

**Exercícios Sugeridos - Módulo 2**

**Parte I - Exercícios sugeridos de livros**

- Dorf, R. C., Bishop, R.H. **Sistemas de Controle Modernos**. 8ª edição, Ed. LTC, 2001.

Capítulo 8 - Métodos da Resposta em Frequência

Exercícios: E8.4 a E8.9 e P8.3 a P8.10.

Capítulo 9 - Estabilidade no Domínio da Frequência

Exercícios: E9.1 a E9.6, E9.12 a E9.13, E9.16 a E9.17, E9.24 a E9.28, P9.5, P9.7, P9.11 a P9.14.

- Franklin, G. Powell, J.D., Emami-Naeini, A. **Sistemas de Controle para Engenharia**, Bookman, 6ª ed. 2013;

Capítulo 6 - O Método de Projeto Baseado na Resposta em Frequência

Problemas: 6.3 a 6.8, 6.11 a 6.13, 6.15, 6.18 a 6.21, 6.25, 6.33, 6.34, 6.36, 6.40 e 6.41.

- Ogata, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4ª Edição, Ed. Pearson, 2003.

Capítulo 8 - Análise da Resposta em Frequência

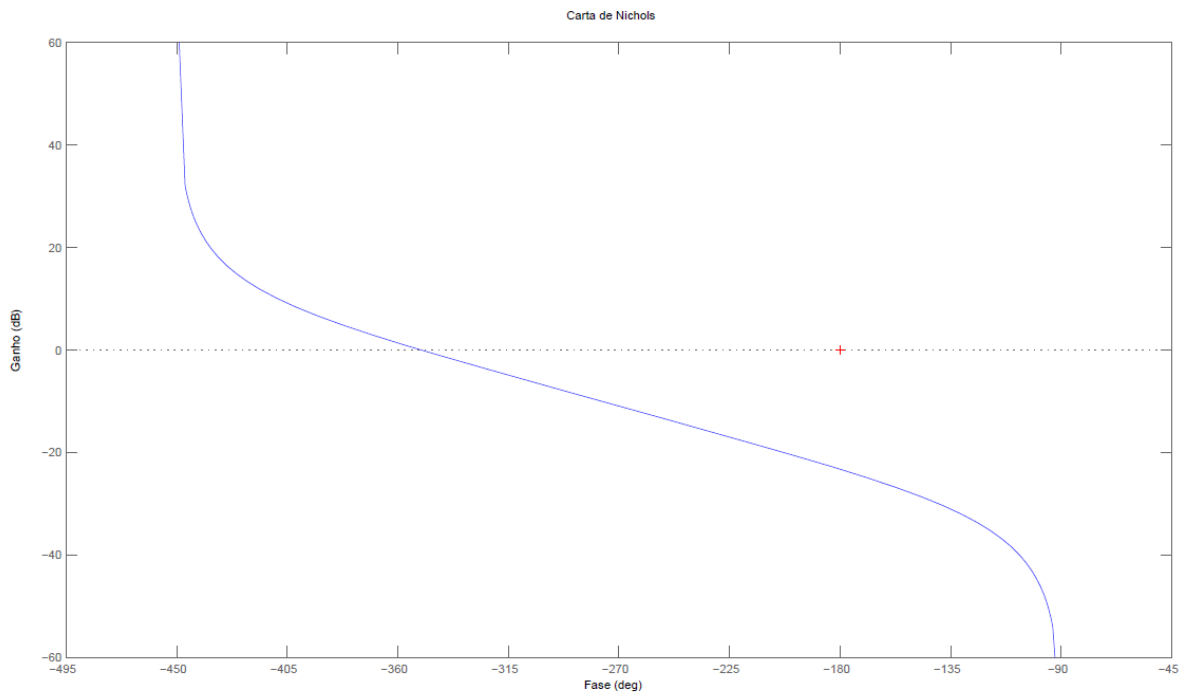
Exercícios B.8.8, B.8.10, B.8.17 a B.8.19, B.8.26 e B.8.29 a B.8.34

**Parte II - Exercícios de provas (com adaptações)**

1. Considere um sistema de controle com realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$G(s) = \frac{5(2 - 20s)}{s(2 + 20s)(s^2 + s + 100)}$$

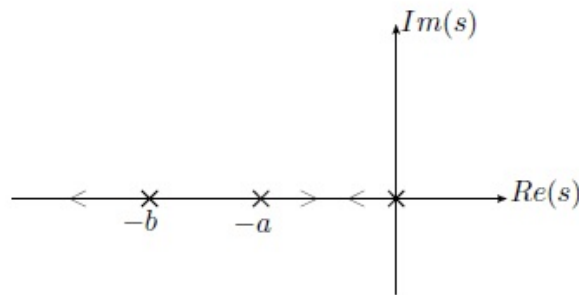
- (a) Traçar os diagramas de Bode de  $G(j\omega)$ . Determinar os valores (módulo e fase) reais e assintóticos nas frequências de corte e também nos limites  $\omega = 10^{-2}$  e  $\omega = 10^2$ . Calcular a(s) frequência(s) e pico(s) de ressonância, caso existam. Indicar a inclinação das assíntotas. Descrever os procedimentos utilizados na obtenção dos valores indicados no gráfico.
- (b) Calcular os valores das margens de estabilidade. O sistema é estável? Justificar a resposta.
- (c) Esboçar a Carta de Nichols para  $G(j\omega)$ .
2. Seja um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência (fase mínima) de malha aberta é dada por  $G(s)$ . A Carta de Nichols para  $G(j\omega)$  é mostrada na figura a seguir. A partir desta, analisar e concluir sobre a estabilidade do sistema em malha fechada. Indicar na figura as margens de ganho e fase. Justificar as respostas.



3. Seja um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$KG(s) = K \frac{s + 2}{(1 - s)[(s + 1)^2 + 1]}$$

- (a) Esboçar o diagrama de Nyquist de  $G(s)$  e determinar os valores do parâmetro  $K \in \mathbb{R}$  para os quais o sistema é estável em malha fechada, usando para isto o critério de estabilidade de Nyquist;
- (b) Para  $K = -1,95$ , esboçar a resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada. Justificar a forma do esboço.
4. Considere um sistema de controle com realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é  $KG(s)$ . Quando  $K$  varia de 0 a  $+\infty$ , os pólos de malha fechada reais do sistema apresentam o comportamento apresentado na figura a seguir. Sabe-se ainda que este Lugar da Raízes tem um ponto de ramificação em  $-3 + \sqrt{3}$  e o centróide é o ponto  $-3$ .

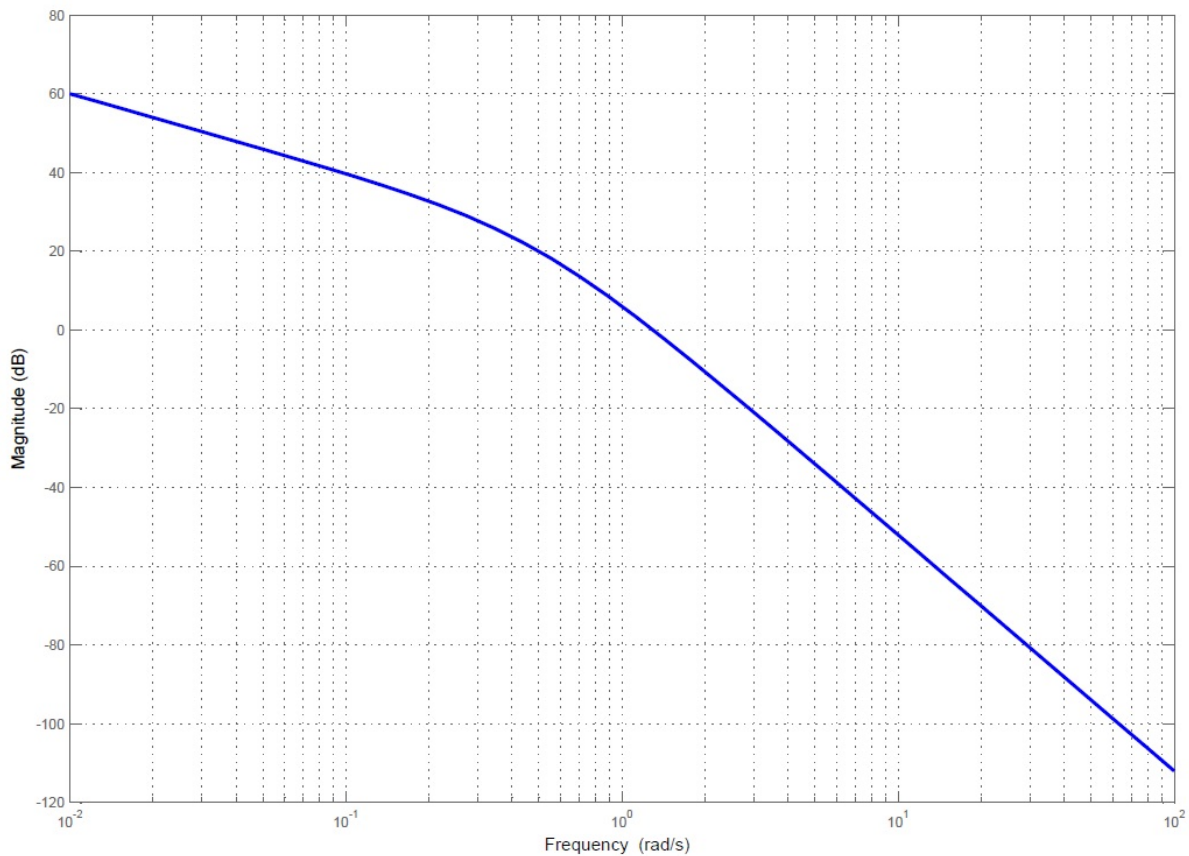


- (a) Determinar  $G(s)$ , sabendo-se que os coeficientes dos termos de maior grau dos seus numerador e denominador são ambos iguais a 1;
- (b) Esboçar o diagrama de Nyquist de  $G(s)$  e determinar os valores de  $K$  para os quais o sistema é estável por meio do critério de estabilidade de Nyquist;
- (c) Considere  $K = 50$ . Esboçar a resposta do sistema a um degrau unitário, indicando no gráfico os valores aproximados de tempo de acomodação, valor de regime permanente e sobresinal, caso exista.

5. Considere um sistema de controle com realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por

$$KG(s) = \frac{0,1K(s+1)^2}{s^3}$$

- (a) Esboçar o diagrama de Nyquist. Explicitar parte real e parte imaginária de  $G(j\omega)$ , módulo e fase para as frequências de interesse ( $\omega = 0$  e  $\omega = \pm\infty$ ) e análise do comportamento em torno da origem.
- (b) Usando o Diagrama de Nyquist, determinar a estabilidade do sistema em função da variação do ganho  $-\infty < K < +\infty$ . Indicar também para que valor(es) de  $K$  o sistema em malha fechada apresenta 1, 2 ou 3 pólos instáveis. Justificar as respostas.
6. Seja um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência (fase mínima) de malha aberta é dada por  $G(s)$ . A variação do módulo (em dB) para  $G(j\omega)$  é apresentada a seguir. A partir do diagrama de Bode, determinar o tipo do sistema e o valor do coeficiente de erro estático associado. Estimar a função de transferência  $G(s)$ . Justificar as respostas.



7. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cujo processo a controlar é um sistema com atraso de transporte de  $1s$ :

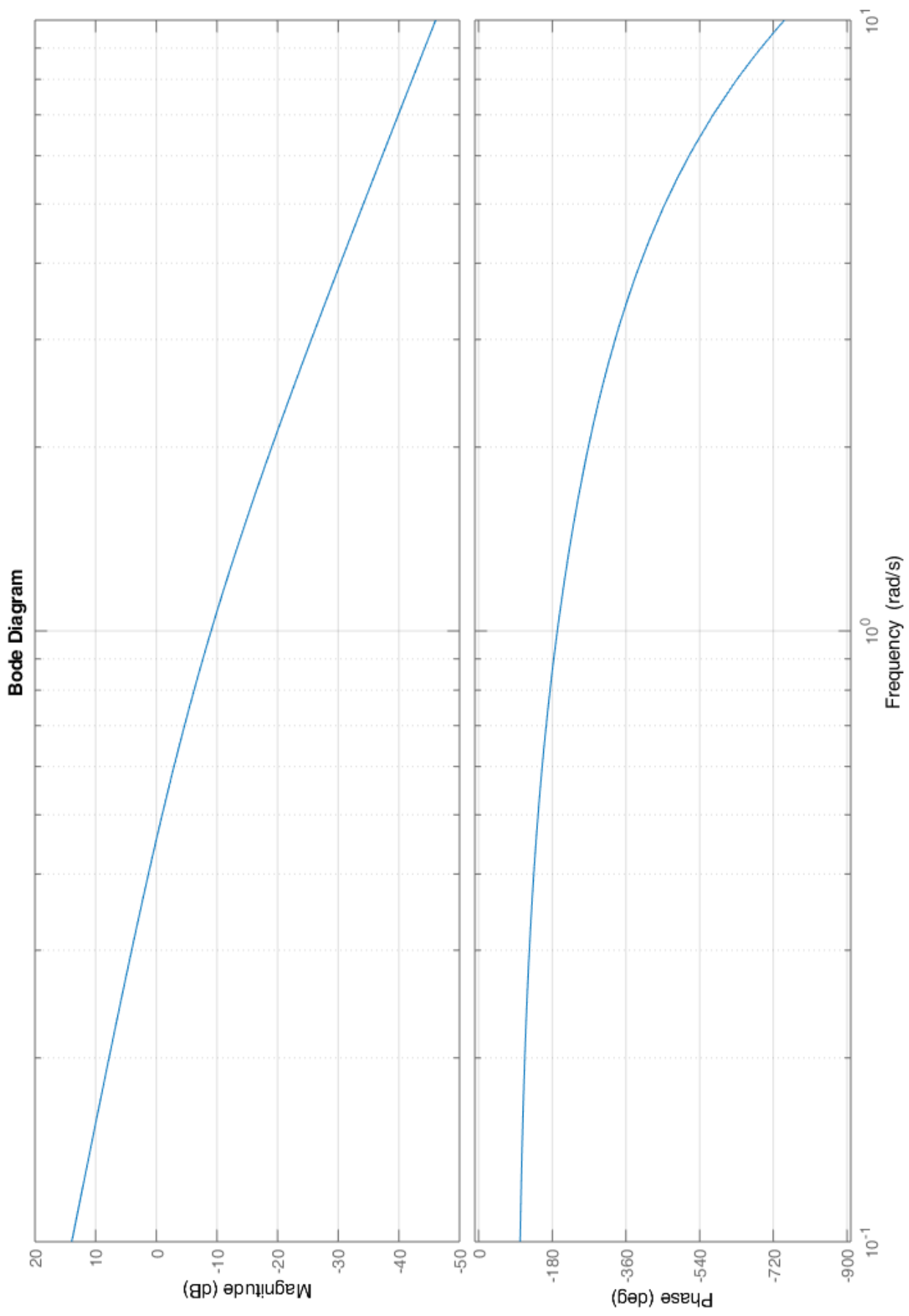
$$G(s) = \frac{0,5e^{-s}}{s(s+1)}$$

Os diagramas de Bode correspondentes ao sistema são mostrados a seguir.

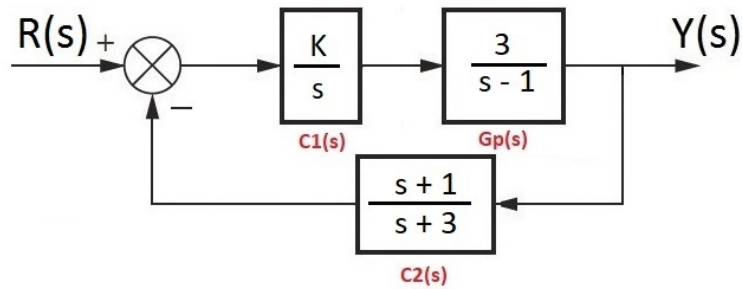
- (a) Traçar os diagramas de Bode considerando o atraso de transporte representado por uma aproximação de Padé(1,1) (usar a figura fornecida).
- (b) Determinar a faixa de valores de  $K$  para os quais o sistema é estável:
  - i. usando a função de transferência exata;
  - ii. usando a função de transferência aproximada.
- (c) Considerando  $K = 1$ , estimar o sobresinal da resposta ao degrau unitário:
  - i. usando a função  $G(s)$  exata;
  - ii. usando a função de transferência aproximada.

Neste caso, o uso da aproximação de Padé é recomendável ? Justificar a resposta.

Obs: Considere a relação  $\xi \approx MF/100$ .

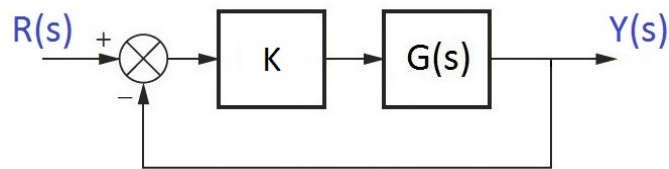


8. Considere o sistema representado na figura abaixo.



Esboçar o diagrama de Nyquist para o sistema. Explicitar parte real e parte imaginária, módulo e fase para as frequências de interesse ( $\omega = 0^\pm$  e  $\omega = \pm\infty$ ) e cruzamentos com eixo real e imaginário. Determinar, caso exista, a estabilidade do sistema em função da variação do ganho  $-\infty < K < +\infty$ .

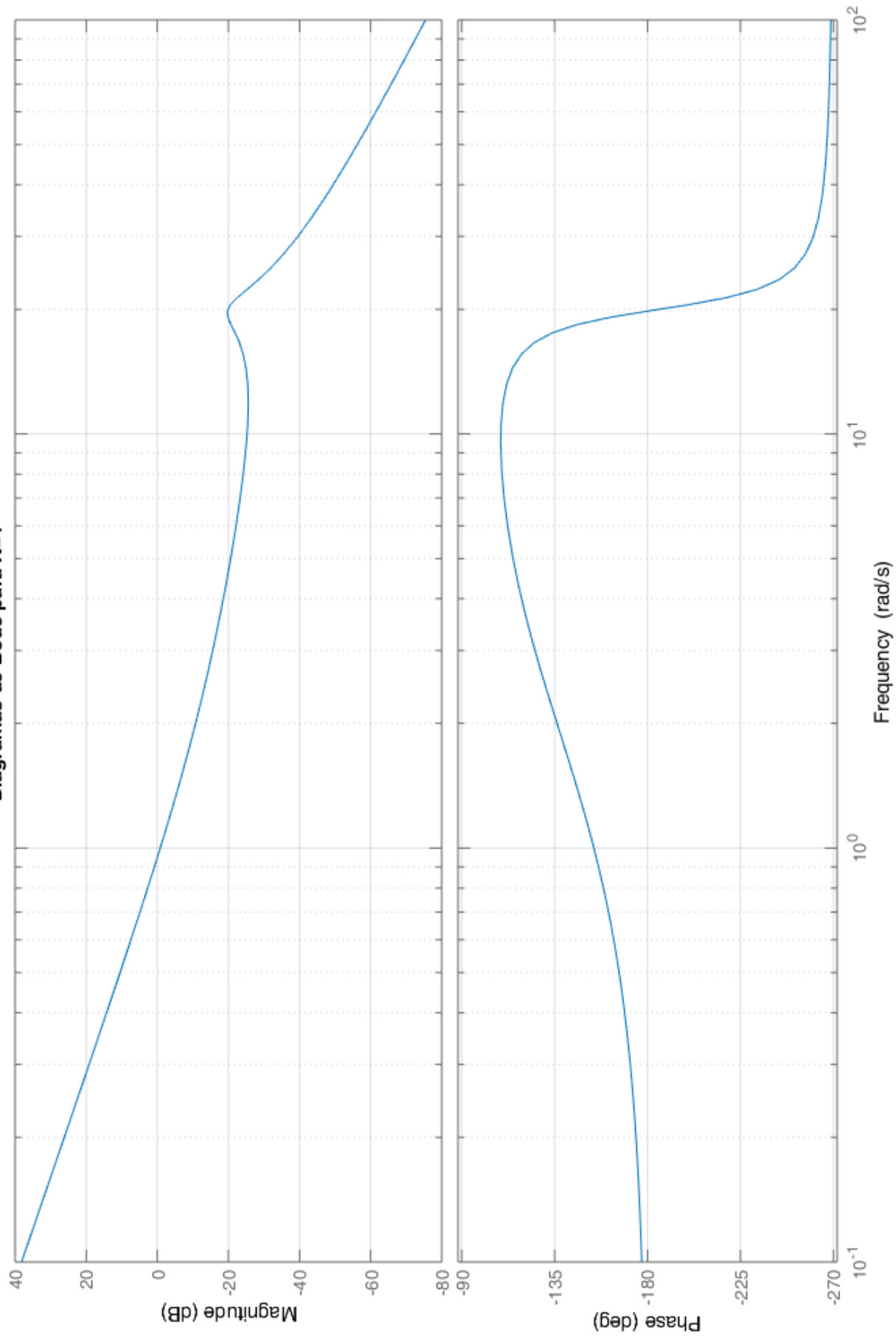
9. Considere um sistema de controle abaixo, sendo que  $G(s)$  representa um sistema de fase mínima.



Considerando  $K = 1$  obtém-se a resposta em frequência apresentada a seguir.

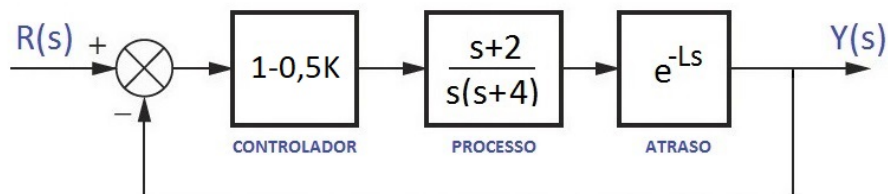
- Qual o erro de regime permanente para uma entrada do tipo parábola unitária?
- O ganho  $K$  poderia ser ajustado para garantir um erro de regime permanente inferior a 20%? Em caso afirmativo, determinar para que valores de  $K$  a especificação de erro poderia ser atendida.
- Determinar a função de transferência  $G(s)$  (aproximada). Apresentar resumidamente as considerações utilizadas na determinação da mesma.

Diagramas de Bode para K=1



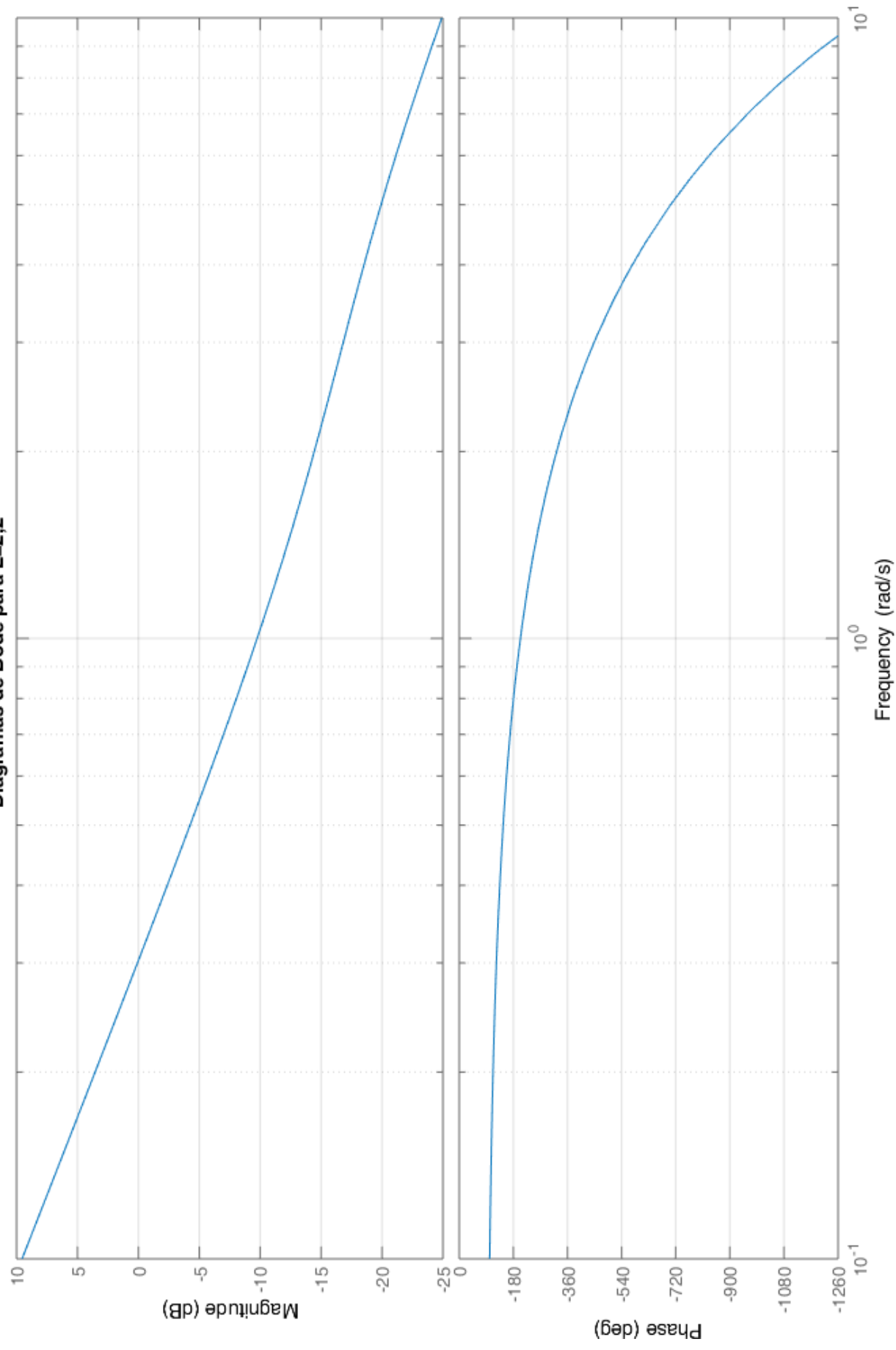


10. Seja o sistema de controle abaixo, sendo  $K \geq 0$  um ganho constante e  $L \geq 0$  um atraso em segundos.



- (a) Para  $K = L = 0$ , determinar as margens de ganho e de fase do sistema.
- (b) Considerando  $K = 3$  e  $L = 0$  (sem atraso), o sistema é estável em malha fechada? Justificar a resposta conceitualmente (sem cálculos).
- (c) Considerando  $0 < K < 1,8$ , determinar o máximo atraso  $L$  que poderia ser admitido de modo a preservar a estabilidade do sistema em malha fechada. Explicar como este valor foi obtido.
- (d) Considerando  $L = 2,2$  e um valor fixo de ganho  $K$  obtém-se os Diagramas de Bode mostrados na Figura 3. Determinar o ganho  $K$  utilizado para a obtenção dos referidos gráficos. Explicar o procedimento utilizado para a determinação do ganho.

Diagramas de Bode para  $L=2,2$

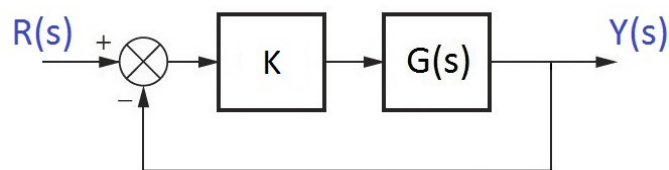


11. Seja um sistema de controle com realimentação unitária, cuja função de transferência de malha aberta é apresentada a seguir.

$$G(s) = \frac{4(s+1)^2}{s(s^2+36)}$$

- (a) Traçar os Diagramas de Bode para o sistema. Descrever o comportamento assintótico (inclinação das assíntotas e variação de fase). Indicar valores reais de módulo e fase para as frequências de corte e frequências limite do diagrama traçado.
- (b) Determinar, analiticamente, as margens de ganho e de fase do sistema. O sistema é estável em malha fechada? Justificar a resposta.

12. Considere o sistema de controle abaixo, sendo que  $G(s)$  pode ser uma das três funções de transferência dadas seguir.

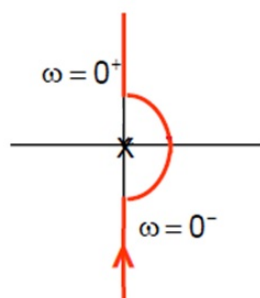


$$G_1(s) = \frac{1}{s(s-b)}$$

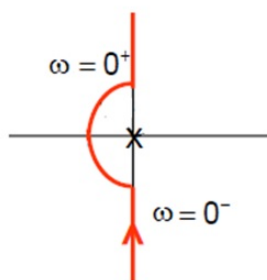
$$G_2(s) = \frac{1+bs}{s(s-a)}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s(as+1)(bs+1)}$$

A seguir são mostrados os Diagramas de Nyquist obtidos considerando uma das três funções ( $G_1$ ,  $G_2$  ou  $G_3$ ) e um dos seguintes contornos para o polo da origem:

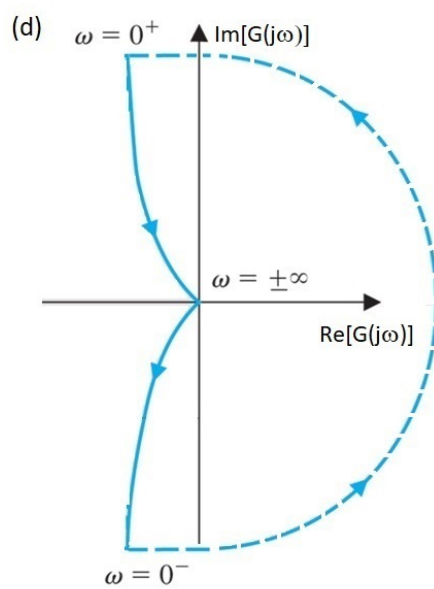
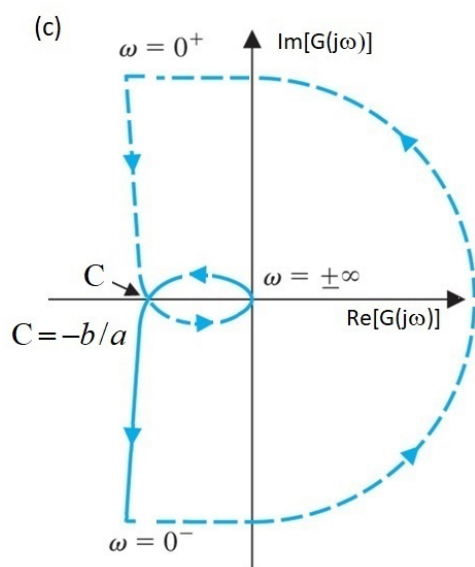
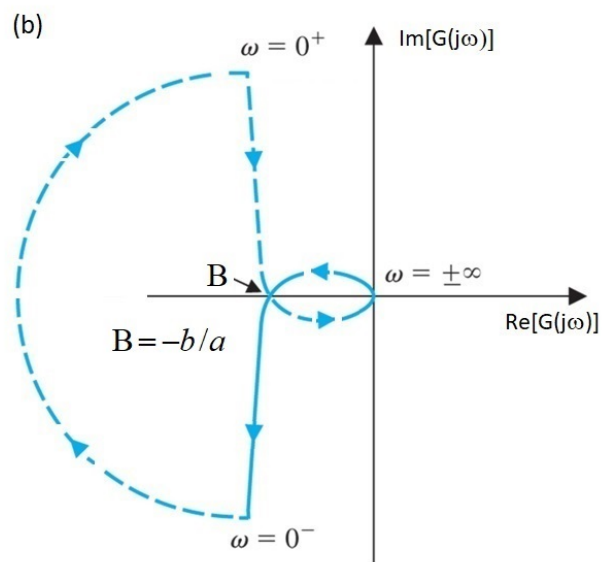
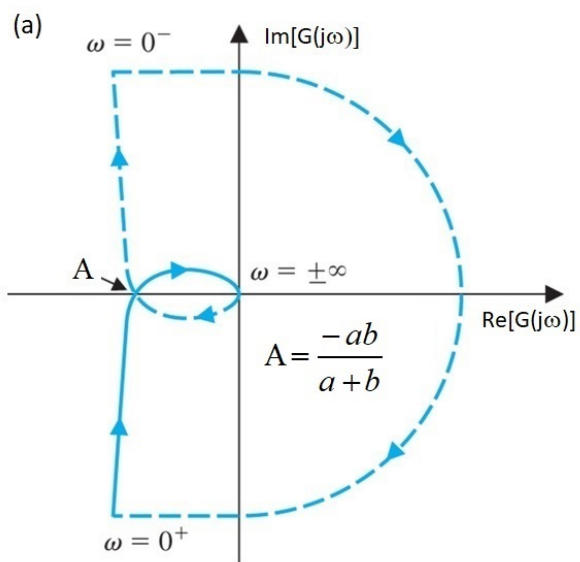


C.D. - Contorno pela direita  
(sentido anti-horário)

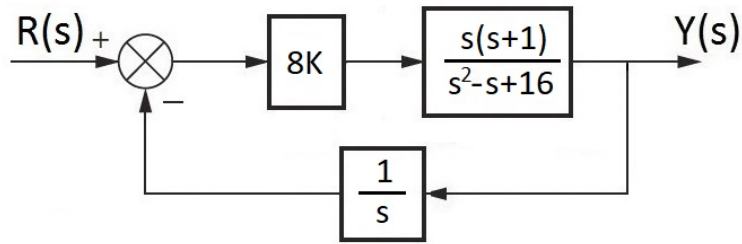


C.E - Contorno pela esquerda  
(sentido horário)

Para cada um dos Diagramas de Nyquist (a, b, c, d), identificar qual a função de transferência considerada ( $G_1$ ,  $G_2$  ou  $G_3$ ), qual o tipo do contorno utilizado (CD ou CE) e analisar a estabilidade do sistema. Justificar as respostas.

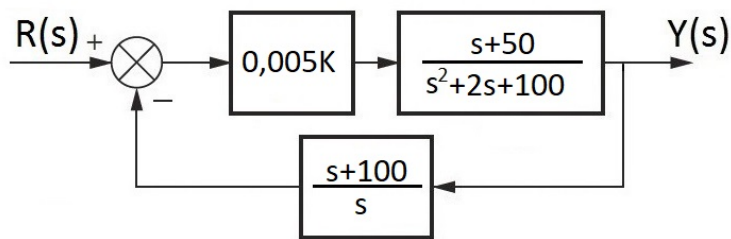


13. Considere o sistema de controle apresentado na figura abaixo.



- Esboçar o diagrama de Nyquist para o sistema. Explicitar parte real e parte imaginária, módulo e fase para as frequências de interesse ( $\omega = 0$  e  $\omega = +\infty$ ) e cruzamentos com eixo real e imaginário (frequências e valores).
- Utilizando o Diagrama de Nyquist, determinar a estabilidade do sistema em função da variação do ganho  $-\infty < K < +\infty$ . Indicar também para que valor(es) de  $K$  o sistema em malha fechada apresenta 1 ou 2 polos instáveis. Justificar as respostas.

14. Seja o sistema de controle com realimentação unitária a seguir.



- Traçar os Diagramas de Bode para o sistema. Descrever o comportamento assintótico (variação de módulo e de fase). Determinar os valores reais de módulo e fase para as frequências de corte e frequências  $\omega = 10^{-1}$ ,  $\omega = 10^0$  e  $\omega = 10^4$ .
- Determinar as margens de ganho e de fase do sistema, indicando as frequências de cruzamento. O sistema é estável em malha fechada? Justificar as respostas.