

$$\sum_{k=1}^{n-1} k \cdot B_{2k} \left(\frac{x}{2}\right)^k = (-1)^n \cdot n! \cdot \int_0^1 \frac{t^{n-1}(1-t^2)^{n-1}}{(2-tx)(1+tx)} dt$$