DHBW Lörrach
Duale Hochschule Baden-Württemberg

Algorithmen und Komplexität
TIF 21 A/B
Dr. Bruno Becker

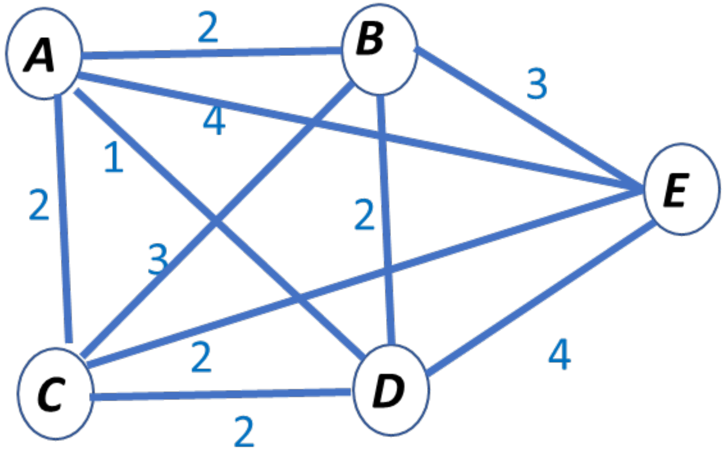
Übungsblatt 7: Komplexitätstheorie

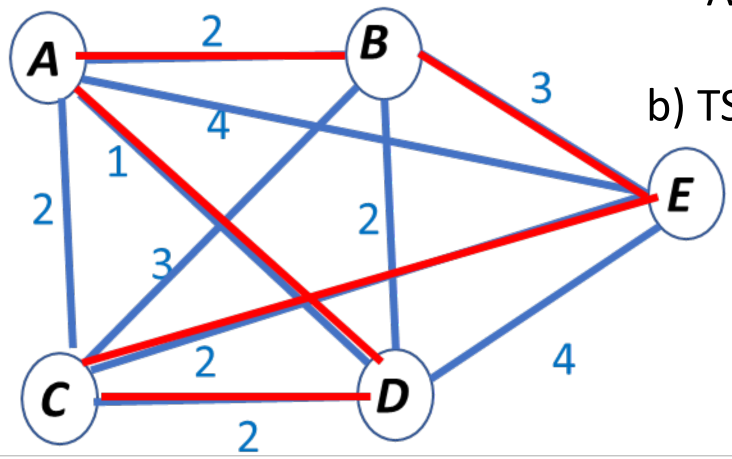
Übungsblatt 7 –Aufgabe 1

Gegeben sei folgender Graph *G=(V,E,c):*

a. Wieviele Hamiltonkreise gibt es?

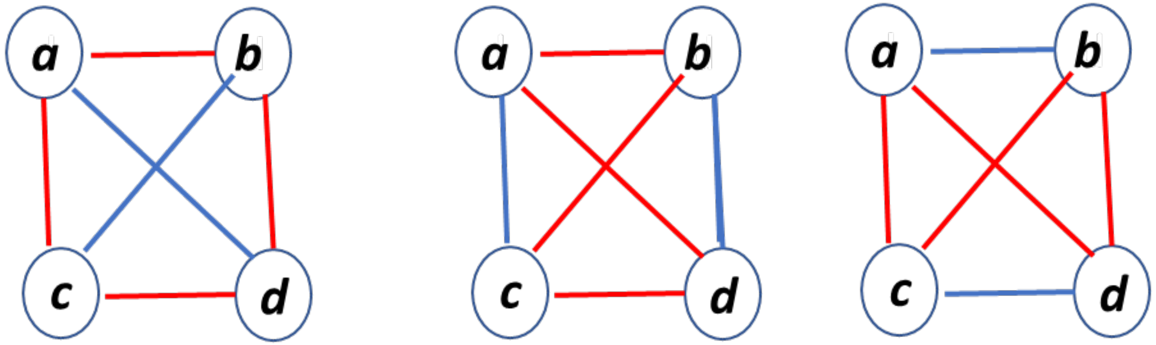
b. Geben Sie einen minimalen TSP an.





a) Vollständiger Graph mit 5 Knoten:

- 3 Knoten : 1 Hamiltonkreis
- 4 Knoten: 3 Hamiltonkreise = HK(3)*3 =3



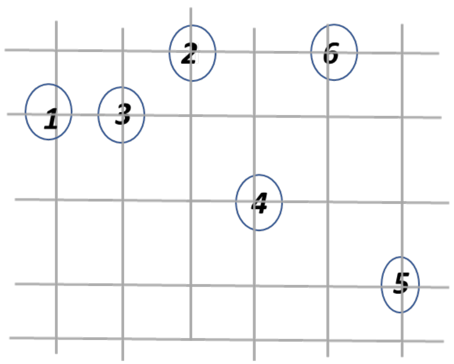
- 5 Knoten: 12 HK : = HK(4)*4 =12
- Allgemein HK(n-1)* (n-1) = ½ (n-1)!

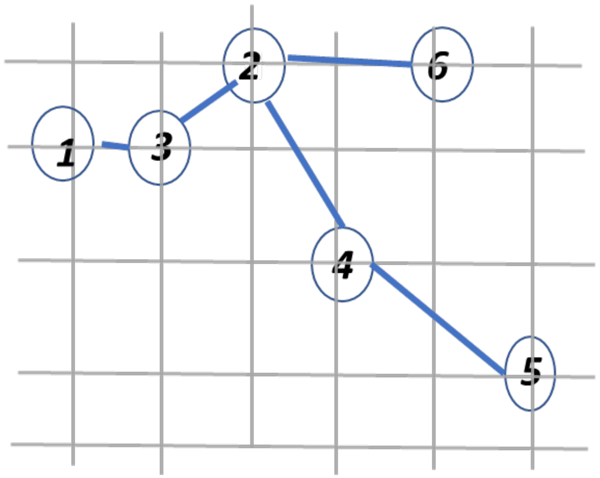
b) TSP min: A-D-C-E-B-A: Kosten 10

Übungsblatt 7 –Aufgabe 2

Gegeben sei die Knotenmenge *V*={1,2,3,4,5,6} im 2-dimensionalen Raum, die Kantenmenge *E* ist implizit durch den euklidischen Abstand zwischen den Knoten gegeben.

a) Konstruieren Sie einen MST.
b) Erzeugen Sie TSP-Näherungslösung mit MST-Approximation.
c) Wie weit kann diese Lösung vom tatsächlichen Optimum entfernt sein?





a) 1-3-2-6-4-5 ist auch MST

b): Preorder:
1-3-2-6-2-4-5-4-2-3-1

Überspringe 2 und 4-2-3
➔ 1-3-2-6-4-5-1

c) MST-Approximation hat Güte 2, d.h. maximal doppelter Wert
Wegen MST-Approx ≤ 2*MST ≤ 2 * TSP

Übungsblatt 7 –Aufgabe 3

Angenommen, P ≠ NP. Welche der folgenden Schlussfolgerungen treffen zu?

a) Wenn *X* ***NP-***vollständig ist, dann kann *X* nicht in Polynomialzeit gelöst werden.

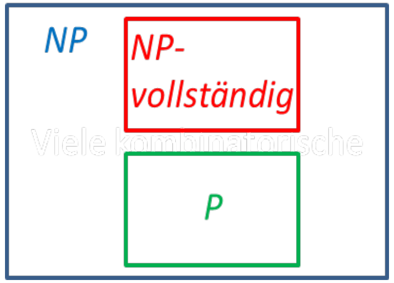
Richtig, denn jedes Problem in NP kann auf X reduziert werden. Wäre X in P, wäre P=NP W!

b) Wenn *X* in ***NP*** liegt, dann kann *X* nicht in Polynomialzeit gelöst werden.

Falsch, denn jedes X aus P liegt auch in NP, d.h jedes X aus P kann in Polynomialzeit gelöst werden.

c) Wenn *X* in ***NP*** liegt aber nicht ***NP-***vollständig ist, dann kann *X* in Polynomialzeit gelöst werden.

Falsch:



d) Wenn *X* in ***P*** liegt, dann ist *X* nicht ***NP-***vollständig.

Richtig: Angenommen X aus P und NP-Vollständig → Jedes Problem Y aus NP kann auf X reduziert werden → Y ist in P → P = NP W!

Übungsblatt 7 –Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass das Problem, einen Hamiltonkreis in einem *gerichteten* Graphen zu finden ***NP***-vollständig ist. Benutzen Sie dabei die Tatsache, dass das Hamiltonkreis-Problem für *ungerichtete* Graphen ***NP***-vollständig ist.

1. Das Problem Hamiltonkreis für gerichtete Graphen liegt in NP:
   Denn Wenn ich Lösung rate, kann ich sie leicht verifizieren.

2. Gegeben Graphen G habe mit Knotenmenge E, dann konstruiere neuen Graphen G´ ein mit Kantenmenge E´ = { v-> w, w-> v | für alle v,w mit Kante in E}.

   Wenn es Hamiltonkreis für E´ gibt, dann gibt es auch Hamiltonkreis für E,
   d.h. man kann Hamiltonkreis-Problem für *ungerichtete* Graphen auf
   Hamiltonkreis-Problem für *gerichtete* Graphen reduzieren.
   ➔ Hamiltonkreis-Problem für *gerichtete* Graphen ist NP-hart.
   ➔ Zusammen mit 1. ist Hamiltonkreis-Problem für *gerichtete* Graphen NP-vollständig.