

Algorithmen und Komplexität

TIF 21A/B

Dr. Bruno Becker

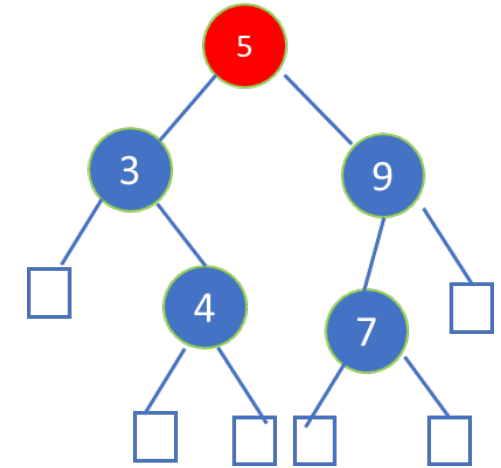
Übungsblatt 3: Bäume

Übungsblatt 3 – Aufgabe 1

Symmetrischen Nachfolger von Knoten p finden:

- Fall 1: p.key ist Maximum → Es gibt keinen Nachfolger (Beispiel: 9)
- Fall 2: Rechter Sohn von p existiert (Beispiel 5→7)
→ Symmetrischer Nachfolger ist Minimum der rechten Teilbaums von p
- Fall 3: Nachfolger ist dichtester Vorfahr von p, dessen linker Sohn ebenfalls Vorfahre von p oder p selbst ist (Beispiel 4→5) //hierfür ist Verweis auf Vorgänger hilfreich (p.parent)

```
node sym-nachfolger(Node root, Node p)
{ if (p == maximum(root))
  return -1;
  if (p.right != null)
    return minimum(p.right);
  node y = p.parent
  while (y != null && p==y.right)
    { p=y; y=y.parent;}
  return y;
}
```



```
node minimum(Node x)
{ while (x.left != null)
  x = x.left;
  return x;
}

node maximum(Node x)
{ while (x.right != null)
  x = x.right;
  return x;
}
```

Übungsblatt 3 –Aufgabe 1 (2)

```
void delete(Node p, int key) //Löschen eines Elements mit Schlüssel key aus Baum mit Wurzel p
{ if (p == null)
    return; // Element nicht im Baum vorhanden
  if (key < p.key)
    delete(p.left, key);
  else if (key > p.key)
    delete(p.right, key);
  else // Element gefunden

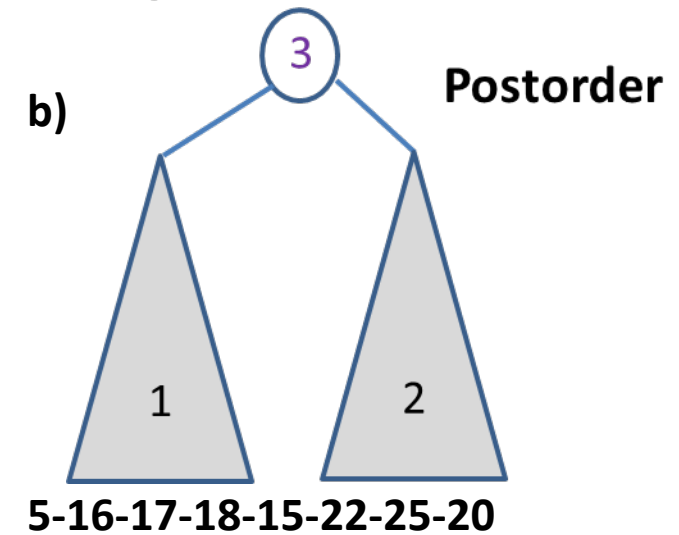
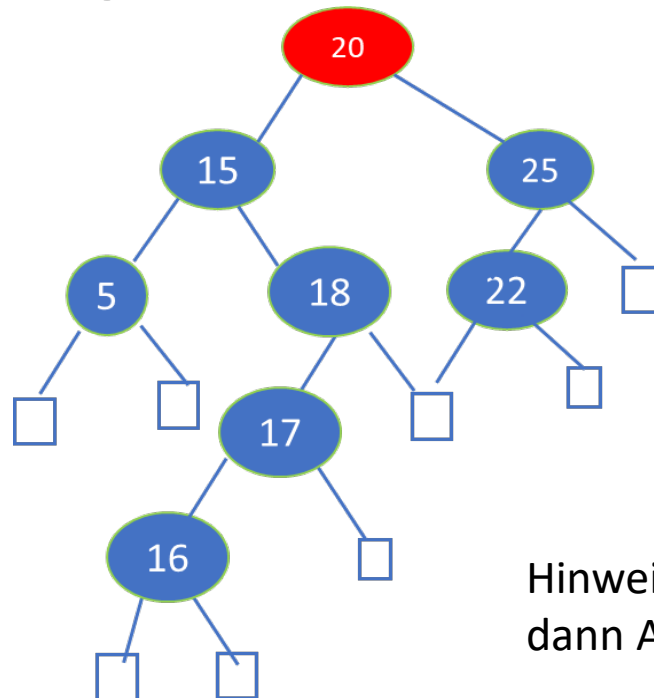
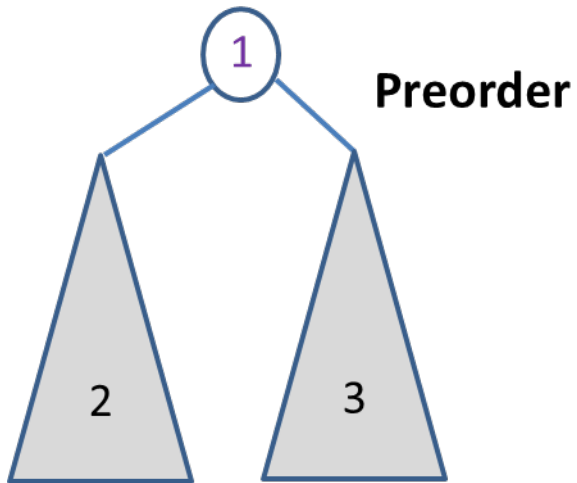
  { if (p.left == null) // ersetzen mit rechtem Sohn
      p = p.right;
    else if (p.right == null) // ersetzen mit linkem Sohn
      p = p.left;
    else // ersetzen mit sym. Nachfolger.Wert, Sym. Nachfolger löschen

    { node q = symnachfolger(p);
      int k = q.key;
      delete (q.parent,k);
      p.key = k;
    }
  }
  return
}
```

Übungsblatt 3 – Aufgabe 2

Gegeben sei die Folge der Schlüssel eines sortierten Binärbaums in Hauptreihenfolge
20, 15, 5, 18, 17, 16, 25, 22

- Stellen Sie diesen Baum grafisch dar mit Vorgänger- und Nachfolger-Verweisen
- Geben Sie die Reihenfolge der Schlüssel in Nebenreihenfolge an.



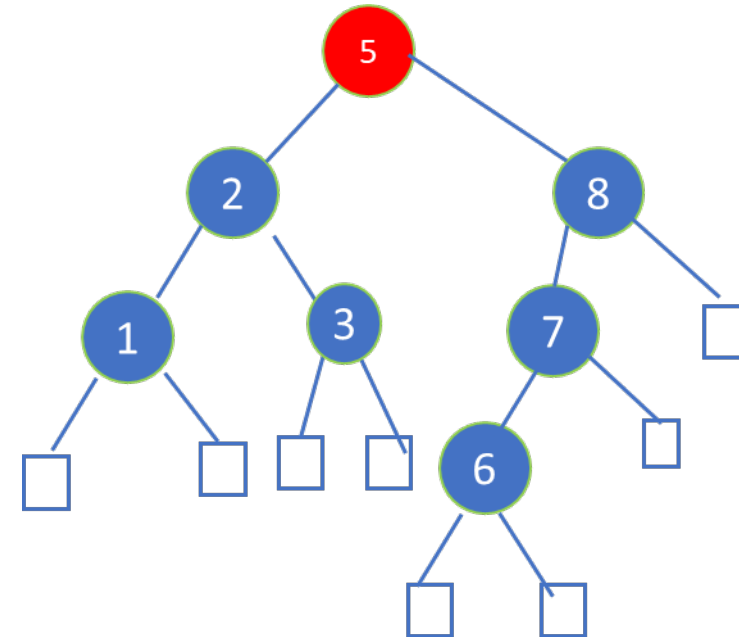
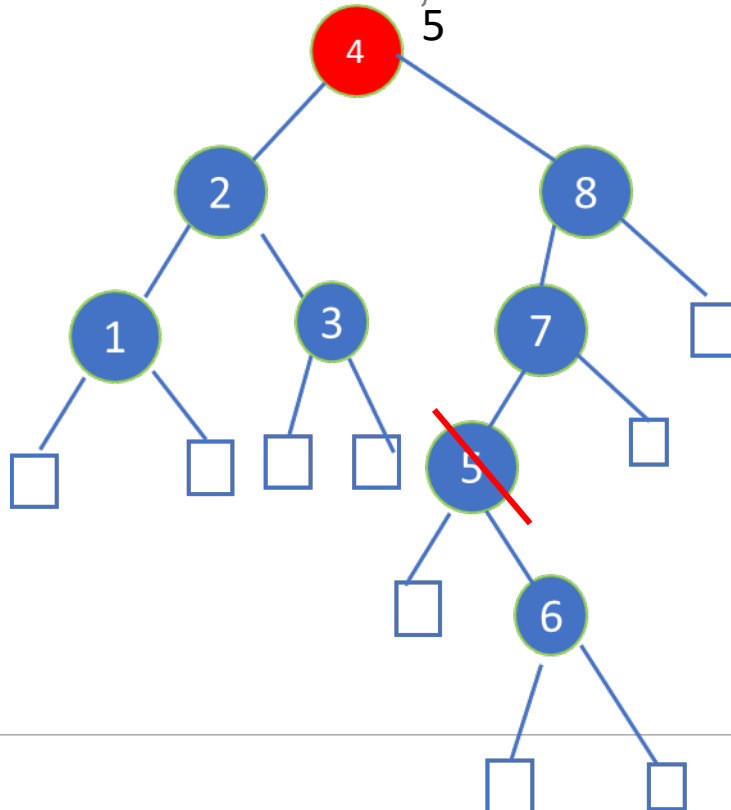
Hinweis: Wenn aus Postorder-Ausgabe Baum gesucht wird, dann Ausgabe von hinten nach vorn durchlaufen.

Übungsblatt 3 – Aufgabe 3

Gegeben sei die Folge F von 8 Schlüsseln

$F = 4, 8, 7, 2, 5, 3, 1, 6$

- a) Geben Sie den zu F gehörenden natürlichen Baum an.
- b) Welcher Baum entsteht, wenn man aus diesem Baum den Schlüssel 4 löscht?



Übungsblatt 3 – Aufgabe 3

- c) Geben Sie alle Folgen F' von 8 Schlüsseln an, die die Eigenschaft haben, dass der zu F' gehörende Baum mit dem von F erzeugten Baum übereinstimmt und F' wie folgt beginnt: $F' = 4, 2, 8, 7, \dots$

Es verbleiben Schlüssel 1, 3, 5, 6.

Es gibt 24 mögliche Permutationen hierzu. 1-3-5-6, 1-3-6-5, ... 6-5-3-1.

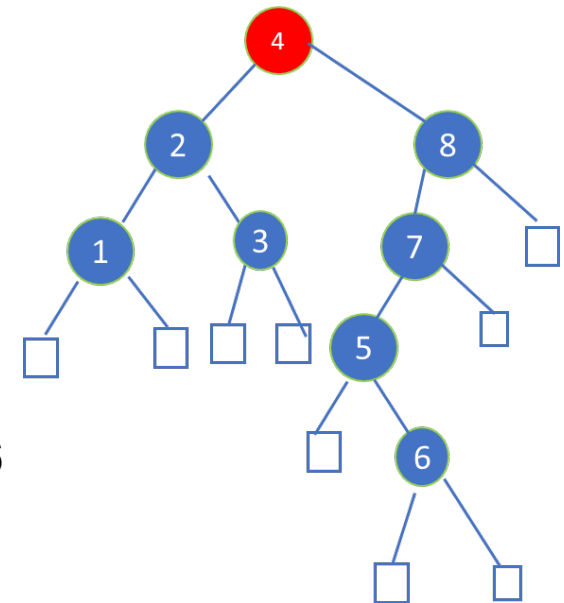
- Für 1 und 3 ist die Einfügereihenfolge egal (da der Teilbaum mit 2 als Wurzel so bleibt)
- Für 5 und 6 gilt: 5 muss vor 6 eingefügt werden, ansonsten wäre 6 im Baum über 5.
- Die Einfügungen von 1 und 3 im linken TB beeinflussen nicht die Einfügungen im rechten TB und umgekehrt.

Die einzige Regel, die sich durch Struktur des Baumes ergibt, ist also: 5 vor 6

Wende diese Regel auf die **24** Permutationen an

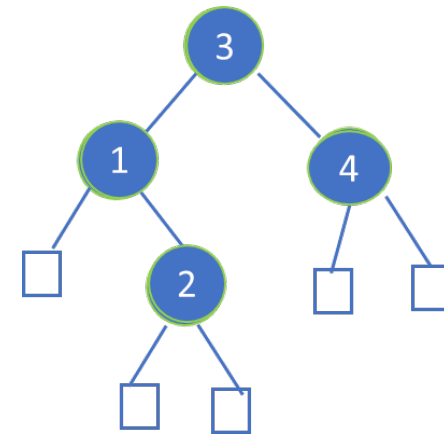
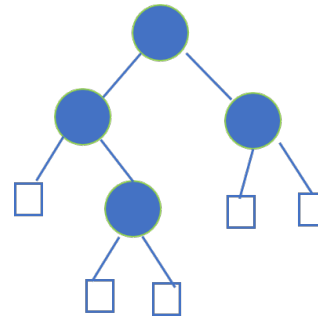
➔ Es bleiben **12**: übrig:

4, 2, 8, 7 + 1, 3, 5, 6; 1, 5, 3, 6; 1, 5, 6, 3; 3, 1, 5, 6; 3, 5, 1, 6; 3, 5, 6, 1
+ alle Folgen, die mit 5 beginnen



Übungsblatt 3- Aufgabe 4

Geben Sie an, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Baum durch sukzessives Einfügen der Schlüssel aus der Menge $\{1,2,3,4\}$ in den anfangsnatürlichen Baum erzeugt wird, wenn jede Permutation der Schlüssel als gleichwahrscheinlich vorausgesetzt wird?

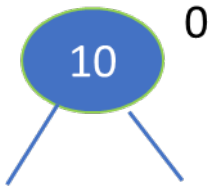


- Es gibt $4!=24$ Permutation der Schlüssel:
- 3 muss an der Wurzel stehen, d.h. erstes Element sein
 - ➔ Bleiben 6 Permutationen
 - ➔ 1 muss vor 2 eingefügt werden
 - ➔ 4 unabhängig von 1 und 2
 - ➔ 3-1-2-4; 3-1-4-2; 3-4-1-2 führen zu diesem Baum
 - ➔ Wahrscheinlichkeit = $3/24 = 1/8$.

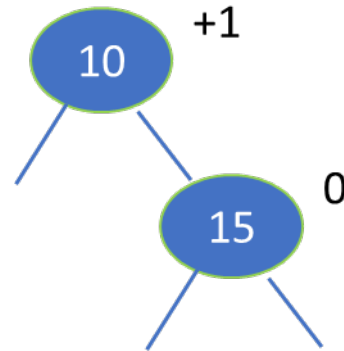
Übungsblatt 3 – Aufgabe 5

Geben Sie den AVL-Baum an, der durch Einfügen der Schlüssel 10, 15, 11, 4, 8, 7, 3, 2, 13 entsteht.

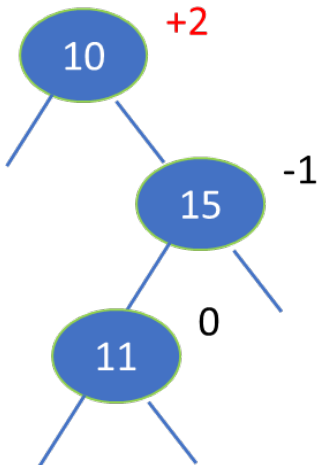
Einfügen 10:



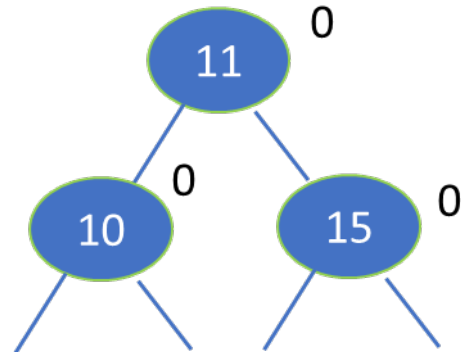
Einfügen 15:



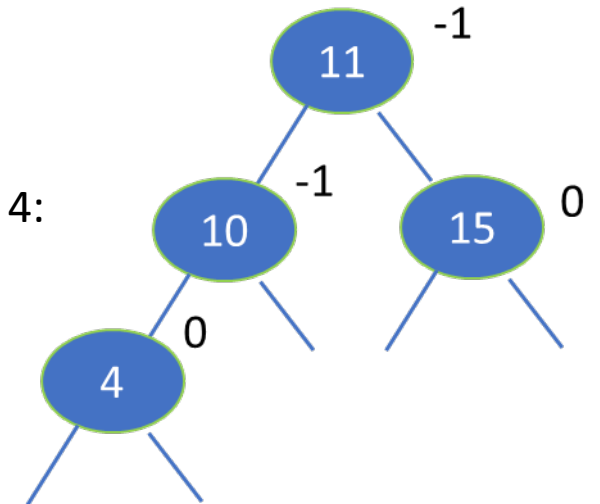
Einfügen 11:



Doppelrotation



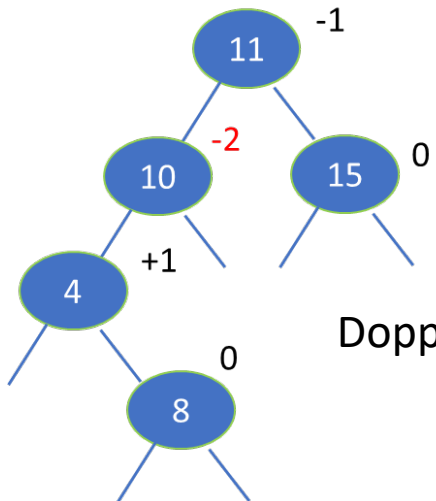
Einfügen 4:



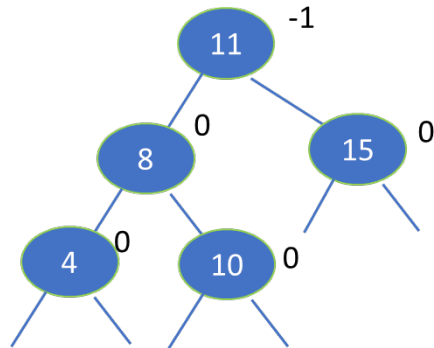
Übungsblatt 3 – Aufgabe 5

Geben Sie den AVL-Baum an, der durch Einfügen der Schlüssel 10, 15, 11, 4, 8, 7, 3, 2, 13 entsteht.

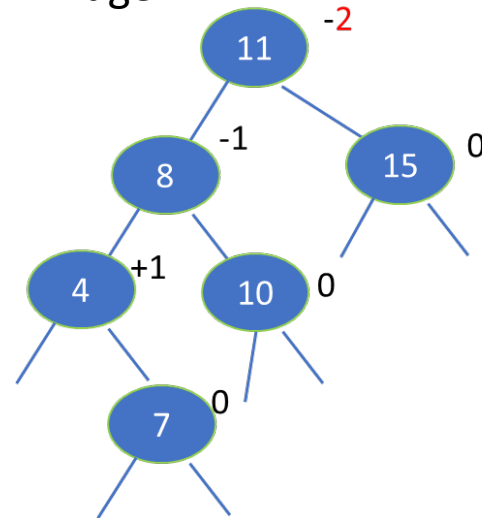
Einfügen 8:



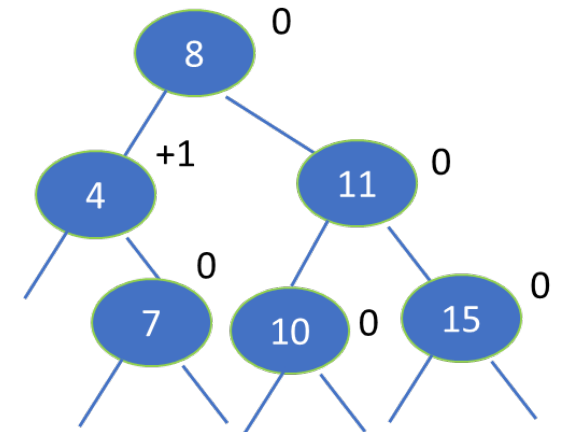
Doppelrotation



Einfügen 7:



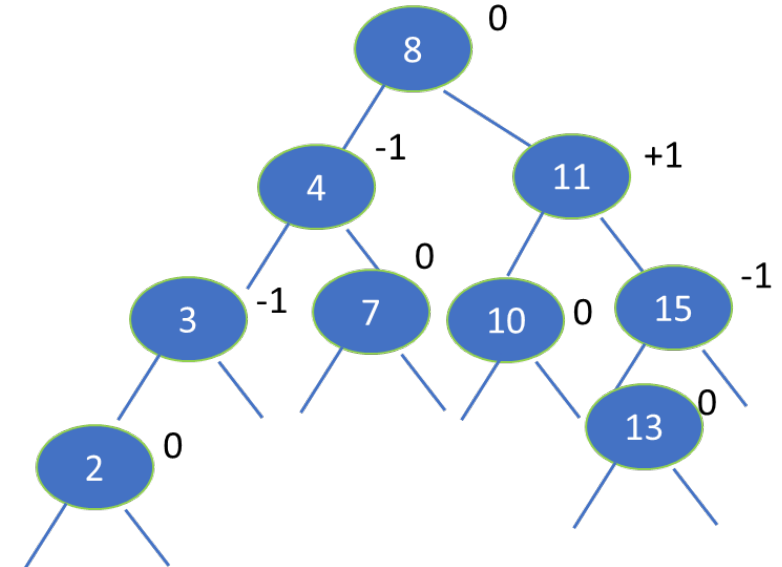
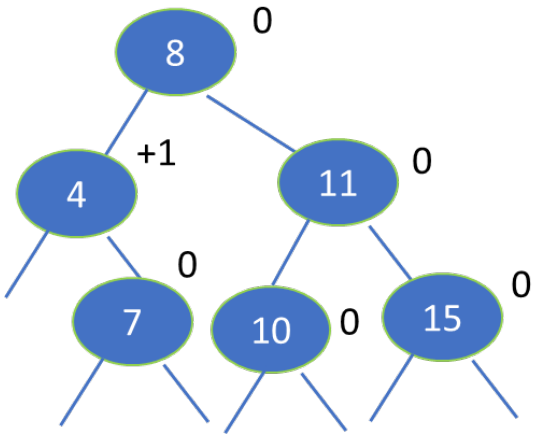
Upin(4)
Upin(8):
Rotation rechts



Übungsblatt 3 – Aufgabe 5

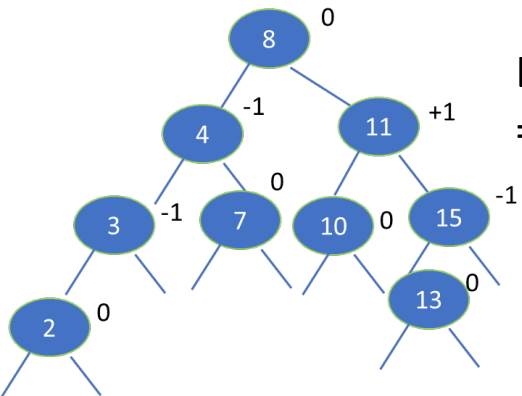
Geben Sie den AVL-Baum an, der durch Einfügen der Schlüssel 10, 15, 11, 4, 8, 7, 3, 2, 13 entsteht.

Einfügen 3,2,13 ohne Korrekturen:

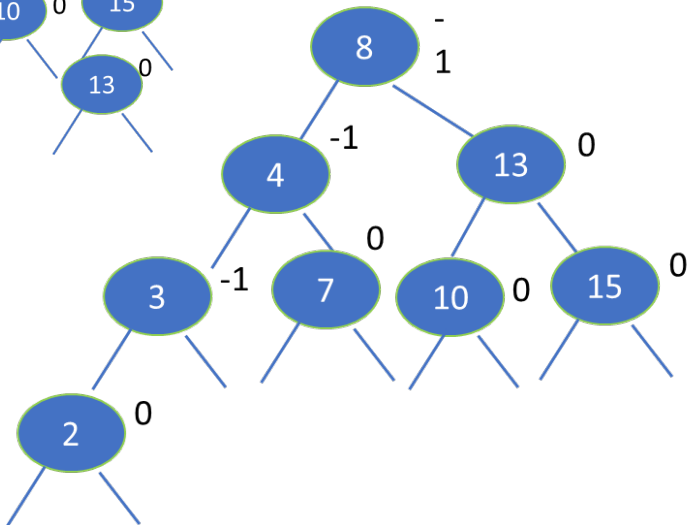


Übungsblatt 3 – Aufgabe 5

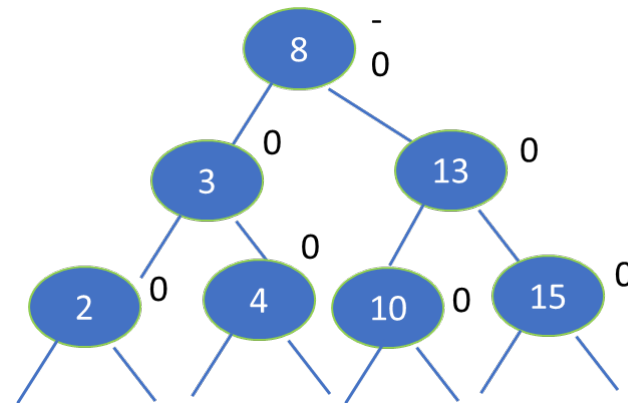
b) Löschen Sie nacheinander die Schlüssel 11, 7 und 3 aus dem Baum und notieren Sie nach jedem Löschen den entsprechenden Baum.



Löschen 11 – Innerer Knoten
=> Lösche sym. Nachfolger 13



Löschen 7 – Auflösung
Kette 4-3-2 durch Rotation



Löschen 3 – Innerer Knoten
Lösche sym. Nachfolger 4

