

БИЛЕТЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА ПО КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ (ФУПМ, зима 2012 года)

I. Базовая часть

Билет № 1

1. Принцип линейной суперпозиции состояний. Состояния физической системы как векторы гильбертова пространства.
2. Стационарная теория возмущений для случая невырожденного уровня энергии.
3. Найти дифференциальное сечение рассеяния α -частиц на α -частицах.

Билет № 2

1. Линейные эрмитовы операторы в пространстве состояний. Проблема собственных значений и собственных векторов линейных эрмитовых операторов.
2. Стационарная теория возмущений для случая вырожденного уровня энергии. "Правильные" функции нулевого приближения.
3. Спиновые состояния двух частиц со спином $1/2$, отвечающие определенным значениям суммарного спина S .

Билет № 3

1. Физическая интерпретация коэффициентов разложения по собственным векторам. Среднее значение физической величины.
2. Нестационарная теория возмущений. Квантовые переходы под действием возмущения, действующего в течение конечного промежутка времени.
3. Показать, что в однородном магнитном поле, переменном во времени, волновая функция частицы со спином распадается на произведение координатной и спиновой функций.

Билет № 4

1. Одновременная измеримость физических величин. Соотношение неопределенностей.
2. Квантовые переходы под действием постоянного возмущения. "Золотое правило" Ферми. Возмущение, периодически зависящее от времени.
3. Найти в борновском приближении дифференциальное сечение рассеяния частиц кулоновским полем.

Билет № 5

1. Квантовые скобки Пуассона. Фундаментальные коммутационные соотношения.
2. Предельный переход к классической механике. Квазиклассическое приближение.
3. Найти вероятность того, что при β -распаде трития ион ${}^3\text{He}$ окажется в $1S$ -состоянии.

Билет № 6

1. Координатное представление в квантовой механике.
2. Эффект Штарка. Линейный (по полю) эффект Штарка на атоме водорода (на примере уровня $n = 2$).
3. Найти отличные от нуля матричные элементы операторов \hat{a}^+ и \hat{a} для осциллятора.

Билет № 7

1. Импульсное представление в квантовой механике.
2. Основы метода ВКБ. Правило квантования Бора – Зоммерфельда.
3. Интегралы движения свободной релятивистской частицы со спином $1/2$.

Билет № 8

1. Временная эволюция физической системы. Представление Шредингера. Уравнение Шредингера. Стационарные состояния.
2. Основы метода ВКБ. Прохождение сквозь потенциальный барьер (туннельный эффект).
3. Для частицы в поле вида $U(x) = -\frac{\hbar^2}{m}\chi_0\delta(x)$ найти "вероятность ионизации" при внезапном изменении параметра ямы от χ_0 до χ_1 .

Билет № 9

1. Представление Гайзенберга. Гайзенберговские уравнения движения.
2. Уравнение Дирака. Матрицы Дирака и их свойства. Ковариантная форма уравнения Дирака.
3. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии линейного гармонического осциллятора.

Билет № 10

1. Интегралы движения в квантовой механике. Теоремы Эренфеста.
2. Орбитальный, спиновый и полный момент в теории Дирака.
3. Оценить вероятность рождения e^+e^- -пары в однородном постоянном электрическом поле в квазиклассическом приближении (Парадокс Клейна).

Билет № 11

1. Временное уравнение Шредингера. Уравнение непрерывности. Плотность вероятности. Плотность тока вероятности.
2. Сложности в интерпретации операторов в теории Дирака. Шредингеровское дрожание.
3. Найти дифференциальное сечение рассеяния протонов на протонах.

Билет № 12

1. Линейный гармонический осциллятор в координатном представлении. Энергетический спектр. Волновые функции.
2. Одночастичное приближение в теории Дирака. Операторы с определенной четностью.
3. В представлении, где $\hat{\mathbf{J}}^2$ и \hat{J}_z диагональны, найти матрицы операторов \hat{J}_x и \hat{J}_y . Как частный случай, получить матрицы Паули.

Билет № 13

1. Линейный гармонический осциллятор. Операторы рождения и уничтожения. Энергетический спектр.
2. Решение уравнения Дирака для свободной частицы. Понятие об электрон-позитронном вакууме.
3. Найти дифференциальное сечение рассеяния α -частиц на α -частицах.

Билет № 14

1. Угловой момент в квантовой механике. Перестановочные соотношения для компонент момента. Общие собственные векторы и спектр операторов квадрата момента и проекции момента на ось z .
2. Квазирелятивистское приближение в теории Дирака.
3. Определить волновые функции частицы в однородном поле $U(x) = -Fx$.

Билет № 15

1. Орбитальный момент количества движения. Операторы квадрата момента и проекции момента на ось z , их спектр и общие собственные функции.
2. Тонкая структура энергетических уровней атома водорода.
3. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии линейного гармонического осциллятора.

Билет № 16

1. Гипотеза спина Уленбека и Гаудсмита. Теория спина Паули. Матрицы Паули и их свойства. Уравнение Паули для электрона во внешнем поле.
2. Аномальный и нормальный эффект Зеемана.
3. Найти собственное значение энергии и собственную функцию связанного состояния в поле $U(x) = -\frac{\hbar^2}{m}\kappa_0\delta(x)$.

Билет № 17

1. Группа пространственных трансляций и закон сохранения импульса.
2. Принцип тождественности микрочастиц. Симметрия волновой функции относительно перестановки тождественных частиц. Принцип Паули.
3. Интегралы движения свободной дираковской частицы.

Билет № 18

1. Группа временных трансляций и закон сохранения энергии.
2. Атом гелия. Основное и возбужденные состояния. Обменное взаимодействие. Пара- и ортогелий.
3. Дать одночастичную интерпретацию оператора скорости \hat{v}_x в теории Дирака.

Билет № 19

1. Группа трехмерных вращений и закон сохранения орбитального момента.
2. Квантование свободного электромагнитного поля.
3. Записать уравнение Шредингера для двух частиц с массами m_1 и m_2 , взаимодействующих по закону $U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ в системе центра масс.

Билет № 20

1. Группа пространственной инверсии и закон сохранения четности.
2. Взаимодействие квантовой системы с квантованным электромагнитным полем. Спонтанное излучение фотонов в дипольном приближении.
3. Найти собственное значение энергии и собственную функцию связанного состояния в поле $U(x) = -\frac{\hbar^2}{m}\alpha_0\delta(x)$.

Билет № 21

1. Общая теория движения в поле центрально-симметричного потенциала. Интегралы движения. Радиальное уравнение Шредингера.
2. Сечение рассеяния. Метод парциальных волн в теории рассеяния.
3. Показать, что четная часть оператора скорости $[\hat{v}_x]$ в теории Дирака допускает простую классическую интерпретацию.

Билет № 22

1. Водородоподобный атом. Дискретные уровни энергии. Собственные функции. Вырождение.
2. Метод парциальных волн в теории рассеяния. Амплитуда и фазы рассеяния. Оптическая теорема.
3. Интегралы движения свободной релятивистской частицы со спином 1/2.

II. Вариативная часть

1. Дискретный и непрерывный спектр. Особенности описания непрерывного спектра. Различные способы нормировки волновой функции в непрерывном спектре.
2. Группы симметрии физической системы и интегралы движения. Квантовый аналог теоремы Нетер.
3. Неприводимые представления группы трехмерных вращений.
4. Спинорное представление группы трехмерных вращений. Спин и полный момент.
5. Задача сложения угловых моментов. Коэффициенты Клебша–Гордана.
6. Сшивание квазиклассических волновых функций.
7. Уравнение Клейна–Фока–Гордона. Нерелятивистский предел. Противоречия в теории Клейна–Фока–Гордона.

8. Релятивистская инвариантность уравнения Дирака. Преобразование волновой функции при пространственных и пространственно-временных вращениях.
9. Правила отбора для дипольного электрического излучения.
10. Сверхтонкая структура уровней энергии атома водорода.
11. Заряженная частица в однородном внешнем магнитном поле. Нерелятивистское и релятивистское описание.