Übungsblatt

Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

13.10.2023, DHBW Lörrach

- Aussagen- und Prädikatenlogik -

1. Übersetzen Sie folgende Sätze in Aussagenlogik:

   (a) Wenn Jane und John nicht in der Stadt sind, spielen wir Tennis.

   Lösung:

   $(\neg Ja \wedge \neg Jo) \rightarrow T$
   Where:
   Ja: *Jane is in town*
   Jo: *John is in town*
   T: *we will play tennis*

   (b) Es wird heute entweder regnen, oder es wird trocken sein.

   Lösung:

   $R \vee \neg R$
   Where:
   R: *it will rain today*

   Hinweis: Wählen Sie geeignete Abkürzungen und identifizieren logische Verbindungen.

2. Bestimmen Sie mithilfe von Resolution, ob folgende Sätze gültig (d.h. Tautologien) sind:

   (a) $\vdash ((P \vee Q) \wedge \neg P) \rightarrow Q$

   Lösung:

   CNF$(\neg(((P \vee Q) \wedge \neg P) \rightarrow Q)) \equiv \neg(\neg((P \vee Q) \wedge \neg P) \vee Q)$ (Remove $\rightarrow$)
   $\equiv \neg\neg((P \vee Q) \wedge \neg P) \wedge \neg Q)$ (DeMorgan)
   $\equiv (P \vee Q) \wedge \neg P) \wedge \neg Q$ (Double Negation)

   Proof:

1.	$P \vee Q$	(Negated Conclusion)
2.	$\neg P$	(Negated Conclusion)
3.	$\neg Q$	(Negated Conclusion)
4.	Q	1, 2 Resolution
5.	$\square$	3, 4 Resolution

   Therefore $\neg(((P \vee Q) \wedge \neg P) \rightarrow Q)$ is a tautology.

(b) $\vdash \neg(\neg P \wedge P) \wedge P$

Lösung:

CNF$(\neg(\neg(\neg P \wedge P) \wedge P))$
$\equiv \neg\neg(\neg P \wedge P) \vee \neg P$ (De Morgan)
$\equiv (\neg P \wedge P) \vee \neg P$ (Double Negation)
$\equiv (\neg P \vee \neg P) \wedge (P \vee \neg P)$ (Distribute $\wedge$ over $\vee$)
$\equiv \neg P$ (Can simplify to this by removing repetition and tautologies)

Proof:
1. $\neg P$ (Negated Conclusion)

Cannot obtain empty clause using resolution so $\neg(\neg P \wedge P) \wedge P$ is not a tautology.

3. Transformieren Sie die folgende prädikatenlogische Formel in Klauselform und geben dabei alle Zwischenschritte an:

$$\forall x(\forall y \exists z(r(x, y, z)) \wedge \exists z \forall y(\neg r(x, y, z)))$$

(a) bereinigte Form

(b) Pränexform

(c) Skolemform

(d) Klauselform

Lösung:

$\forall x(\forall y \exists z(r(x, y, z)) \wedge \exists z \forall y(\neg r(x, y, z)))$
Bereinigte Form:
$=\forall x(\forall y \exists z(r(x, y, z)) \wedge \exists z' \forall y'(\neg r(x, y', z')))$
Pränexform:
$=\forall x \forall y \exists z \exists z' \forall y'(r(x, y, z) \wedge \neg r(x, y', z'))$
Skolemform:
$\forall x \forall y \forall y'(r(x, y, f(x, y)) \wedge \neg r(x, y', g(x, y)))$
Klauselnormalform:
$\{\{r(x, y, f(x, y))\}, \{\neg r(x, y', g(x, y))\}\}$