$$

真题

四、计算题（将解答过程填写在答题纸上相应位置，三小题，每题 12 分，共 36 分.）

1. 如图所示，两根无限长通电直导线分别通以反向的稳恒电流 I 和 $2I$，并置于磁导率为μ 的各向同性均匀介质中，两导线之间的距离为 d，试求两导线中间的任意一点 P 的磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 和磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 的大小及方向.



分别以直导线为轴，过 P 点做圆形环路. 由于对称性，环路上

每一点的磁场强度大小都相等，方向与线元 $d\vec{l}$ 一致. 根据右手螺旋定则可知，电流 I 产生的磁场在 P 点的磁场强度 H_1 的方向垂直于纸面向里；电流 $2I$ 产生的磁场在 P 点的磁场强度 H_2 的方向也是垂直于纸面向里. H_1 和 H_2 同向，因此，P 点的磁场强度 H 的大小为 H_1 和 H_2 的大小之和，磁场强度 H 的方向垂直于纸面向里.

根据磁介质中的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

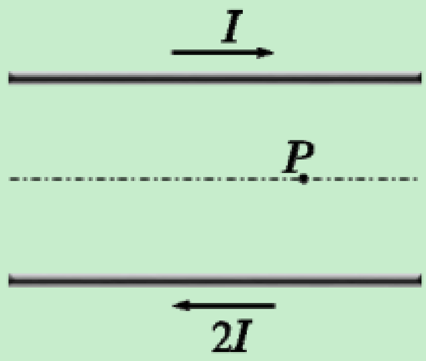
真题

可以求出 H_1 和 H_2 的大小：

$$\oint_L \vec{H}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I \Rightarrow H_1 \oint_L \mathrm{d}l = I$$

$$\Rightarrow 2\frac{d}{2}\pi H_1 = I \Rightarrow H_1 = \frac{I}{d\pi}$$

（2 分）



同理，

$$\oint_L \vec{H}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 2I \Rightarrow H_2 \oint_L \mathrm{d}l = 2I$$

$$\Rightarrow 2\frac{d}{2}\pi H_2 = 2I \Rightarrow H_2 = \frac{2I}{d\pi}$$

（2 分）

因此，导线中间的任意一点 P 的磁场强度 H 为

$$H = H_1 + H_2 = \frac{I}{d\pi} + \frac{2I}{d\pi} = \frac{3I}{d\pi}$$

磁场强度 H 的方向垂直于纸面向里．（2 分）

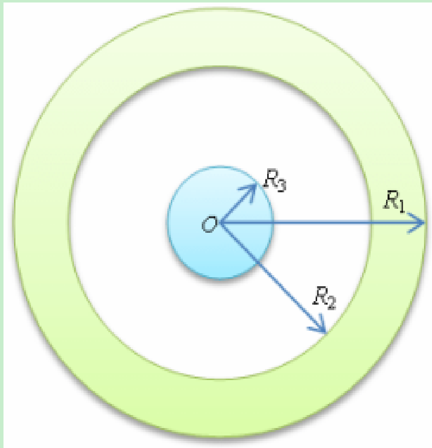
又根据各向同性均匀介质中磁场强度 H 和磁感应强度 B 的关系：

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \Rightarrow B = \frac{3\mu I}{d\pi}$$

磁感应强度 B 的方向垂直于纸面向里．（3 分）

真题

3. 如图所示，一个金属导体球壳套着一个实心金属导体球. 若金属导体球壳和实心金属导体球的电量均为 $+Q$，且金属球壳的半径分别为 R_1 和 R_2、实心金属导体球的半径为 R_3（其中 $R_1 > R_2 > R_3$）. 求：（1）金属导体球壳上的电荷分布.（2）空间各处的电场强度分布.



3. 解：

电荷分布：根据静电平衡，金属球的电荷只分布在外表面，电量为+Q，内部电荷为零. 在金属球壳的内表面分布有$-Q$的电荷，外表面分布有$+2Q$的电荷，球壳内部电荷为零.（2 分）

电场分布：根据高斯定理

$$\oiint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum Q \quad （2 分）$$

A. $E = 0, (r < R_3)$ （2 分）

B. $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, (R_3 \le r < R_2)$ （2 分）

C. $E = 0, (R_2 \le r < R_1)$ （2 分）

D. $E = \dfrac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, (R_1 \le r)$ （2 分）

真题

本题	
得分	

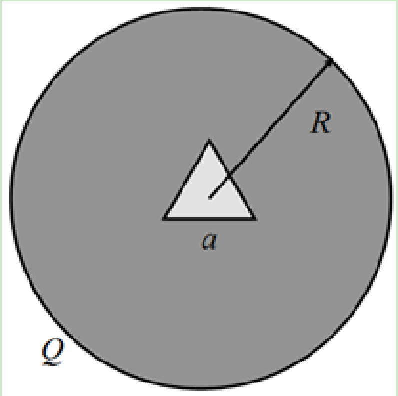
四、计算题（本题分 4 小题，每小题 10 分，共 40 分）

1．如图所示，一个半径为 R 的金属导体球体，中间挖去一个边长为 a（$a<R$）的正四面体，且该正四面体的中心与球心重合．现设该物体带电量为Q，当达到静电平衡后，试求：

（1）电荷在导体上的分布；

（2）空间各处的电场强度分布；

（3）空间各处的电势分布．



1、解：

（1）当带电导体处于静电平衡状态时，导体内部处处没有净电荷存在，电荷只能分布于导体表面上. 本题目中，金属导体球内虽然有空腔，但是空腔中没有电荷，电荷只分布在导体外表面. （2分）

（2）该体系的电荷和电场分布具有球对称性，以球心为中心，作一个球形的高斯面，从而根据电场的高斯定理求解电场强度. 设球心到高斯面的距离为r，则

当$r<R$时，高斯面内所包含的净电荷量为零，即$Q=0$，根据高斯定理有：

$$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0}=0\Rightarrow E=0$$

当$r>R$时，高斯面内所包含的净电荷量为Q，根据高斯定理有：

$$\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0}\Rightarrow E\oiint_S \mathrm{d}S=E4\pi r^2=\frac{Q}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

当$Q>0$时，电场强度的方向沿着径向向外；

当$Q<0$时，电场强度的方向沿着径向向里； （4 分）

（3）若选无穷远处为电势零点，则可根据电势计算公式 $U_a=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ ，来计算电势，并选径向为积分路径.

当 $r<R$ 时， $U=\int_r^R \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}+\int_R^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=0+\int_R^{\infty}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

当 $r\geq R$ 时， $U=\int_r^{\infty}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{r}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ （4 分）

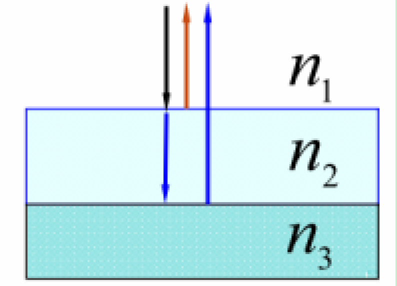
真 题

三、应用题（将解答过程填写在答题纸上相应位置，本题 12 分）

人造珠宝饰物莱茵石是折射率为 1.5 的一种玻璃. 为了让它更加反光耀眼，常在其上镀一层折射率为 2.0 的一氧化硅. 当波长为 560nm 的光垂直照射并在镀层的两个表面反射时，得到完全干涉相长的反射光，所需镀层的最小厚度是多少？

解：设空气的折射率为$n_1=1$，一氧化硅的折射率为$n_2=2$，莱茵石的折射率为$n_3=1.5$，如图所示. 对于一氧化硅镀层与空气的界面来说，光波从折射率较小的光疏介质（空气）传向折射率较大的光密介质（一氧化硅镀层），因此反射光存在半波损失. 但是，对于一氧化硅镀层与玻璃的界面来说，光波从折射率较大的光密介质（一氧化硅镀层）传向折射率较小的光疏介质（莱茵石玻璃），因此反射光不存在半波损失. 一氧化硅镀层的两个表面的反射光之间存在附加程差. 设一氧化硅镀层的厚度为d，则两反射光束之间的光程差为

$$\delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2} \qquad \text{（6 分）}$$



当光程差等于波长的整数倍时，出现干涉相长

$$\delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \Rightarrow d = (2k-1)\frac{\lambda}{4n_2}$$

令$k=1$ （6 分）

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{560\ \text{nm}}{8} = 70\ \text{nm}$$