

# Práctica nº5: Muestreo y Análisis de Series Temporales

Laboratorio de Instrumentación Eléctrica  
4ºB, I.E.M

Gonzalo Sánchez Contreras

Antonio Rubí Rodríguez

Ignacio Sanz Soriano

9 de noviembre de 2016

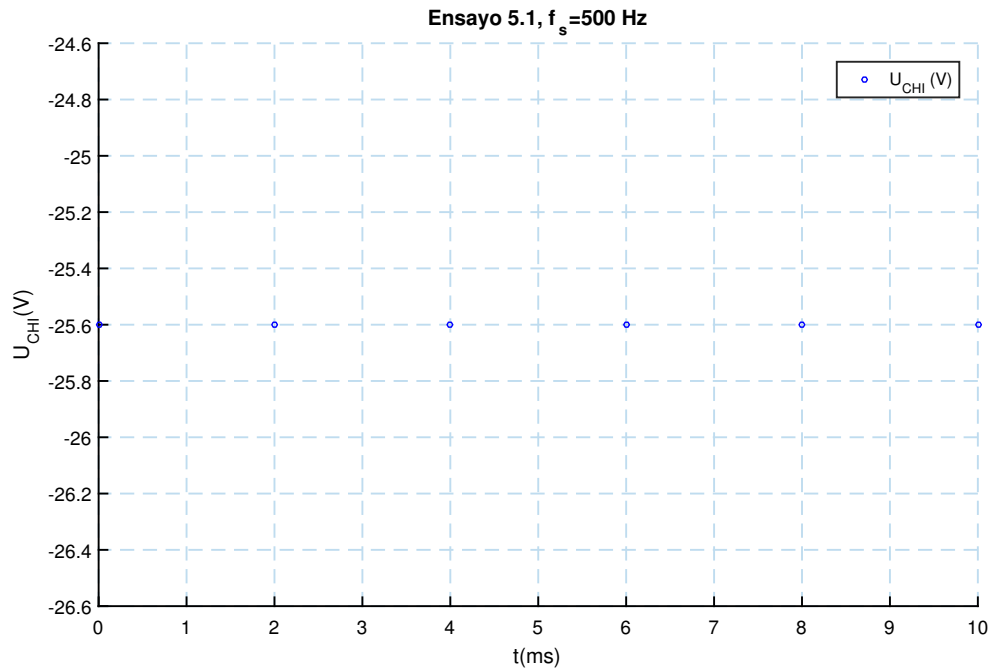
## Ensayo 5.1: Muestreo de una señal analógica de 500 Hz

**Medidas:** La tensión medida en el voltímetro con alcance 20V (al ser de 2000 cuentas presenta dos decimales) es:

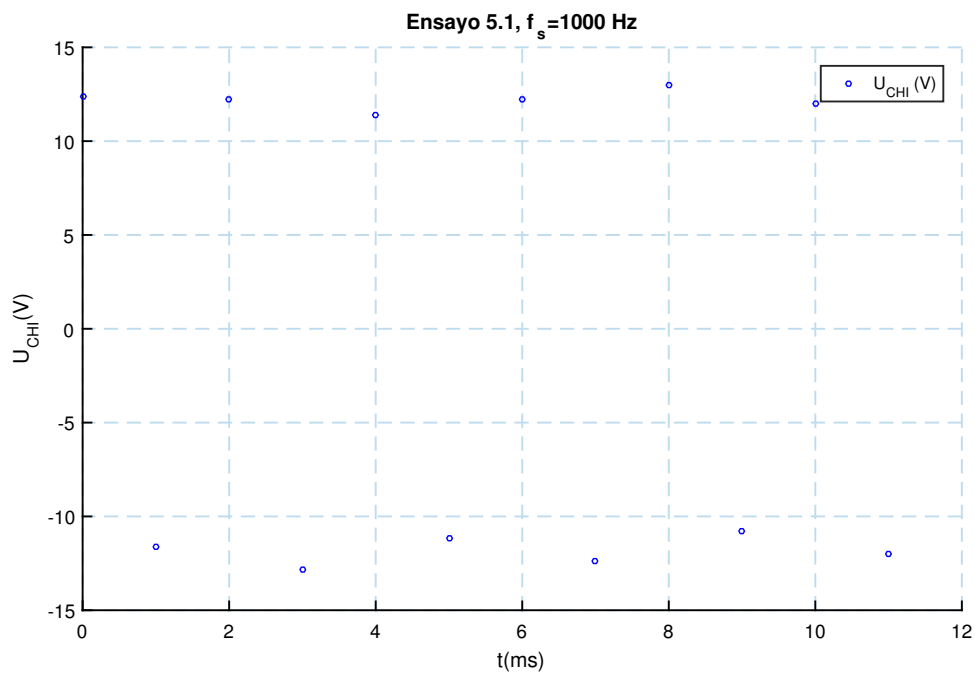
$$U = 12.83 \text{ V}$$

**Resultados:** Las gráficas obtenidas para las diferentes frecuencias de muestreo son las siguientes:

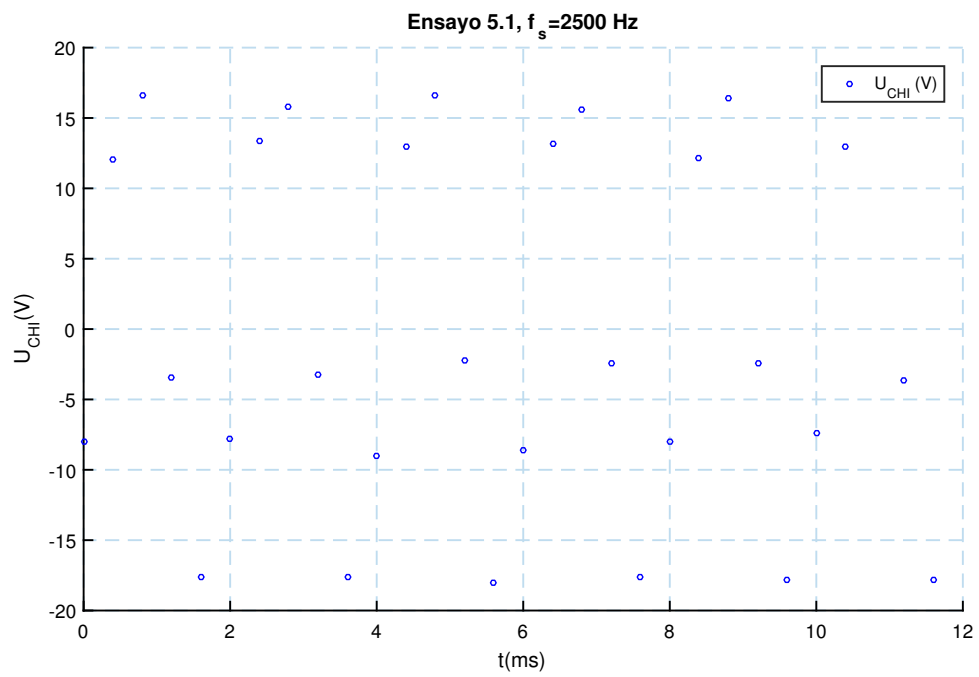
- $f_s = 500 \text{ Hz}$ :



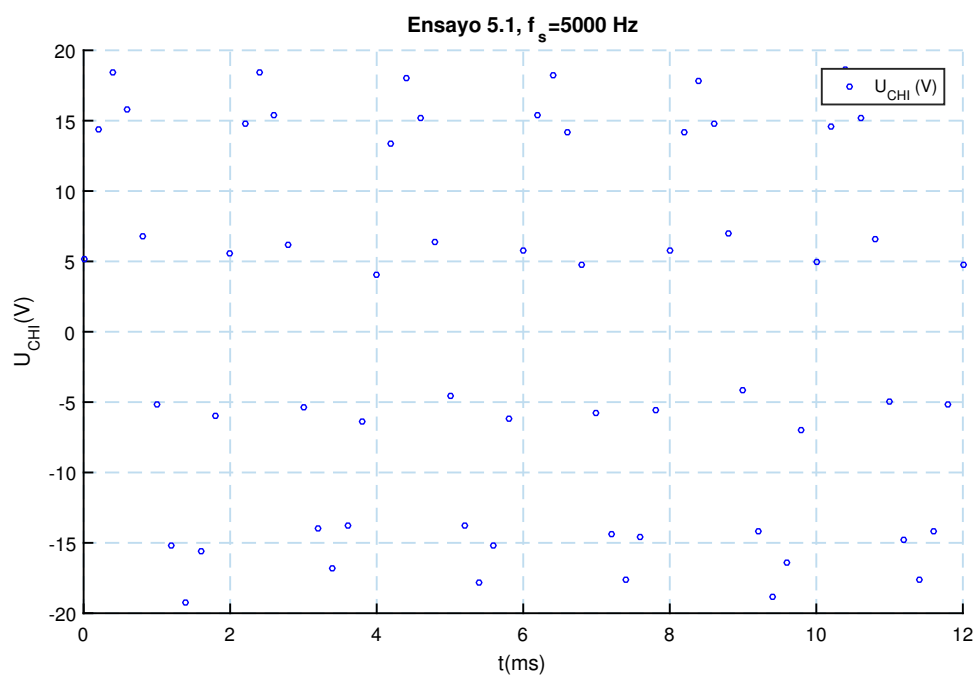
- $f_s = 1000 \text{ Hz}$ :



■  $f_s = 2500 \text{ Hz}$ :



■  $f_s = 5000 \text{ Hz}$ :



**Conclusiones:**

1. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 500 \text{ Hz}$ , la señal analógica obtenida corresponde a una señal de continua ( $f = 0 \text{ Hz}$ ) con una tensión de  $U = -25.6 \text{ mV}$ . Por tanto, la gráfica que resulta no es comparable con la señal real que se tiene en los cálculos previos. Esto se debe a que la frecuencia de muestreo es  $f_s < 2 \cdot f_a$  y se produce el efecto *aliasing* que hace que la señal muestreada se vea como una señal de frecuencia menor, en este caso continua.
2. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 1000 \text{ Hz}$ , la señal analógica obtenida corresponde a una señal de aproximadamente  $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ ms}} = 500 \text{ Hz}$  con una tensión pico-pico de aproximadamente  $25.8 \text{ V}$  y de valor eficaz:

$$U_{ef} = \frac{U_{pico-pico}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{25.8}{2 \cdot \sqrt{2}} = 9.12 \text{ V}$$

que se aleja de la esperada de la corona de  $13 \text{ V}$ . Como se tiene que  $f_s = 2 \cdot f_a$ , la frecuencia de la señal obtenida es la real, que resulta ser  $f_a = 500 \text{ Hz}$  como se había supuesto en la primera gráfica.

3. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 2500 \text{ Hz}$ , la señal analógica obtenida corresponde a una señal de aproximadamente  $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ ms}} = 500 \text{ Hz}$  con una tensión pico-pico de aproximadamente  $35 \text{ V}$  y de valor eficaz:

$$U_{ef} = \frac{U_{pico-pico}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{35}{2 \cdot \sqrt{2}} = 12.37 \text{ V}$$

que es muy próxima a la tensión inyectada por la corona. Como en este caso  $f_s > 2 \cdot f_a$ , la frecuencia de la señal obtenida es la real, que resulta ser  $f_a = 500 \text{ Hz}$  como se había supuesto en la primera gráfica.

4. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 5000 \text{ Hz}$ , la señal analógica obtenida corresponde a una señal de aproximadamente  $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ ms}} = 500 \text{ Hz}$  con una tensión pico-pico de aproximadamente  $36.8 \text{ V}$  y de valor eficaz:

$$U_{ef} = \frac{U_{pico-pico}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{36.8}{2 \cdot \sqrt{2}} = 13.01 \text{ V}$$

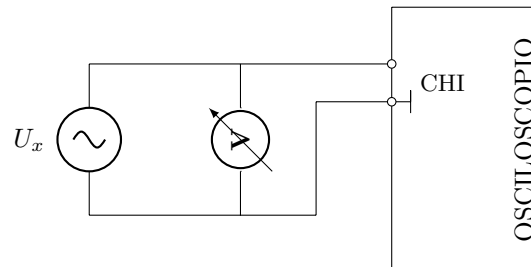
que es casi idéntica a la tensión de la corona. Al igual que en el caso anterior  $f_s > 2 \cdot f_a$ , la frecuencia de la señal obtenida es la real, que resulta ser  $f_a = 500 \text{ Hz}$  como se había supuesto en la primera gráfica.

Como conclusión final, se comprueba que efectivamente es una señal de  $500 \text{ Hz}$  y se aprecia también que el *aliasing* no solo influye en la frecuencia resultante a la hora de reconstruir la onda, sino que también lo hace en la medida del valor eficaz y pico pico de la señal, pues a medida que aumenta la frecuencia de muestreo, más se parecen los valores de tensión medidos con los que efectivamente se introducen desde la red.

## Ensayo 5.2: Muestreo de una señal analógica de frecuencia desconocida

**Enunciado:** Muestreo de una señal senoidal de 5V y frecuencia desconocida.

**Esquema:**



**Preparación:**

**Alcances de tiempo en el Osciloscopio.** Para las tres frecuencias de muestreo distintas, se han calculado sus equivalente alcances en tiempo de muestreo en el osciloscopio. Así, se tiene que:

- Para  $f_s = 500$  Hz:

$$f_s = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot \text{Alcance}} \rightarrow \text{Alcance} = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot f_s} = \frac{2500}{10 \cdot 500} = 500 \text{ ms/div}$$

- Para  $f_s = 5000$  Hz:

$$f_s = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot \text{Alcance}} \rightarrow \text{Alcance} = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot f_s} = \frac{2500}{10 \cdot 5000} = 50 \text{ ms/div}$$

- Para  $f_s = 50000$  Hz:

$$f_s = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot \text{Alcance}} \rightarrow \text{Alcance} = \frac{N_{osc}}{10 \text{ div} \cdot f_s} = \frac{2500}{10 \cdot 50000} = 5 \text{ ms/div}$$

**Alcances de tensión en el Osciloscopio.** Para un valor eficaz de 5 V, se tiene un valor pico pico de  $U_{pico-pico} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 14.14 \text{ V}$ , por lo que el alcance será  $14.14 \text{ V} / 8 \text{ div} = 1.76 \text{ V/div}$ , cogiéndose el inmediatamente superior de 2 V/div.

**Lista de Aparatos:**

Precisión:

- Osciloscopio (2500 muestras):

Alcances tiempo: (5–10–25–50–100–250–500)ns/div–(1–2.5–5–10–25–50–100–250–500)µs/div–(1–2.5–5–10–25–50–100–250–500)ms/div. Precisión (si amplitud mayor de 5div): 1muestra + 100ppm medida + 0.4ns.

Alcances tensión: (5–10–20–50–100–200–500)mV/div–(1–2–5)V/div. Precisión (si alcance mayor de 5mV/div): 3% medida + 0.1div + 1mV.

Eje vertical: 8 div. Eje horizontal: 10 div. Impedancia de entrada:  $1\text{M}\Omega(\pm 2\%)$  en paralelo con  $20\text{pF}(\pm 3\text{pF})$ .

Auxiliares:

- Polímetro digital (2000 cuentas):

Como voltímetro: 200mV, 2, 20, 200, 1000 V. Resistencia interna:  $10\text{M}\Omega$ .

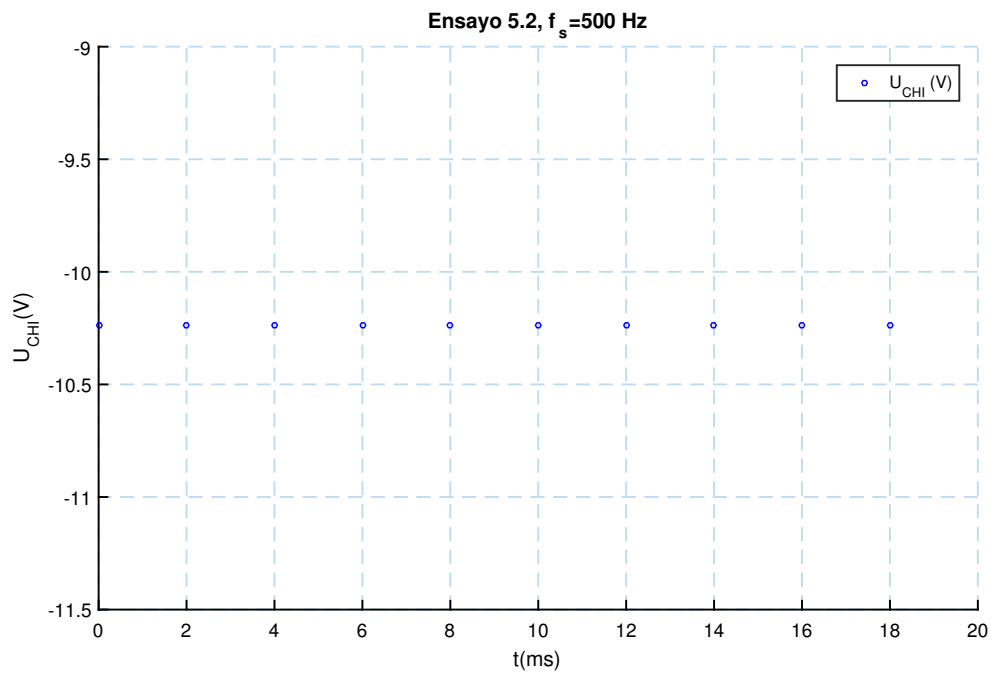
Precisión: 0.5%lect. + 1díg. en CC 0.8%lect. + 3díg. en CA.

**Medidas:** La tensión medida en el voltímetro con alcance 20V (al ser de 2000 cuentas presenta dos decimales) es:

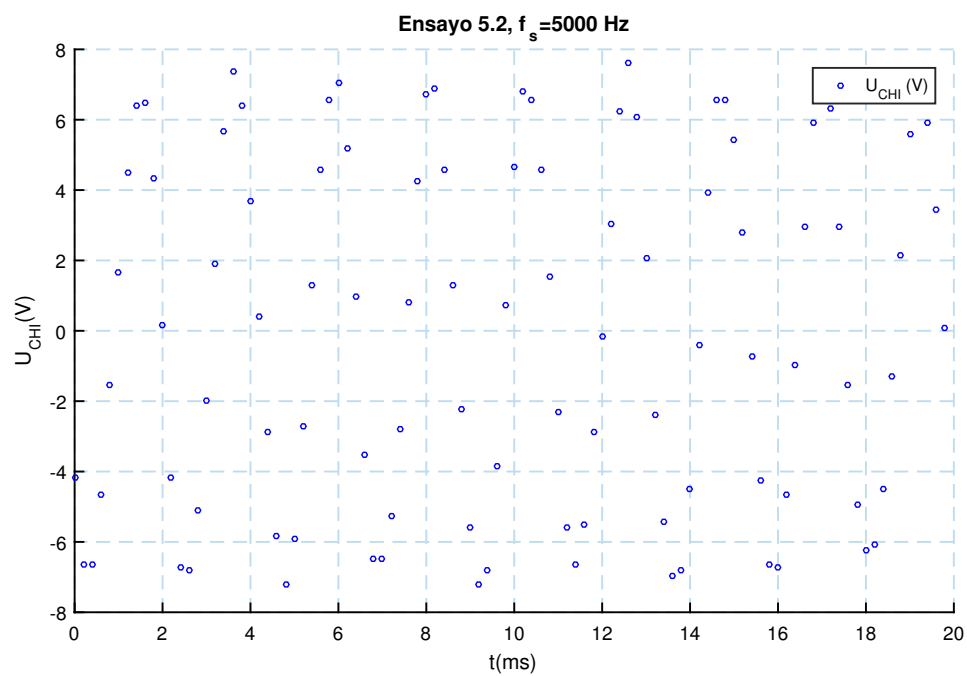
$$U = 4.67 \text{ V}$$

Resultados:

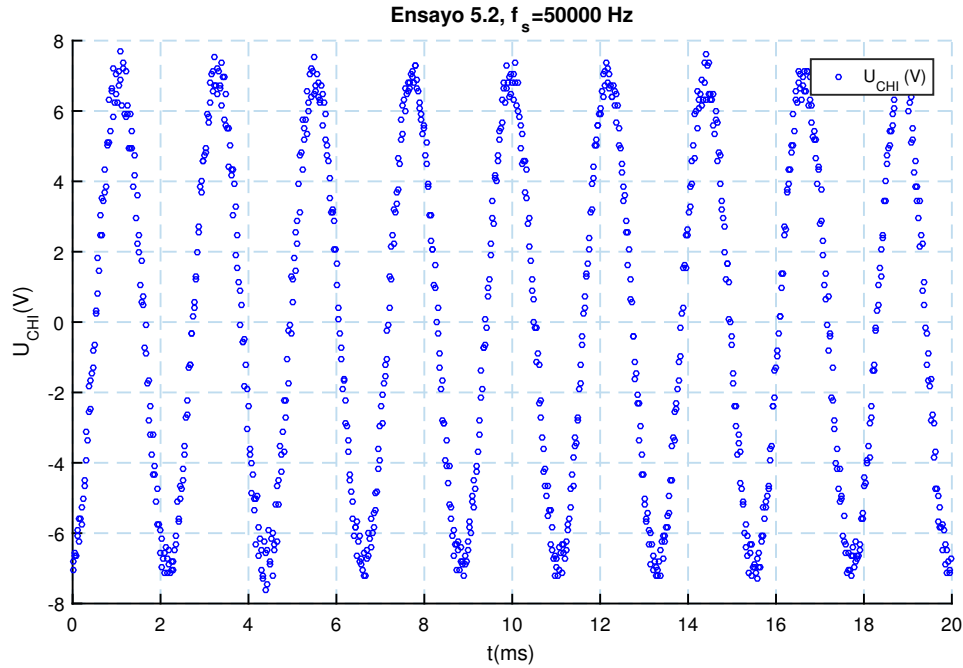
■  $f_s = 500 \text{ Hz}$ :



■  $f_s = 5000 \text{ Hz}$ :



- $f_s = 50000 \text{ Hz}$ :



### Conclusiones:

1. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 500 \text{ Hz}$ , la señal analógica obtenida corresponde a una señal de continua  $f_a = 0 \text{ Hz}$  con una tensión de  $U = -10.24 \text{ mV}$ . Esto se debe a que la frecuencia de muestreo es  $f_s < 2 \cdot f_a$  y se produce el efecto *aliasing* que hace que la señal muestreada se vea como una señal de frecuencia menor. Puede calcularse que la frecuencia de la señal original es de  $500 \text{ Hz}$  pues  $f_a - f_s = 0$ .
2. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 5000 \text{ Hz}$ , se observa claramente que la señal obtenida es de frecuencia  $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ ms}} = 500 \text{ Hz}$  con una tensión pico-pico de aproximadamente  $15.12 \text{ V}$  y de valor eficaz:

$$U_{ef} = \frac{U_{pico-pico}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{15.12}{2 \cdot \sqrt{2}} = 5.34 \text{ V}$$

que resulta cercana a los  $5 \text{ V}$  de la corona, aunque algo superior. Como  $f_s > 2 \cdot f_a$  la frecuencia de la señal obtenida es la real, que resulta ser  $f_a = 500 \text{ Hz}$  como se acaba de calcular en la frecuencia anterior.

3. Para una frecuencia de muestreo de  $f_s = 50000 \text{ Hz}$ , se vuelve a observar claramente que la señal obtenida es de frecuencia  $f_a = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \text{ ms}} = 500 \text{ Hz}$  con una tensión pico-pico de aproximadamente  $14.64 \text{ V}$  y de valor eficaz

$$U_{ef} = \frac{U_{pico-pico}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{14.64}{2 \cdot \sqrt{2}} = 5.17 \text{ V}$$

que resulta cercana a los  $5 \text{ V}$  de la corona. Directamente se aprecia en la propia gráfica que  $f_s \gg f_a$  y por eso se obtiene prácticamente la señal original en ella casi sin necesidad de unir puntos, debido a la gran cantidad obtenida de los mismos.

Como conclusión final, afirmar que se trata de una señal de  $f_a = 500 \text{ Hz}$ . Con respecto al valor eficaz de la misma, se observa que para las dos frecuencias de muestreo en las que no se produce *aliasing*,  $f_s = 5000 \text{ Hz}$  y  $f_s = 50000 \text{ Hz}$ , la diferencia en los valores eficaces (o pico pico) medidos

es pequeña (0.17 V), sobretodo en relación con el valor de 5 V de la señal.

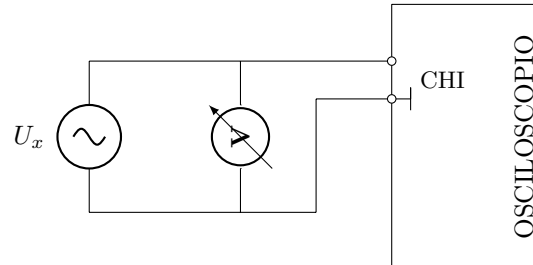
Es interesante plantear hasta que punto es necesario incrementar la frecuencia de muestreo, para unas ganancias en precisión bastante reducidas tanto a la hora de obtener la frecuencia real de la señal como de obtener su valor eficaz. En este ensayo, se ha comprobado que para una frecuencia de muestreo diez veces superior a la de la señal a medir, los resultados son bastante precisos, y la ganancia adicional de muestrear a una frecuencia 100 veces superior a la señal a medir es bastante pequeña en comparación con el muestreo a una frecuencia 10 veces mayor que la de la señal a medir.



## Ensayo 5.3: Cuantización y número de bits

**Enunciado:** Cuantización del número de bits de una señal senoidal de 5V y frecuencia desconocida.

**Esquema:**



**Preparación:**

Suponiendo un osciloscopio de 4 bits, y reservando el primero de estos para el signo de la tensión medida, sabiendo que se va a usar el alcance de 1/div, el mayor valor de la tensión positiva que se podrá leer son 5 V, y con 3 bits disponibles para almacenar valores menos uno reservado para el 0, el incremento de tensión mínima por bit esperado es de:

$$\Delta U = \frac{U_{m\acute{a}x}}{2^n - 1} = \frac{5}{2^3 - 1} = 0.625 \text{ V}$$

que redondeado a un valor entero será de 0.7 o 0.8 V por bit.

Suponiendo un osciloscopio de 8 bits, y reservando el primero de estos para el signo de la tensión medida, sabiendo que se va a usar el alcance de 1/div, el mayor valor de la tensión positiva que se podrá leer son 5 V, y con 7 bits disponibles para almacenar valores menos uno reservado para el 0, el incremento de tensión mínima por bit esperado es de:

$$\Delta U = \frac{U_{m\acute{a}x}}{2^n - 1} = \frac{5}{2^7 - 1} = 0.039 \text{ V}$$

que redondeado a un valor entero será de 0.03 o 0.04 V por bit.

### Lista de Aparatos:

#### Precisión:

- Osciloscopio (2500 muestras):

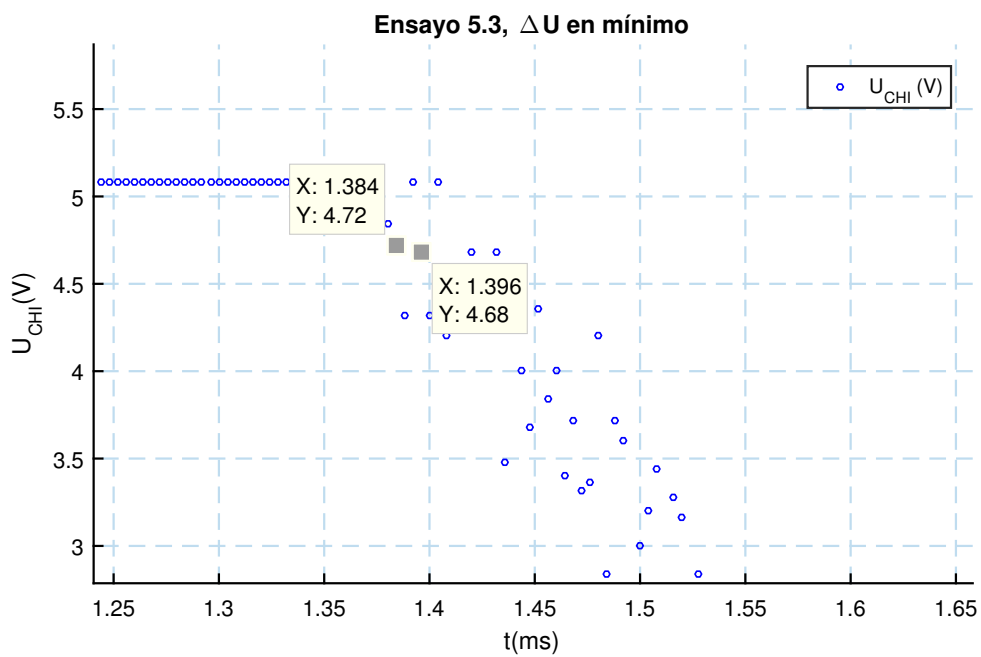
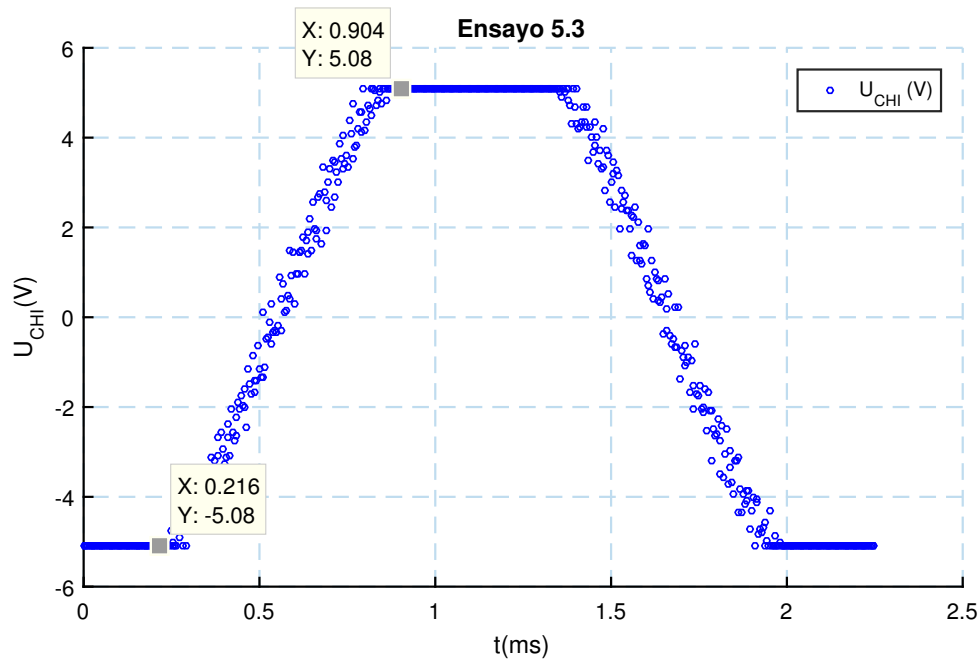
Alcances tiempo: (5–10–25–50–100–250–500)ns/div–(1–2.5–5–10–25–50–100–250–500)μs/div–(1–2.5–5–10–25–50–100–250–500)ms/div. Precisión (si amplitud mayor de 5div): 1muestra + 100ppm medida + 0.4ns.

Alcances tensión: (5–10–20–50–100–200–500)mV/div–(1–2–5)V/div. Precisión (si alcance mayor de 5mV/div): 3% medida + 0.1div + 1mV.

Eje vertical: 8 div. Eje horizontal: 10 div. Impedancia de entrada: 1MΩ(±2%) en paralelo con 20pF(±3pF) .

#### Auxiliares:

- Polímetro digital (2000 cuentas): Como voltímetro: 200mV, 2, 20, 200, 1000 V. Resistencia interna: 10MΩ. Precisión: 0.5 %lect. + 1díg. en CC 0.8 %lect. + 3díg. en CA.

Resultados:

Los valores máximos y mínimos de tensión medidos son 5.08 y -5.08 V. El mínimo incremento de tensión medido ( $\Delta U$ ) es 0.04 V. Con un incremento mínimo de tensión de 0.04 V, se tiene una tensión de pico positiva o negativa de:

$$U_{pico-pico} = \Delta U \cdot n = 0.04 \cdot 127 = 5.08 \text{ V}$$

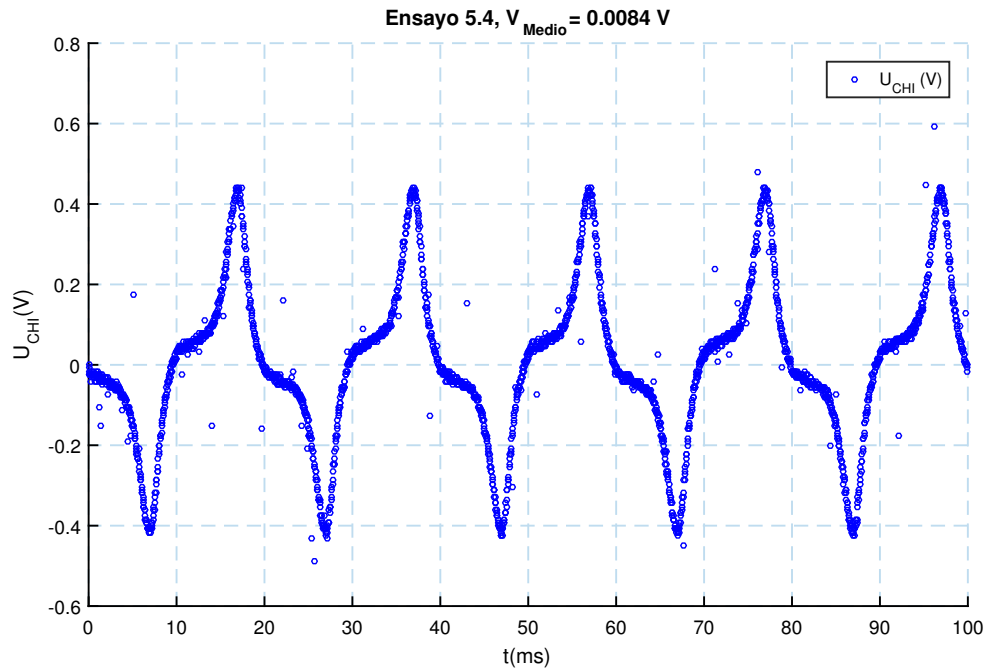
**Conclusiones:**

Se comprueba que el osciloscopio es de 8 bits, y ha calculado un incremento mínimo de tensión para un alcance 1 V/div la señal de entrada de 5 V de valor 0.04 V. Efectivamente no se corresponde el valor máximo de tensión medido con el esperado. Un valor máximo de tensión medido de 5.08 V, se debe a que el osciloscopio es capaz de medir un poco más allá del máximo de su alcance, aunque también es posible que debido a la cuantización, se haya cometido un error, que en el peor de los casos será de 0.04 V con respecto al valor real de la tensión media, y por ello se obtenga un valor de pico superior al real.

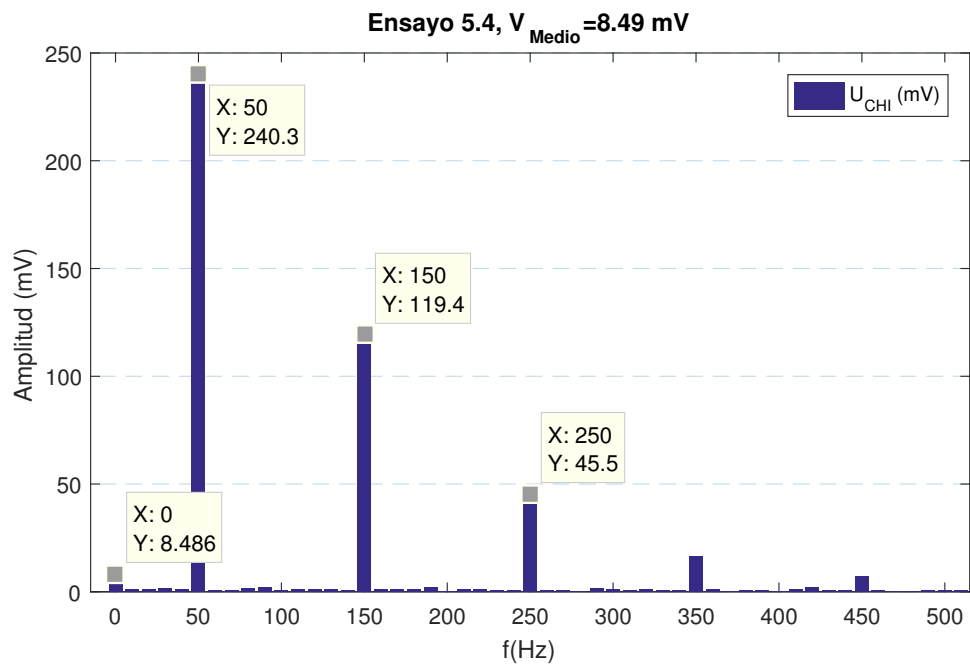
## Ensayo 5.4: Análisis en frecuencia de una señal

### Medidas:

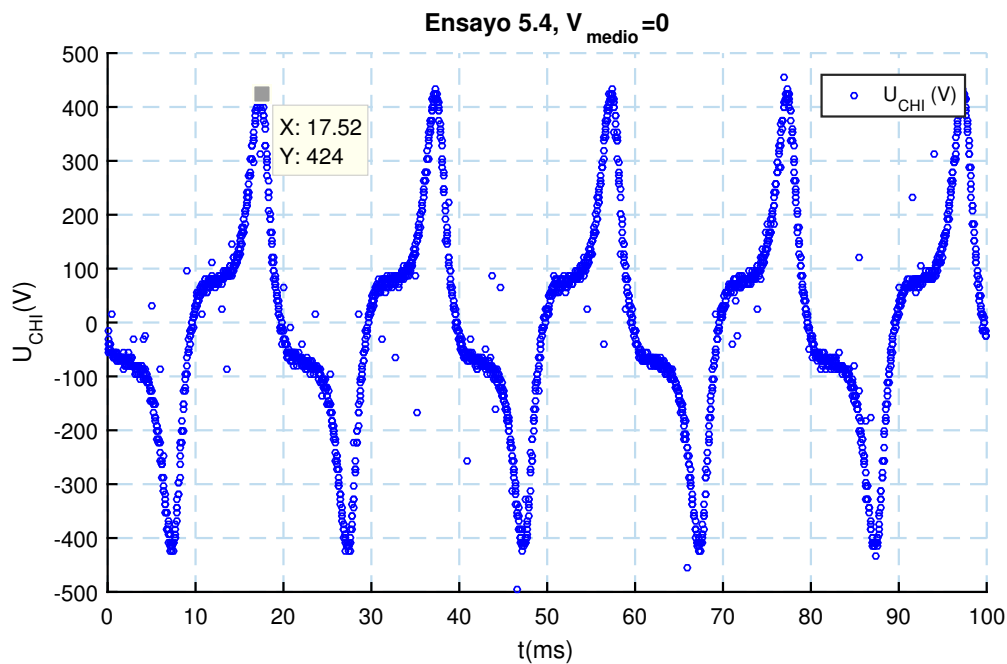
- $I_o$  , Valor Medio  $\neq 0$ :



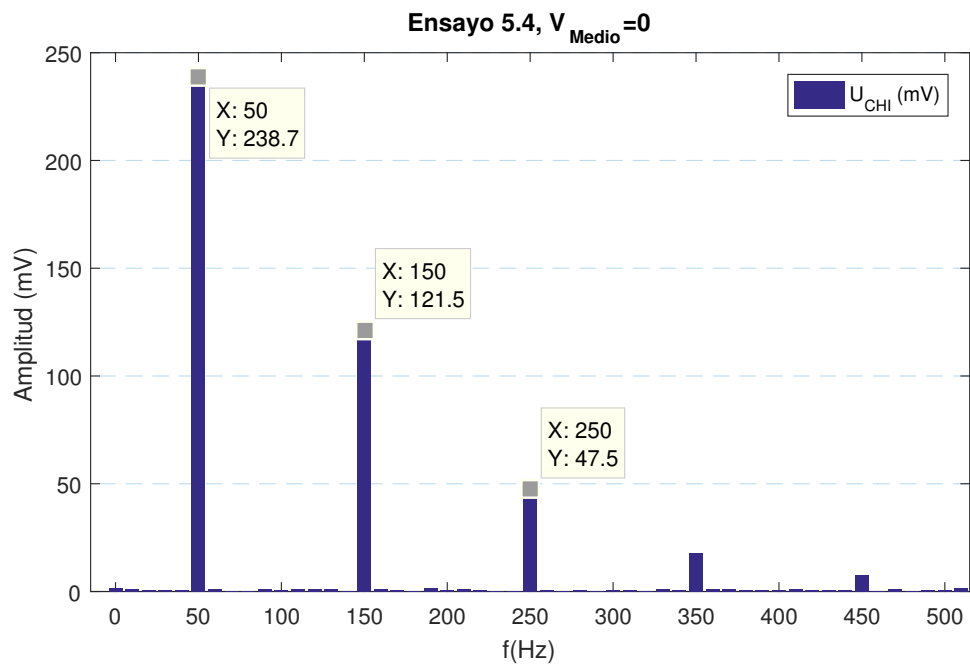
- Transformada de Fourier:



- $I_o$  , Valor Medio =0:



- Transformada de Fourier:



**Resultados:** Se ha obtenido un valor de pico de la tensión en el osciloscopio de 424 mV que es bastante parecida a la esperada de 442 mV calculados previamente. Además, se aprecia que la onda contiene armónicos, en los múltiplos impares de la frecuencia fundamental, como se esperaba, y ya que se trata de una onda simétrica.

**Conclusiones:** De las gráficas obtenidas se pueden sacar varias conclusiones. Por un lado, no es necesario el uso de ventanas, ya que al ser conocida la frecuencia de la onda a muestrear, se ha elegido correctamente el período o el número de muestras al que aplicar la transformada de Fourier, y por lo tanto no hay fuga espectral fruto de muestreo asíncrono. Se aprecian claramente los armónicos, y no es necesario el uso de ventanas para atenuar y localizar los armónicos principales.

Por otro lado, se ha comprobado la existencia de armónicos en la intensidad de vacío, únicamente a múltiplos impares de la frecuencia fundamental de la onda.

Además, como se han representado 100 ms, es decir, 2500 muestras o 5 períodos, las frecuencias obtenidas en la transformada de Fourier se muestran con una resolución de 10 Hz.

Se debe notar que este hecho también supone que la transformada mostraría un número de frecuencias igual a la mitad del número de muestras, es decir, 1250 frecuencias distintas. Sabiendo que la resolución de las mismas es de 10 Hz, la transformada muestra frecuencias hasta los 1250 Hz. Debido a que el valor de los armónicos en estas frecuencias tan alejadas de la fundamental es prácticamente 0, se ha optado por representar únicamente hasta frecuencias del entorno de los 500 Hz.