



Automatentheorie

endliche Maschinen

Prof. Dr. Franz-Karl Schmatzer
schmatzf@dhbw-loerrach.de

Literatur

- C.Wagenknecht, M.Hielscher; Formale Sprachen, abstrakte Automaten und Compiler; 2.Aufl. Springer Vieweg 2014;
- A.V.Aho, M.S.Lam,R.Savi,J.D.Ullman, *Compiler – Prinzipien,Techniken und Werkzeuge*. 2. Aufl., Pearson Studium, 2008.
- Güting, Erwin; *Übersetzerbau –Techniken, Werkzeuge, Anwendungen*, Springer Verlag 1999
- Sipser M.; Introduction to the Theory of Computation; 2.Aufl.; Thomson Course Technology 2006
- Hopcroft, T. et al; Introduction to Automata Theory, Language, and Computation; 3. Aufl. Pearson Verlag 2006

Agenda

- Moore-Maschine
- Mealy-Maschine
- Beispiele

Endliche Maschinen

- Endliche Maschinen sind Automaten, die um eine Ausgabefunktion erweitert werden.
- Eine Ausgabe kann dabei entweder durch einem Zustand (Moore) oder während einer Zustandsänderung erfolgen (Mealy).
- Daher unterscheidet man
 - Moore und Mealy Automaten
- Das Modell des endlichen Automaten muss nun um eine Ausgabefunktion erweitert werden.

Endliche Maschinen

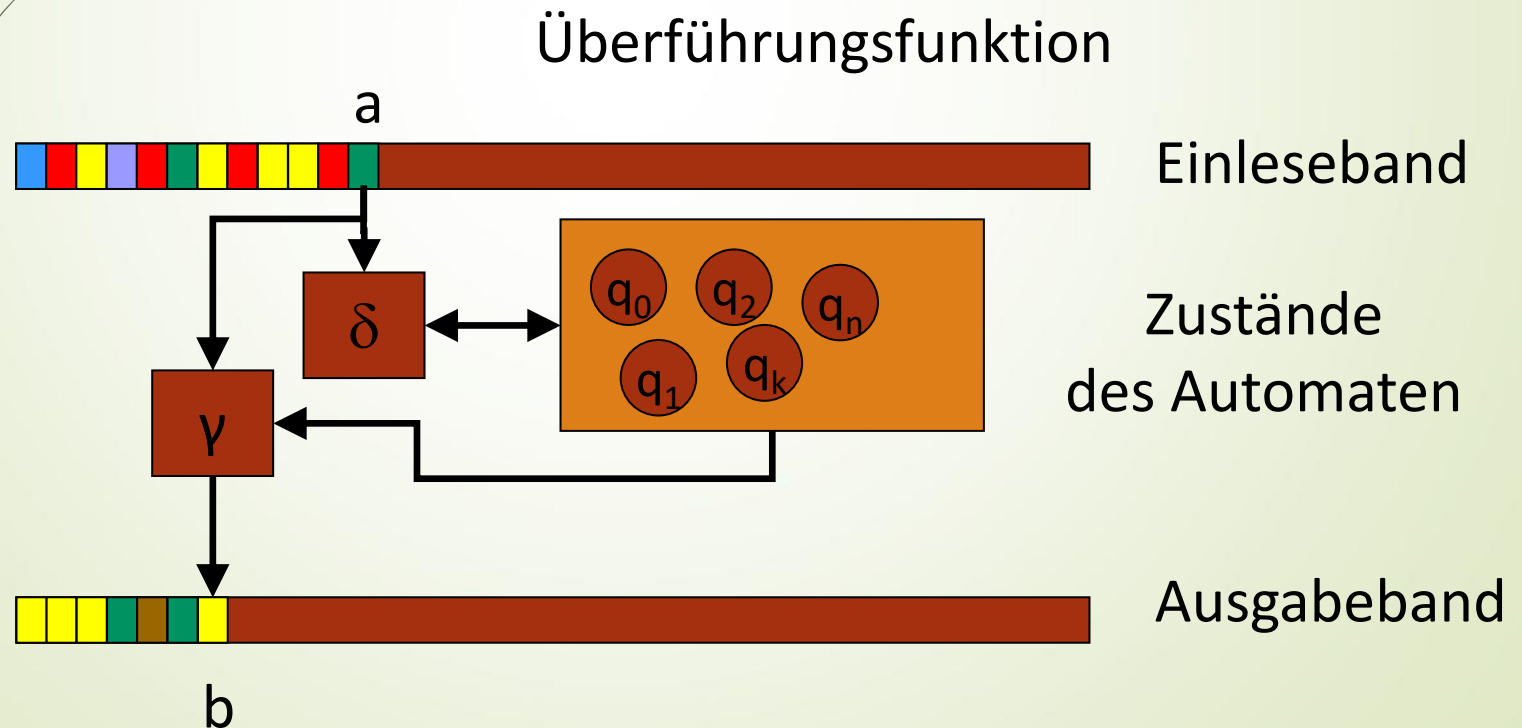
Einführung I

- Allgemeines Modell einer Maschine
 - Ein Einleseband mit Eingabezeichen,
 - Ein Ausgabeband mit Ausgabezeichen,
 - eine Maschine, die endliche viele interne Zustände haben kann und
 - eine Funktion, die abhängig von dem gelesenen Eingabezeichen und des momentanen Zustandes der Maschine, die Zustände der Maschine ändern kann.
 - Eine Ausgabefunktion
 - eine Startkonfiguration der Maschine
- Bem:
 - und Endkonfigurationen der Maschine existiert nicht !

Endliche Maschinen

Modell

- Beim Lesen des Zeichens a geht mittels δ die Maschine in einen neuen Zustand über und gibt über die Ausgabefunktion γ das Zeichen b aus.



Endliche Maschinen

Einführung formal

➤ Sei $A = (Q, \Sigma, Z, \delta, \gamma, q_0)$ eine endliche Maschine.

$\Sigma = \{e_1, \dots, e_n\}$ eine nicht leere Menge von Zeichen, das Eingabealphabet

$Q = \{q_0, \dots, q_n\}$ eine nicht leere Menge von Zuständen

$Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ eine nicht leere Menge von Zeichen, das Ausgabealphabet

$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ eine Funktion, die Überföhrungsfunktion

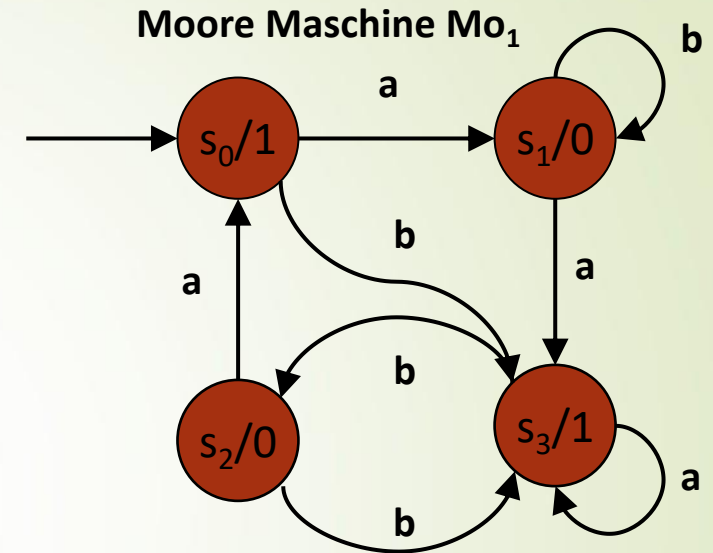
$\gamma : Q \times \Sigma \rightarrow Z$ eine Funktion, die Ausgabefunktion

$q_0 \in Q$ der Anfangszustand

Moore-Automat

- Ausgabe erfolgt an den Knoten
- Überföhrungsfunktion δ und Ausgabefunktion γ
- $Mo_1 = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3\}, \{0, 1\}, \delta, \gamma, s_0)$
- Wie arbeitet die Maschine?
- Einlesen des Wortes $w = ababba$

String		a	b	a	b	b	a
Zustand	s_0	s_1	s_1	s_3	s_2	s_3	s_3
Ausgabe	1	0	0	1	0	1	1



Zustände	δ		γ
	a	b	
s_0	s_1	s_3	1
s_1	s_3	s_1	0
s_2	s_0	s_3	0
s_3	s_3	s_2	1

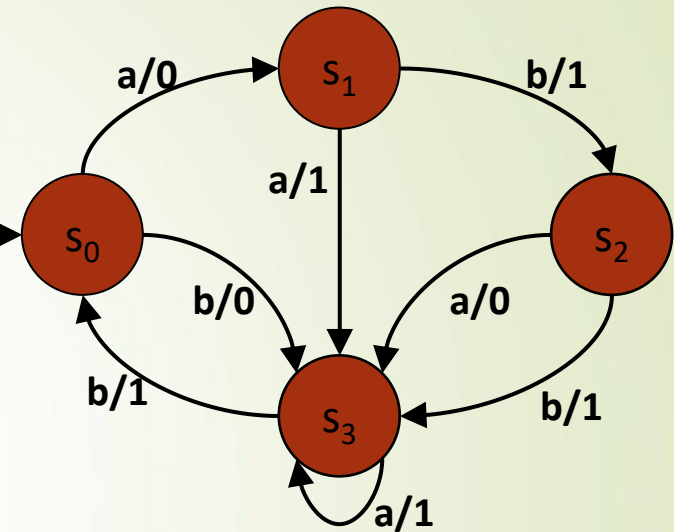
Moore-Automat

Beispiel Konstruktion

- Konstruieren Sie einen Moore Automaten, der jedes Mal eine 1 ausgibt, wenn der Zeichenstring $z = aab$ in einem Wort erkannt wird. Sonst gibt der Automat eine 0 aus.
 - Geben Sie den Automatengraph und die Überföhrungsfunktion mit der Ausgabe an.
 - Lesen des Wortes $w = aababbabb$ und geben Sie die Ausgabe beim Lesen an.

Mealy-Automat

- Ausgabe erfolgt an den Übergängen (Kanten)
- Überföhrungsfunktion δ und Ausgabefunktion γ
- $Me_1 = (\{a, b\}, \{s_0, s_1, s_2, s_3\}, \{0, 1\}, \delta, \gamma, s_0)$
- Wie arbeitet die Maschine?
- Einlesen des Wortes $w = ababba$



Mealy Maschine Me_1

String		a	a	a	b	b	a
Zustand	s_0	s_1	s_3	s_3	s_0	s_3	s_3
Ausgabe		0	1	1	1	0	1

Zustände	δ / γ	
	a	b
s_0	$s_1/0$	$s_3/0$
s_1	$s_3/1$	$s_2/1$
s_2	$s_3/0$	$s_3/1$
s_3	$s_3/1$	$s_0/1$

Mealy-Automat

Beispiel Konstruktion

- Konstruieren Sie einen Mealy Automaten, der ein Paritätsbit an eine Zeichenkette anfügt, d.h.
 - für eine gerade Anzahl von 1 Bits wird ein 0 angefügt.
 - für eine ungerade Anzahl von 1 Bits wird eine 1 angefügt
- Was ist die Eingabe, was das Ausgabealphabet
- Geben Sie den Automatengraphen an.
- Geben Sie die Überföhrungsfunktion und die Ausgabe an.
- Zeigen Sie die Arbeitsweise für das Wort $w = 01011011p$

Aufgaben endliche Maschinen

1. Konstruieren Sie einen Kaffee-Automaten.
 1. Er soll nur 1€ und 50 Cent akzeptieren.
 2. Der Kaffeepreis beträgt 1,50€
2. Was ist das Eingabe-, was das Ausgabealphabet?
3. Welche Zustände hat der Automat?
4. Geben Sie den Graphen und die Übertragungsfunktion Γ an.

Aufgaben endliche Maschinen

1. Konstruieren Sie einen Kaffee-Automaten.

1. Er soll nur 1€ und 50 Cent akzeptieren.

Es gibt 3 Kaffeevarianten

- 0,5€ Espresso

- 1,0€ Cappuccino

- 1,5€ Kaffee

- Es gibt eine Abreichtaste.

2. Was ist das Eingabe-, was das Ausgabealphabet?

3. Welche Zustände hat der Automat?

4. Geben Sie den Graphen und die Übertragungsfunktion Γ an.

Aufgaben endliche Maschinen

1. Konstruieren Sie einen Moore Automaten, der jedes Mal eine 1 ausgibt, wenn der Zeichenstring $z = bab$ in einem Wort erkannt wird. Sonst gibt der Automat eine 0 aus. Geben Sie den Automatengraph und die Überföhrungsfunktion mit der Ausgabe an.
2. Konstruieren Sie eine Mealy-Maschine, die aus einer binären Zahl d , die zugehörige negative Zahl im 2er-Komplement erstellt.

Lösung Aufgaben 1

- Konstruieren Sie einen Mealy-Automaten oder Moore-Automaten über das Eingabealphabet $\{0,1\}$ mit folgenden Eigenschaften.

- Die Eingabezeichen werden mit einer NOT-Funktion verknüpft und ausgegeben.

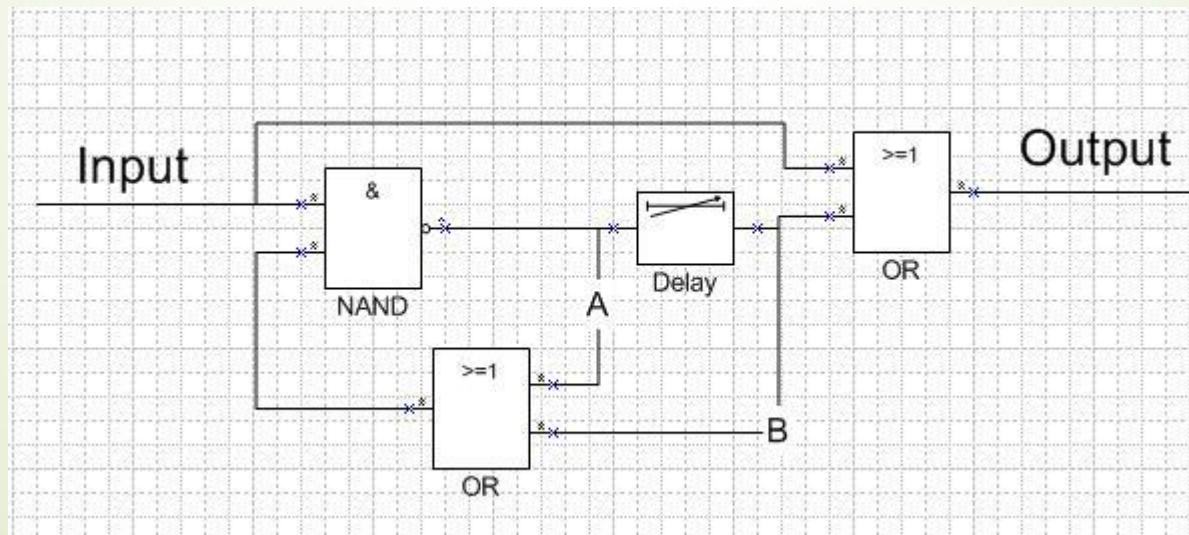
$011011011.. \Rightarrow 100100100..$

- Je zwei Folgezeichen werden über ein AND verknüpft und ausgegeben.

$011011011.. \Rightarrow 011011011.. \text{ AND } 11011011.. = 01001001..$

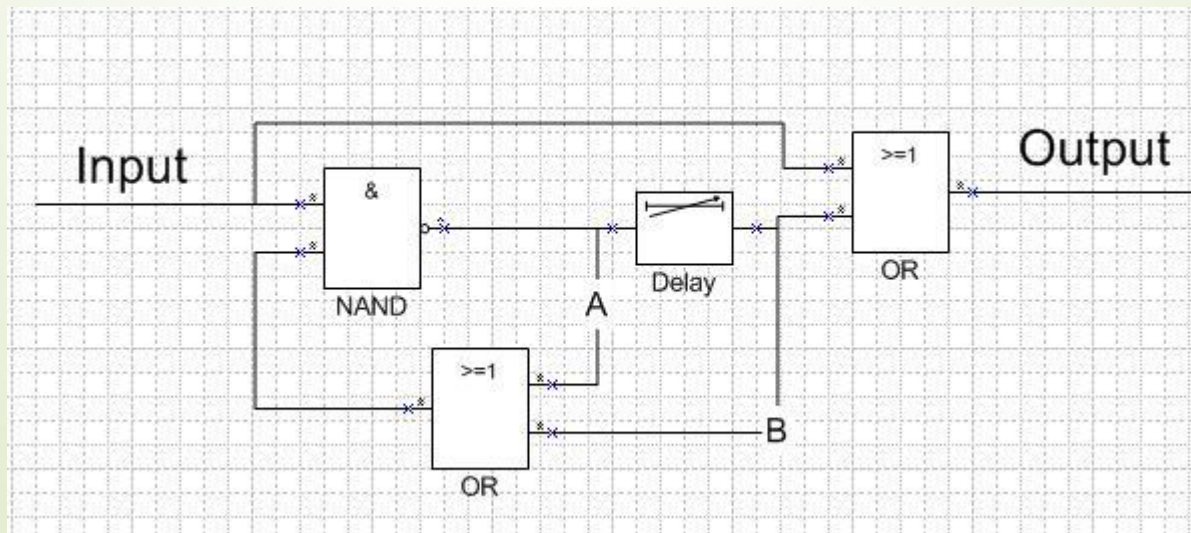
Aufgabe logische Schaltung

- Konstruieren Sie eine Mealy-Maschine zu folgender logischen Schaltung
- In der Komponente „Delay“ wird das Eingangssignal um 1 Takt verzögert.



Lösung Aufgabe (1. Schritt)

- Zur Lösung wichtig sind die Signale an den Punkten A und B
- Dazu schauen wir uns an, wie die Maschine arbeitet
 - $\text{new B} = \text{old A}$
 - $\text{new A} = (\text{input}) \text{ NAND } (\text{old A OR old B})$
 - $\text{output} = (\text{input}) \text{ OR } (\text{old B})$
- Um aus einem Input einen Output zu generieren, müssen wir uns die Zustände in A und B merken, dh. Insgesamt 4 Zustände.



Aufgabe logische Schaltung 2

- Konstruieren Sie eine Mealy-Maschine zu folgender logischen Schaltung
- In der Komponente „Delay“ wird das Eingangssignal um 1 Takt verzögert.

