DHBW Lörrach
Duale Hochschule Baden-Württemberg

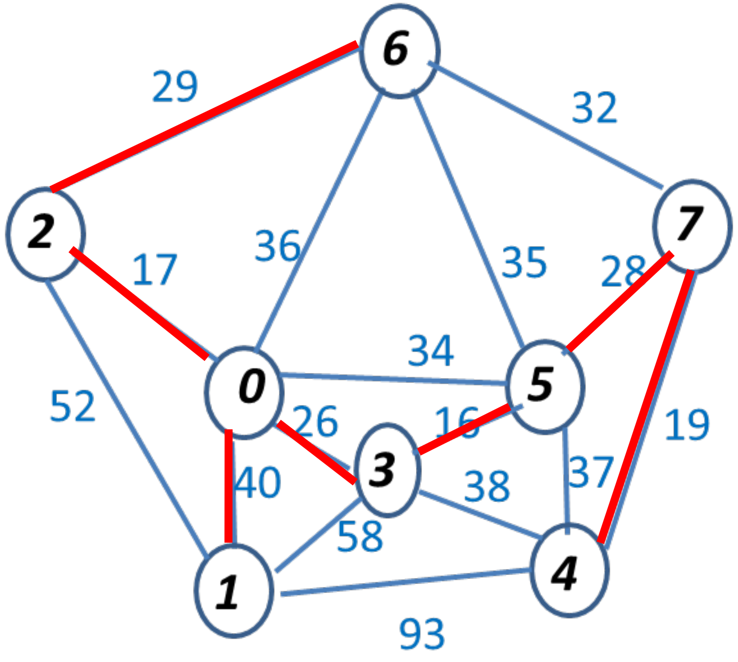
Algorithmen und Komplexität
TIF 21 A/B

Dr. Bruno Becker

Übungsblatt 6: Optimierungen in Graphen

Übungsblatt 6 –Aufgabe 1

Gegeben sei folgender ungerichteter Graph. Geben Sie die Kanten eines minimal Spannenden Baumes in der Konstruktionsreihenfolge des Algorithmus von Kruskal an.



Sortiere Kanten:
3-5; 0-2;4-7;0-3;5-7; 2-6;~~6-7~~;~~0-5~~;~~5-6~~;~~0-6~~;~~4-5~~;~~3-4~~;0-1;1-2;1-3;1-4

3-5; 0-2;4-7;0-3;5-7;2-6;

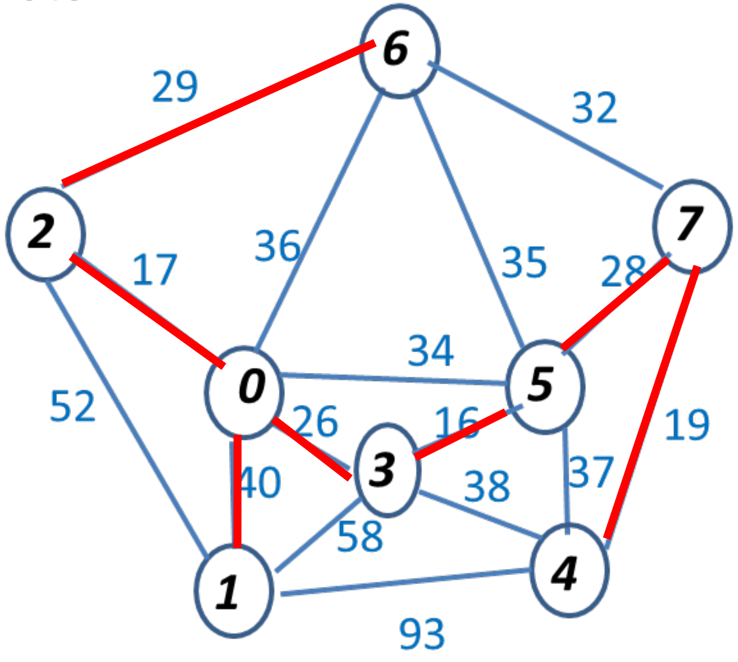
Danach Zyklen bis 0-1

Dann fertig

Übungsblatt 6 –Aufgabe 2

Gegeben sei folgender ungerichteter Graph. Geben Sie die Kanten eines minimal Spannenden Baumes in der Konstruktionsreihenfolge des Algorithmus von Prim an.

Startknoten 1



Start 1:

- Minimale Kante 1-0, Gewicht T=40

1-0

- Minimale Kante 0-2, Gewicht T=40+17=57

1-0-2

- Minimale Kante 0-3, Gewicht T=57+26=83

1-0-2 (-3)

- Minimale Kante 3-5, Gewicht T=83+16=99

1-0-2 (-3-5)

- Minimale Kante 5-7, Gewicht T=99+28=127

1-0-2 (-3-5-7)

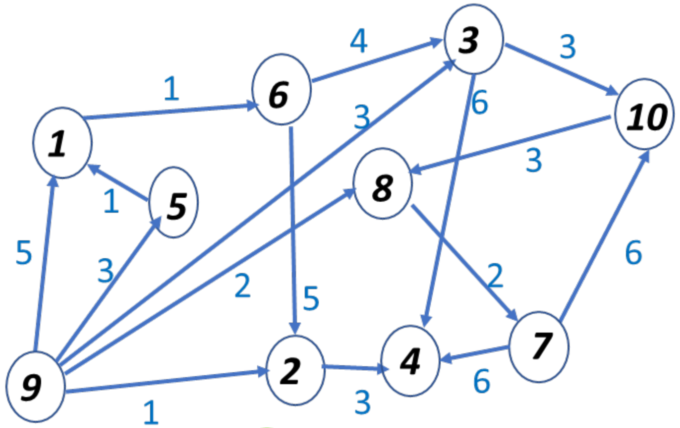
- Minimale Kante 7-4 , Gewicht T=127+19=146

1-0-2 (-3-5-7-4)

- Minimale Kante 2-6, Gewicht T=146 +29 = 175

Übungsblatt 6 –Aufgabe 3

Gegeben sei folgender kantengewichtete gerichtete Graph. Bestimmen Sie ausgehend vom Knoten 9 die Länge der kürzesten Wege zu allen anderen Knoten mit dem Algorithmus von Dijkstra.



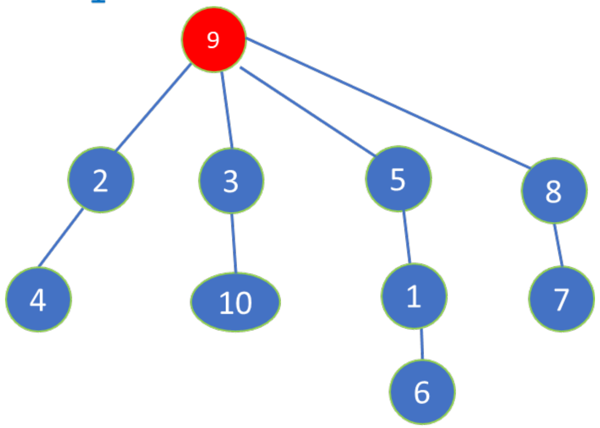
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vorg	~~9~~5	9	9	2	9	1	8	9	--	3
DIST	5∝4	1∝	3∝	4∝	3∝	5∝	4∝	2∝	0	6∝
Gewählt	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Init: Wähle s (=9)

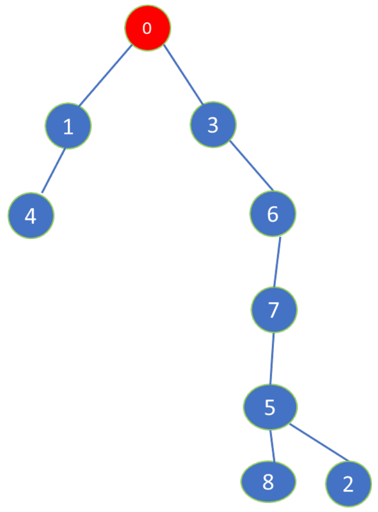
R=1,2,3,5,8, 4 , 7, 10, 6

1. Minimal: 2 => Wähle 2, erg. R
2. Minimal: 8 => Wähle 8, erg. R
3. Minimal: 3 => Wähle 3, erg. R

4. Minimal: 5 => Wähler 5, erg. R, relaxiere 1 (9-5-1 günstiger als 9-1)
5. Minimal: 1 => Wähle 1, erg. R
6. Minimal: 4=> Wähle 4 Keine Nachbarn
7. Minimal: 7 => Wähle 7, keine neuen Nachbarn
8. Minimal. 6== Wähle 6; 9. Minimal 10 => Wähle 10 - fertig



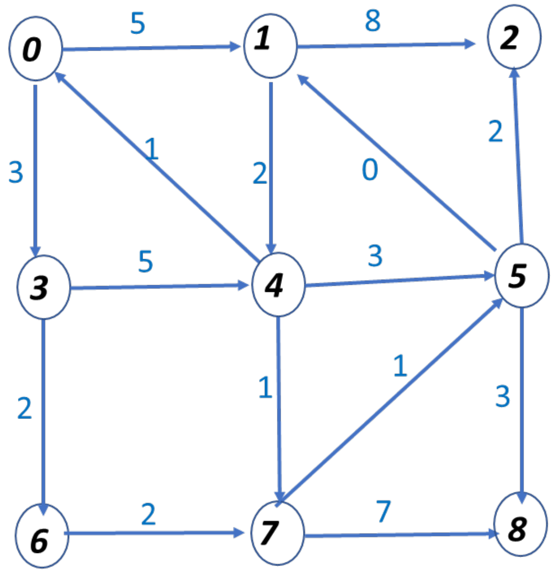
Übungsblatt 6 –Aufgabe 4



Gegeben folgender gerichtete kantengewichtete Graph *G(V,E,c)*:

a) Von welchen Startknoten aus sind alle Knoten erreichbar?

b) Ermitteln Sie die kürzesten Pfade von einem dieser Knoten zu allen anderen Knoten



b)Startknoten 0

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Vorg	--	0	5 ~~1~~	0	1 ~~3~~	7 ~~4~~	3	6	5 ~~7~~
DIST	0	5∝	10 ~~13~~ ∝	3 ∝	7 ~~8~~ ∝	8 ~~10~~ ∝	5 ∝	7 ∝	11 ~~14~~ ∝
Gewählt	x	x	x	x	x	x	x	x	x

1. Minimal 3
2. Minimal 1 – Relaxieren mit 4
3. Minimal 6
4. Minimal 4
5. Minimal 7 – Relaxieren mit 5
6. Minimal 5 – Relaxieren mit 8 und mit 2
7. Minimal 8, 8. Minimal 2

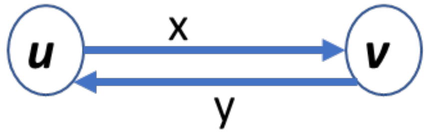
R: 1, 3, 4, 6, 2, 7, 5, 8

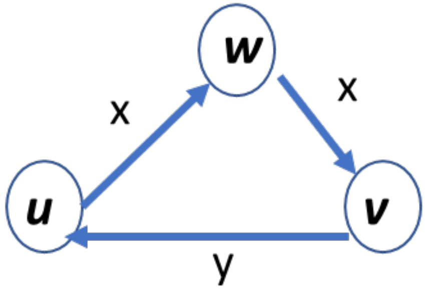
a) Von 0 sind alle Knoten erreichbar
ausser von 2 und 8 kann 0 immer erreicht werden
und damit alle Knoten

Übungsblatt 6 –Aufgabe 5

Gegeben sei ein Graph (G, V,c), bei dem es ein oder mehrere Knotenpaare gibt, zwischen denen es gerichtete Kanten in beide Richtungen gibt. In dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren für die Berechnung des maximalen Flusses wurde der Fall, dass zwischen zwei Knoten Kanten in beide Richtungen bestehen, nicht behandelt. Wie kann man in einem solchen Fall den Graphen G einfach zu einem Graphen G\` verändern, so dass gilt:

- G´ enthält nur maximal eine Kante zwischen je zwei Knoten
- Der maximale Fluss von G\` ist gleich dem Fluss von G



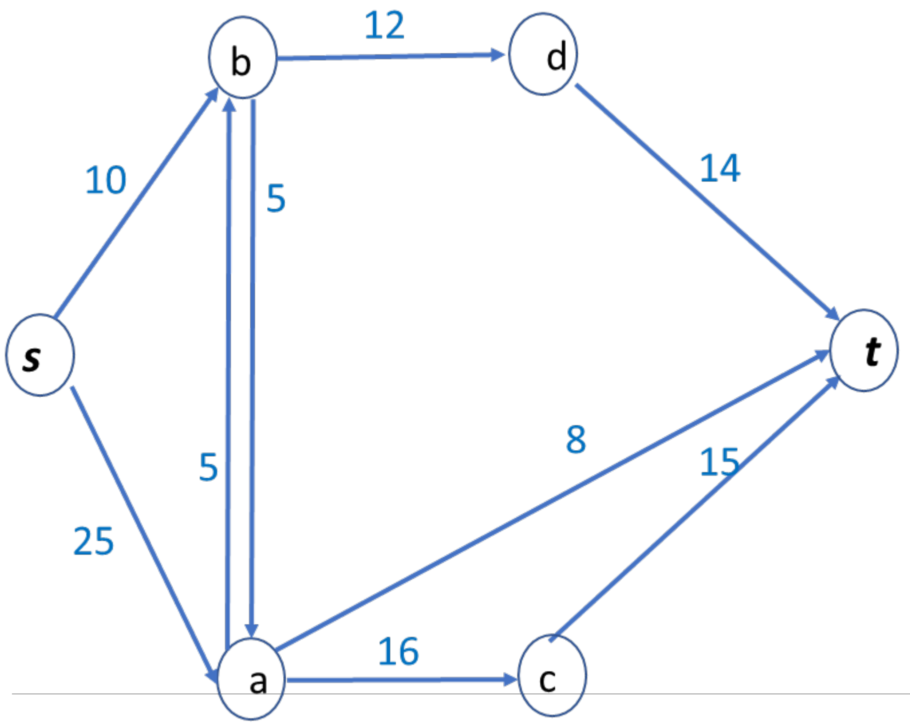


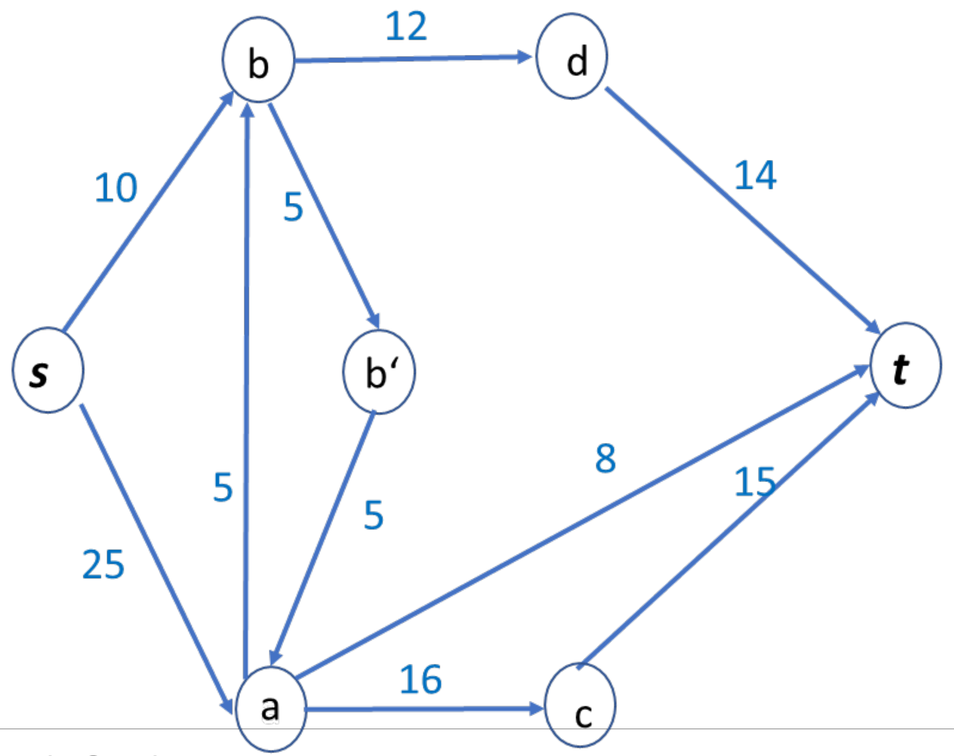
Falls u->v mit Kapazität k $\leq$ x für maximalen Fluss benötigt wird, so gilt dies auch für u-> w und w->v.

Genauso ist es umgekehrt, wenn u-> w mit Kapazität k $\leq$ x benötigt wird, dann auch w->v (Ausgehender Fluss=Eingehender Fluss). Und damit auch für u->v in dem ursprünglichen Graph.

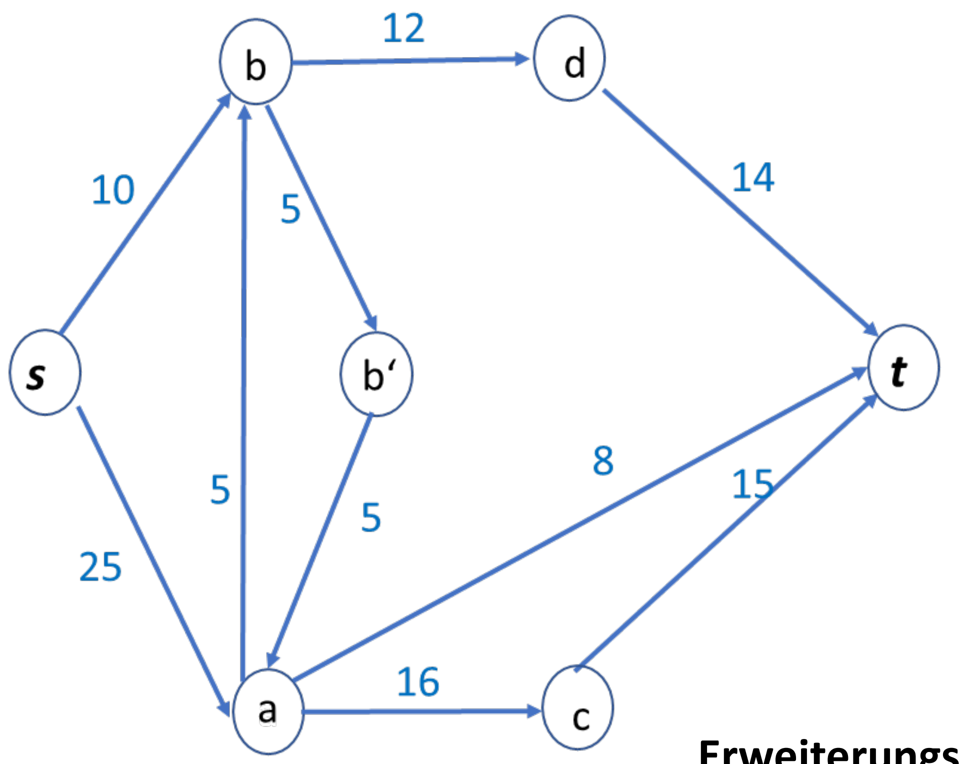
Übungsblatt 6 –Aufgabe 6

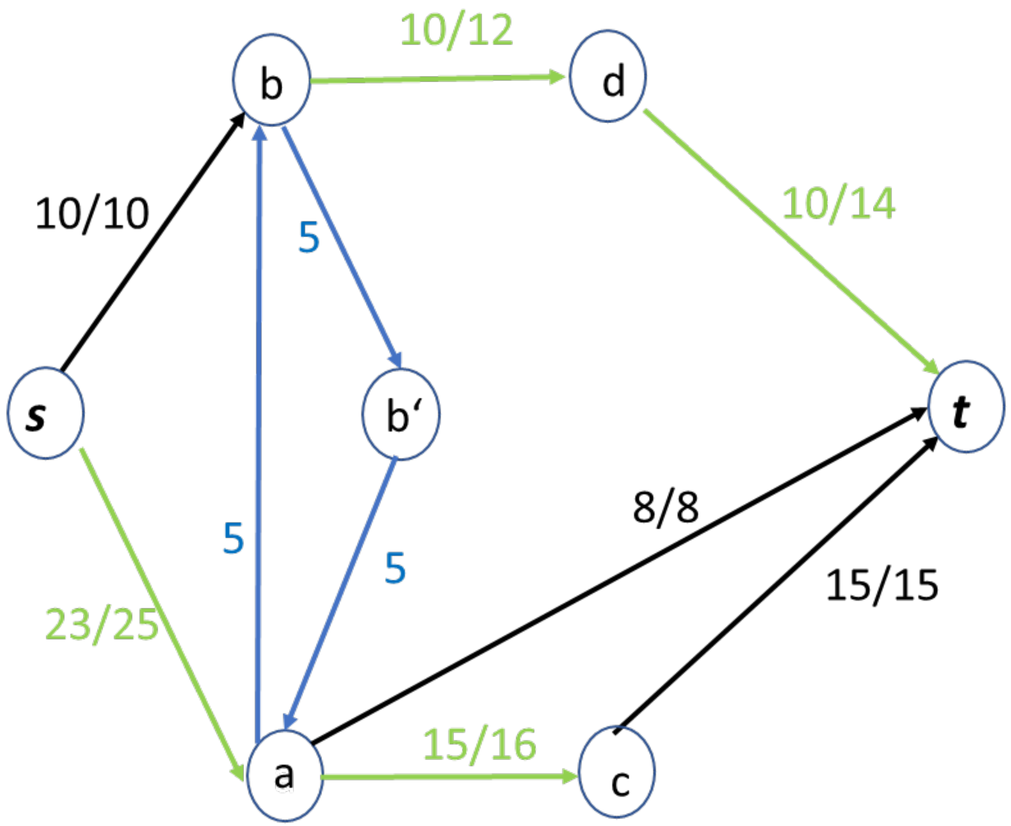
Gegeben folgender gerichtete kantengewichtete Digraph *G(V,E,c)*. Geben Sie den maximalen Fluss und den minimalen Schnitt an. Notieren Sie dabei alle gewählten Erweiterungspfade und die Erhöhung der jeweiligen Flüsse.





Übungsblatt 6 –Aufgabe 6

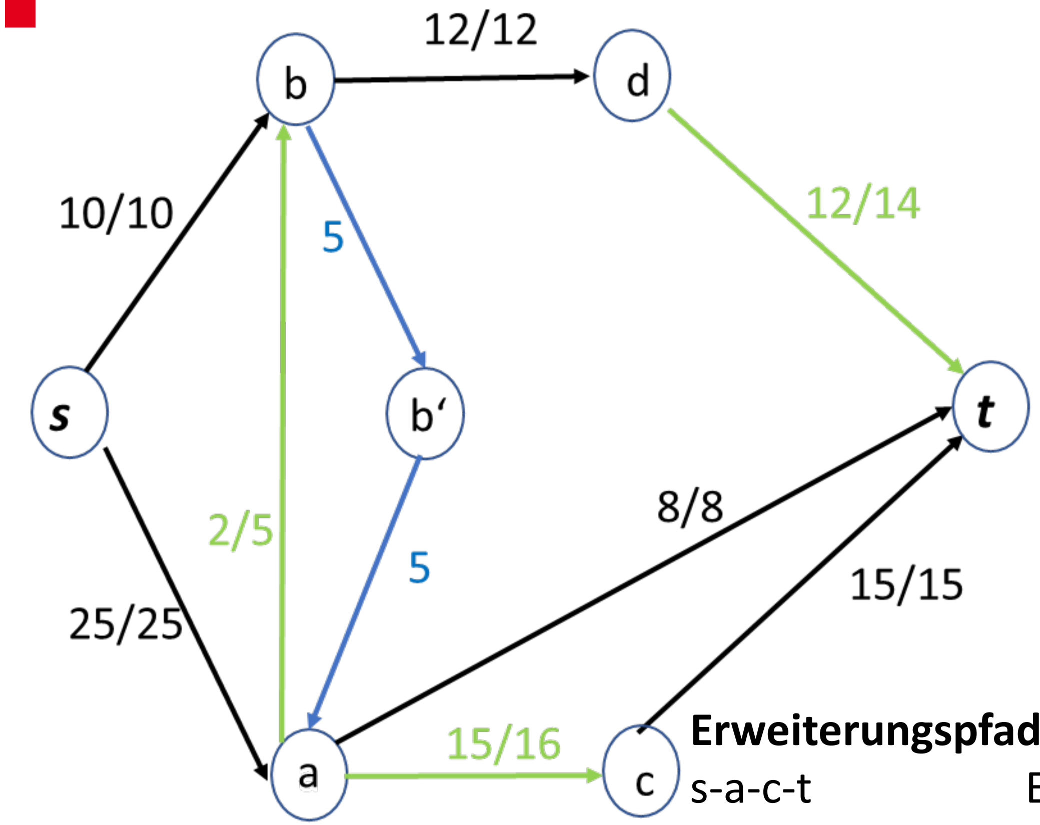




Erweiterungspfade:

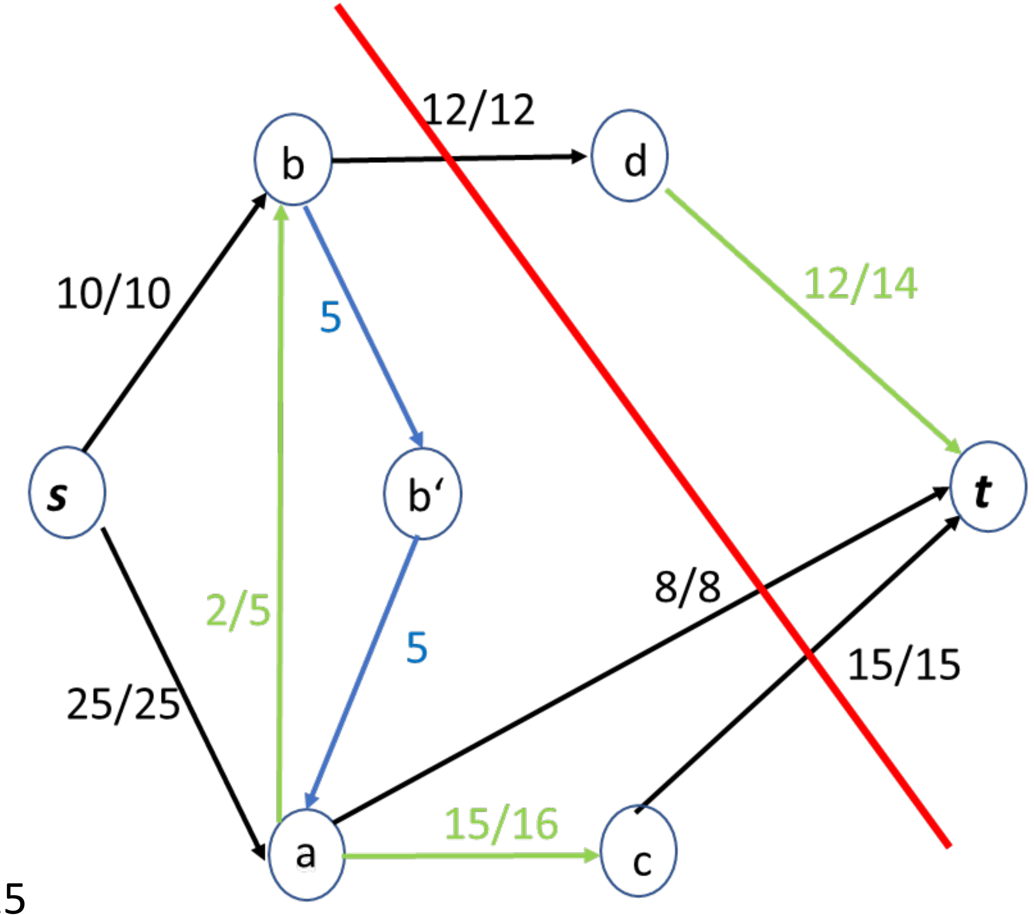
s-a-c-t	Engpass : 15	Fluss: 15
s-b-d-t	E: 10	F:25
s-a-t	E: 8	F: 33

Übungsblatt 6 –Aufgabe 6



Erweiterungspfade:

s-a-c-t	E : 15	F: 15
s-b-d-t	E: 10	F:25
s-a-t	E: 8	F: 33
S-a-b-d-t	E:2	F: 35



Minimaler Schnitt:

- **S={a,b,*b‘*c} T= {d,t}**
- **Oder S= {s} T= G \ {s}**