Ações Básicas de Controle

Profa. Cristiane Paim

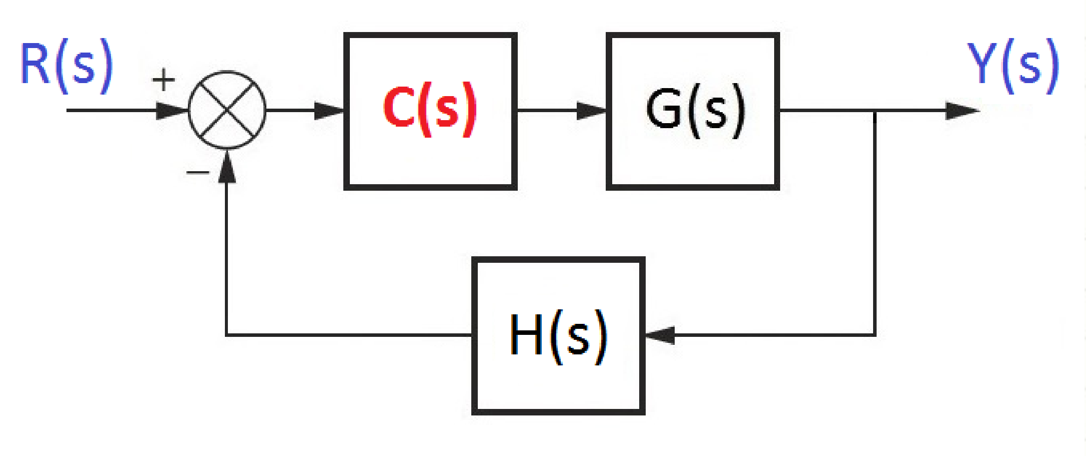
Introdução

O projeto de um sistema de controle está relacionado ao arranjo da estrutura de controle e a seleção de componentes e parâmetros adequados para atender critérios de desempenho.

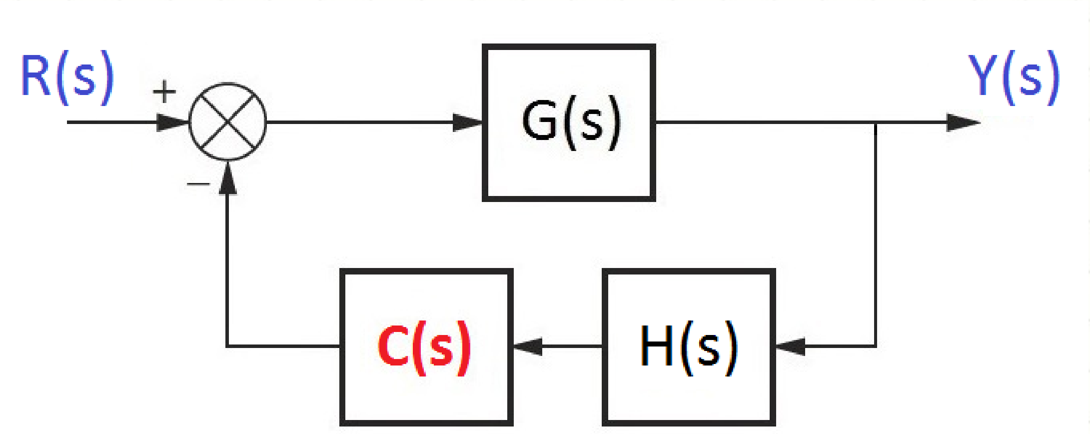
Um controlador é inserido no sistema para compensar o desempenho insuficiente da resposta e automatização dos processos.

Configurações

Série (cascata)

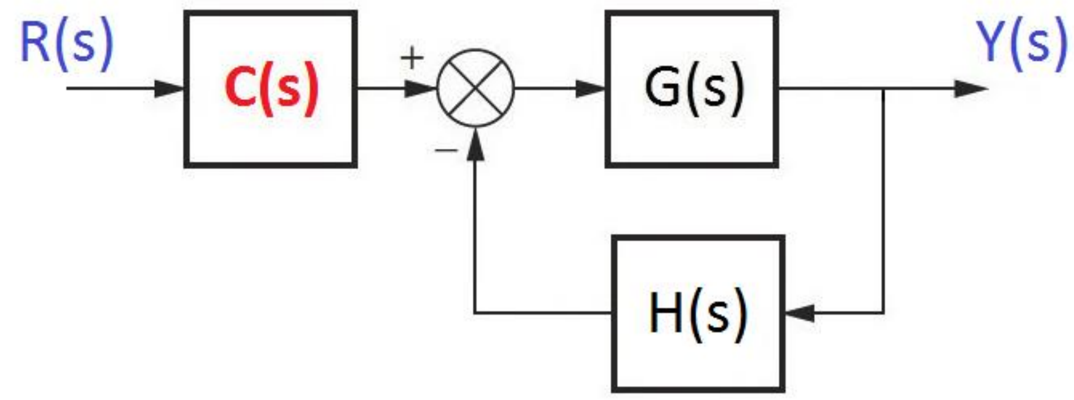


Realimentação

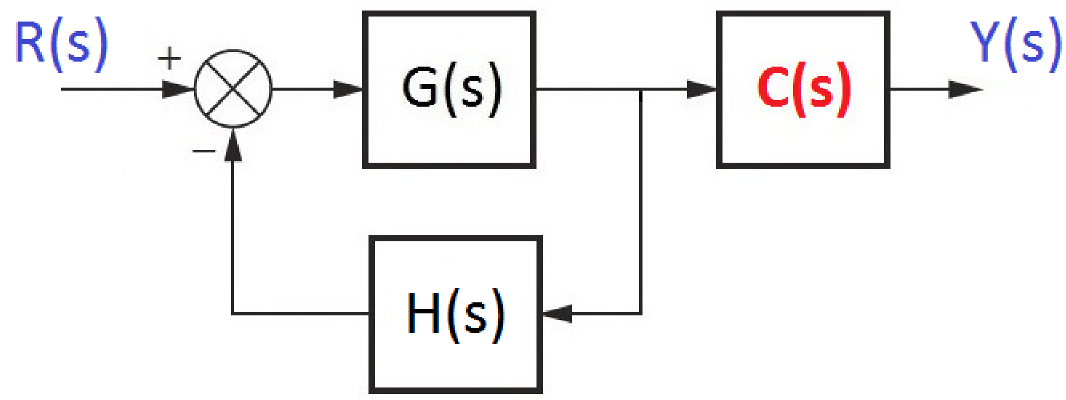


Configurações

Entrada (filtro de entrada)

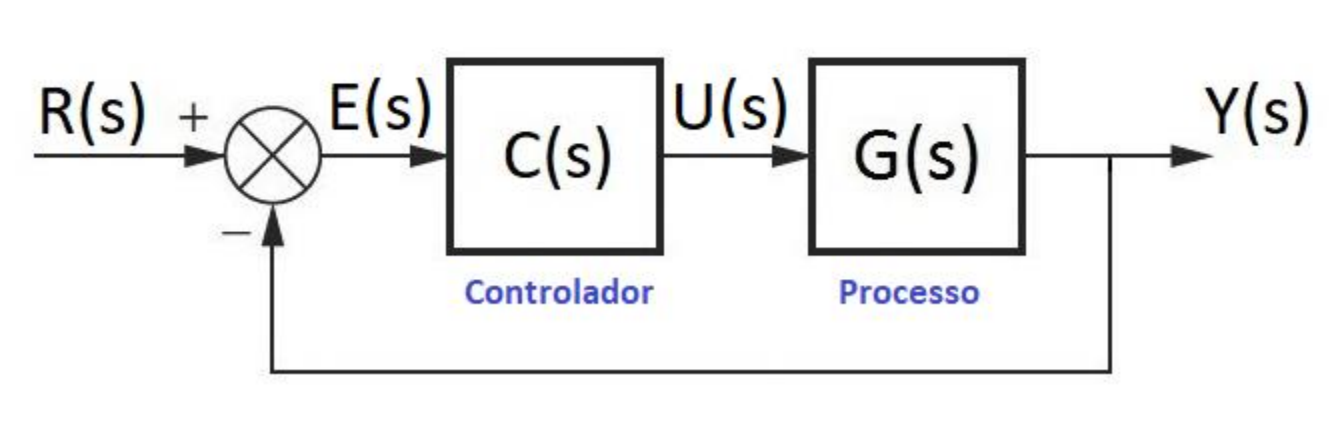


Saída (filtro de saída)



Controle em Série

A maioria dos projetos que serão desenvolvidos, considerando a configuração em série:



sendo:

R(s): sinal de entrada (referência)
E(s): sinal de erro
U(s): sinal de controle
Y(s): sinal de saída

Ações Básicas de Controle

Existem 4 ações básicas de controle:

- On-Off (liga-desliga)
- Proporcional (P)
- Integral (I)
- Derivativa (D)

que isoladamente ou combinadas resultam e diferentes tipos de controle/controladores.

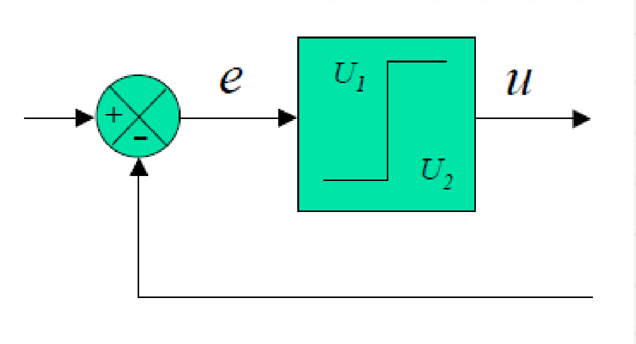
Tipos de Controle

- Controle On-Off (liga-desliga)
- Controle Proporcional (P)
- Controle Integral (I)
- Controle Proporcional-Integral (PI)
- Controle Proporcional-Derivativo (PD)
- Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)
- Controle em Avanço de Fase
- Controle em Atraso de Fase
- Controle em Avanço-Atraso de Fase

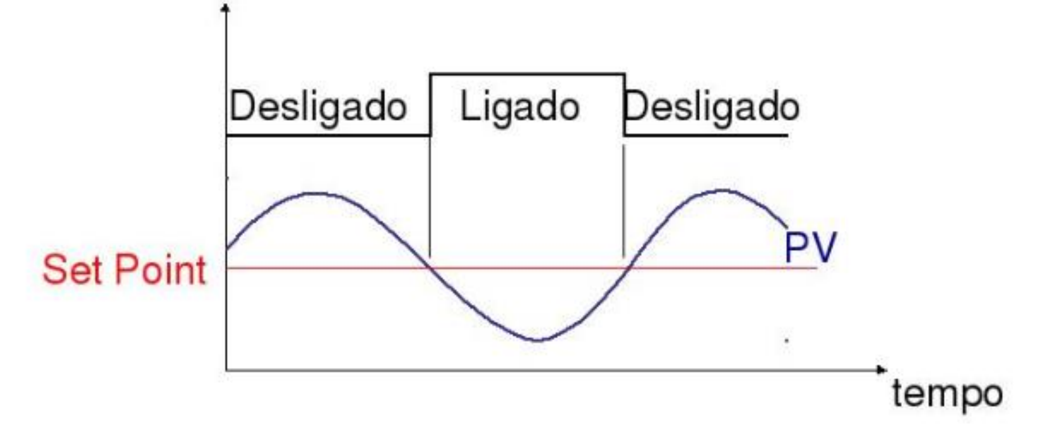
Controle On-Off

O sinal de controle u(t) só pode assumir dois valores, que dependem do valor do sinal de erro.

$$u(t) = \begin{cases} u_1 & se \quad e(t) > 0 \\ u_2 & se \quad e(t) < 0 \end{cases}$$



Este tipo de função pode ser implementada como uma simples comparação.



Controle On-Off

Vantagens

- Baixo custo;
- Fácil instalação;
- Fácil operação (caso necessário);
- Fácil manutenção.

Desvantagens

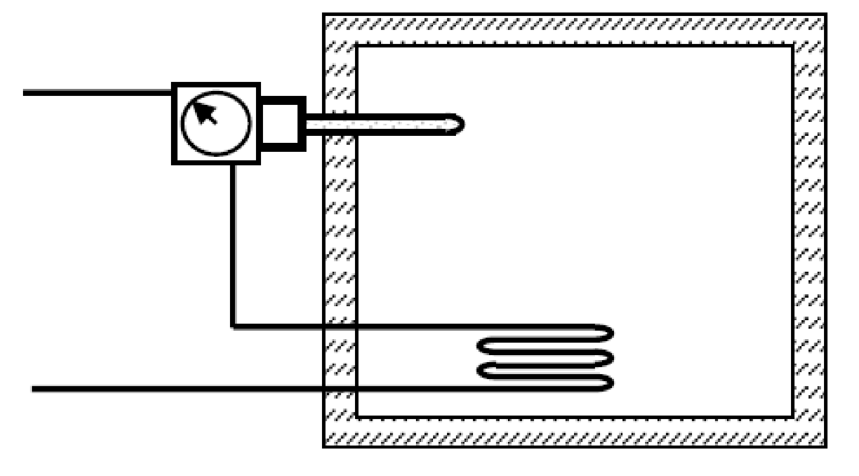
- Limitações em termos de desempenho;
- Baixa precisão.

Exemplos: controle de temperatura em geladeiras e fornos, controle de nível em indústrias de pequeno porte.

Controle On-Off

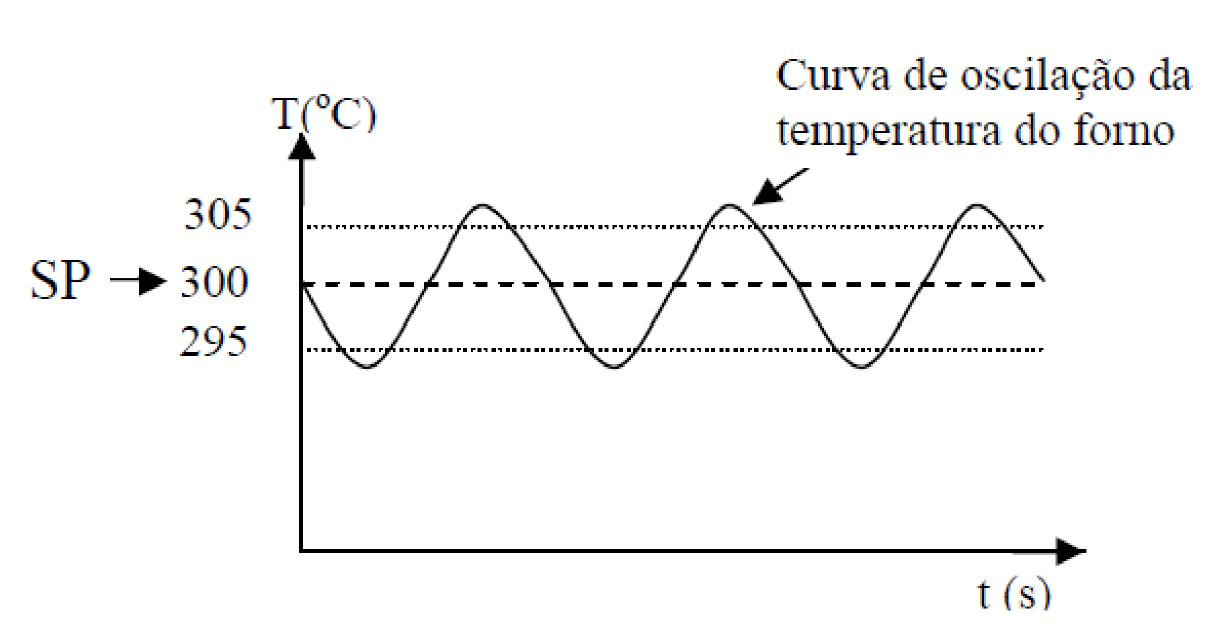
Exemplo: Controle de temperatura de um forno

Um sensor mecânico envia uma deformação proporcional à temperatura do forno. Esta deformação é captada pelos mecanismos internos do termostato que aciona contatos que **ligam ou desligam** o circuito de alimentação da resistência de aquecimento do forno.



Controle On-Off

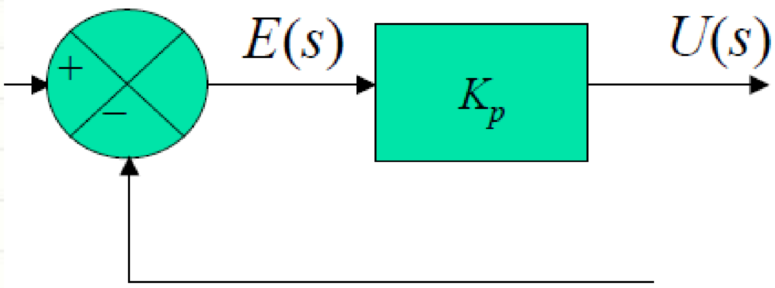
Quando a temperatura chega ao valor ajustado no termostato (temperatura de referência) os contatos se abrem e a alimentação da resistência é desligada.



Controle Proporcional

O sinal de controle é proporcional ao sinal de erro:

$$u(t) = K_p e(t)$$
$$\Downarrow$$
$$U(s) = K_p E(s)$$

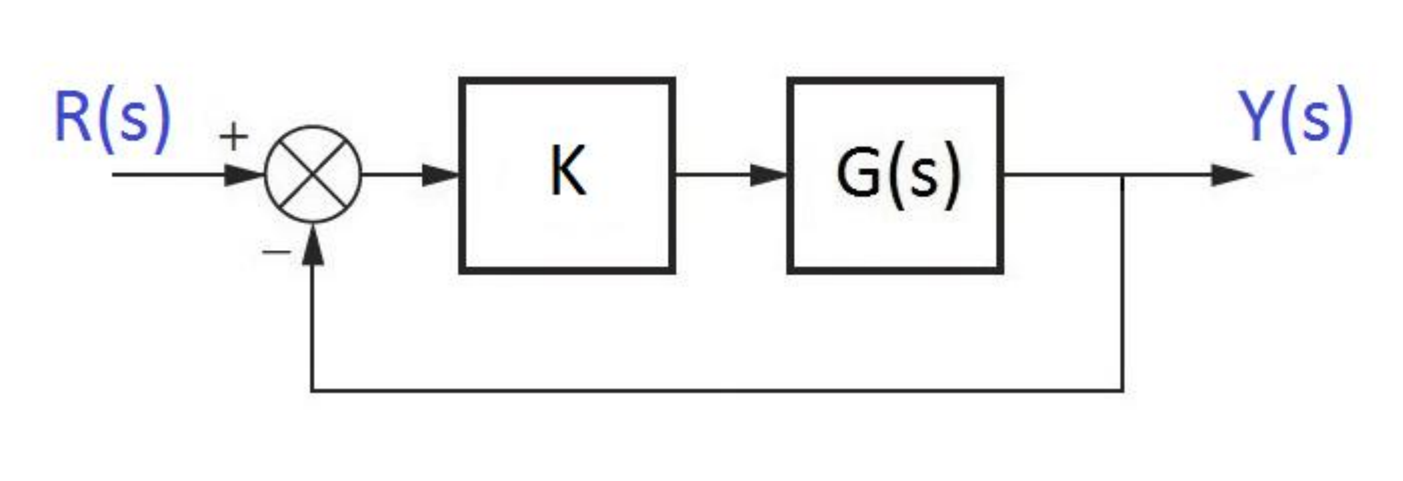


Características:

- Ação imediata e proporcional ao valor do erro
- Acelera a resposta do processo
- Reduz o tempo de subida e o erro máximo
- Aumenta o sobressinal
- Incapaz de eliminar erros de regime permanente para entradas constantes

Controle Proporcional

Considere um sistema a realimentação unitária



e que o processo é representado por uma função de transferência do tipo "0", ou seja, sem integradores.

Controle Proporcional

O erro de regime permanente para uma entrada em degrau unitário será dado por:

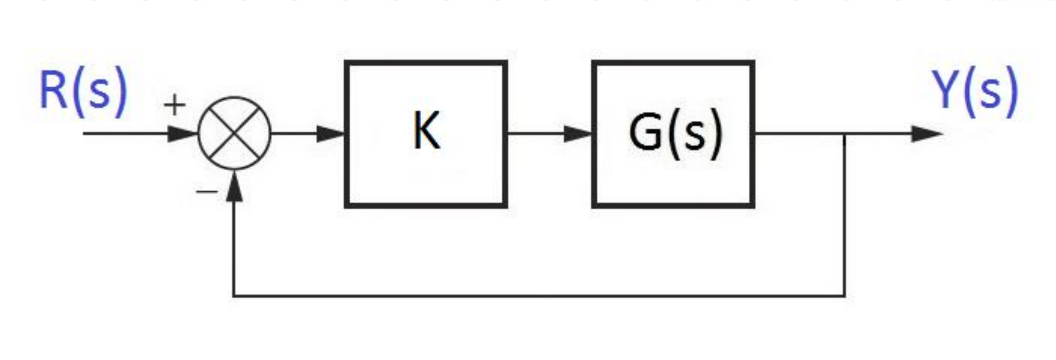
$$e_{\infty} = \frac{1}{1 + KG(0)}$$

Portanto, quanto **maior o valor do ganho K menor será o erro** de regime permanente.

Exemplo 1 - Controle Proporcional

Ex1: Seja o sistema

$K > 0$



sendo

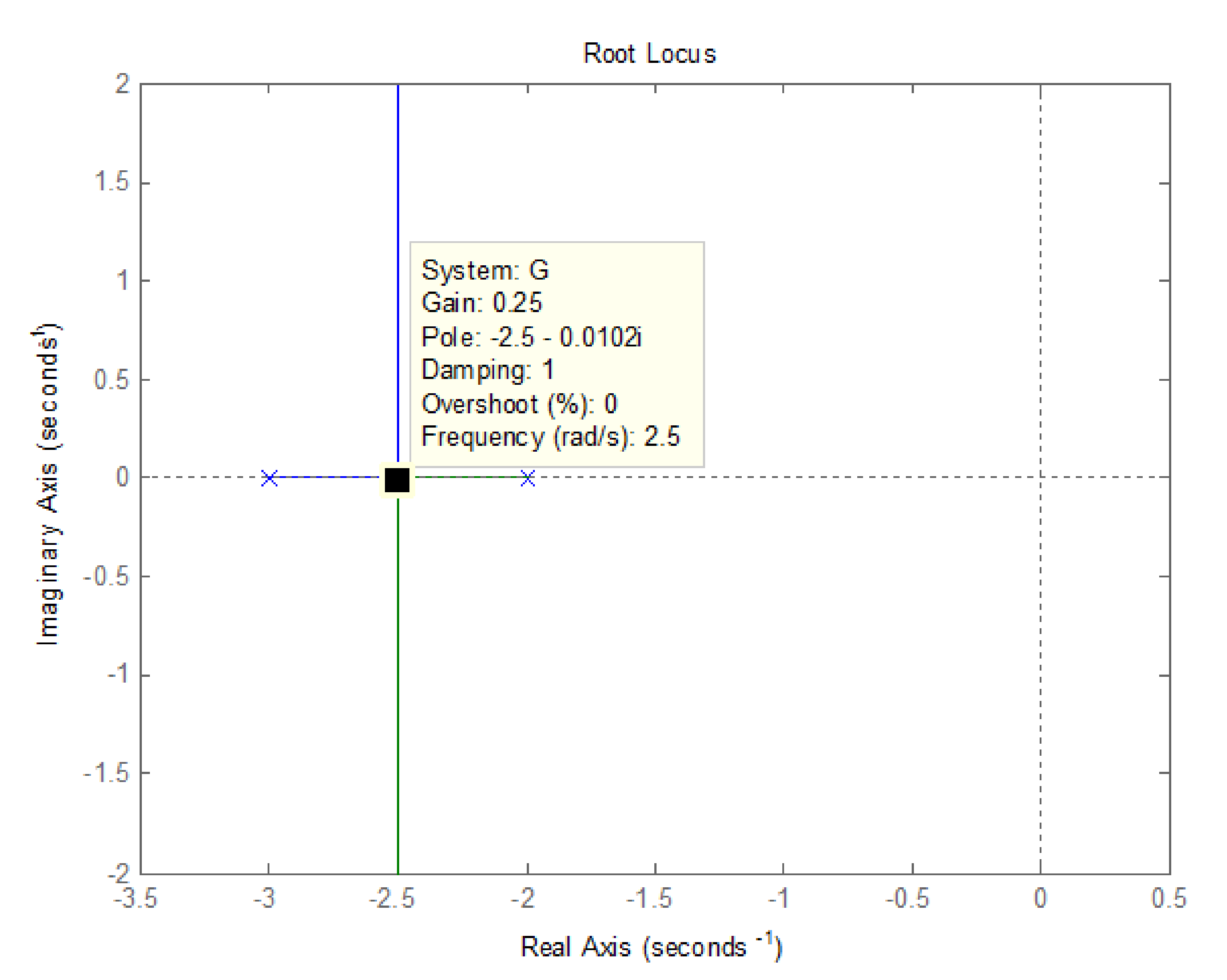
$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

Em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6 + K}$$

Portanto, o sistema é **estável para ∀K>0.**

Exemplo 1 - Controle Proporcional



Exemplo 1 - Controle Proporcional

Em malha fechada:

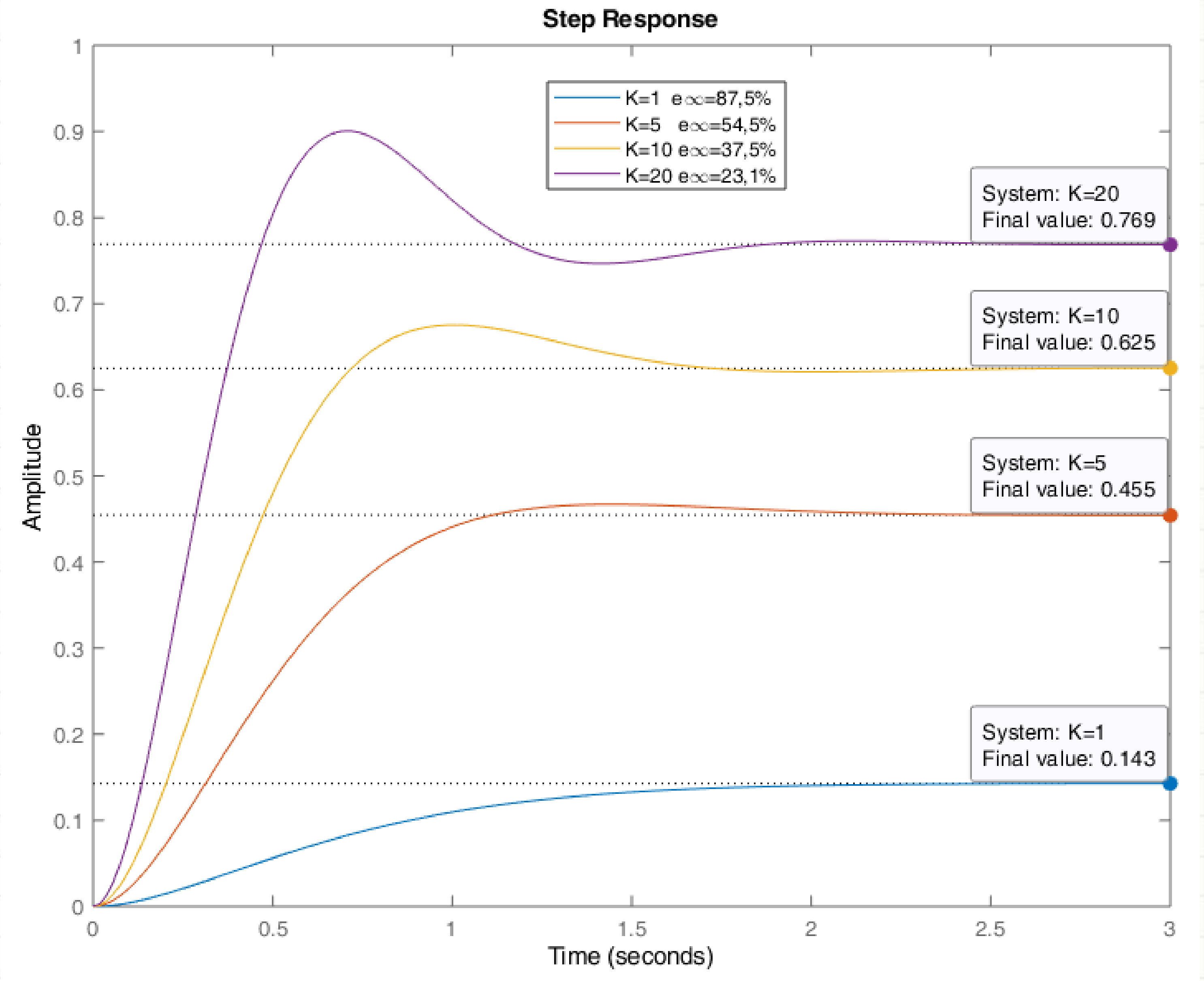
$$T(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6 + K}$$

O erro de regime permanente é dado por:

$$e_{\infty} = 1 - T(0) = 1 - \frac{K}{K+6} = \frac{6}{K+6}$$

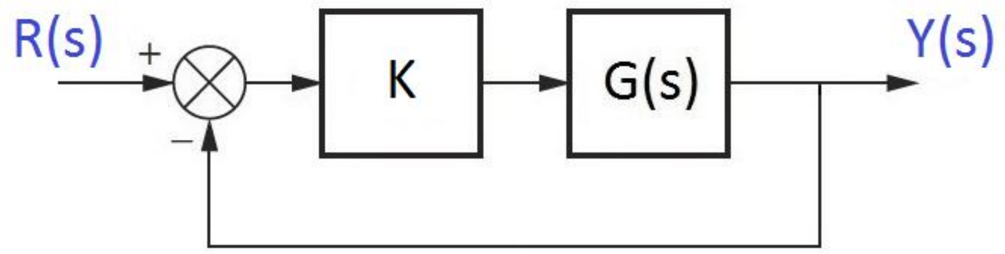
ou seja, **quanto maior o valor de K menor será o erro de regime permanente**.

Exemplo 1 - Controle Proporcional



Exemplo 2 - Controle Proporcional

Ex2: Seja o sistema



$$K > 0$$

sendo

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K}{s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K}$$

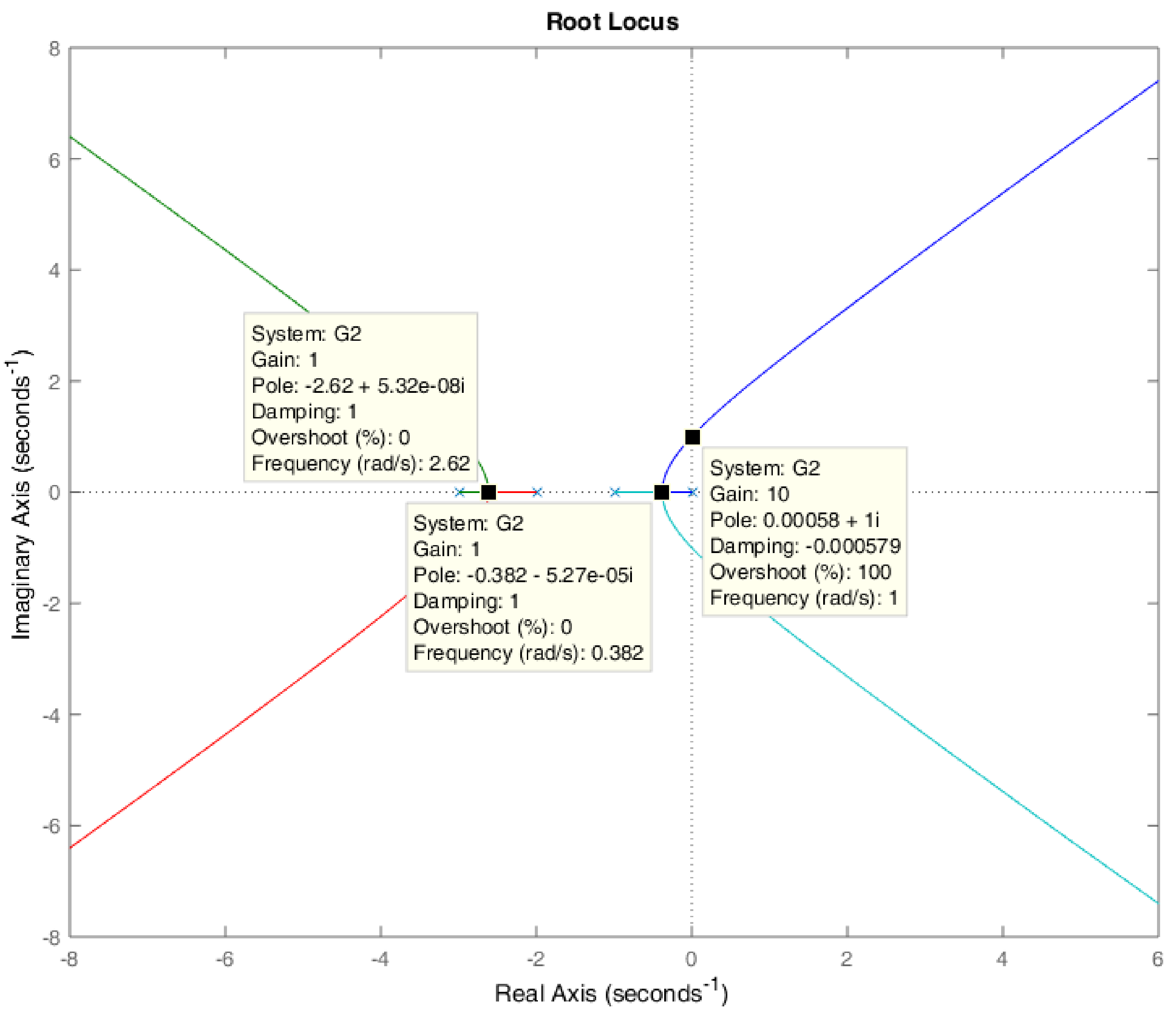
Sendo G(s) do tipo 1, o erro de regime permanente será nulo.

$$e_\infty = 0$$

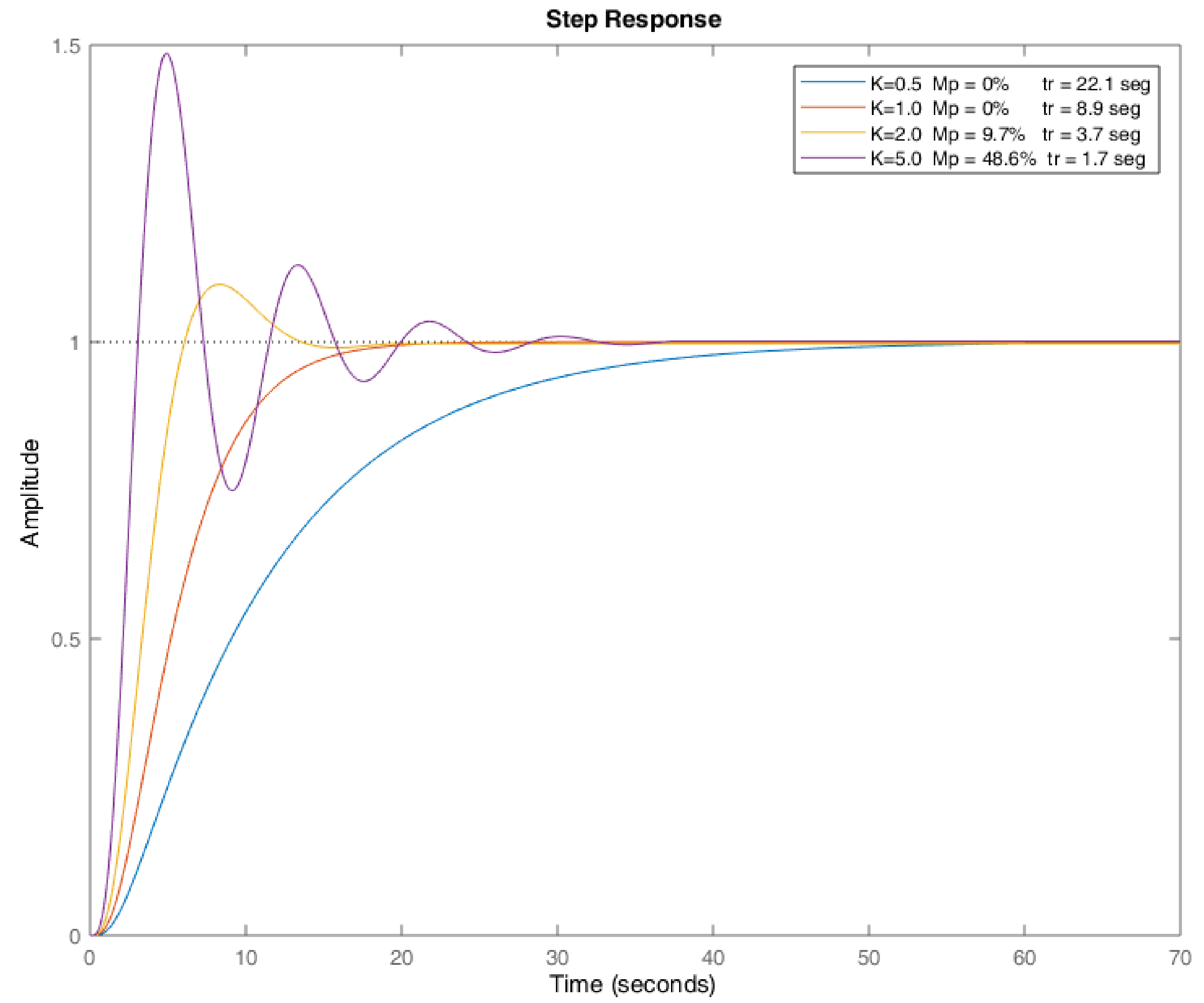
Estabilidade:

$$0 < K < 10$$

Exemplo 2 - Controle Proporcional



Exemplo 2 - Controle Proporcional



Controle Integral

O sinal de controle é proporcional à integral do erro:

$$u(t) = \frac{1}{T_I}\int_0^t e \rightleftarrows (\tau)d\tau \qquad \rightarrow \qquad U(s) = \frac{1}{T_I s}E(s)$$

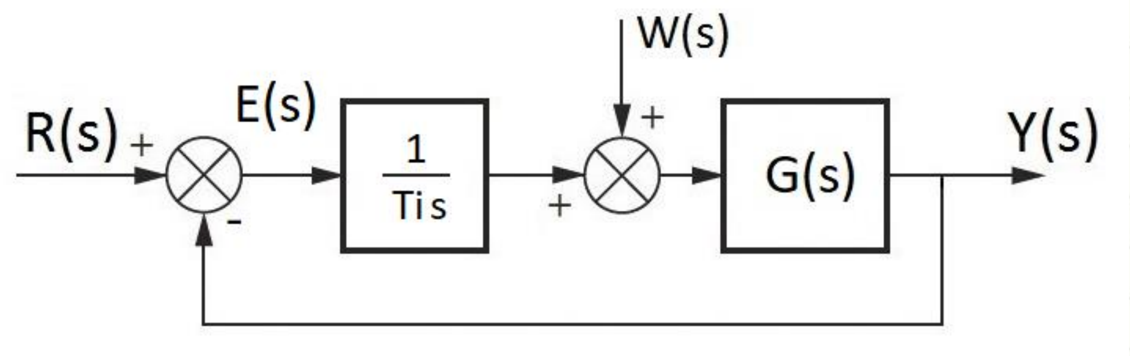
Características:

- Ação de controle gradual, proporcional a integral do erro
- Responde ao passado do erro enquanto este for diferente de zero
- Reduz o tempo de subida
- Aumenta o sobressinal, o período de oscilação e tempo de acomodação
- Produz respostas lentas e oscilatórias, tendendo a instabilizar a malha
- É capaz de rejeitar o efeito de perturbações constantes

Exemplo 3 - Controle Integral

Ex3: Seja o sistema

$T_I > 0$



Seja o processo representado por uma função de transferência do tipo 0, ou seja, G(s) não possui integradores, e W(s) representa uma perturbação constante.

$$T_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)/T_I s}{1+G(s)/T_I s} = \frac{G(s)}{T_I s + G(s)}$$

$$T_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)/T_I s} = \frac{T_I s G(s)}{T_I s + G(s)}$$

Exemplo 3 - Controle Integral

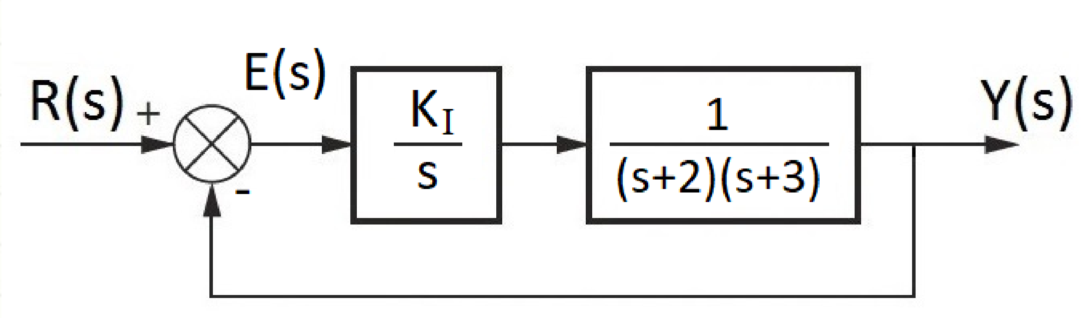
O erro em regime permanente devido a uma perturbação constante (degrau), considerando entrada nula, é dado por:

$$e_{W\infty} = -sT_W(s)W(s)\Big|_{s\to 0} = -s\,\frac{T_I sG(s)}{T_I s + G(s)}\,\frac{1}{s}\Bigg|_{s\to 0} = 0$$

Ou seja, o efeito de uma perturbação constante é eliminado em regime permanente.

Exemplo 4 - Controle Integral

Ex4:



$K_I > 0$

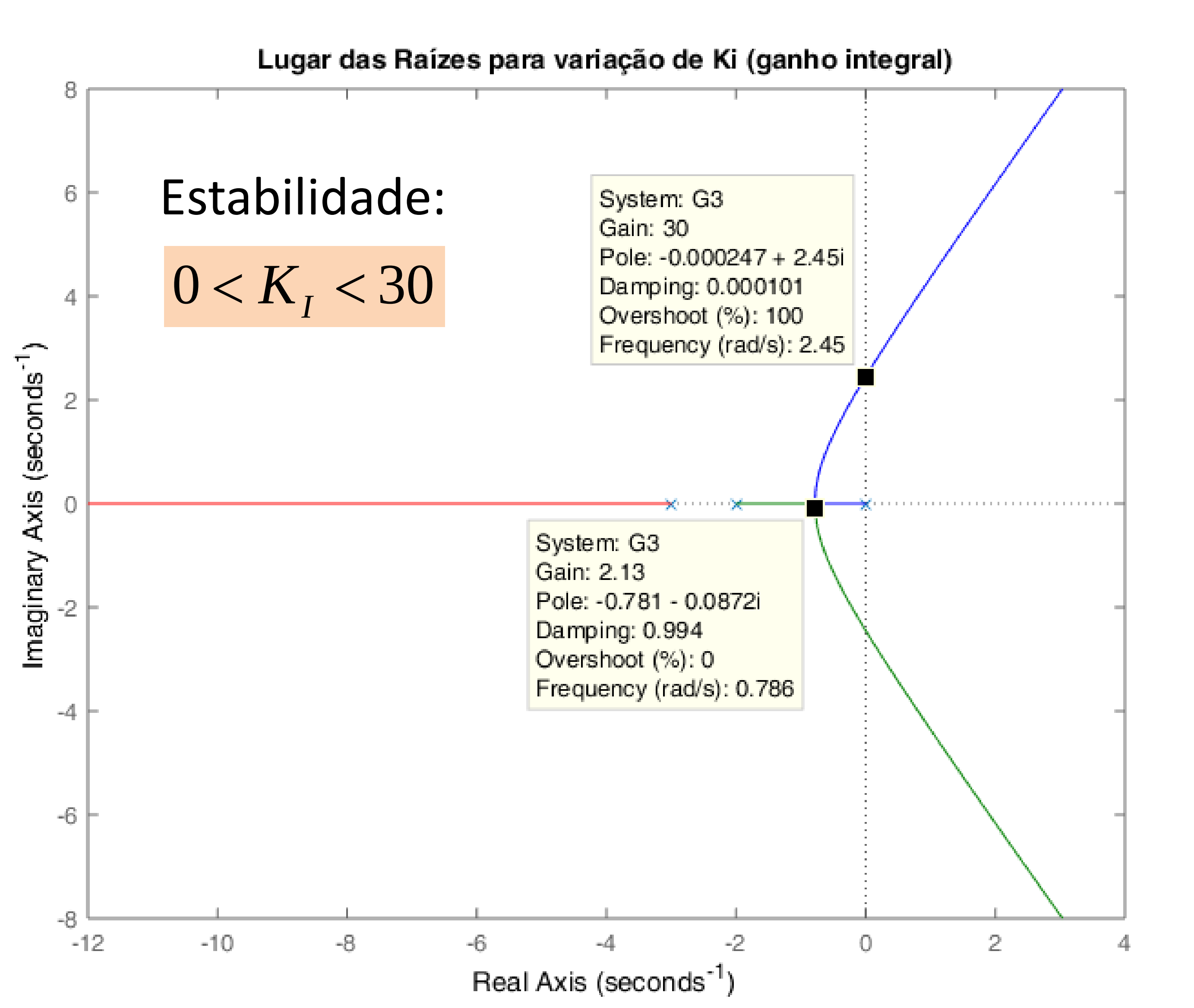
Em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K_I}{s(s+2)(s+3) + K_I}$$

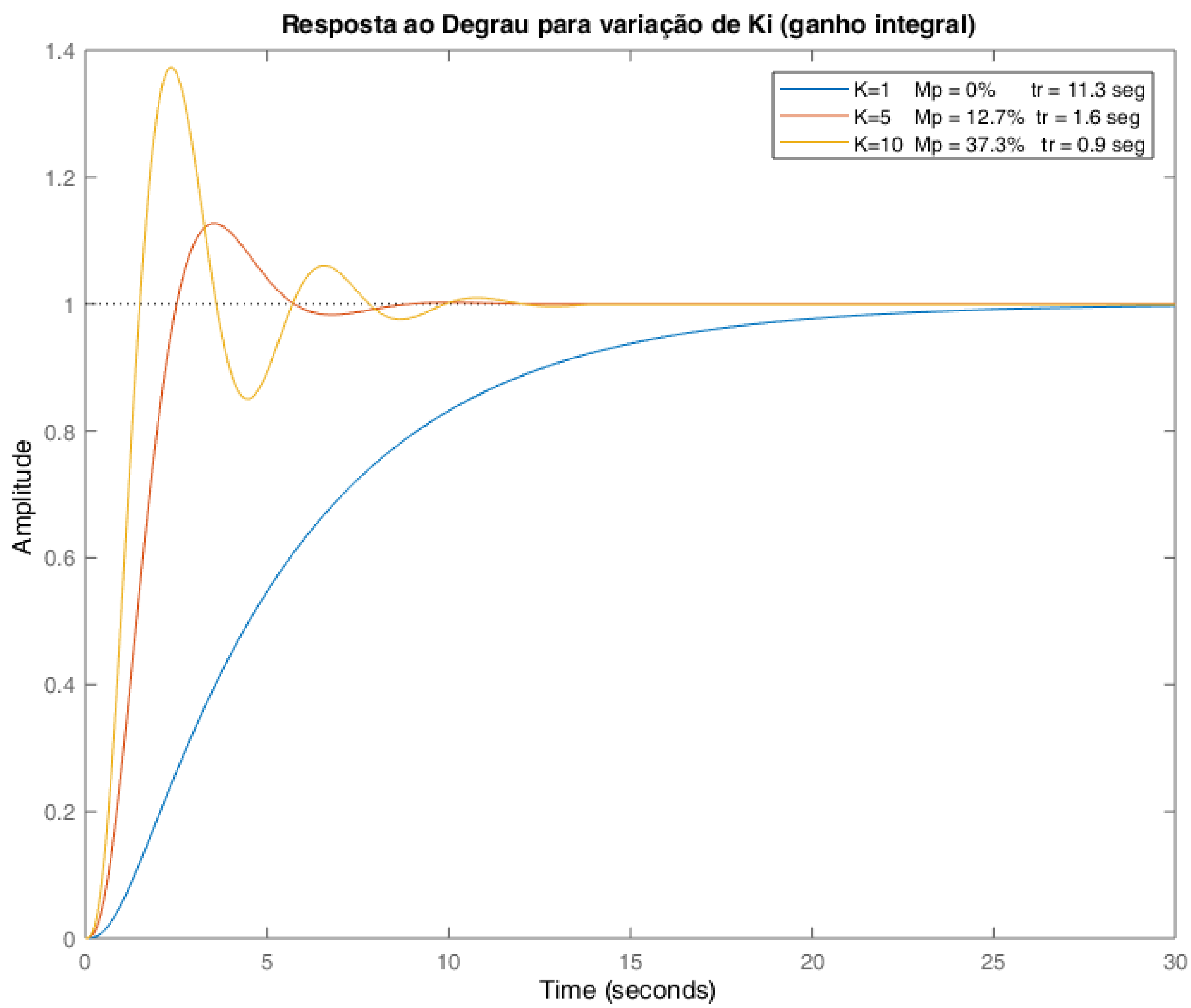
Lugar das Raízes: variação de K_I

$$1 + K_I \frac{1}{s(s+2)(s+3)} = 0$$

Exemplo 4 - Controle Integral



Exemplo 4 - Controle Integral



Controle Proporcional-Integral (PI)

A ação integral pode ser melhorada adicionando-se a esta uma ação proporcional:

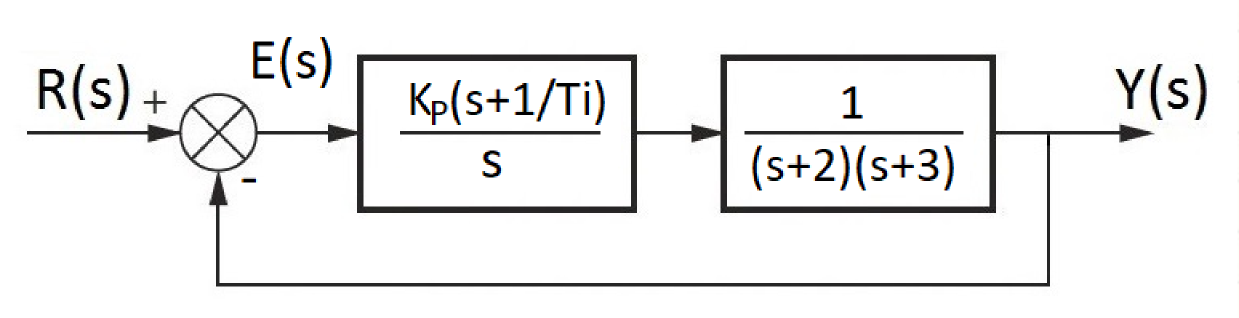
$$C(s) = Kp\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = Kp\left(\frac{s + 1/T_I}{s}\right)$$

Existem agora dois parâmetros que podem ser ajustados independentemente para melhorar a resposta transitória.

O controlador PI introduz na malha aberta um polo na origem e um zero em $s = -1/T_I$.

Exemplo 5 – Controlador PI

Ex5:



$$T(s)=\frac{K_P(s+1/T_I)}{s(s+2)(s+3)+K_Ps+K_P/T_I}$$

$$K_P>0, T_I>0$$

Análise de Estabilidade: $\Delta(s)=s^3+5s^2+(6+K_P)s+K_P/T_I$

$$0<K_P<(30+5K_P)T_I$$

Exemplo 5 – Controlador PI

Para valores fixos de T_I, ou seja, fixando a posição do zero, pode-se construir o Lugar das Raízes para a variação do ganho proporcional K_P:

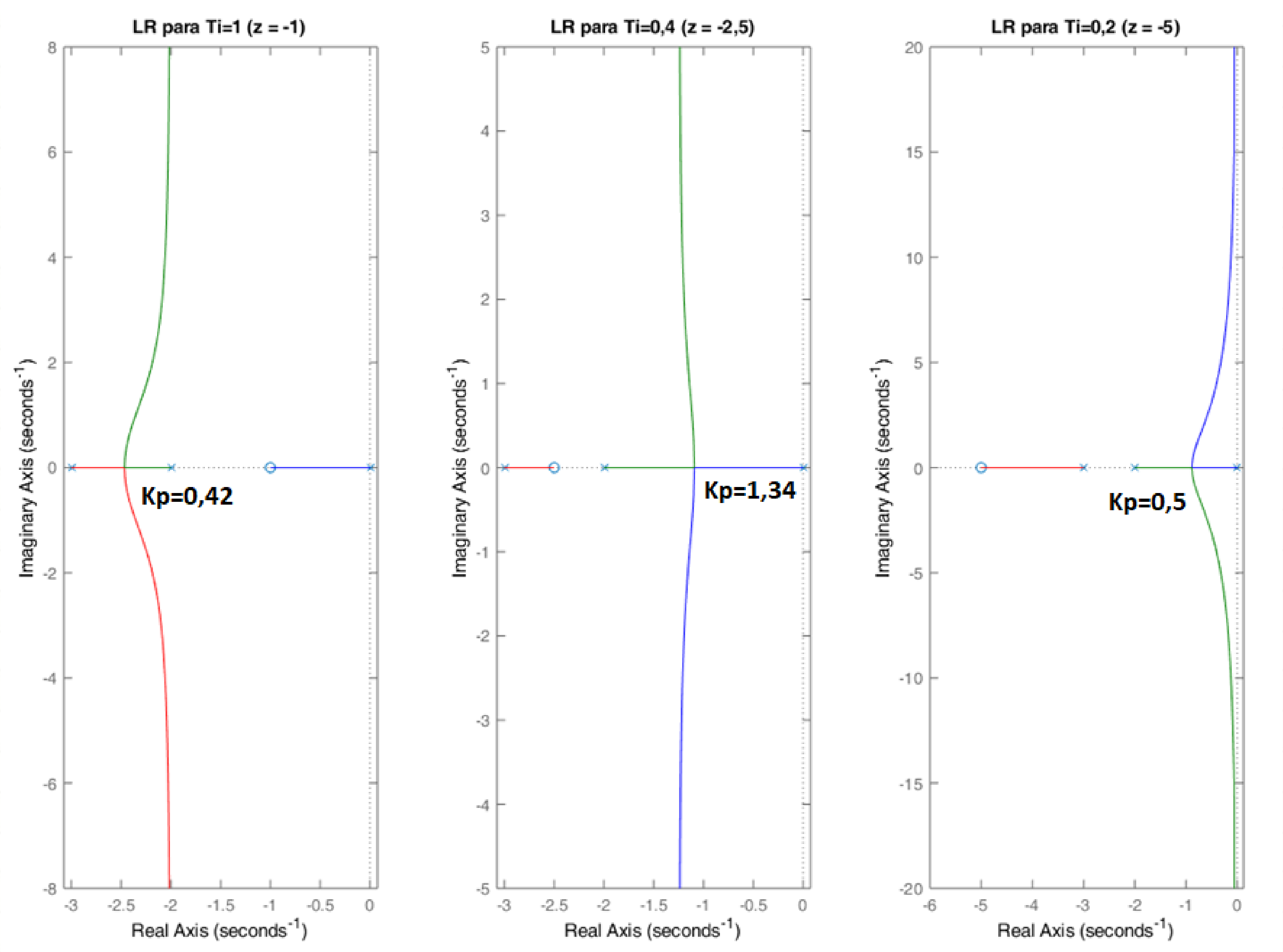
$$1 + K_P \frac{s + 1/T_I}{s(s^2 + 5s + 6)} = 0$$

Dependendo da posição escolhida para o zero do controlador, existirão variações do Lugar das Raízes em função da mudança da assíntota.

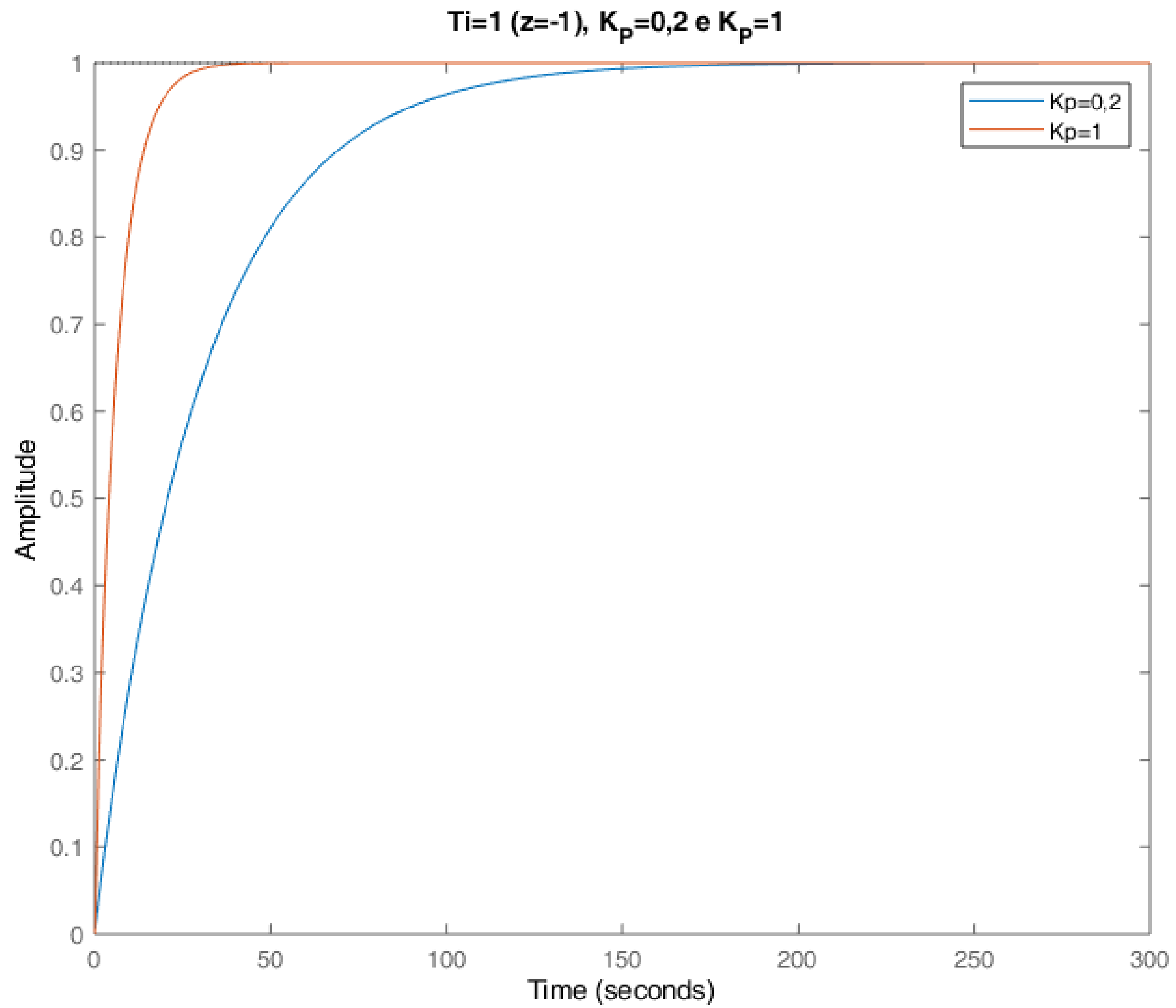
Seja

$$\begin{aligned} T_I &= 1 & &\rightarrow & z &= -1 \\ T_I &= 0{,}4 & &\rightarrow & z &= -2{,}5 \\ T_I &= 0{,}2 & &\rightarrow & z &= -5 \end{aligned}$$

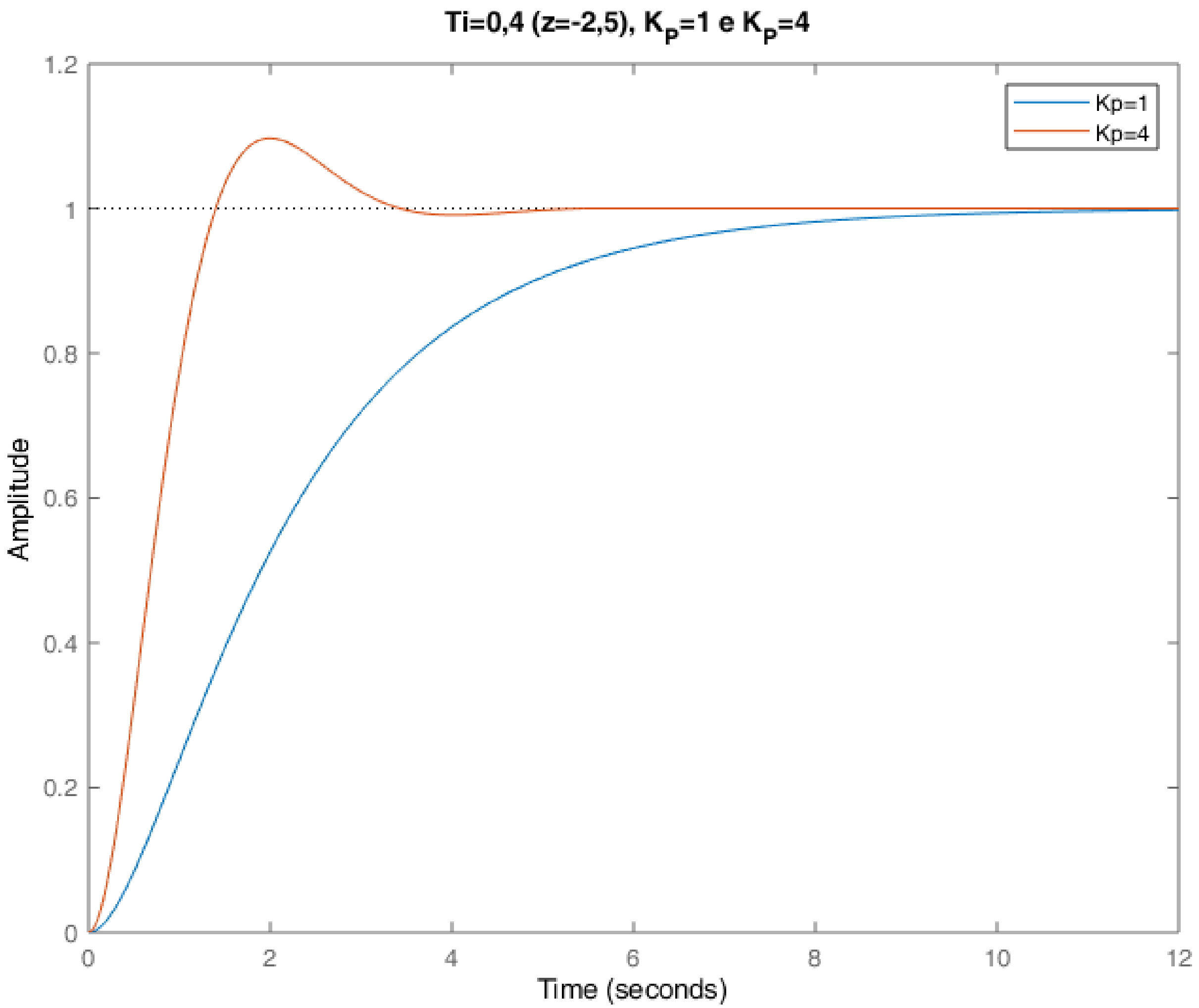
Exemplo 5 – Controlador PI (Lugar das Raízses)



Exemplo 5 – Controlador PI (Resposta ao Degrau)

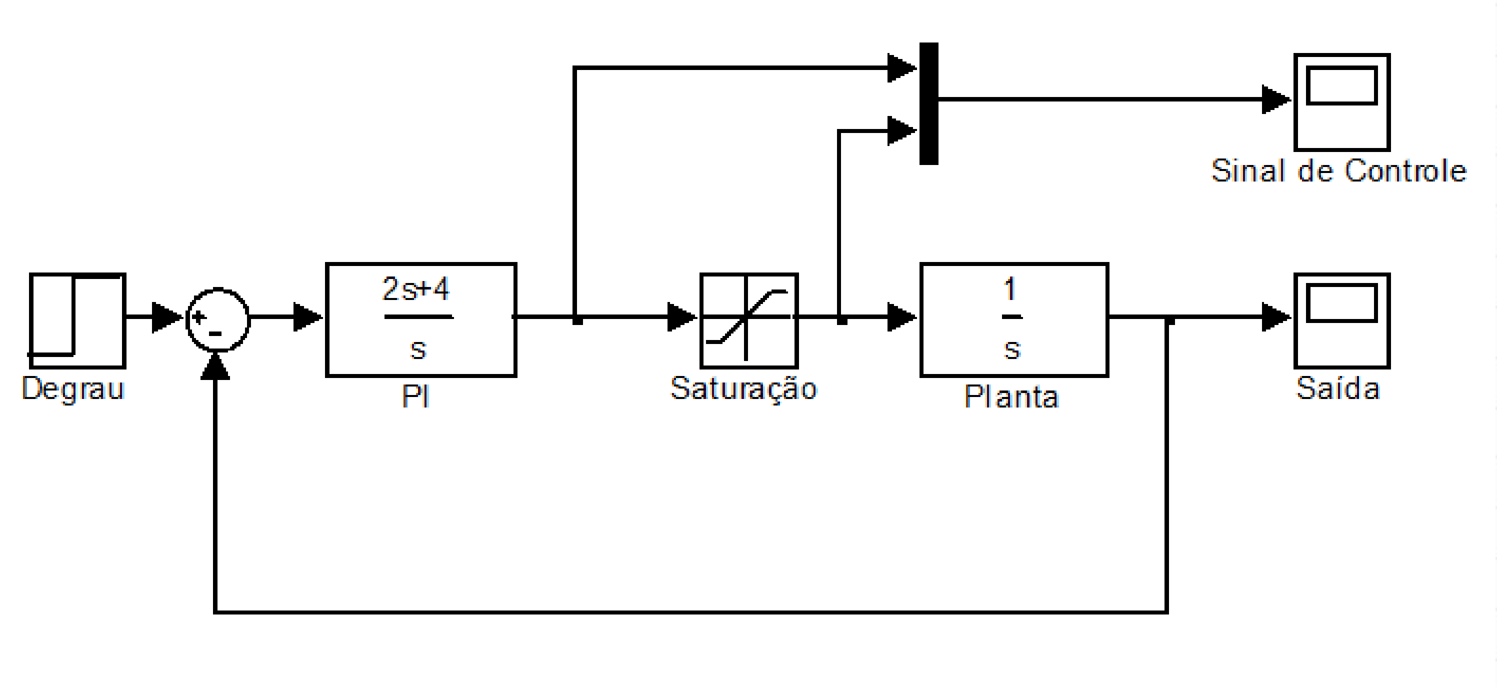


Exemplo 5 – Controlador PI

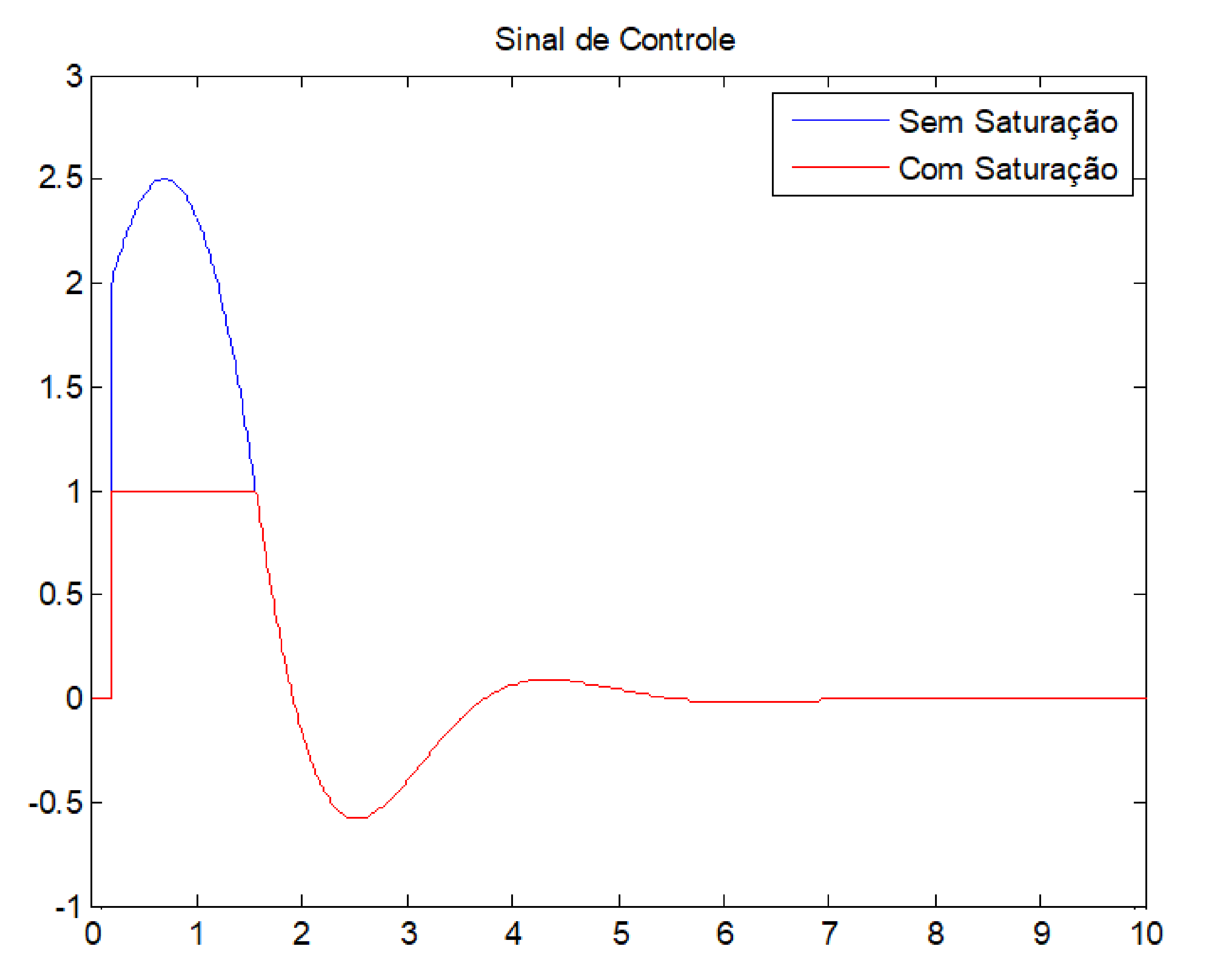


Controle Integral - Efeito Windup

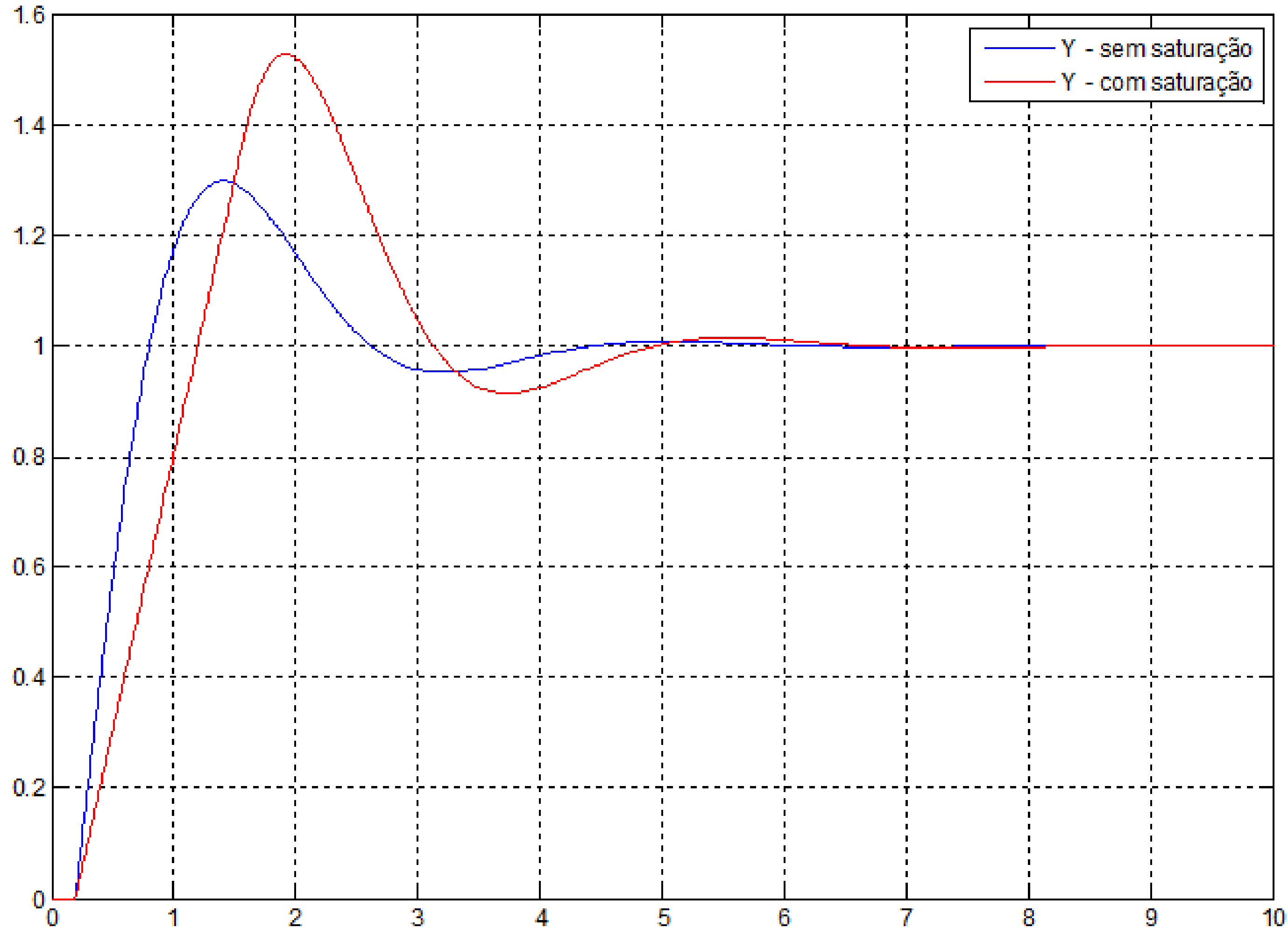
Caso exista saturação do atuador, a ação integral pode causar um fenômeno indesejável conhecido como “windup da ação integral”.



Controle Integral - Efeito Windup

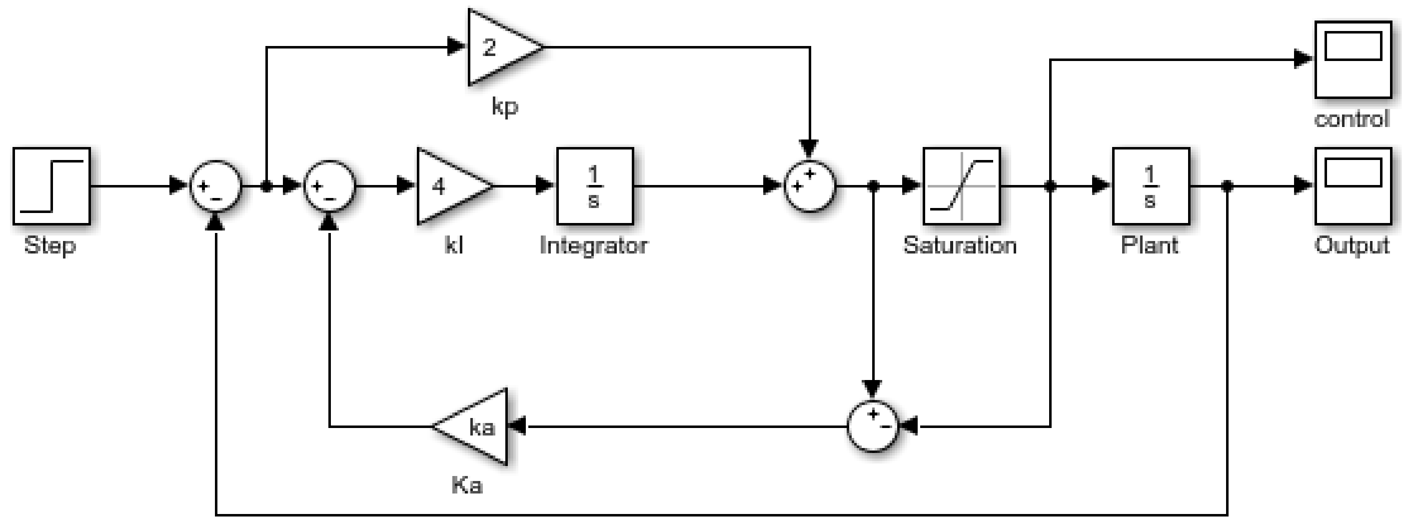


Controle Integral - Efeito Windup

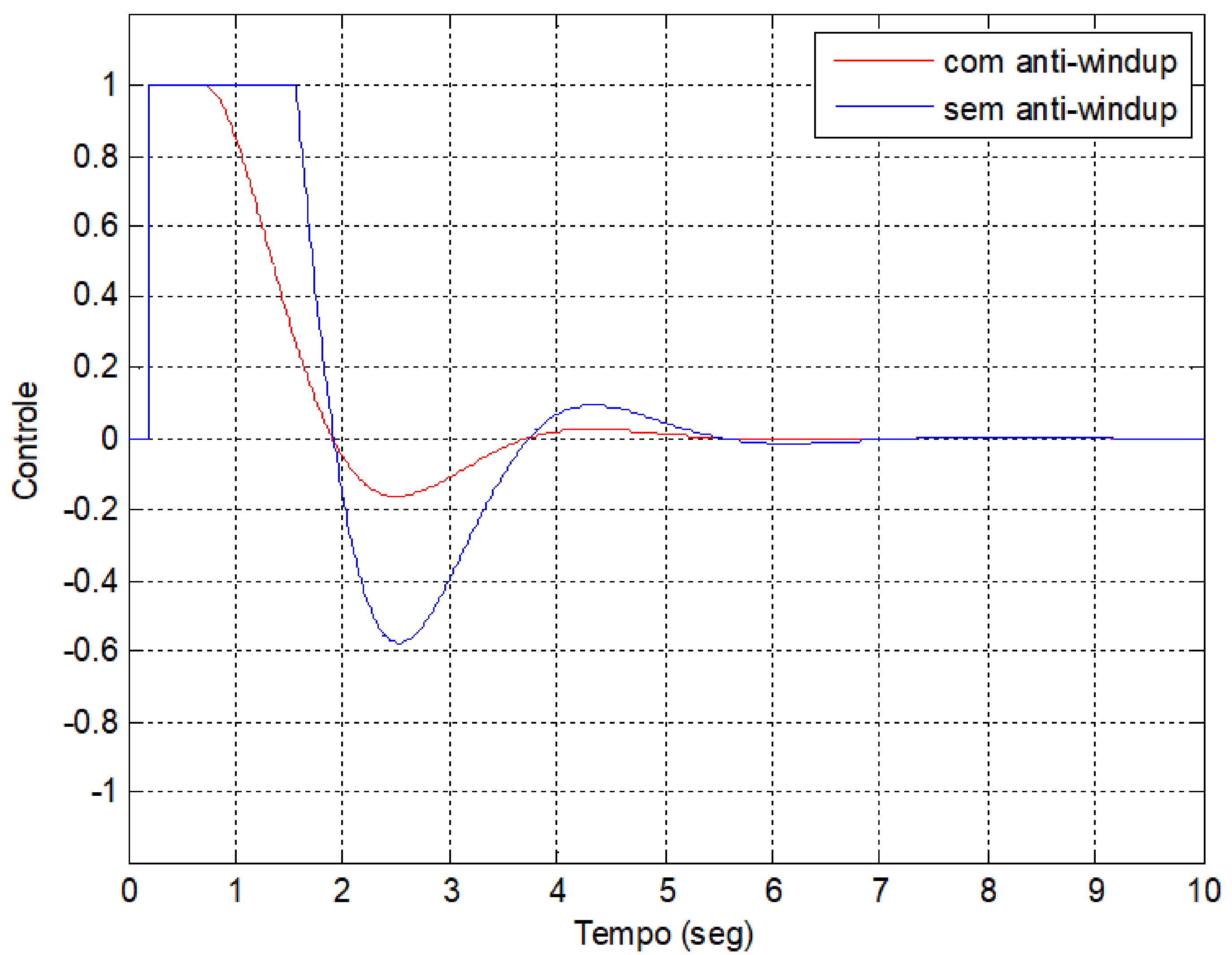


Controle Integral - Efeito Windup

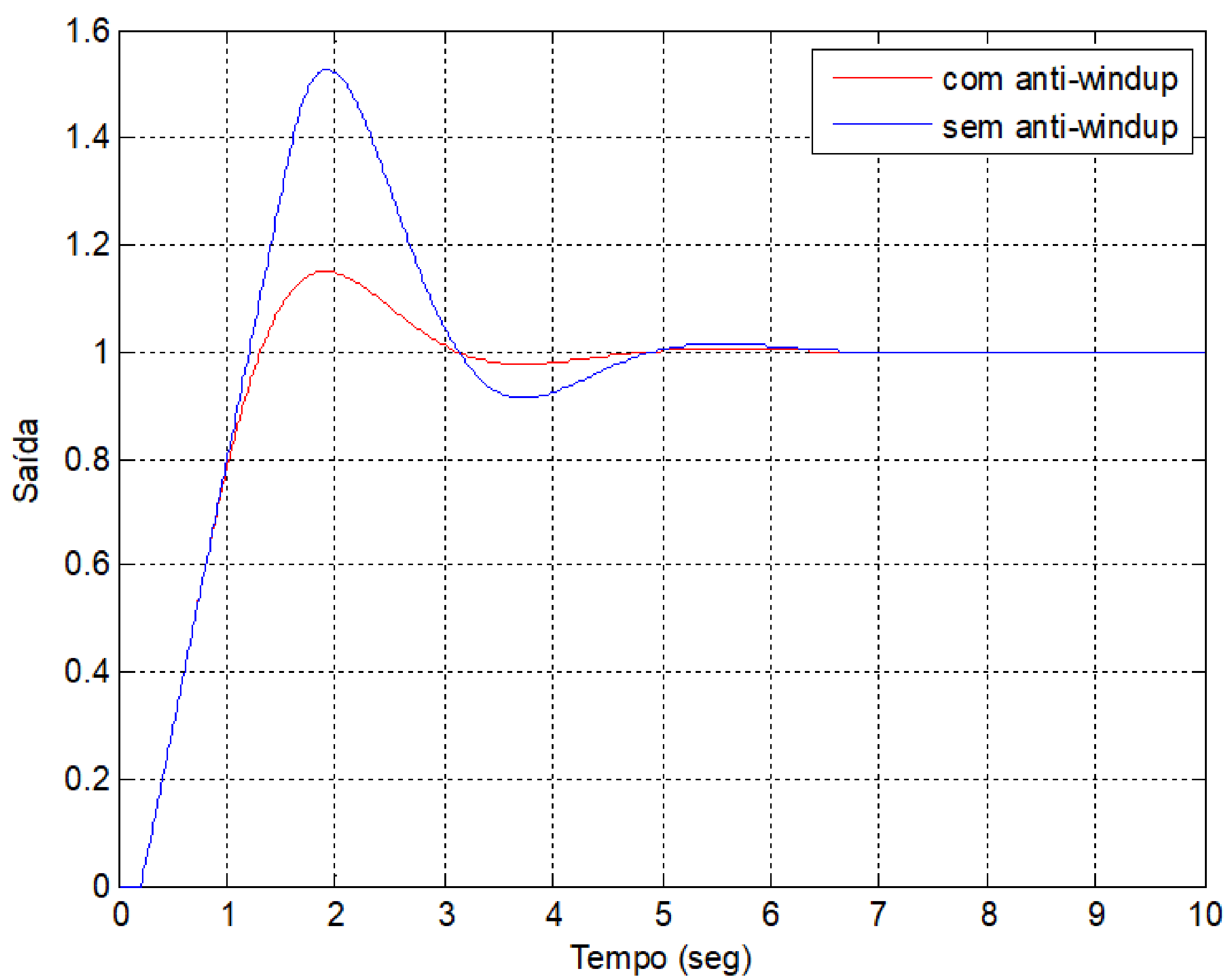
Para evitar o efeito do windup, que gera o aumento do sobressinal da resposta, utiliza-se uma ação *anti windup*, que consiste de interromper a integração durante a saturação.



Controle Integral - Efeito Windup



Controle Integral - Efeito Windup



Controle Derivativo

O sinal de controle é proporcional à derivada do erro:

$$u(t) = T_D \frac{d}{dt} e(t) \quad \rightarrow \quad U(s) = T_D s E(s)$$

sendo T_D o tempo derivativo.

Note que U(s) é uma função imprópria e, portanto, não pode ser implementada na prática. Além disso, deixa o sistema vulnerável a ruídos de alta frequência.

Controle Derivativo

A ação derivativa pode ser aproximada por

$$C(s) = \frac{NT_D s}{N + T_D s}$$

Desta forma, o ganho de altas frequências é limitado e nas baixas frequências C(s) aproxima-se da ação derivativa pura.

Caso o erro seja constante, a saída do controlador será nula, por este motivo a ação derivativa é nunca é utilizada sozinha.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

A ação derivativa é usada em conjunto com a ação proporcional:

$$C(s) = K_P\left(1 + T_D s\right)$$

(PD ideal)

A correção proporcional depende da taxa de variação do erro.

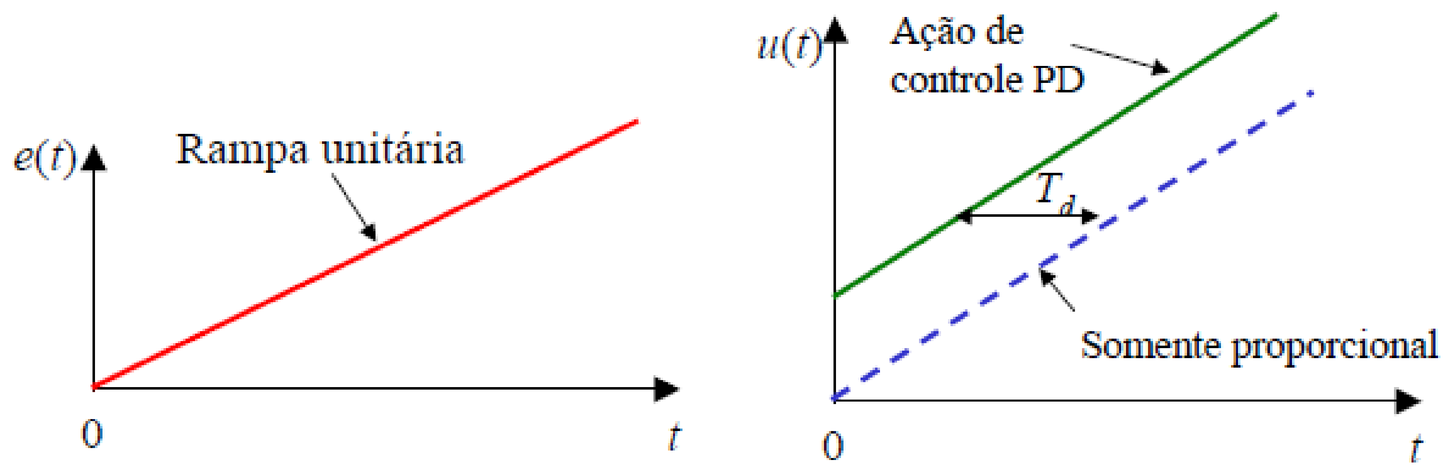
O controle derivativo apresenta um caráter antecipativo.

Em um controlador PD a ação proporcional é antecipada de T_D segundos.

Controle Proporcional-Derivativo (PD)

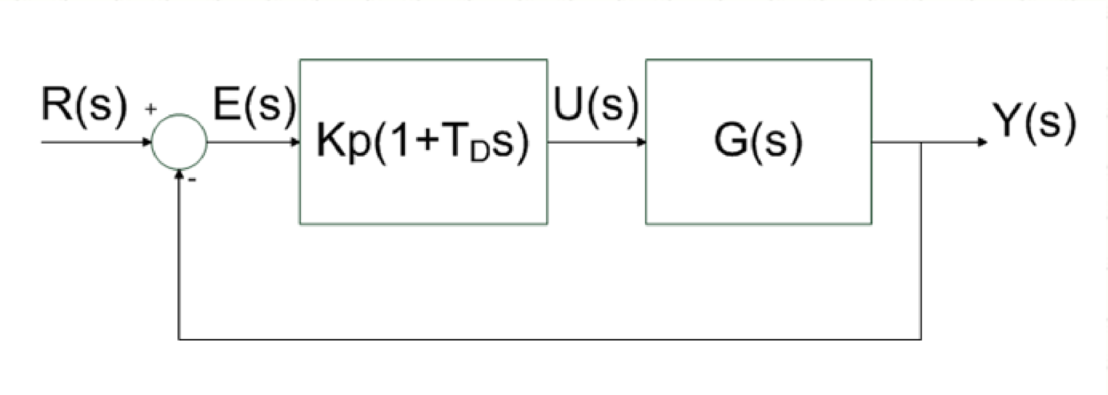
$$U(s) = K_P\left(1 + T_D s\right)E(s) \quad \Rightarrow \quad u(t) = K_P \underbrace{\left[e(t) + T_D \frac{d}{dt} e(t) \right]}_{\approx e(t+T_D)}$$

$$u(t) \cong K_P e\left(t + T_D\right)$$



Controlador PD Série (Ideal)

Seja a configuração "ideal" em série:

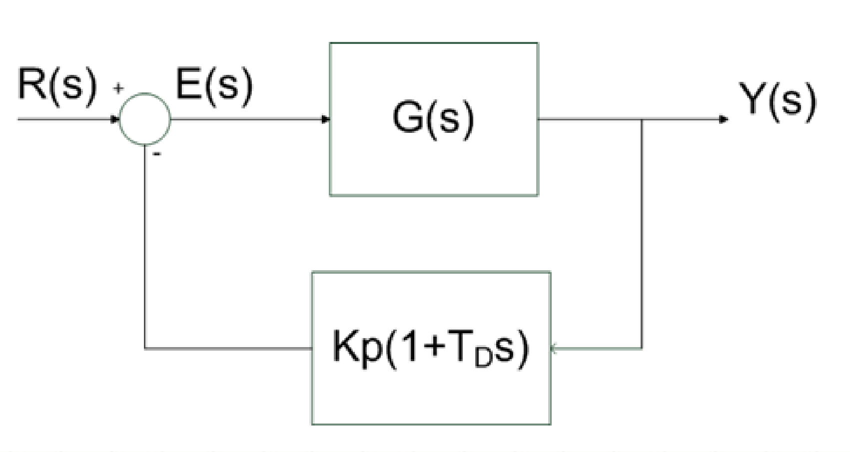


$$T(s)=\frac{K_P(1+T_D s)G(s)}{1+K_P(1+T_D s)G(s)}$$

O controlador introduz um zero em $s=-1/T_D$, o que melhora a estabilidade mas provoca um aumento no sobressinal da resposta transitória. O ganho Kp pode ser ajustado para melhorar a resposta em regime permanente.

Controlador PD Paralelo (Ideal)

Seja a configuração “ideal” em paralelo:

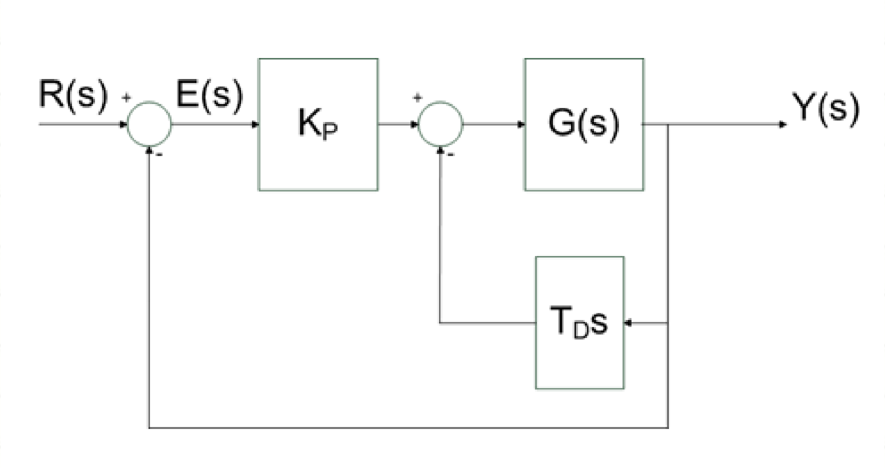


$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + K_P(1 + T_D s)G(s)}$$

O polinômio característico não sofre alteração (em relação ao PD série) e evita-se a introduz de um zero indesejável.

Controlador PD Misto (Ideal)

Seja a configuração "ideal" mista:

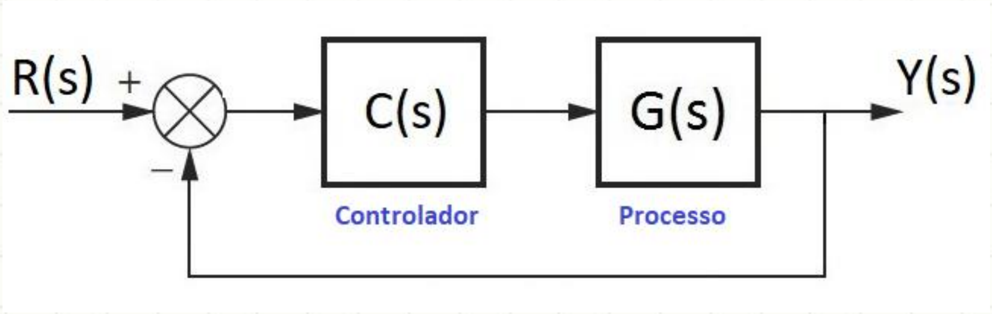


$$T(s) = \frac{K_P G(s)}{1 + (K_P + T_D s) G(s)}$$

Não há adição de zero e as características em regime permanente não são alteradas em relação a configuração em série.

Exemplo 6 - Controlador PD

Ex6: Seja o sistema



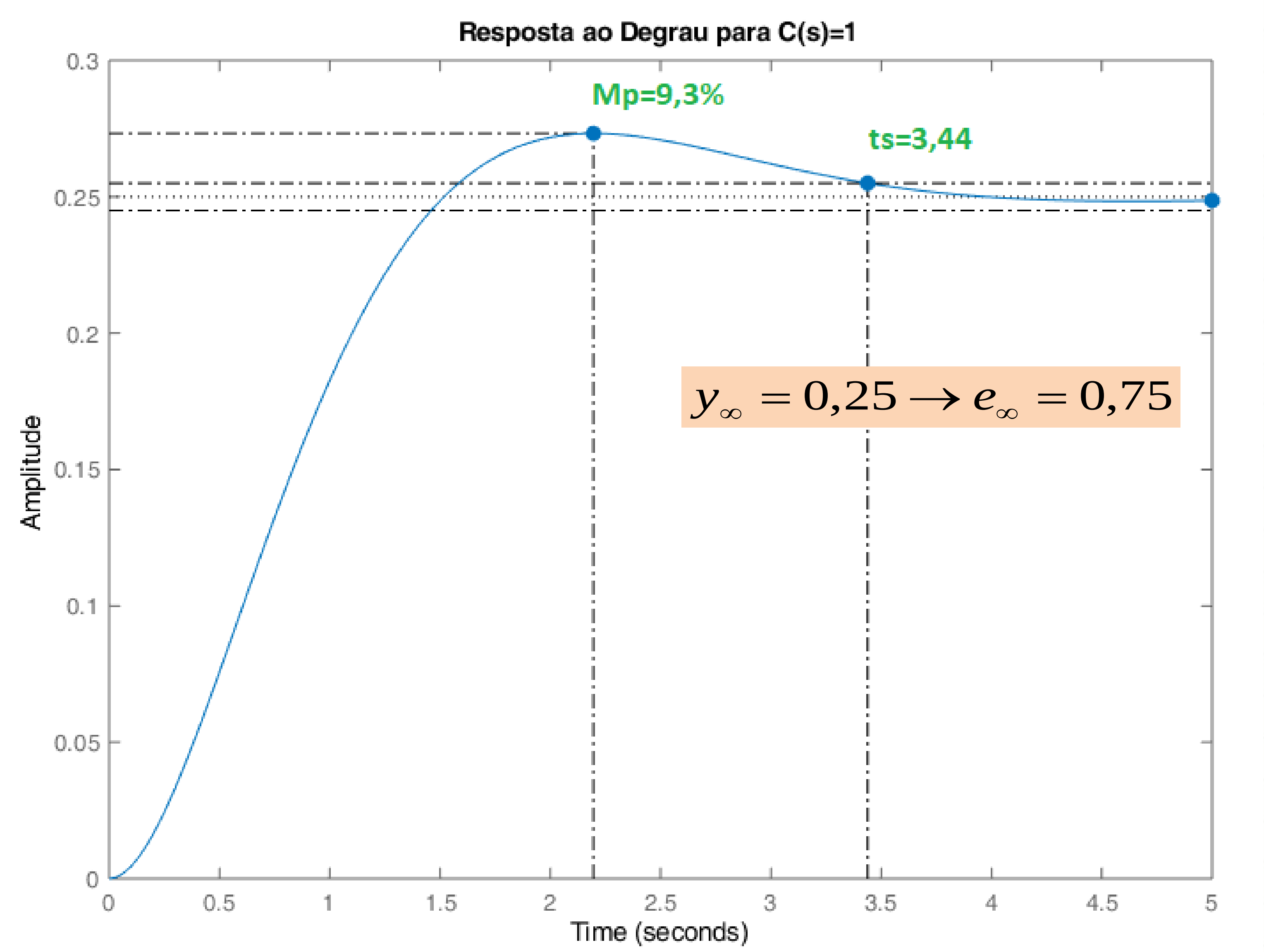
com

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s^2+2s+2)}$$

Considerando C(s)=1 (controle proporcional), tem-se em malha fechada

$$T(s) = \frac{s+2}{s^3+5s^2+9s+8}$$

Exemplo 6 - Controlador PD



Exemplo 6 - Controlador PD

Considerando $K_P = 2 \quad e \quad T_D = 1$

tem-se as seguintes F.T.M.F para as três configurações:

Série

$$T(s) = \frac{K_P(1+T_D s)(s+2)}{s^3 + (5+K_P T_D)s^2 + (8+2K_P+2K_P T_D)s + (6+2K_P)}$$

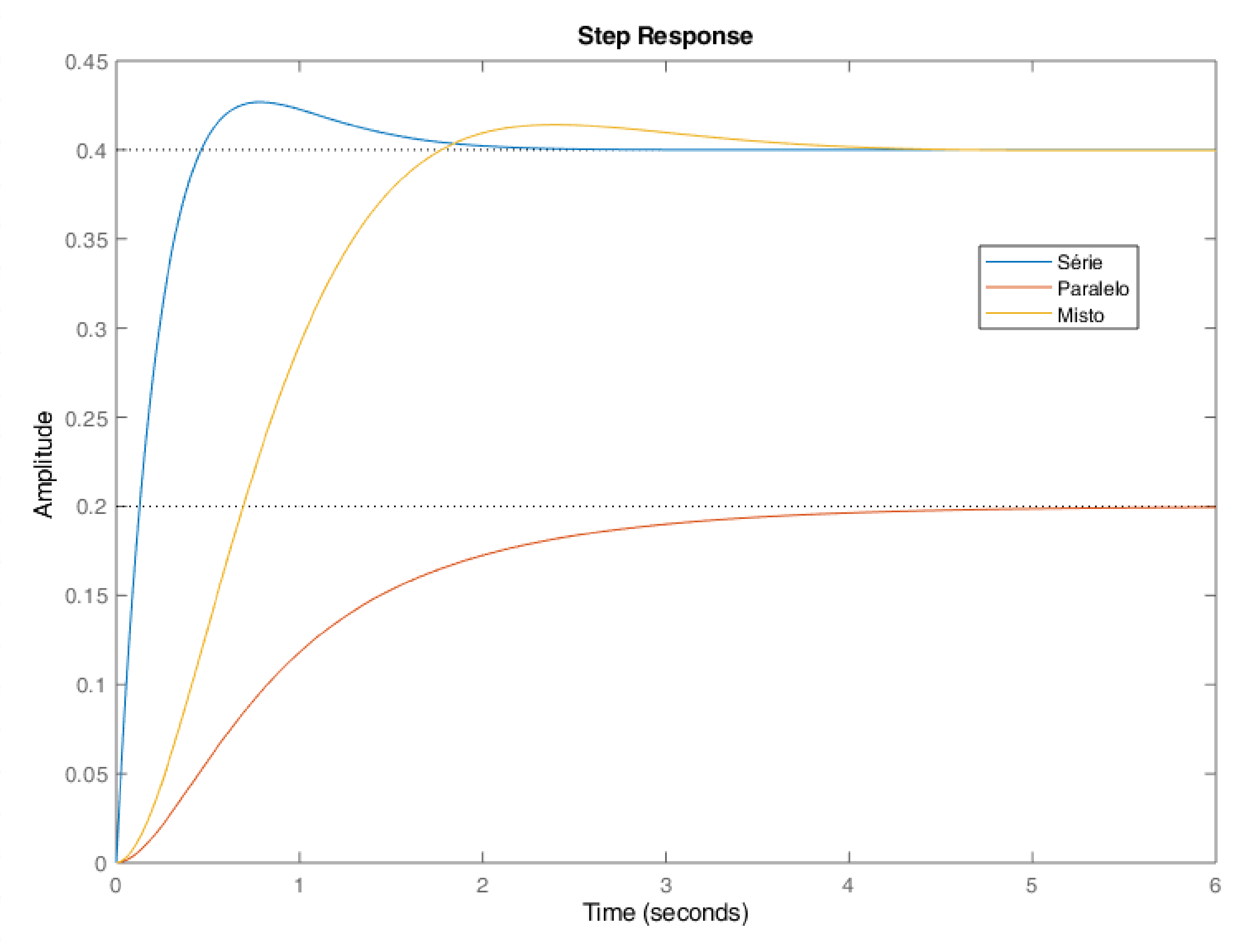
Paralela

$$T(s) = \frac{(s+2)}{s^3 + (5+K_P T_D)s^2 + (8+2K_P+2K_P T_D)s + (6+2K_P)}$$

Mista

$$T(s) = \frac{K_P(s+2)}{s^3 + (5+T_D)s^2 + (8+K_P+2T_D)s + (6+2K_P)}$$

Exemplo 6 - Controlador PD



Exemplo 6 - Controlador PD

Controlador Proporcional	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro de Regime Permanente
C(s) = 1	9,3 %	3,44 seg	0,75

Controlador PD	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro de Regime Permanente
Série	6,7 %	1,53 seg	0,6
Paralelo	0 %	3,91 seg	0,8
Misto	3,5 %	3,16 seg	0,6

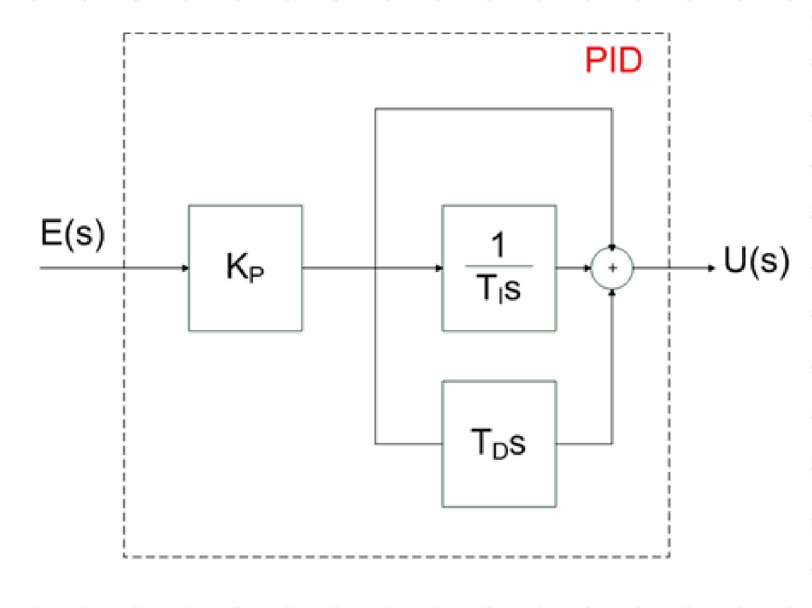
Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

Combina as ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D) com o objetivo de melhorar tanto a resposta transitória (PD) quanto o regime permanente (I).

Existem diversas configurações para a combinação das ações de controle e também existem outras estruturas de controle além da tradicional em cascata (série).

Controlador PID Série Ideal

PID Série Ideal (ou Acadêmico)



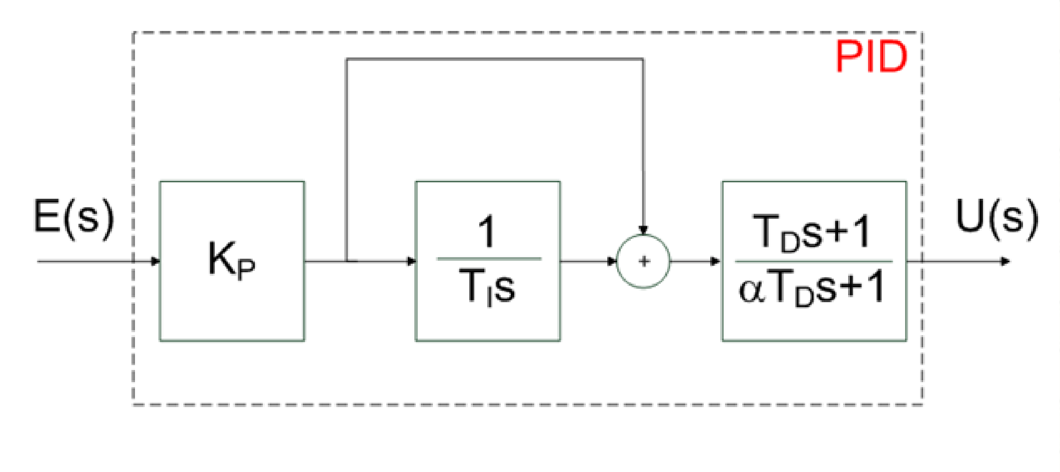
$$C(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

$$C(s) = K_P\left(\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}\right)$$

É a configuração mais utilizada para fins didáticos.

Controlador PID Série Real

PID Série (real)

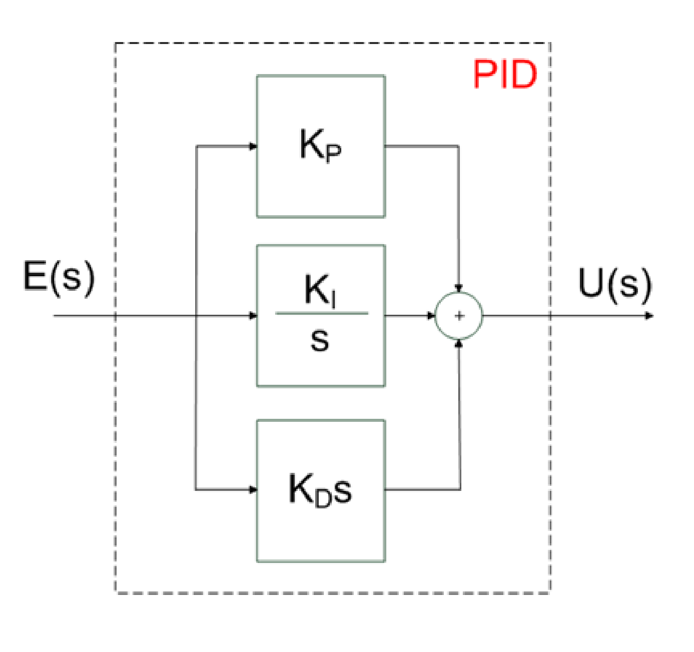


$$C(s) = K_P\left(1+\frac{1}{T_I s}\right)\left(\frac{T_D s+1}{\alpha T_D s+1}\right)$$

É a configuração mais utilizada na prática, inclusive comercialmente. Os zeros do controlador são sempre reais. O controlador é na realidade um PI-Avanço.

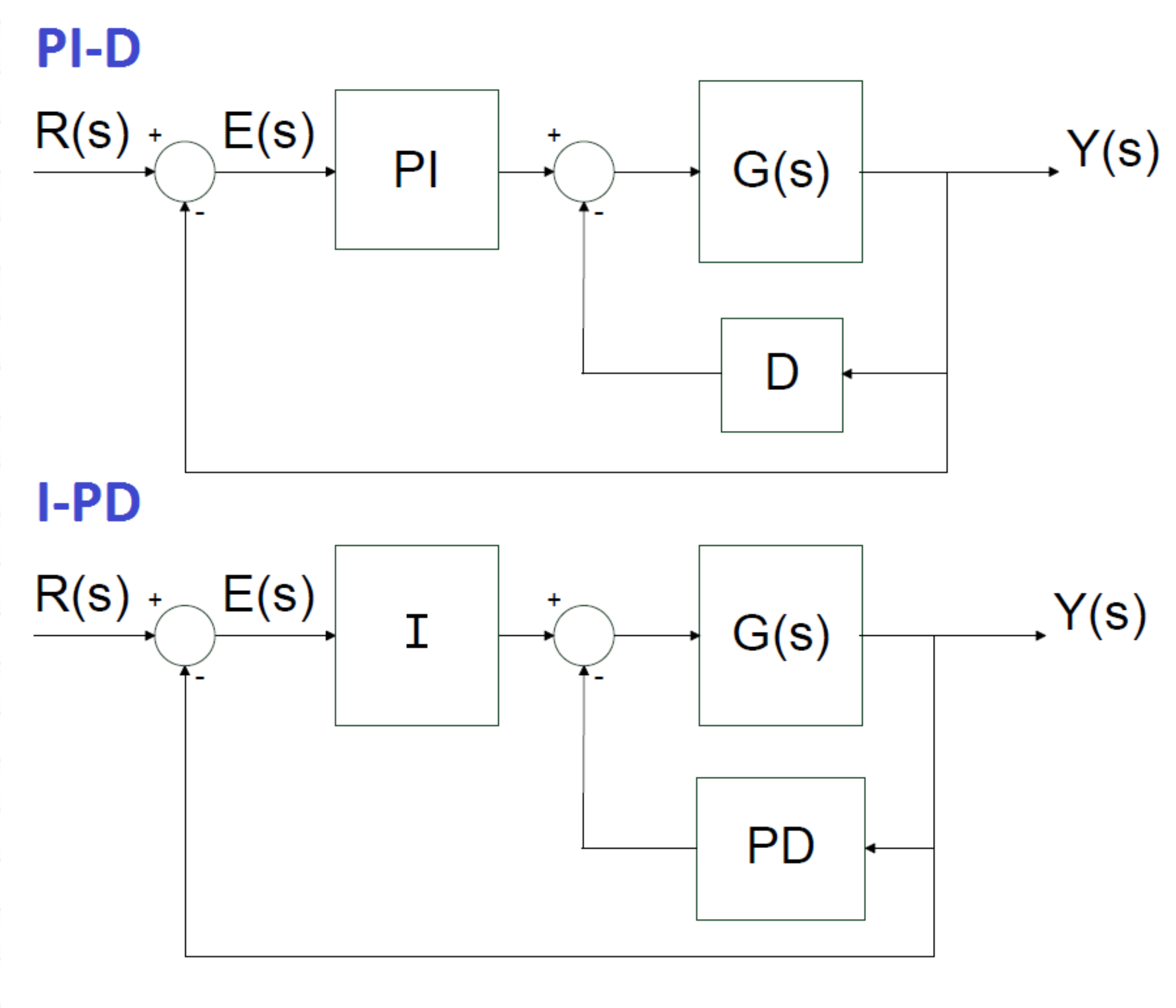
Controlador PID Paralelo Ideal

PID Paralelo (Ideal)



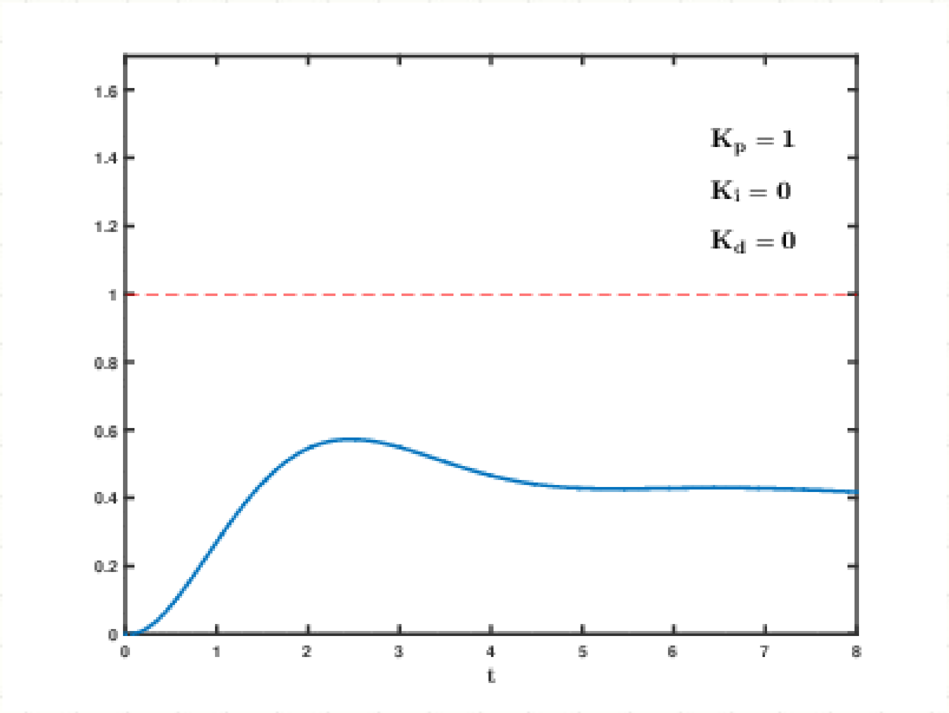
$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Outras configurações do Controlador PID



Ações de Controle - Resumo

Ação	Tempo de Subida	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro em regime permanente
P	Reduz	Aumenta	Interfere Pouco	Reduz
I	Reduz	Aumenta	Aumenta	Zera
D	Não interfere	Reduz	Reduz	Não Interfere



Controle em Avanço e em Atraso de Fase

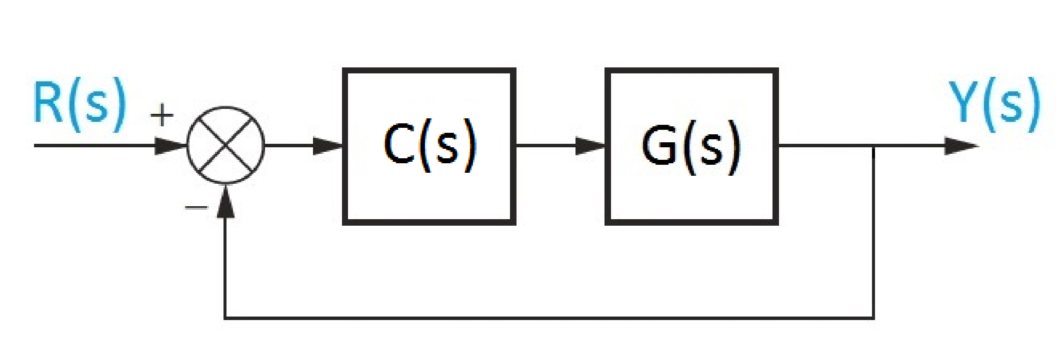
Duas estruturas de controladores muito utilizadas são:

- **Controladores em Avanço de Fase**
- **Controladores em Atraso de Fase**

E ainda, a combinação de ambos gerando os controladores em **avanço-atraso de fase**.

Controle em Avanço e em Atraso de Fase

Seja a configuração de controle em série:



Ambos os controladores tem a mesma estrutura:

$$C(s) = K\frac{s+b}{s+\alpha b} \quad K, \alpha, b > 0$$

Considerando s=σ+jω, a fase do controlador pode ser escrita como:

$$\angle C(s) = \angle(\sigma + j\omega + b) - \angle(\sigma + j\omega + \alpha b)$$

$$= \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma + b}\right) - \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\sigma + \alpha b}\right)$$

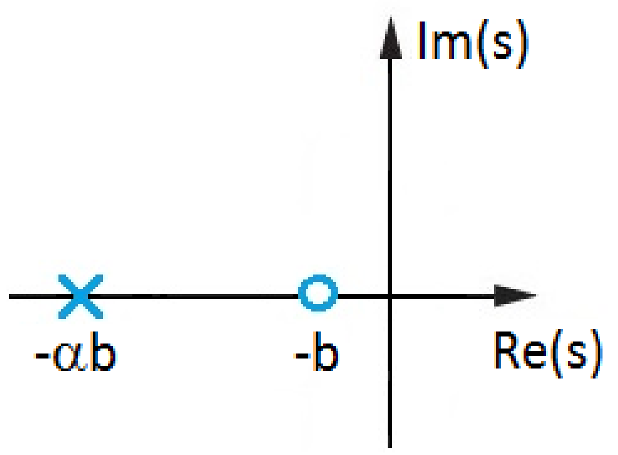
Controle em Avanço de Fase

Observe que, para

$$\alpha > 1 \quad \Rightarrow \quad \angle C(s) > 0$$

Portanto, a introdução do controlador gera um aumento na fase do ramo direto do sistema.

Este controlador é chamado “em avanço de fase” ou simplesmente **CONTROLADOR EM AVANÇO**.



$$C(s) = K\frac{s+b}{s+\alpha b} \qquad \begin{aligned} K, b &> 0 \\ \alpha &> 1 \end{aligned}$$

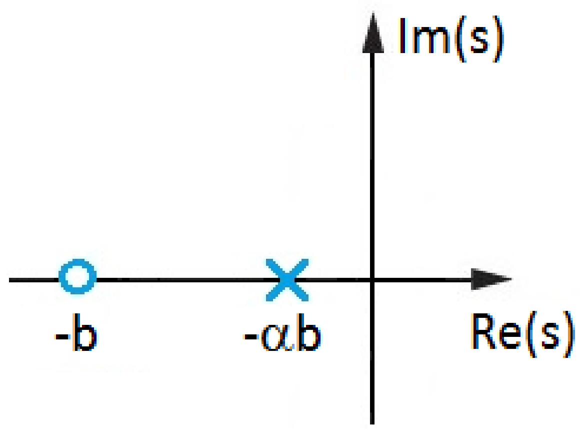
Controle em Atraso de Fase

Para

$$0 \leq \alpha < 1 \quad \Rightarrow \quad \angle C(s) < 0$$

Portanto, a introdução do controlador gera uma redução na fase do ramo direto do sistema.

Este controlador é chamado “em atraso de fase” ou simplesmente **CONTROLADOR EM ATRASO**.



$$C(s) = K\frac{s+b}{s+\alpha b} \qquad \begin{matrix} K, b > 0 \\ 0 < \alpha < 1 \end{matrix}$$

Controle em Avanço e em Atraso de Fase

Controlador em Avanço

Geralmente utilizado para melhorar a **resposta transitória** do sistema. Seu comportamento se aproxima de uma ação Proporcional-Derivativa (PD).

Controlador em Atraso

Geralmente utilizado para melhorar a resposta do sistema em **regime permanente**. Seu comportamento se aproxima de uma ação Proporcional-Integral (PI).

Controle em Avanço e em Atraso de Fase

O controlador PD (forma real)

$$C(s) = K_P\left(1 + \frac{NT_D s}{T_D s + N}\right)$$

pode ser reescrito como

$$C(s) = K\,\frac{s+b}{s+\alpha\,b}$$

sendo

$$\alpha = N+1, \quad b = \frac{N}{\alpha\,T_D} \quad \text{e} \quad K = \alpha\,K_P$$

Ou seja, **o controlador PD é um caso particular do controlador em avanço**.

Controle em Avanço e em Atraso de Fase

Seja um controlador em atraso. Fazendo α=0 tem-se:

$$C(s) = K\frac{s+b}{s}$$

ou seja, um controlador do tipo PI:

$$C(s) = Kp\left(\frac{s+1/T_I}{s}\right)$$

com

$$b = \frac{1}{T_I} \quad \text{e} \quad K = K_P$$

Assim, vê-se que **controlador PI é um caso particular do controlador em atraso**.

Controle em Avanço-Atraso de Fase

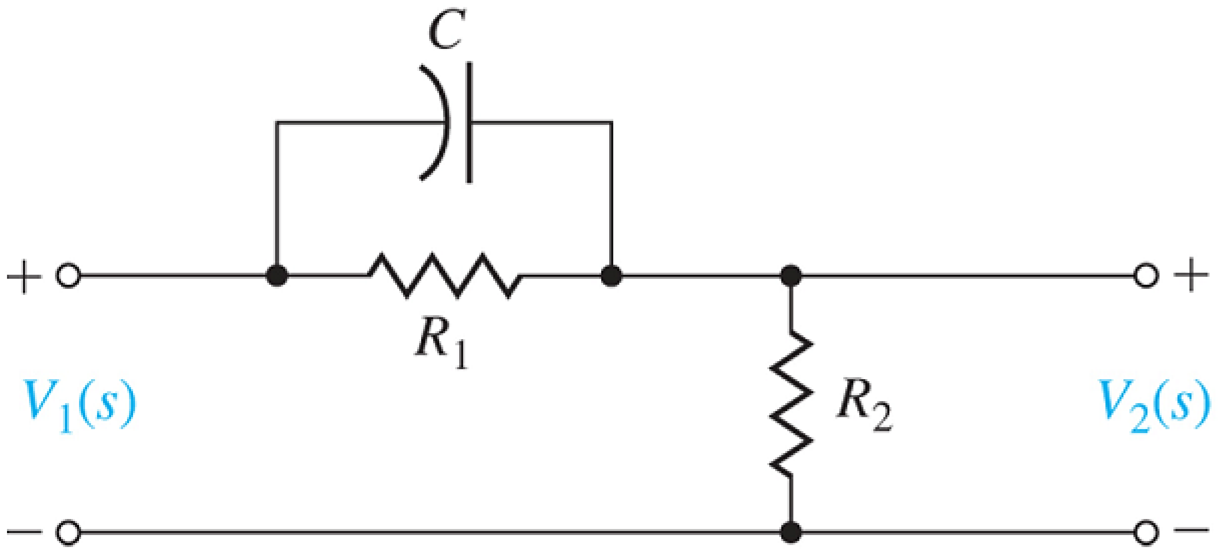
Combinando os controladores anteriores obtém-se o controlador em Avanço-Atraso de fase:

$$C(s) = K\underbrace{\left(\frac{s+b}{s+\alpha b}\right)}_{C_{AV}}\underbrace{\left(\frac{s+a}{s+\beta a}\right)}_{C_{AT}} \qquad K,a,b>0 \quad \alpha>1 \quad 0\le\beta<1$$

Podem ser consideradas duas possibilidades: $\alpha = \beta$ ou $\alpha \neq \beta$.

Observe que fazendo β=0, ou seja, transformando a parcela em atraso num controle PI, obtém-se um PID real (avanço-PI).

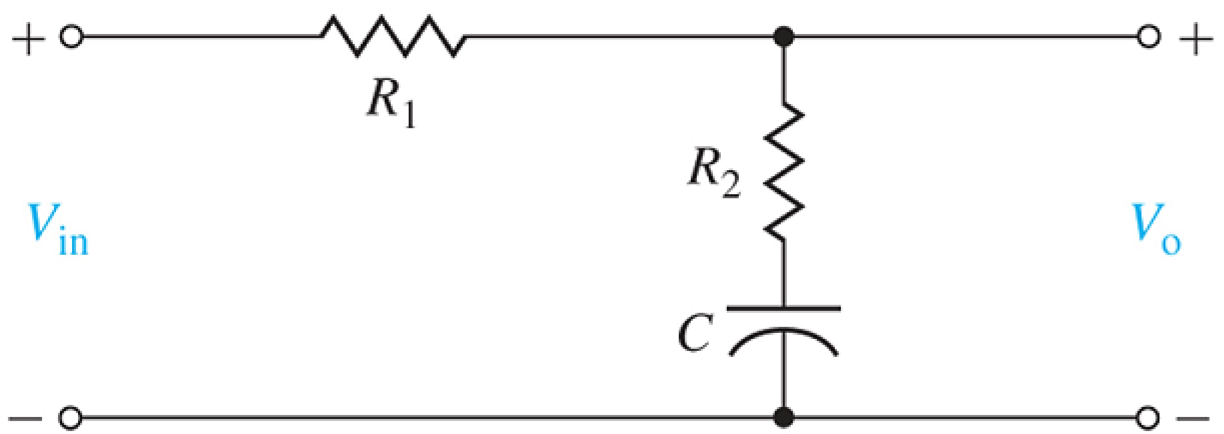
Implementação de Controladores



Compensador em avanço de fase

$$C_{AV}(s) = \frac{R_2(R_1Cs+1)}{R_1R_2Cs + R_1 + R2}$$

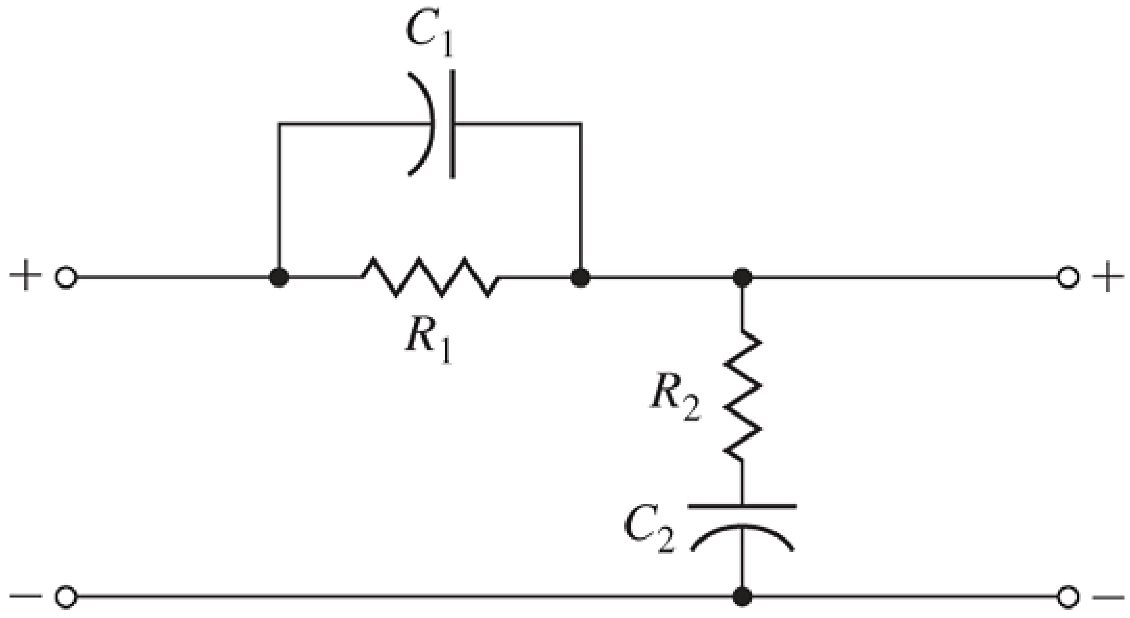
Implementação de Controladores



Compensador em atraso de fase

$$C_{AT}(s) = \frac{R_2Cs+1}{(R_1+R_2)Cs+1}$$

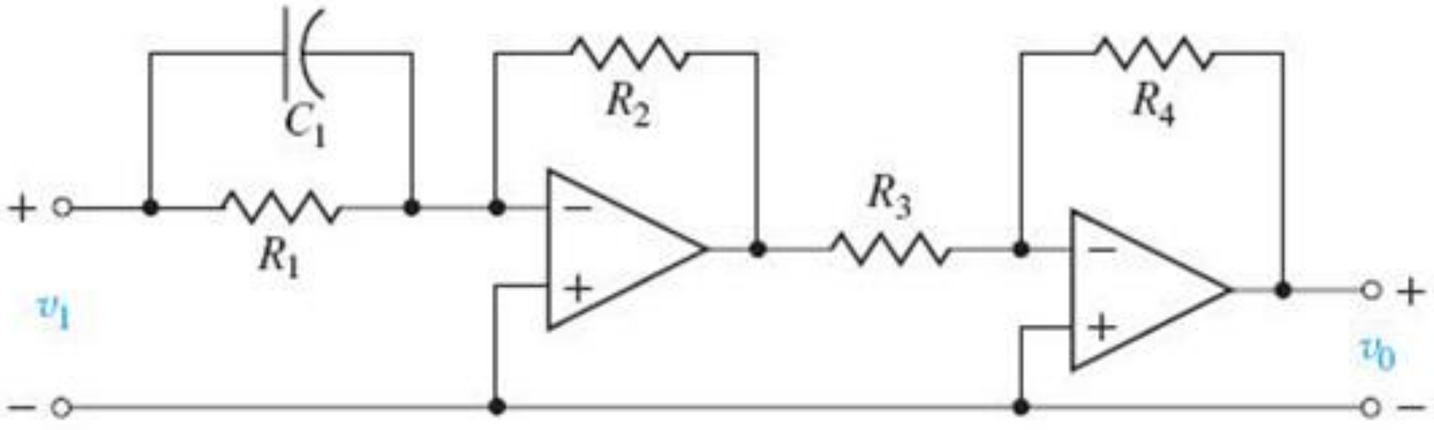
Implementação de Controladores



Compensador em avanço-atraso

$$C_{AVT}(s) = \frac{(R_1Cs+1)/(R_2Cs+1)}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)s + 1}$$

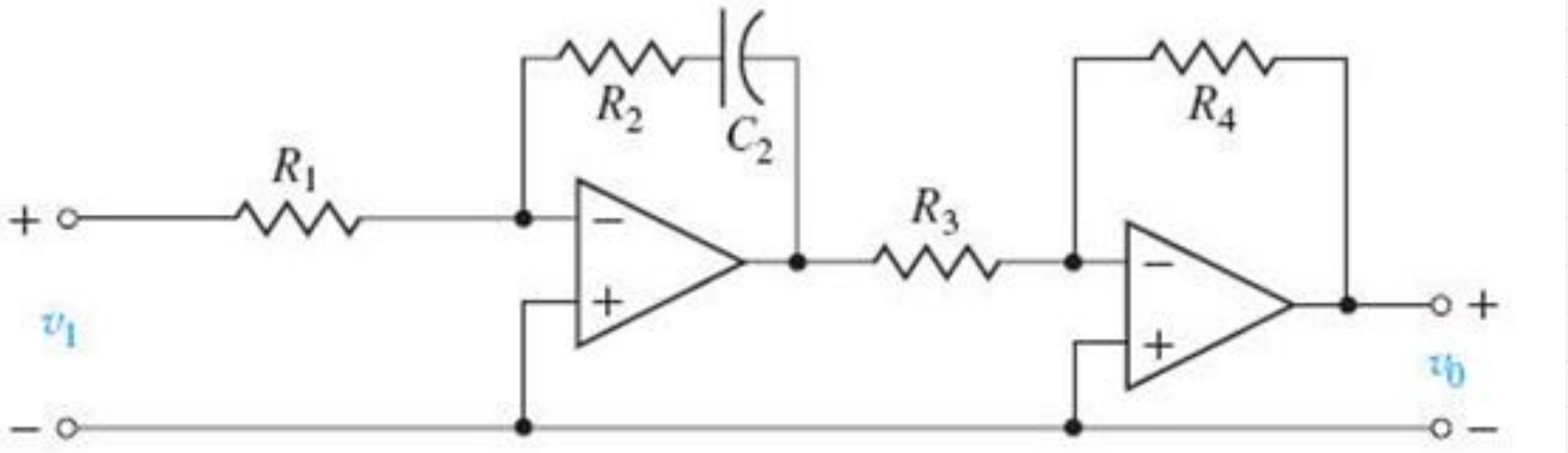
Implementação de Controladores



Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

$$C_{PD}(s) = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\left(R_1 C s + 1\right)$$

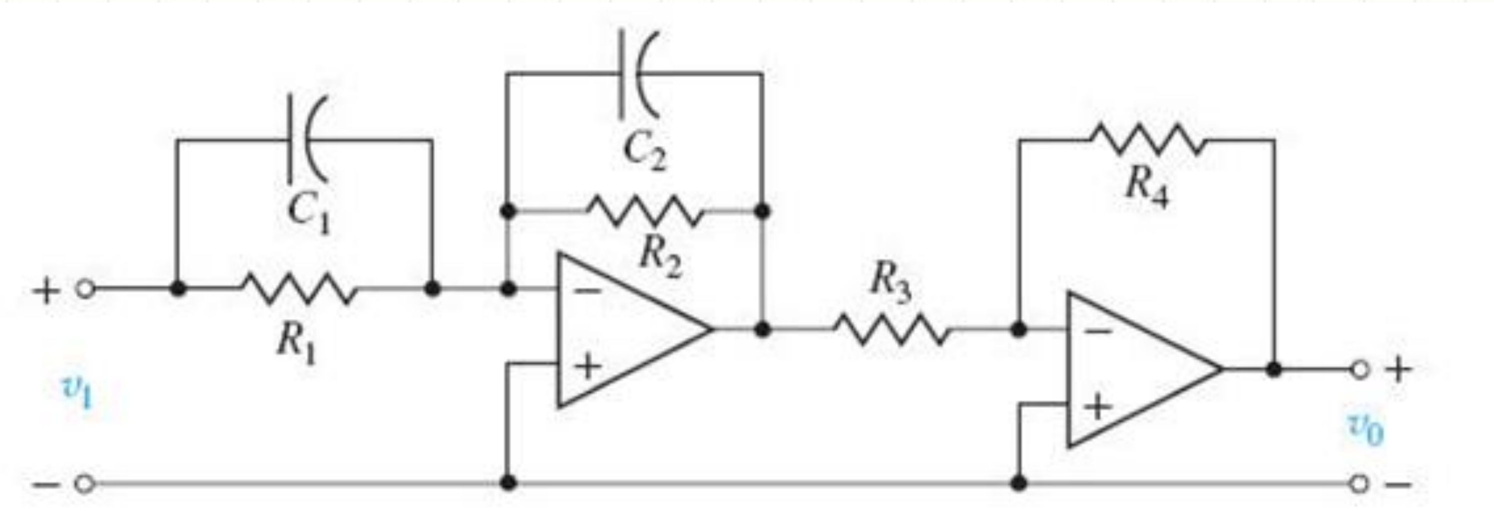
Implementação de Controladores



Controlador Proporcional-Integral (PI)

$$C_{PI}(s) = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\left(\frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_2 s}\right)$$

Implementação de Controladores



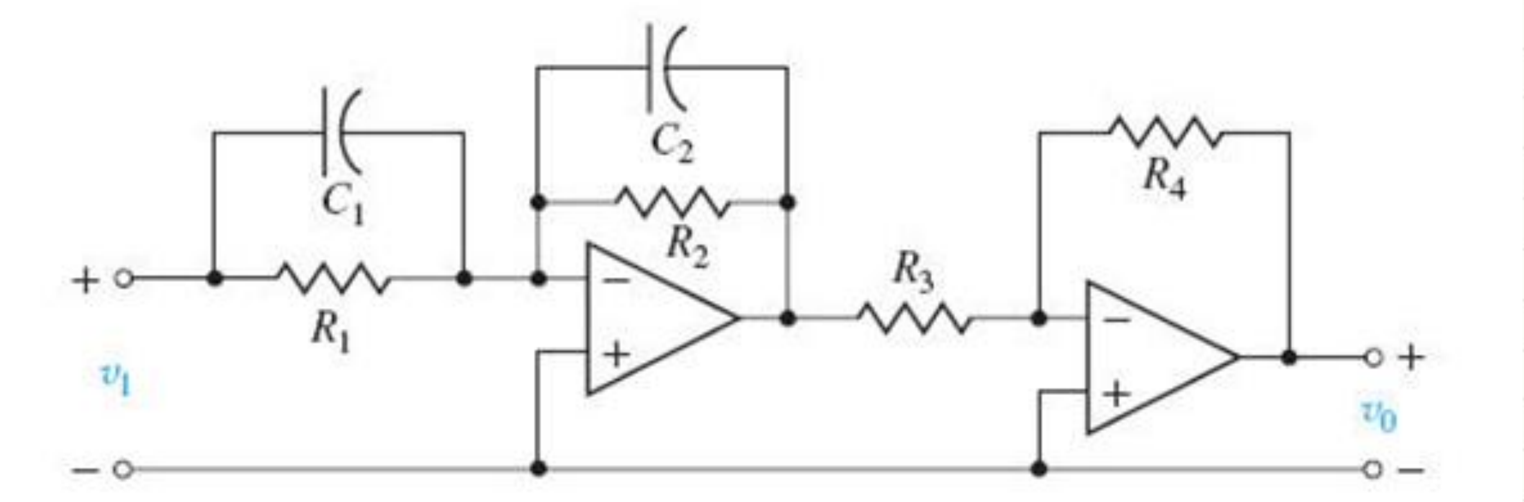
Controlador PID

$$C_{PID}(s) = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\left[\frac{(R_2 C_2 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{R_2 C_2 s}\right]$$

Implementação de Controladores

$$C(s) = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\left(\frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1}\right)$$

$$\text{Avanço} \quad se \quad R_1 C_1 > R_2 C_2$$
$$\text{Atraso} \quad se \quad R_1 C_1 < R_2 C_2$$



Controlador Avanço ou Atraso