



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

ENGC42 - SISTEMAS DE CONTROLE I

ANÁLISE DO SISTEMA E DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DE  
CONTROLE

---

# Análise e Projeto de Sistemas de Controle

---

**Equipe 9:** Controle de Temperatura: trocador de calor

Caio França

Matheus Handley

Maurício Taffarel

10 de outubro de 2022

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Descrição do sistema</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Modelagem matemática</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Modelo de simulação</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Análise da resposta do sistema</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Objetivos de controle</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>Referências</b>	<b>11</b>

## 1 Introdução

O projeto contido neste trabalho possui, como foco e objetivo principal, a elaboração de um controlador para um trocador de calor modelado a partir de equações matemáticas encontradas na literatura. Esse equipamento possui, como a principal função, a transferência de calor de um ou mais fluidos que se encontram em temperaturas diferentes. No entanto, é importante salientar que a sua aplicação é bastante útil em diversos ramos e em processos industriais, dependendo da sua funcionalidade dentro do processo que está empregado, como por exemplo os vapores a altas pressões e temperaturas, ou ainda em aplicações domésticas, a exemplo dos aparelhos de ar condicionado, cujo objetivo é realizar a troca de calor de um fluido refrigerante com o meio externo ao ambiente que o produto estiver instalado.

Diante disso, de forma que seja possível equacionar e modelar o controlador, optou-se por utilizar como base um trocador de calor cuja aplicação se dá em fluxos de produção industriais, onde se deseja obter um fluido com a temperatura de saída maior que a temperatura de entrada. Nesse sentido, para projetar de maneira correta o controlador idealizado, se faz necessário encontrar as equações diferenciais que descrevem a dinâmica da temperatura de saída do fluxo de água em função da área de admissão de vapor controlada pela válvula de controle.

A fim de apresentar uma análise completa do projeto, será elaborado a modelagem matemática do sistema para identificação dos parâmetros de regime transitório e permanente, que serão corrigidos pelo controlador, no qual será posteriormente projetado. Toda esta documentação, junto aos resultados de simulação, gerados no *software* MATLAB, e os objetivos que serão alcançados pelo controlador, estarão presentes neste trabalho.

## 2 Descrição do sistema

O sistema abordado neste projeto de controle consiste em um trocador de calor, comum em indústrias nas quais necessitam comutar a temperatura distinta de fluidos. Para esta aplicação, um vapor, aquecido em outro processo da planta industrial, irá aquecer um fluido, para que esta obtenha uma temperatura diferente da inicial.

No sistema da figura 1, obtida a partir do exemplo 2.15 do Franklin (2013), é possível verificar o sistema de um trocador de calor, no qual o fluxo de vapor  $w_s$ , a uma temperatura inicial  $T_{si}$ , está sendo admitido para uma câmara, através de uma válvula com uma área de admissão  $A_s$  e saindo desta câmara em uma temperatura  $T_s$ . Em contato com o vapor, existe uma tubulação com outro fluido, estabelecendo a troca de calor. Esse será a água, com um fluxo de massa  $w_w$ , uma temperatura inicial  $T_{wi}$  e uma temperatura de saída  $T_w$ , na qual é medida por um sensor a uma pequena distância da saída da água, o que ocasiona um determinado atraso  $t_d$  e uma nova medição da temperatura de saída ( $T_m$ ).

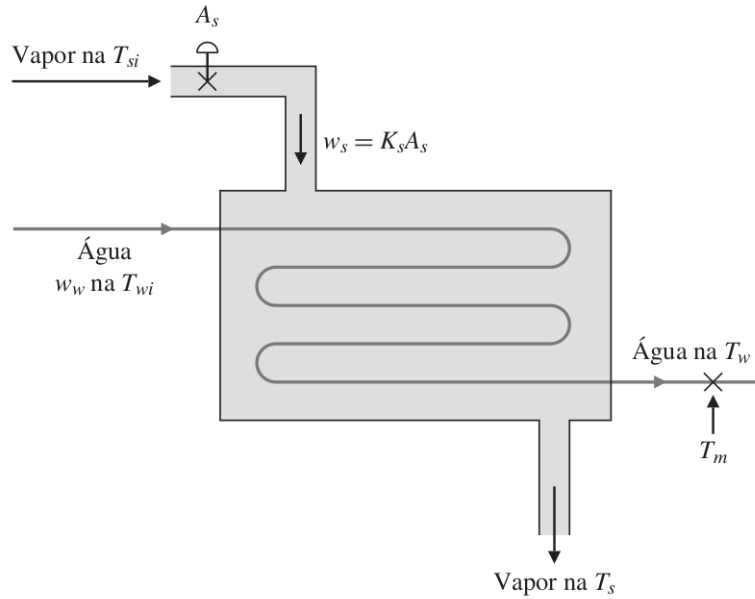


Figura 1: Modelo do trocador de calor. Fonte: Franklin (2013)

Desta forma, é desejável controlar a temperatura da água através da válvula de admissão do vapor na entrada da câmara. A solução deste problema pode ser complexa, pois a temperatura do vapor e da água variam espacialmente na câmara. Contudo, uma descrição aproximada ainda pode ser preciosa para um sistema de controle cuja planta é este sistema, pois a realimentação corrigirá erros no modelo.

### 3 Modelagem matemática

O fluxo de calor líquido, que estabelece a taxa de mudança da temperatura do vapor, é a diferença da troca de calor que ocorre dentro da câmara através da admissão de calor pelo vapor  $q_{in}$  e pela taxa de calor que flui para fora da câmara através da água  $q_w$ , calculado a partir da equação (1):

$$C_s \dot{T}_s = q_{in} - q_w \quad (1)$$

Esta equação diferencial pode ser reescrita utilizando parâmetros da câmara e dos fluidos envolvidos:

$$C_s \dot{T}_s = A_s K_s c_{vs} (T_{si} - T_s) - \frac{1}{R} (T_s - T_w) \quad (2)$$

Sendo:

- R: Resistência térmica das paredes da câmara ( $^{\circ}\text{C}/\text{J.s}$  ou  $^{\circ}\text{F}/\text{BTU.s}$ )
- $m_s$ : Massa do vapor (kg)
- $c_{vs}$ : Calor específico do vapor ( $\text{J}/(\text{kg.K})$ )
- $C_s$ : Capacitância térmica do vapor na câmara com massa  $m_s$  e calor específico do vapor  $c_{vs}$ . ( $C_s = m_s \cdot c_{vs}$ ) ( $\text{J/K}$ )
- $A_s$ : Área de admissão de vapor na válvula ( $\text{m}^2$ )
- $K_s$ : Coeficiente do fluxo de admissão da válvula
- $w_s$ : Fluxo de massa de vapor ( $w_s = A_s(s) \cdot K_s$ )
- $T_{si}$ : Temperatura de entrada do vapor ( $^{\circ}\text{C}$ )
- $T_s$ : Temperatura de saída do vapor ( $^{\circ}\text{C}$ )

Da mesma forma, pode-se determinar a equação diferencial que descreve a temperatura da água:

$$C_w \dot{T}_w = w_w c_{cw} (T_{wi} - T_w) + \frac{1}{R} (T_s - T_w) \quad (3)$$

Sendo:

- $T_{wi}$ : Temperatura de entrada da água
- $T_w$ : Temperatura na água de saída
- $c_{cw}$ : Calor específico da água

- $w_w$ : Fluxo de massa da água

Como dito anteriormente, a temperatura medida  $T_m(t)$  é obtida com um atraso  $t_d$  em relação a temperatura de saída da água  $T_w$ , sendo assim:

$$T_m(t) = T_w(t - t_d) = T_w \cdot e^{-t_d s} \quad (4)$$

Este conjunto de equações diferenciais (2), (3) e (4) descrevem a dinâmica deste sistema em parâmetros que dependem das características dos fluidos e da câmara. Através destas equações, pretende-se encontrar a função de transferência que modela este sistema.

Utilizando a equação (2), considerando que as temperaturas estão descritas de maneira relativa em graus em relação à  $T_{wi}$  e a fim de simplificar o sistema fazendo a diferença da temperatura de saída pela de entrada constante  $\Delta T_s = T_{si} - T_s$ , aplicando a transformada de Laplace, temos, da equação (2):

$$(RC_s T_s(s))s = A_s(s) K_s c_{vs} R \Delta T_s - T_s(s) + T_w(s) \quad (5)$$

$$((RC_s T_s(s))s + 1)T_s(s) = A_s(s) K_s c_{vs} R \Delta T_s + T_w(s) \quad (6)$$

$$T_s(s) = \frac{A_s(s) K_s c_{vs} R \Delta T_s + T_w(s)}{1 + (RC_s)s} \quad (7)$$

Da equação (3), obtém-se:

$$T_s(s) = ((RC_w)s + R w_w c_{vw} + 1)T_w(s) \quad (8)$$

Substituindo a equação (7) na (8), obtém-se:

$$((RC_s)s + 1)((RC_w)s + R w_w c_{vw} + 1)T_w(s) = A_s(s) K_s c_{vs} R \Delta T_s + T_w(s) \quad (9)$$

Da equação (4) se isola o  $T_w$ :

$$T_m = T_w e^{-t_d s} \quad (10)$$

Logo, substituindo (10) em (9), encontra-se:

$$\frac{T_m(s)}{A_s(s)} = \frac{K_s \cdot c_{vs} \cdot R \cdot \Delta T_s \cdot e^{-t_d s}}{((R \cdot C_s)s + 1) \cdot ((R \cdot C_w)s + R \cdot w_w \cdot c_{vw} + 1) - 1} \quad (11)$$

Podemos perceber que o sistema tem o comportamento de segunda ordem com atraso. Esta função transferência era esperada, de acordo com as bibliografias. Nota-se também que o sistema em malha aberta terá um ganho proporcional a  $\Delta T_s = T_{si} - T_s$ . Como os demais parâmetros são propriedades físicas maiores que zero, esta função em malha fechada pode ter um ganho negativo acompanhando o sinal de  $\Delta T_s$  para o caso em que o possível fluido trocador de calor se encontre a uma temperatura menor que o fluido em que se controla a temperatura. Uma temperatura negativa de regime permanente de malha fechada indicaria a diminuição da temperatura deste fluido ao passar no sistema, tendo em vista que as variáveis de temperatura foram consideradas na modelagem deste problema com uma defasagem em relação a temperatura inicial  $T_{wi}$ .

Encontrada a relação da temperatura medida na água de saída e a área de admissão de vapor na válvula, parâmetros utilizados para a análise do desempenho do sistema, deseja-se encontrar uma equação que modele-o. Utilizando o MATLAB, através da equação (11), com os valores utilizados na tabela 1, obtidos com valores típicos das literaturas<sup>[3][4][5]</sup>, a função que descreve o sistema foi encontrada.

Parâmetros	Valor
$R$	Igual a 10
$K_s$	Igual a 1
$c_{vs}$	Igual a 2093
$T_{si}$	Igual a 185
$T_s$	Igual a 135
$C_s$	Igual a 1
$C_w$	Igual a 2
$w_w$	Igual a 0.5
$c_{vw}$	Igual a 4186
$t_d$	Igual 5
$T_{wi}$	25°C

Tabela 1: Parâmetros utilizados na modelagem matemática do trocador de calor

$$G(s) = \frac{T_m(s)}{A_s(s)} = \frac{5235e^{-5s}}{(s + 0.1)(s + 1046.55)} \quad (12)$$

## 4 Modelo de simulação

Utilizando a função transferência obtida na equação (12), foi construído um modelo no Simulink para a avaliação da resposta ao sistema como mostrado na figura 2.

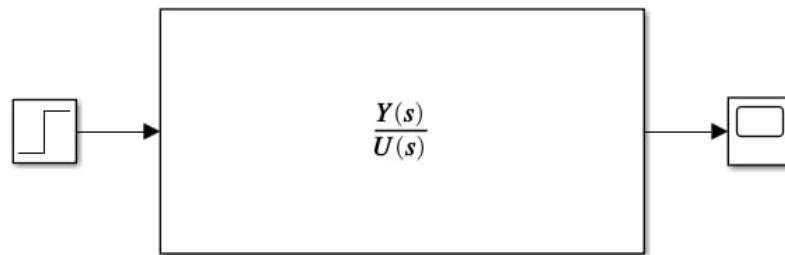


Figura 2: Esquemático do sistema no Simulink

Para levantamento da função de transferência do sistema foi utilizado o script auxiliar mostrado a seguir:

```
1 s = tf('s');
2
3 R = 10;
4 Ks = 1;
5 Cvs = 2093;
6 Tsi = 185;
7 Ts = 135;
8 Cs = 1;
9 Cw = 2;
10 Ww = 0.5;
11 cvw = 4186;
12 DTs = Tsi - Ts;
13 td = 5;
14
15 num = (Ks*Cvs*R*(DTs));
16 den = ((R*Cs)*s+1)*((R*Cw)*s+R*Ww*cvw+1)-1;
17 Ts = tf(num/den)
18
19 num1 = (5235)*exp(-td*s);
20 den1 = (s+0.1)*(s+1046.55);
21 Ts1 = tf(num1/den1)
22 step(Ts1)
23 rlocus(Ts1)
24 stepinfo(Ts1)
```



## 5 Análise da resposta do sistema

Utilizando o modelo de simulação da figura 2, obtém-se a resposta ao degrau da figura 3:

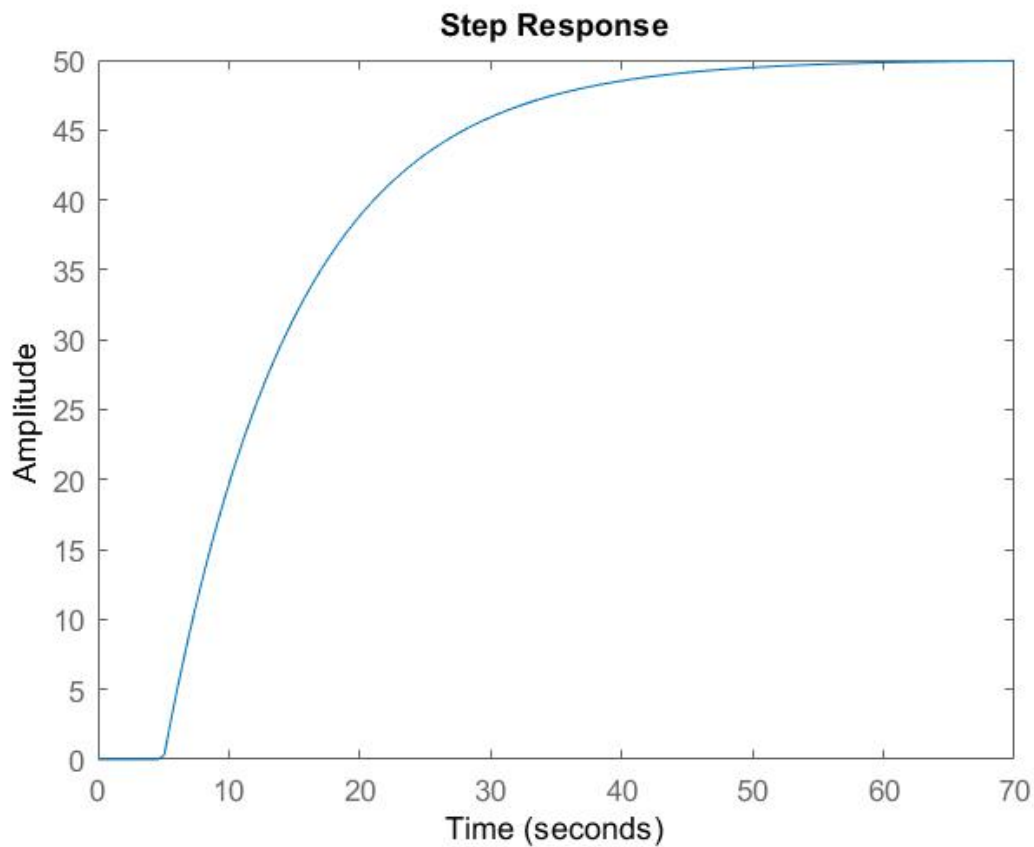


Figura 3: Gráfico da resposta ao degrau do sistema

A resposta ao degrau deste sistema corresponde, no sistema físico, a resposta do sistema a uma admissão de vapor com coeficiente de admissão com área máxima, levando a uma temperatura final de  $50^{\circ}\text{C}$ . Esta temperatura por sua vez está defasada de um valor de temperatura inicial de entrada da água que foi considerada  $T_{wi} = 25^{\circ}\text{C}$  na tabela 1 (em relação ao gráfico, ela corresponde a  $0^{\circ}$ ). Sendo assim, este sistema, para os parâmetros definidos, pode levar a temperatura da água até  $75^{\circ}\text{C}$  ((em relação ao gráfico, ela corresponde a  $50^{\circ}$ )).

O sistema apresenta uma resposta transitória sobreamortecida (como também pode ser visto no lugar das raízes na figura 4), no qual apresenta dois polos reais no

semi plano esquerdo. Por estarem distantes (0.1 e 1046.55), só um polo acaba influenciando significativamente (0.1 como polo dominante próximo à origem) na resposta do sistema. Com isso, o gráfico aparenta ter o comportamento de uma resposta correspondente a uma função de 1ª ordem (gráfico com formato em S), portanto não tendo assim um valor de sobressinal nem tempo de pico, além de uma resposta relativamente lenta em relação ao tempo de subida de 21.97s e ao de acomodação de 44.12s. Estes resultados tardios são esperados em sistemas térmicos, por conta da presença de uma inércia térmica.

Devido a resposta ser sobreamortecida obtemos dois polos reais para  $K = 0$  no lugar das raízes, vide figura 4, como esperado para este sistema. Além disso podemos observar que o sistema é estável em todo lugar das raízes, algo também esperado para este sistema térmico real, podemos ver que em malha fechada com realimentação proporcional existe uma ramificação das raízes, podendo levar o sistema a ter sobressinal.

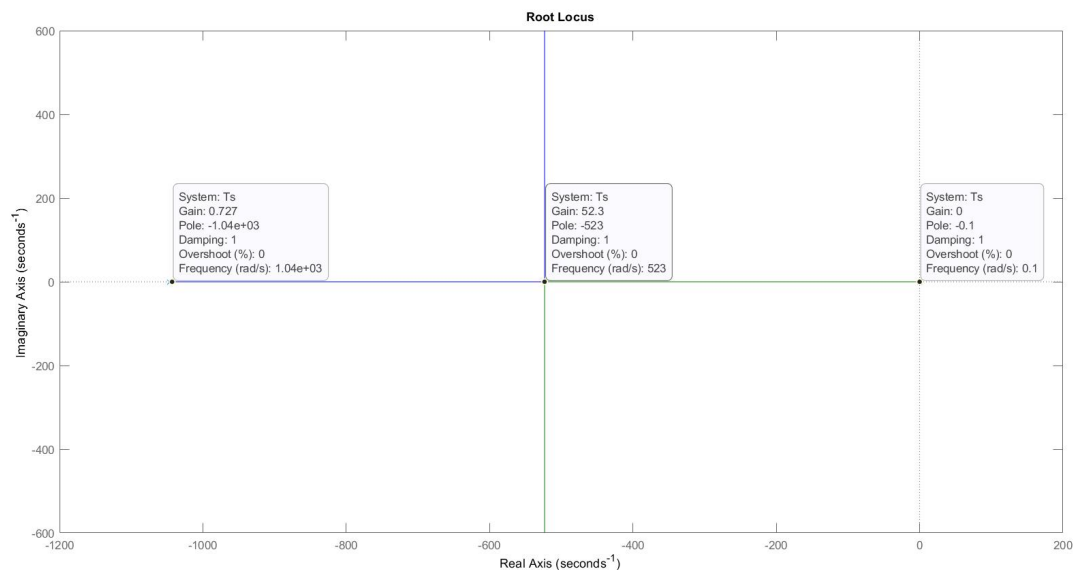


Figura 4: Gráfico do lugar das raízes do sistema

## 6 Objetivos de controle

Identificados os parâmetros do sistema em malha aberta, pode-se idealizar a melhoria desses valores através da implementação de um controlador em um sistema de malha fechada. Em relação ao regime transitório, serão otimizados o tempo de subida e o de acomodação. Devido ao sistema ser do tipo térmico, espera-se que este tenha uma inércia térmica, o que acarreta em uma lentidão em sua resposta. Por conta disso, busca-se melhorar o tempo de subida deste processo para torná-lo mais rápido. Para o tempo de acomodação, sua otimização seria importante para alcançar o valor desejado com maior velocidade, já que, em um processo industrial, qualquer redução no tempo de resultantes gera economia.

Já em relação ao regime permanente, a redução do erro é essencial para obter uma temperatura mais próxima da desejada. Por conta disso, e considerando uma possível aplicação industrial, em que o controle de temperatura pode ser imprescindível para determinado processo, estabeleceu-se obter um erro de regime permanente inferior a 2%.

Outros requisitos importantes que se buscam com a aplicação do sistema de controle são obtidos através do processo de realimentação. Com este processo, consegue-se ter:

- Melhoria da Estabilidade;
- Atenuação e/ou Rejeição de Perturbações;
- Melhoria da Sensibilidade.

Os valores atuais se encontram na tabela 2 e os objetivos para esta placa são, de forma resumida, melhorar estes parâmetros reduzindo estes requisitos de desempenho pelo menos à metade, além disso é desejável que a temperatura seja controlada em torno de  $50^{\circ}\text{C}$  com um valor de sobressinal inferior a 10%, pois não é desejável que a temperatura do sistema físico real não ultrapasse muito do valor desejável.

Já os valores estimados a partir do uso do controlador se encontram na tabela superior a 3.

Características de desempenho em malha aberta	Valor
Tempo de subida ( $t_r$ )	21.97s
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	44.12s

Tabela 2: Parâmetros obtidos no trocador de calor em malha aberta

Características de desempenho em malha fechada	Valor
Temperatura final da água ( $T_{sp}$ - Set Point)	$50^{\circ}C$
Tempo de subida ( $t_r$ )	$\leq 11s$
Tempo de acomodação ( $t_s$ )	$\leq 22s$
Sobressinal ( $M_p$ )	$\leq 10\%$
Erro de regime permanente ( $e_{\infty}$ )	$\leq 2\%$

Tabela 3: Parâmetros idealizados com a aplicação do controlador no trocador de calor

## 7 Referências

### Referências

- [1] FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. Sistemas de Controle para Engenharia. 6<sup>a</sup> ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- [2] OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. 5<sup>a</sup> ed. São Paulo: Pearson Prentice-Hall, 2010.
- [3] VAN WYLEN, G.J SONNTAG, R.E., Fundamentos da Termodinâmica Clássica. São Paulo: Edgar Bluncher, 1995.  
[U+FFFD] [U+FFFD]
- [4] ÇENGEL, Yunus A. BOLES, Michael A. Termodinâmica. 7. ed. Porto Alegre, RS: AMGH, 2013; 2018p;  
[U+FFFD] [U+FFFD]
- [5] ÇENGEL, Y.A. GHAJAR, A.J. Transferência de Calor e Massa – Uma abordagem prática, 4<sup>a</sup> ed. Porto Alegre: Mc Grall-hill, 2012.