ENGC42 - Sistemas de Controle I
Profa. Cristiane Paim

Exercícios Sugeridos - Módulo 1

Parte I - Exercícios sugeridos de livros

- Dorf, R. C., Bishop, R.H. **Sistemas de Controle Modernos**. 8ª edição, Ed. LTC, 2001.

  Capítulo 7 - O Método do Lugar das Raízes

  Exercícios: E7.3, E7.13, E7.20, E7.23.

- Franklin, G. Powell, J.D., Emami-Naeini, A. **Sistemas de Controle para Engenharia**, Bookman, 6ª ed. 2013;

  Capítulo 5 - O Método do Lugar das Raízes

  Exercícios: 5.3 a 5.9 e 5.14 a 5.21.

- Ogata, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 4ª Edição, Ed. Pearson, 2003.

  Capítulo 6 - Análise e Projeto de Sistemas pelo Método do Lugar das Raízes Exercícios: B6.2, B6.6, B6.9, B6.16 e B6.17.

Parte II - Exercícios de provas (com adaptações)

1. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$KG(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

   (a) Esboçar o Lugar das Raízes quando K varia de 0 a $+\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), cruzamento com o eixo imaginário e ponto(s) de ramificação.

   (b) Determinar a(s) faixa(s) de valores de $K > 0$ de modo que todos os pólos de malha fechada sejam estáveis e reais.

   (c) Considerando apenas os pólos dominantes, determinar a(s) faixa(s) de valores de K tal que o amortecimento do sistema seja maior que $\sqrt{2}/2$.

   (d) Para melhorar a estabilidade do sistema acrescenta-se um zero a função de transferência de malha aberta:

$$\bar{K}\bar{G}(s) = \frac{\bar{K}(s+z)}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

   Sabendo que o novo Lugar das Raízes cruza o eixo imaginário em $\pm j5,48$, determinar o valor do zero inserido no sistema.

   (e) Com o auxílio do MATLAB avalie a resposta ao degrau, considerando o sistema sem e com zero.

2. Um sistema de controle com realimentação unitária possui a seguinte função de transferência de malha aberta:

$$G(s) = \frac{K}{(s+20)(s+a)(s+b)}$$

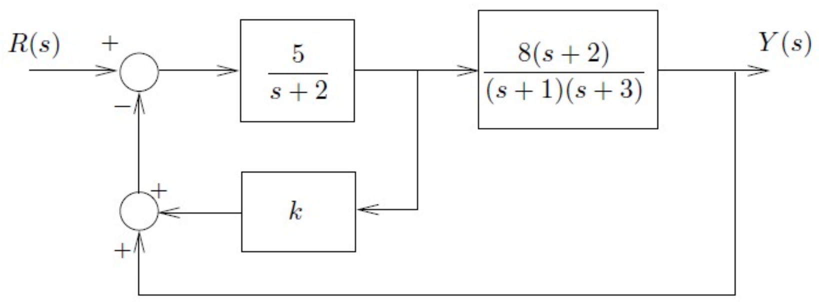
   (a) Determinar os valores de K, a e b, sabendo-se que, em malha fechada:

   - O ganho estático do sistema é igual a 1;
   - Quando o sistema é submetido a uma entrada em rampa, o erro de rastreamento em regime permanente não é nulo;
   - Quando o ganho K é duplicado, a saída do sistema em regime permanente devido a uma entrada em impulso é uma senóide pura com um período de $0,628$s.

   (b) Esboçar a resposta do sistema a um degrau unitário. Determinar e indicar no gráfico os valores aproximados de sobresinal máximo e tempo de acomodação (critério de 2%).

   (c) Com o auxílio do MATLAB simule a resposta do sistema ao degrau unitário e verifique os valores exatos de sobresinal máximo e tempo de acomodação.

3. Considere o sistema abaixo, sujeito a uma entrada do tipo degrau unitário.



(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < k < +\infty$, detalhando: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário, ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada. Indicar explicitamente a faixa de valores de k que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

(b) Determinar a faixa de valores de k de modo que a resposta do sistema tenha um tempo de subida (critério 0 a 100%) menor do que 2 segundos. Justificar a resposta.

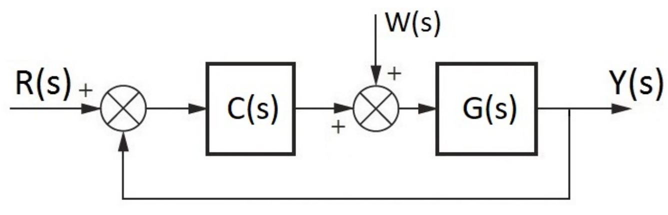
(c) Determinar a expressão que permite calcular o erro de regime permanente do sistema. Analisar o comportamento do erro de regime permanente em função de todos os valores possíveis para o parâmetro k. É possível obter-se erro nulo? Para que valor(es) de k?

(d) Determinar a sensibilidade do erro em regime permanente em função da variação de k.

(e) Esboçar a resposta do sistema considerando $k = -0,5$. Calcular e indicar no gráfico o valor da saída em regime permanente. Indicar também os valores aproximados de sobresinal máximo e tempo de acomodação (critério de 2%). Pode-se afirmar que esses valores são boas aproximações dos valores reais ? Justificar a resposta.

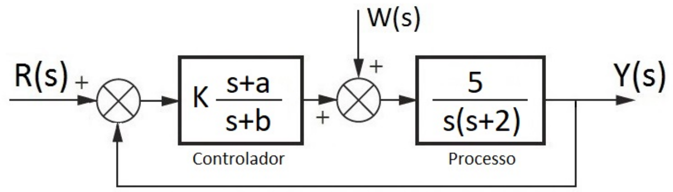
(f) Com o auxílio do MATLAB simule a resposta do sistema ao degrau unitário e verifique os valores exatos de sobresinal máximo e tempo de acomodação.

4. Considere o sistema de controle abaixo, sendo $r(t)$ a entrada de referência e $\omega(t)$ uma entrada de perturbação.



Considerando o problema de rejeição de perturbação ($r(t) = 0$), sob determinadas condições, a existência de um integrador em $C(s)$ permite rejeitar em regime permanente o efeito de uma perturbação $\omega(t)$ constante. Sob que condições isto é possível? Explicar conceitualmente (sem o uso de transformadas ou expressões matemáticas) porque nessas condições a existência de um integrador na função de transferência do controlador garante a rejeição da referida perturbação.

5. Considere o sistema de controle abaixo, sendo $r(t)$ a entrada de referência e $\omega(t)$ uma entrada de perturbação.



(a) Sejam as entradas de referência e de perturbação sinais do tipo degrau unitário. Determinar a expressão que permite calcular a sensibilidade do erro de regime permanente à variações no polo do controlador (parâmetro b).

(b) Considere o problema de seguimento de trajetória ($\omega(t) = 0$). Seja a referência um sinal do tipo $r(t) = a_1 + a_2 t$ para $t \geq 0$. Indique quais os valores possíveis de K, a e b para que o sistema apresente erro nulo em regime permanente.

Para os demais itens considere ainda $\omega(t) = 0$, $b = 1$ e $K = 0,2$.

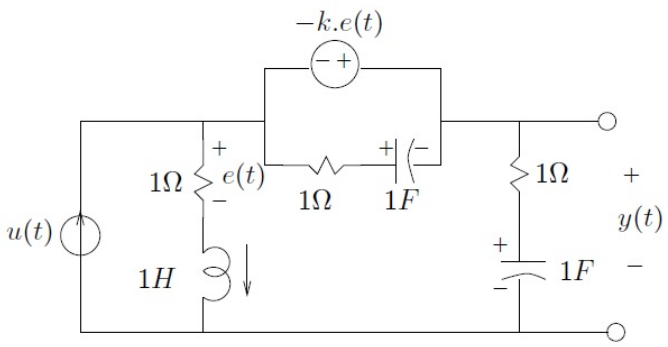
(c) Esboçar o Lugar das Raízes para $a > 0$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada e intersecção com o eixo imaginário. Indicar explicitamente a condição de estabilidade do sistema em malha fechada.

(d) Para que valores de $a > 0$ é possível garantir que a resposta ao degrau em malha fechada tenha um sobresinal menor do que 10%? Justificar a resposta.

(e) Teoricamente, é possível atender adicionalmente uma especificação de tempo de acomodação menor do que 2 segundos? Justificar a resposta. Em caso, afirmativo indicar a faixa de valores do parâmetro a que garante o atendimento de ambas as especificações. Avalie o comportamento da resposta em função dos valores encontrados.

(f) Com o auxílio do MATLAB simule a resposta do sistema ao degrau unitário, considerando diferentes valores de $a > 0$ e avalie a influência deste zero.

6. Seja o circuito elétrico:



Considerando como entrada a fonte de corrente $u(t)$ e como saída a tensão $y(t)$ obtém-se a função de transferência a seguir:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(s+1)(s+1-k)}{s^2 + (2-k)s + 1}$$

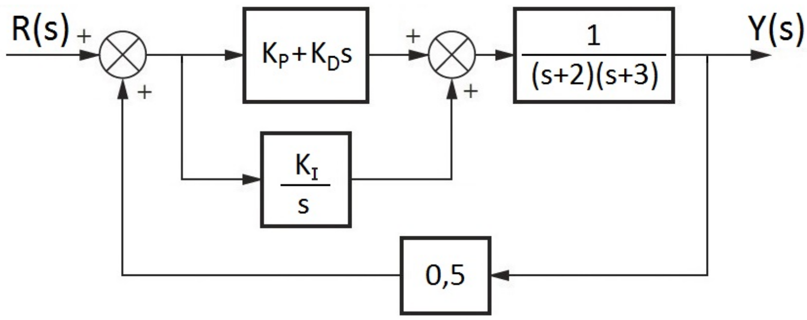
(a) Esboçar o Lugar das Raízes considerando a variação do ganho associado à fonte dependente de tensão, $-\infty < k < +\infty$. Indicar no gráfico: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário e ponto(s) de ramificação. Indicar explicitamente a faixa de valores de k que garante a estabilidade do sistema.

(b) Determinar a faixa de valores de k de modo a garantir que, teoricamente (desprezando o efeito dos zeros), a tensão de saída não apresente oscilações e tenha um tempo de acomodação (critério 2%) não superior a 5 segundos.

(c) Considerando que a entrada é uma corrente constante de 2A, determinar a faixa de valores de k para que a saída apresente um erro máximo (em módulo) de 5%, garantidas as especificações do item anterior.

(d) Considerando $k = 1,5$, esboçar a resposta a uma corrente constante de 2A.

7. Seja o sistema de controle abaixo, com $K_P = K_D = 2$.



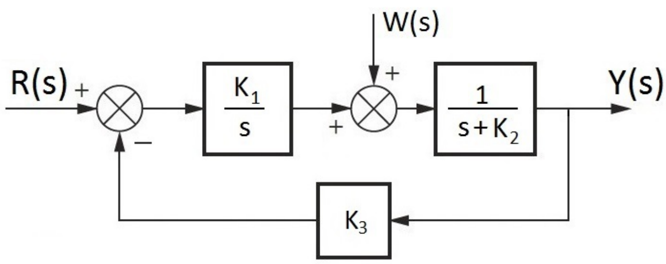
(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K_I < 0$ detalhando: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário, ponto(s) de ramificação e ângulos de partida e chegada. Indicar explicitamente a faixa de valores de K_I que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

Obs: O Lugar das raízes deve ser traçado para K_I variando de $-\infty$ até 0.

(b) Determinar a faixa de valores de K_I de modo que a resposta do sistema a um degrau unitário tenha tempo de acomodação (critério 2%) menor do que 10 segundos e sobressinal não superior a $4,32\%$ (desprezar o efeito dos zeros).

(c) Escolher um valor de K_I de modo a atender as especificações de desempenho definidas no item (b) e esboçar a resposta ao degrau unitário. Neste item, o efeito dos zeros deve ser considerado. Justificar o esboço.

8. Considere o sistema de controle representado na figura abaixo sendo K_1, K_2 e K_3 constantes positivas e $k3 \neq 1$. O sinal $\omega(t)$ é uma perturbação.



Seja a entrada de referência um sinal do tipo degrau unitário e entrada de perturbação um sinal do tipo rampa unitária. Determinar as expressões que permitem calcular: i) erro de regime permanente e, ii) sensibilidade do erro de regime permanente à variações no parâmetro K_3.

9. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$KG(z) = K\ \frac{0,1(z-1,2)}{(z^2-0,4z+0,2)}$$

   (a) Traçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação e cruzamento com o círculo unitário;

   (b) Determinar a(s) faixa(s) de valores de K para que os pólos de malha fechada sejam estáveis e complexos conjugados.

   Obs: O esboço pode ser feito por partes ($K > 0$ e $K < 0$), porém a resposta final deve ser o L.R. completo: $-\infty < K < +\infty$.

10. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada abaixo. Foi utilizado um período de amostragem de $0,5$ segundos para a obtenção da função de transferência em tempo discreto.

$$KG(z) = \frac{0,1K(z^2+z+0,5)}{z^2(z-1)}$$

   (a) Esboçar o Lugar das Raízes para $0 < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, intersecção com o círculo unitário e ângulos de partida e chegada. Indicar a faixa de valores de K que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

   (b) Para que valor(es) de K pode-se garantir um erro de regime permanente inferior a 5% para uma entrada em rampa unitária? Justificar a resposta.

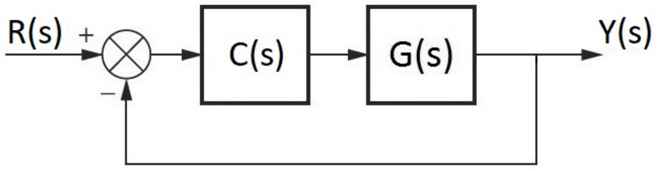
11. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada abaixo. Foi utilizado um período de amostragem de $0,1$ segundos para a obtenção da função de transferência em tempo discreto.

$$KG(z) = \frac{0,5\ K(z+0,5)}{(z-0,5)^3}$$

   (a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada e intersecção com o círculo unitário. Indicar a faixa de valores de K que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

   (b) É possível ajustar o ganho K de modo a garantir um erro de regime permanente inferior a 15% para uma entrada em degrau unitário? E se a entrada for uma rampa unitária? Justificar as respostas.

12. Considere a configuração clássica de controle representada no diagrama de blocos abaixo, no qual $G(s)$ corresponde ao processo e $C(s)$ a um controlador.



O processo é modelado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{16}{(s+2)(s+8)}$$

Os gráficos da figura a seguir mostram o Lugar das Raízes para $K > 0$ considerando quatro controladores diferentes. Cada um desses controladores é modelado de acordo com um dos seguintes tipos:

$$\textbf{Tipo 1}: C(s) = \frac{K(s+a)}{(s+b)}, \quad \textbf{Tipo 2}: C(s) = K, \quad \textbf{Tipo 3}: C(s) = \frac{K}{s}$$

(a) Para cada um dos gráficos identificar qual dos três tipos de controlador foi empregado para traçar o Lugar das Raízes. Indicar também os valores dos pólos e zeros do controlador;

(b) Considere os requisitos de desempenho abaixo para a resposta ao degrau do sistema em malha fechada:

- Erro nulo em regime permanente;
- Tempo de acomodação em 2%: $t_s \leq 1,6$ segundos.

Indicar qual tipo de controlador, e gráfico associado, permite atender a ambos os requisitos de desempenho. Determinar parâmetros para o controlador indicado. Justificar a escolha do controlador e o procedimento adotado para a determinação de seus parâmetros.

Gráfico 1

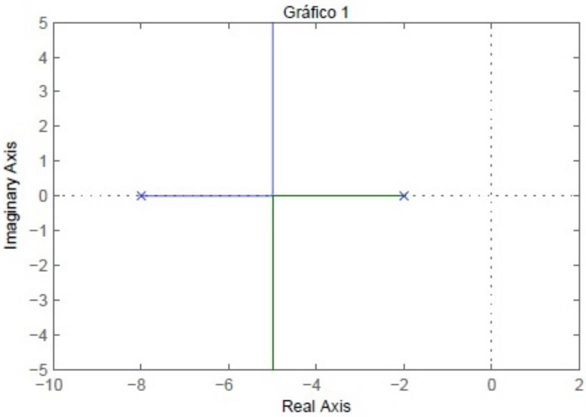


Gráfico 2

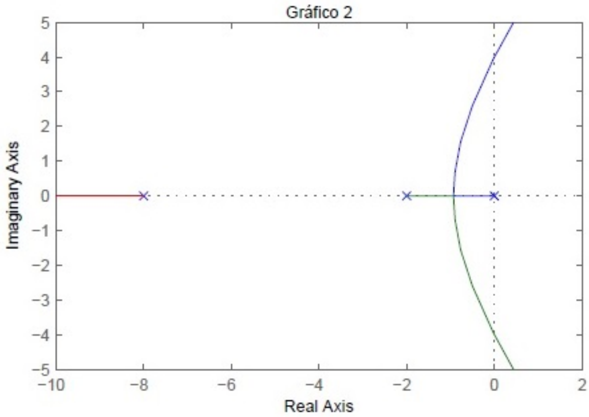


Gráfico 3

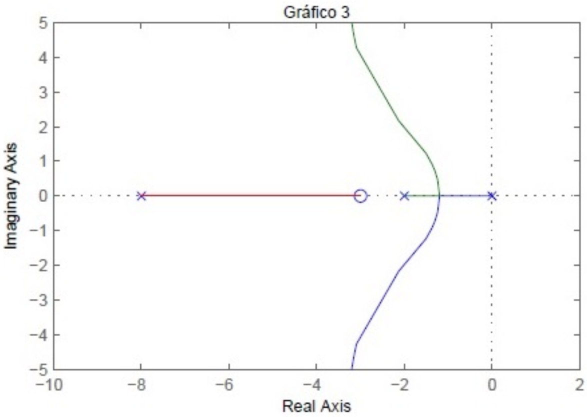
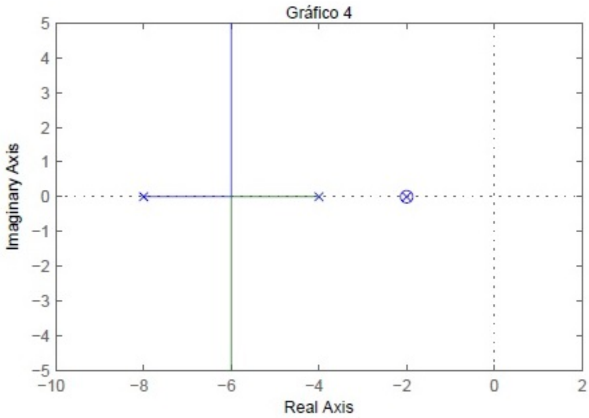
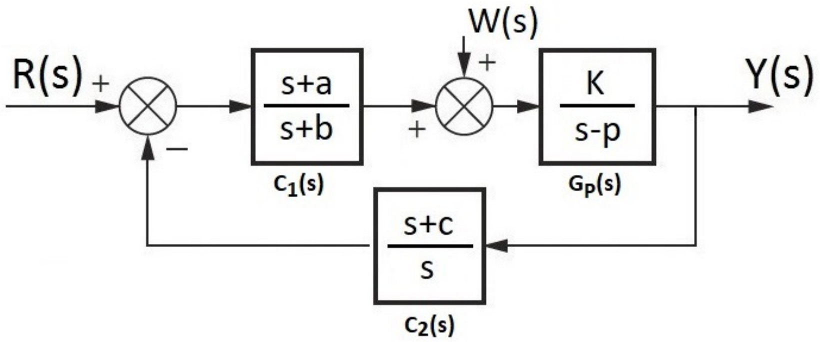


Gráfico 4



13. Seja o sistema de controle representado na figura abaixo sendo que os sinais R(s) e W(s) representam, respectivamente, entrada de referência e de perturbação.



Considere que a entrada de referência é um sinal do tipo degrau unitário e a perturbação é uma rampa unitária. Determinar:

(a) As funções de transferência das entradas de referência e de perturbação em relação à saída.

(b) O erro de rastreamento em regime permanente.

(c) A sensibilidade do erro de regime permanente à variações no parâmetro a.

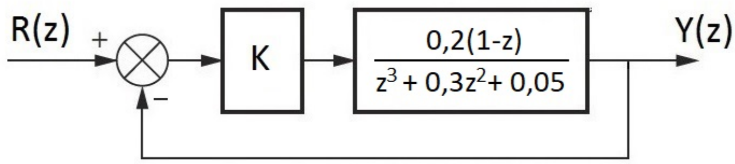
Considere agora o sistema sem perturbação (ou seja $W(s) = 0$) e os seguintes parâmetros: $K = 4$, $a = 2$, $b = 1$ e $c = 0$.

(a) Esboçar, o Lugar das Raízes para a variação do polo do sistema $p > 0$, detalhando: trecho(s) no eixo real, cruzamento(s) com o eixo imaginário e ponto(s) de ramificação. Indicar explicitamente a faixa de valores de p que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

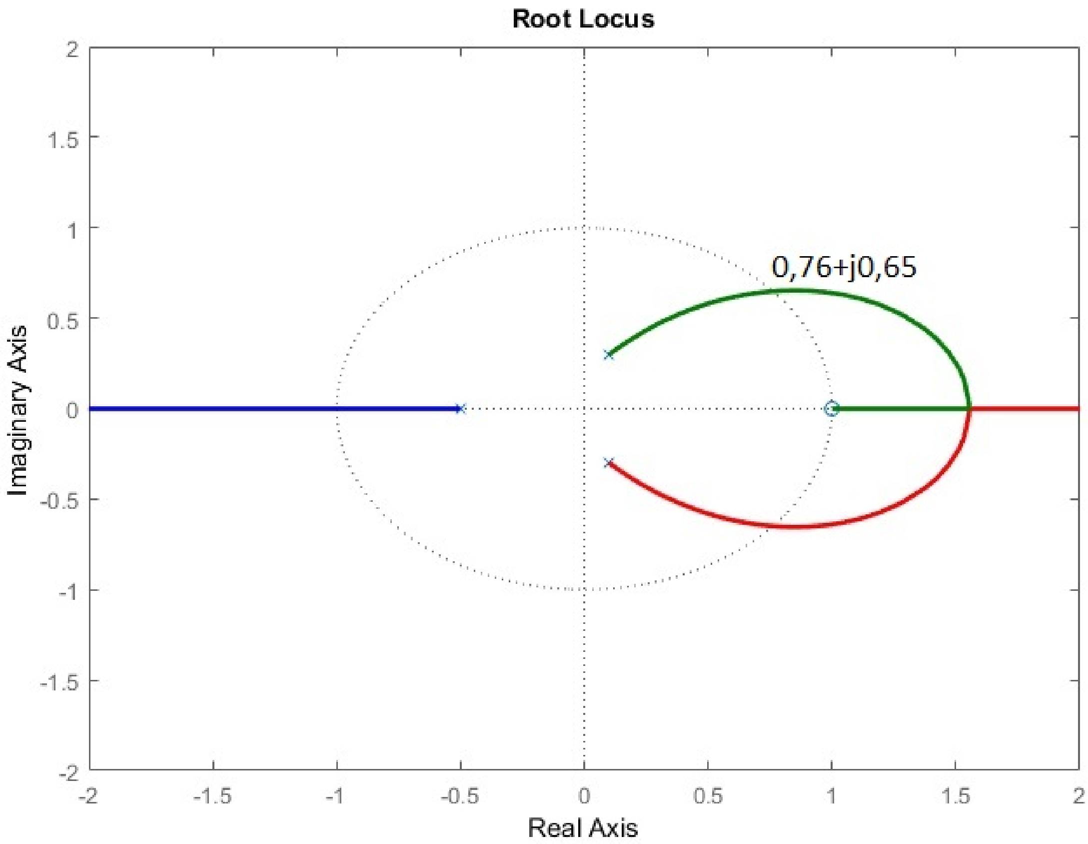
(b) Desprezando o efeito dos zeros, determinar a faixa de valores de p de modo que a resposta do sistema a um degrau unitário apresente sobressinal não superior a 10% e tempo de acomodação inferior a 4 segundos.

(c) Avaliar o comportamento da resposta ao degrau em termos de tempo de acomodação e sobresinal, considerando toda a variação possível do parâmetro p.

14. Considere o sistema de controle mostrado a seguir. Para a obtenção da função de transferência em tempo discreto foi utilizado um período de amostragem de $0,5$ segundos.



O grafico do Lugar das Raízes para $K > 0$, é mostrado a seguir, sendo indicado um dos pontos de interseção com o círculo unitário.

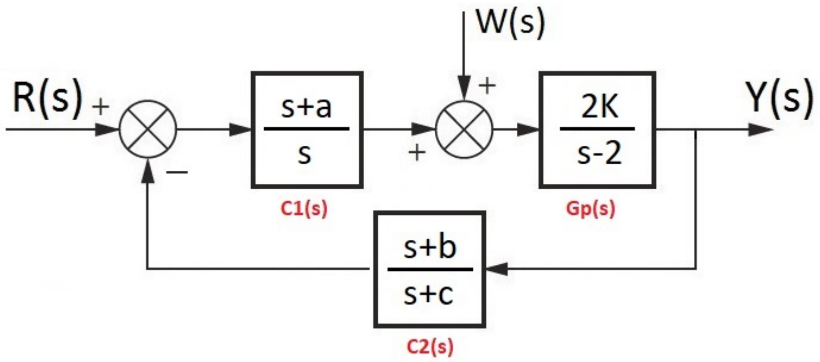


(a) Indicar no gráfico o sentido de deslocamento dos polos de malha fechada em função da variação do ganho ($0 < K < +\infty$). Determinar a faixa de estabilidade do sistema.

(b) Considerando apenas polos dominantes (desprezando o efeito do zero), determinar para que valores de ganho obtém-se uma resposta ao degrau unitário com tempo de pico não superior a 2 segundos. Justificar a resposta textualmente (sem apresentação de fórmulas e/ou cálculos).

(c) Completar o Lugar das Raízes para valores negativos do ganho K. Neste caso, a estabilidade do sistema será modificada? Justificar a resposta textualmente (sem apresentação de fórmulas e/ou cálculos). Indicar explicitamente a faixa de estabilidade do sistema considerando $-\infty < K < +\infty$.

15. Seja o sistema de controle representado na figura abaixo sendo que os sinais R(s) e W(s) representam, respectivamente, entrada de referência e de perturbação.



Considere que a entrada de referência é um sinal do tipo degrau unitário e a perturbação é uma rampa unitária. Determinar:

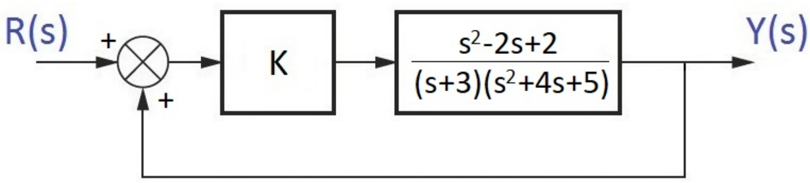
(a) as funções de transferência das entradas de referência e de perturbação em relação à saída;

(b) o erro de rastreamento em regime permanente;

(c) a sensibilidade do erro de regime permanente à variações no parâmetro a;

(d) a sensibilidade do erro de regime permanente à variações no parâmetro b;

16. Considere o sistema de controle a seguir.

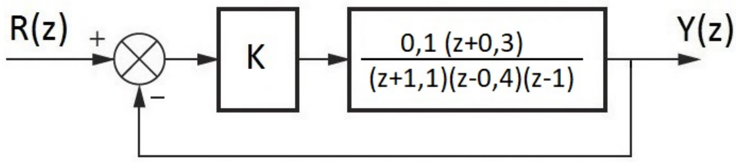


(a) Esboçar o Lugar das Raízes para a variação do ganho $-\infty < K < +\infty$ detalhando: trecho(s) no eixo real, cruzamento(s) com o eixo imaginário, ponto(s) de ramificação e ângulos de partida e chegada nos polos e zeros complexos conjugados. Explicitar a faixa de valores de K para a qual o sistema em malha fechada é estável.

(b) Desprezando o efeito dos zeros, determinar a faixa de valores de $-\infty < K < +\infty$ de modo que a resposta do sistema a um degrau unitário apresente sobressinal não superior a $4,32\%$ ($\xi > 0,707$).

(c) Considerando valores K para atender a especificação do item (b), comparar o comportamento da resposta ao degrau em termos de sobresinal, para valores negativos e positivos de ganho.

17. Considere o sistema de controle mostrado a seguir. Para a obtenção da função de transferência em tempo discreto foi utilizado um período de amostragem $T = 0,25$ segundos.

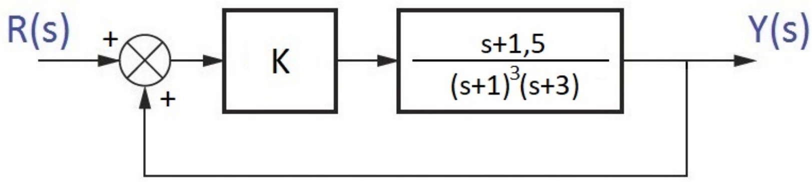


(a) Esboçar o Lugar das Raízes para a variação do ganho $0 < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) no eixo real, interseção com o círculo unitário e ponto(s) de ramificação. Sabe-se que um dos pontos de interseção com o círculo unitário ocorre em $0,556 \pm j0,830$. Explicitar a faixa de valores de K para a qual o sistema em malha fechada é estável.

(b) Desprezando o efeito dos zeros, determinar a faixa de valores de $0 < K < +\infty$ de modo que a resposta do sistema a um degrau unitário apresente tempo de acomodação inferior a 2 segundos. Justificar a resposta.

(c) Determinar a faixa de valores do parâmetro K de modo a garantir um erro de regime permanente (em módulo) inferior a 25% para uma entrada tipo rampa unitária. Qual o menor erro que poderia ser obtido? Explicar textualmente como os valores foram obtidos.

18. Considere o sistema de controle a seguir.

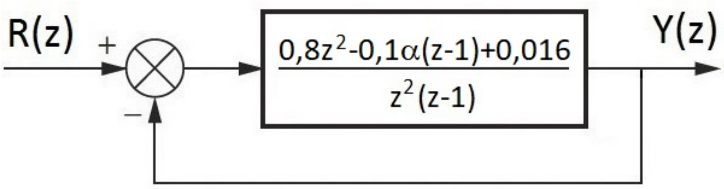


(a) Esboçar o Lugar das Raízes para a variação do ganho $-\infty < K < +\infty$ detalhando: trecho(s) no eixo real, ponto(s) de ramificação e cruzamento(s) com o eixo imaginário. Indicar a condição de estabilidade.

(b) Descrever, o mais datalhadamente possível, o comportamento da resposta ao degrau unitário, em termos de sobressinal e erro de regime permanente, considerando toda a variação possível do ganho K. Avaliar separadamente valores positivos e negativos de ganho.

(c) Esboçar o gráfico da resposta ao degrau unitário para um valor de ganho K, escolhido de modo a garantir a estabilidade do sistema em malha fechada. Indicar valores aproximados de sobressinal e regime permanente (y_∞). Justificar o esboço.

19. Considere o sistema de controle mostrado a seguir. Para a obtenção da função de transferência em tempo discreto foi utilizado um período de amostragem $T = 0,15$ segundos.



(a) Esboçar o Lugar das Raízes para a variação do parâmetro $0 < \alpha < +\infty$, detalhando: trecho(s) no eixo real, interseção com o círculo unitário e ponto(s) de ramificação. Utilize a figura a seguir.

(b) Determinar a faixa de valores do parâmetro $\alpha > 0$ de modo a garantir um erro de regime permanente inferior a 20% para uma entrada em rampa unitária. Qual o menor erro que poderia ser obtido? Justificar as respostas.

(c) É possível ajustar o parâmetro $\alpha > 0$ de modo a garantir, para a resposta ao degrau unitário, um tempo de pico não superior a 1 segundo. Justificar a resposta.