

Theoretische Informatik I

Übungsblatt 9: Prädikatenlogik

Duale Hochschule Baden-Württemberg – Lörrach
Studiengang Informatik – TIF21

1. Wir betrachten in dieser Aufgabe die Formel

$$F := \neg \forall x (\neg \exists y \neg q(x, y) \vee \forall x \neg p(x))$$

Hierbei sind x , y und z Variablen, p ist ein einstelliges Prädikatssymbol und q ein zweistelliges Prädikatssymbol. Formal:

$$\begin{aligned}\Sigma &:= (F_\Sigma, P_\Sigma, \alpha_\Sigma, Var_\Sigma) & \alpha_\Sigma(p) &:= 1 \\ F_\Sigma &:= \{\} & \alpha_\Sigma(q) &:= 2 \\ P_\Sigma &:= \{p, q\} \\ Var_\Sigma &:= \{x, y, z\}\end{aligned}$$

- (a) Formen Sie F logisch äquivalent so um, dass Negationszeichen nur unmittelbar vor Prädikatssymbolen stehen.
- (b) Formen Sie F logisch äquivalent so um, dass alle Quantoren vorne stehen.
2. Für diese Aufgabe wählen wir als Universum (U) einige Tierarten. Wir definieren nun als Interpretation des zweistelligen Relationssymbols R (mit Infixschreibweise)

$$I(R) := \{(a, b) \mid a \text{ frisst } b\}.$$

Erklären Sie umgangssprachlich die Bedeutung der folgenden Formeln mit dieser Interpretation und beantworten Sie jeweils die Frage, ob es in einer Struktur Vegetarier gibt, wenn die entsprechende Formel in der Struktur wahr ist (wenn also die Struktur ein Modell für die entsprechende Formel ist) oder begründen Sie, weshalb Sie diese Frage nicht beantworten können.

- (a) $\forall x \exists y (y R x)$
- (b) $\forall x \exists y (x R y)$
- (c) $\exists x \forall y (y R x)$
- (d) $\exists x \forall y (x R y)$