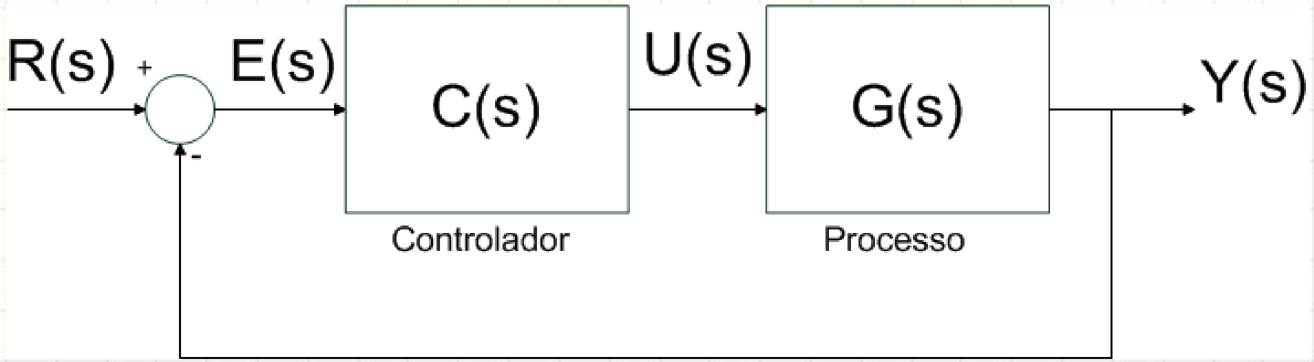
Caracterização de Processos e Sintonia de Controladores por Métodos Empíricos

Profa. Cristiane Paim

Caracterização de Processos

Considere a configuração série de um sistema de controle:



Dado um conjunto de especificações de desempenho, é necessário projetar-se o controlador C(s) de modo a atendê-las.

Para sintonizar o controlador é necessário o conhecimento do modelo matemático que representa o processo.

Caracterização de Processos

Se o modelo matemático que representa o processo é conhecido, podemos utilizar métodos analíticos, baseados no **Lugar das Raízes** e/ou **Resposta em Frequência**, para determinar os parâmetros do Controlador.

Caso não exista um modelo matemático conhecido para o processo, podemos utilizar métodos de identificação de sistemas, relativamente sofisticados, para obter modelos precisos para estes.

Não sendo possível fazer uma identificação precisa do processo, seja pelas características do mesmo ou por questões financeiras, é possível obter-se modelos mais simples uma vez que a maioria dos processos industriais têm um comportamento que pode ser aproximado por sistemas de 1ª ou 2ª ordem com atraso.

Caracterização de Processos

1ª Ordem

$$G(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{Ts+1}$$

2ª Ordem - sobre ou criticamente amortecido

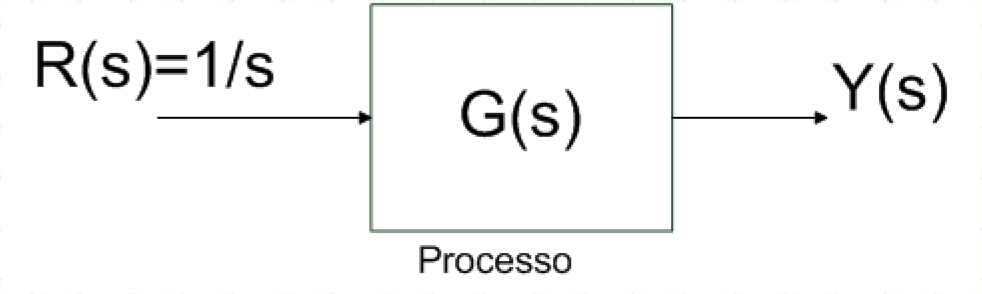
$$G(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

2ª Ordem – subamortecido

$$G(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\frac{s}{\omega_n} + 1}$$

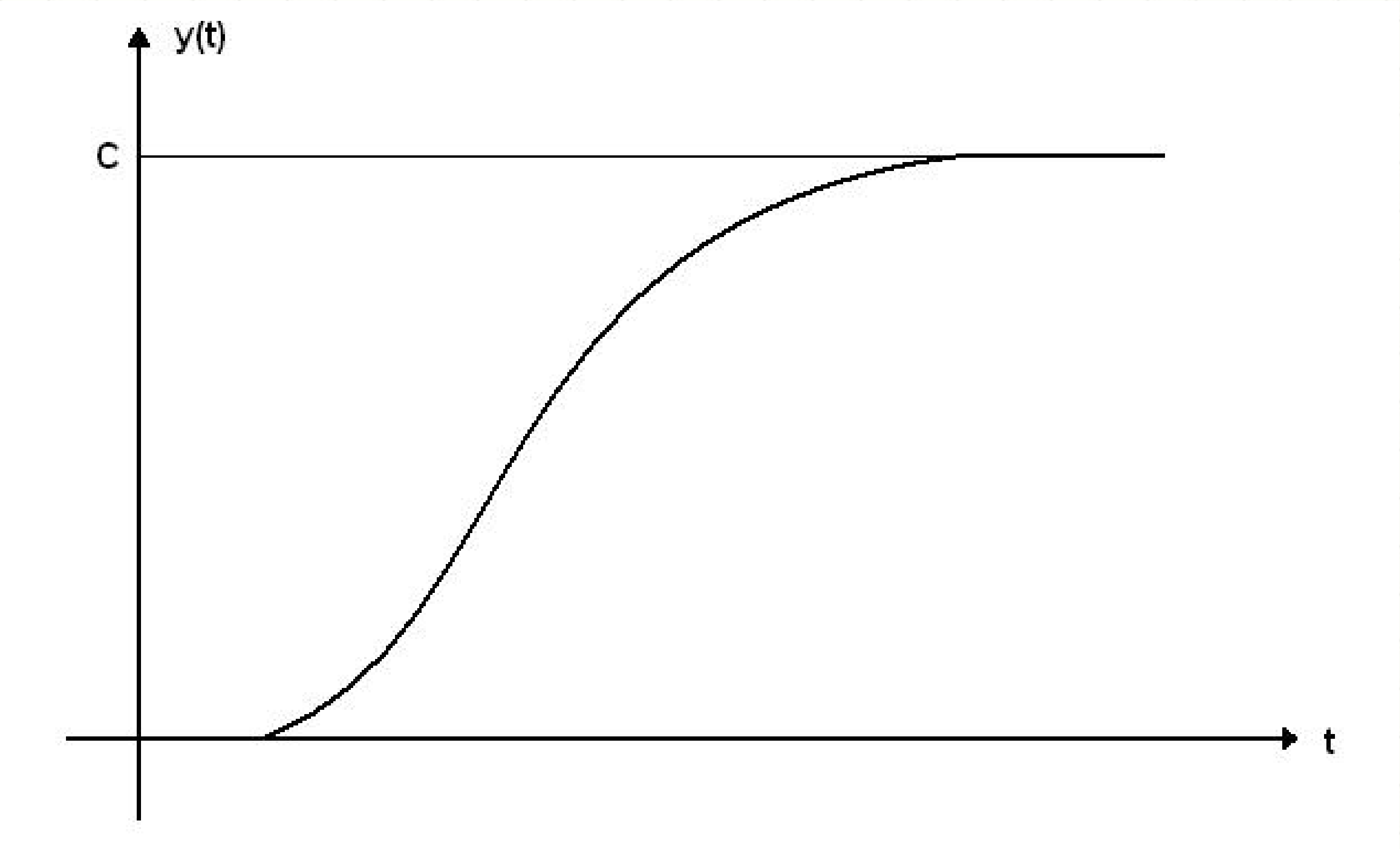
Caracterização de Processos

Modelos de 1ª ordem com atraso podem ser obtidos a partir da resposta ao degrau considerando o sistema em malha aberta (ensaio de malha aberta).



Neste caso, a resposta y(t) é a chamada curva de reação e terá uma forma de “S”.

Caracterização de Processos



Caracterização de Processos

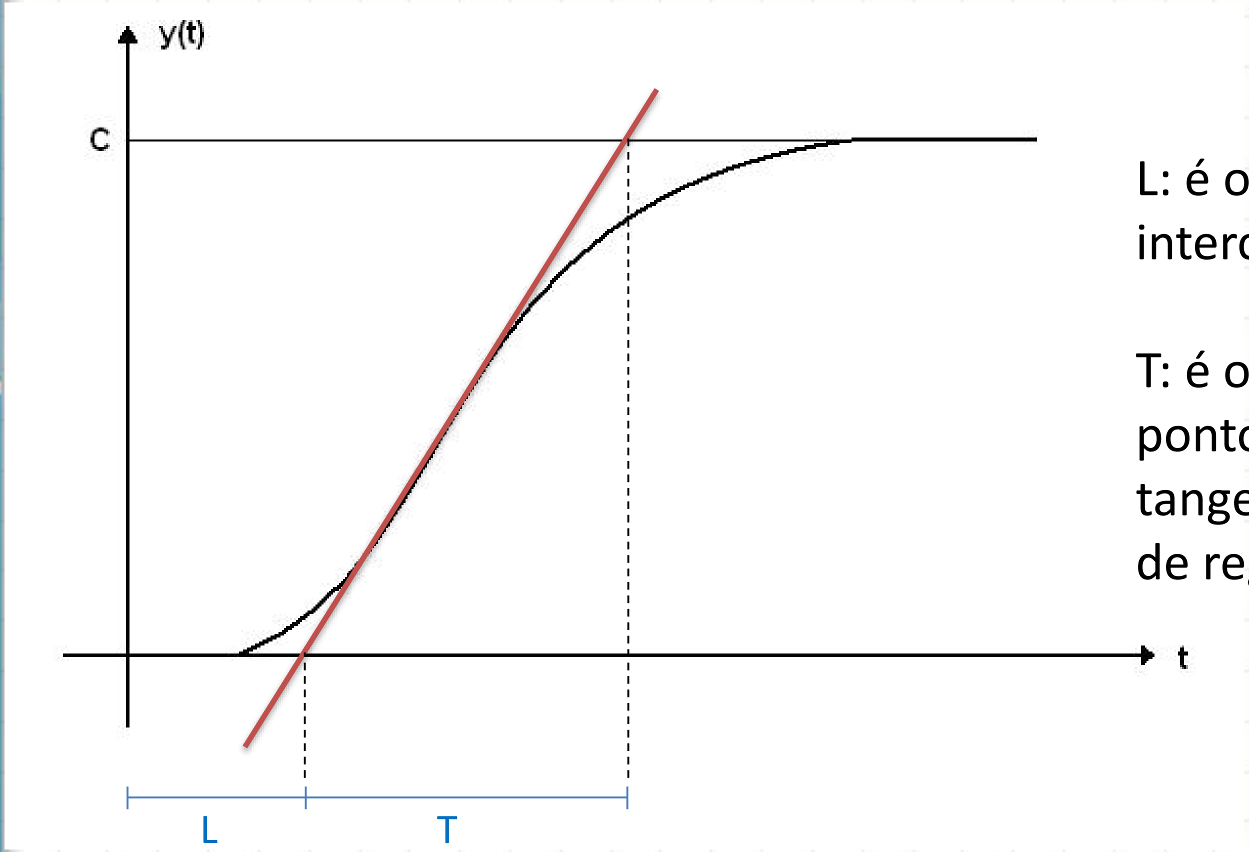
Esta curva pode ser aproximada por um modelo de 1ª ordem com atraso:

$$G_M(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{Ts+1}$$

O parâmetro C é obtido diretamente da curva, valor de regime permanente. Os demais parâmetros, L e T, podem ser determinados através de diversos métodos.

Caracterização de Processos

Método 1: Traça-se uma reta tangente à curva de reação, no ponto de maior inclinação.

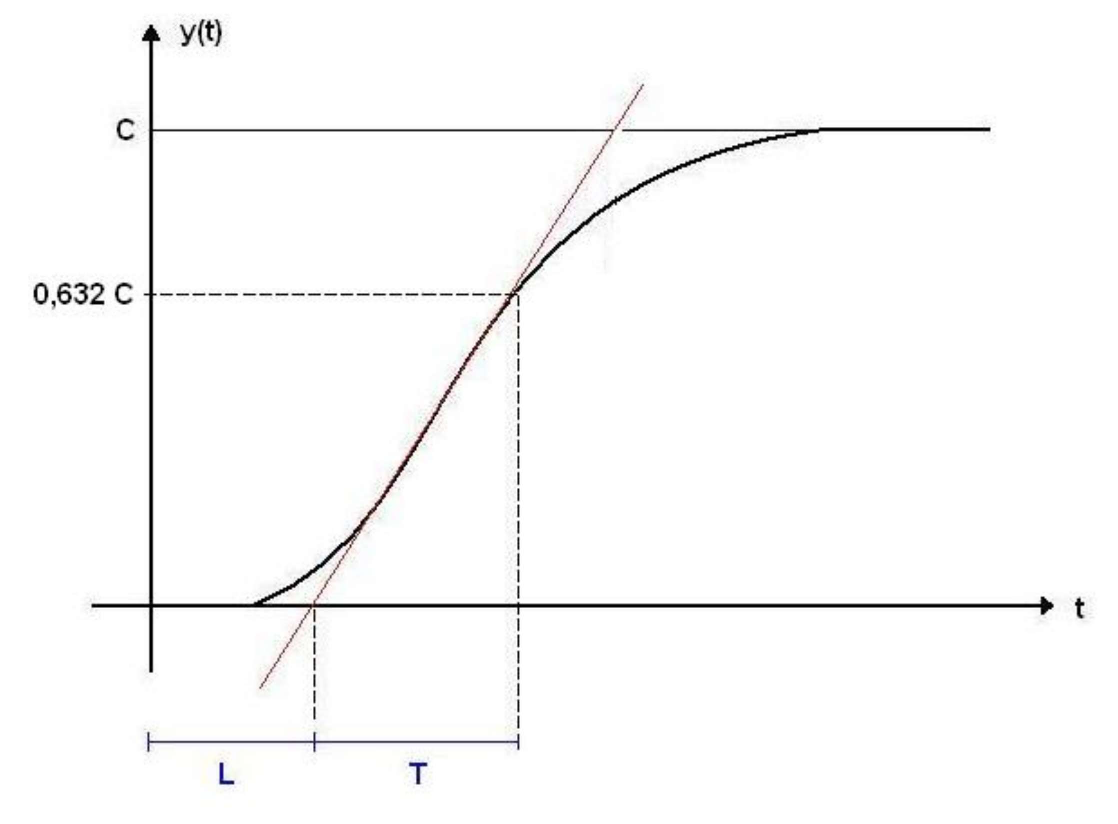


L: é o ponto onde a reta intercepta o eixo do tempo

T: é o intervalo entre L e o ponto em que a reta tangente intercepta o valor de regime permanente

Caracterização de Processos

Método 2: Traça-se uma reta tangente à curva de reação, no ponto de maior inclinação.



L: é o ponto onde a reta intercepta o eixo do tempo

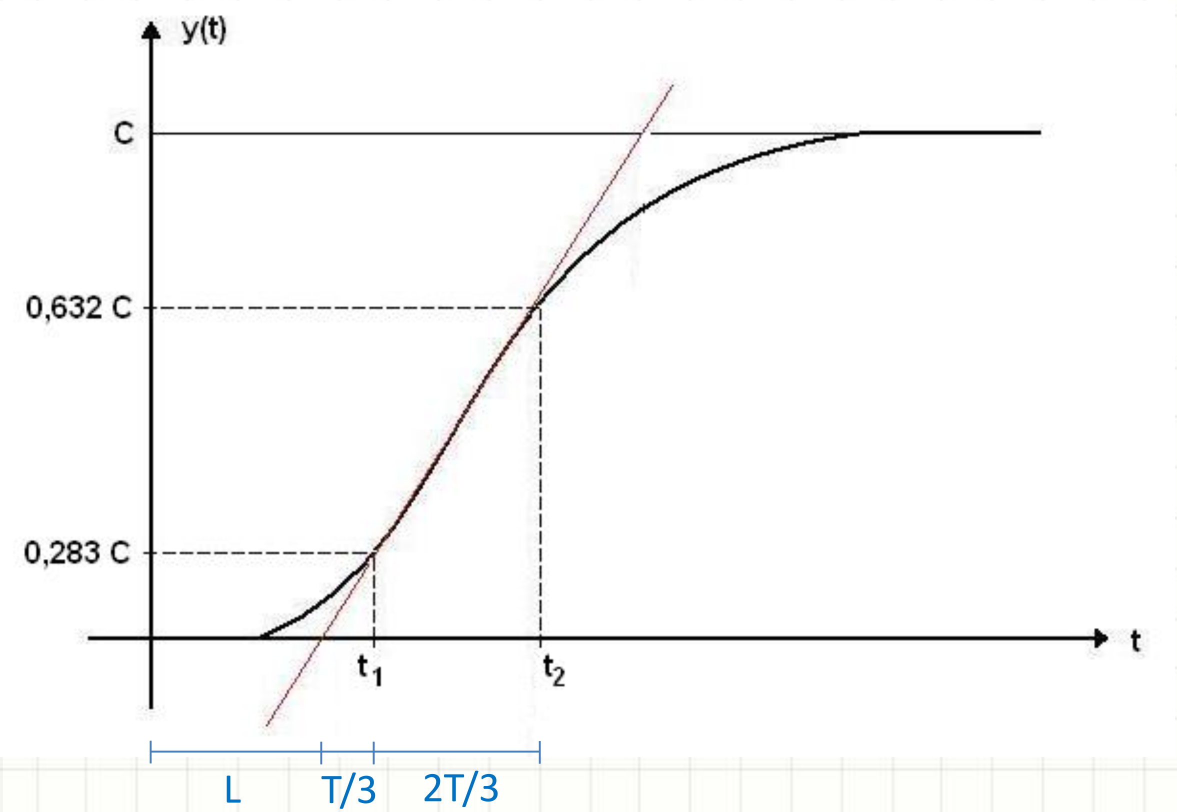
(L+T): é o instante em que a saída vale 63,2% do valor de regime permanente.

$$y(L+T)=0{,}632C$$

Caracterização de Processos

Método 3: os parâmetros L e T são obtidos considerando a região que apresenta maior taxa de variação.

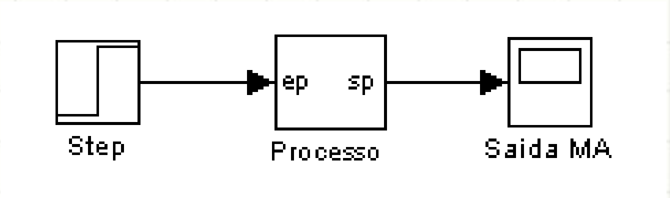
$$y(L+T) = 0{,}632C \quad \rightarrow \quad L+T = t_2$$
$$y(L+T/3) = 0{,}283C \quad \rightarrow \quad L+T/3 = t_1$$

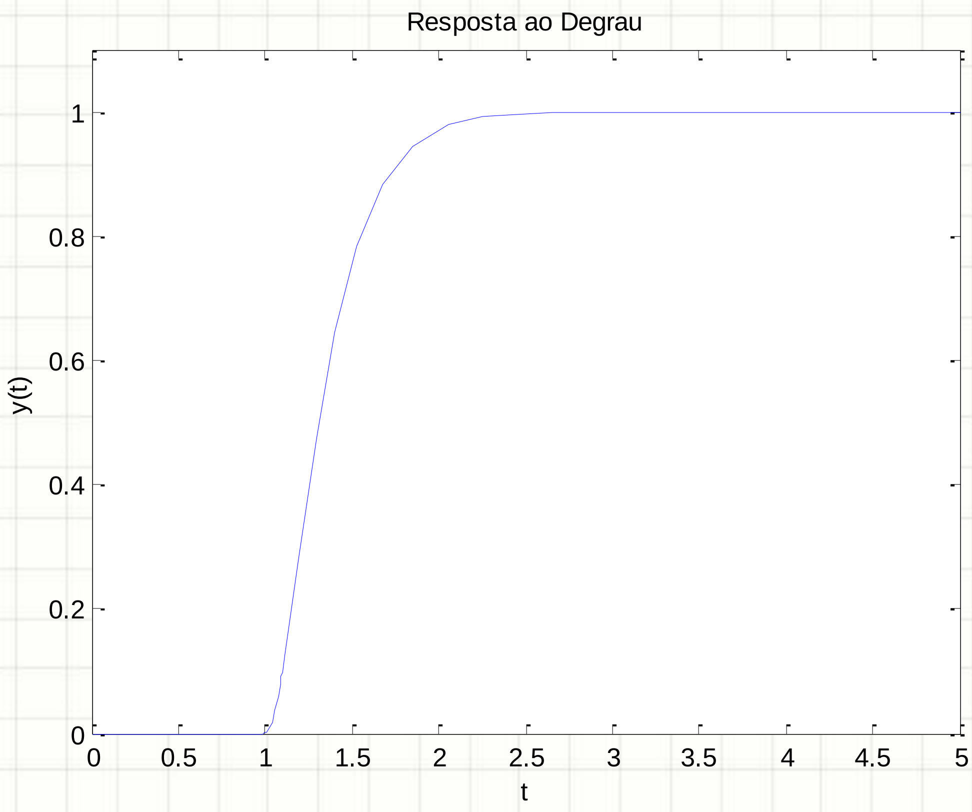


$$T = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$
$$L = t_2 - T$$

Caracterização de Processos

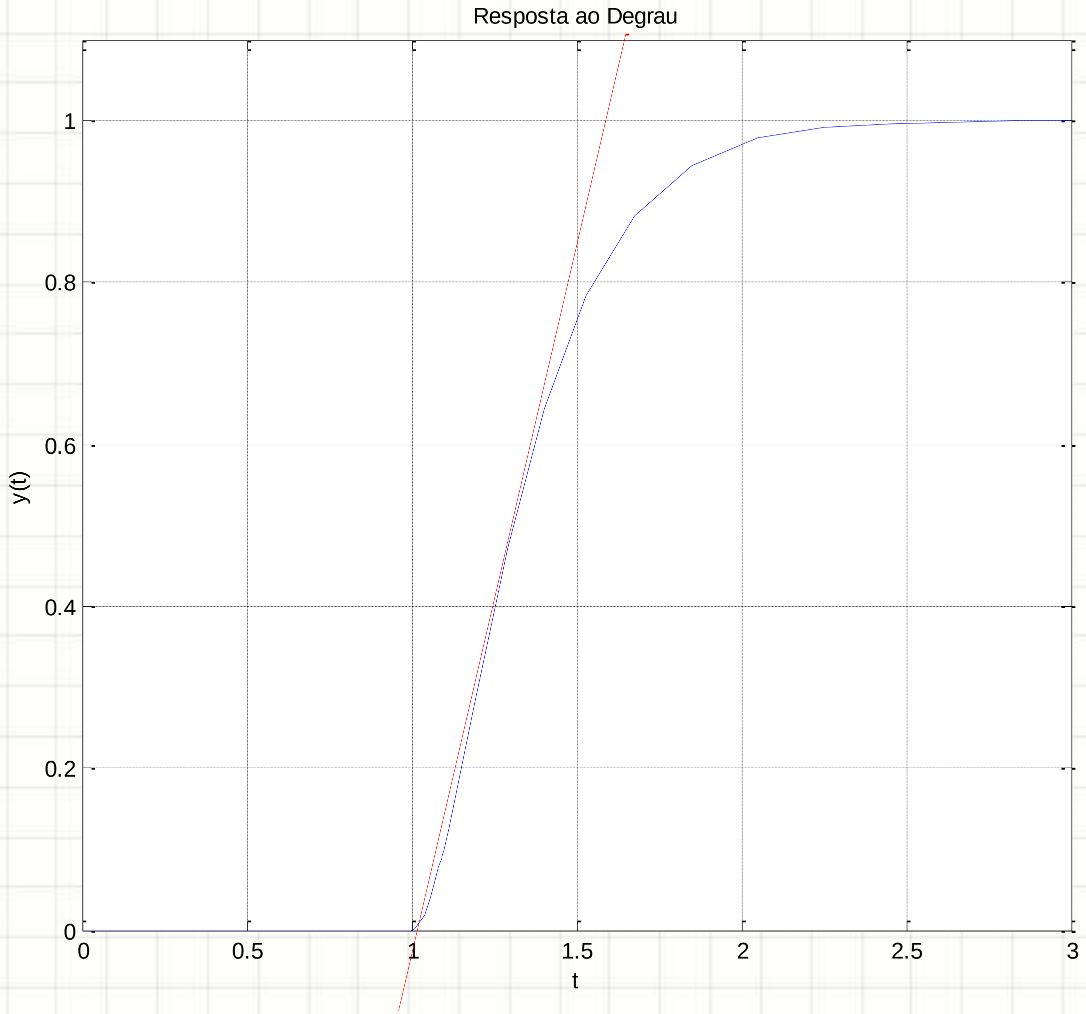
Exemplo: aplicação dos métodos





Caracterização de Processos

Método 1



$$L = 1$$

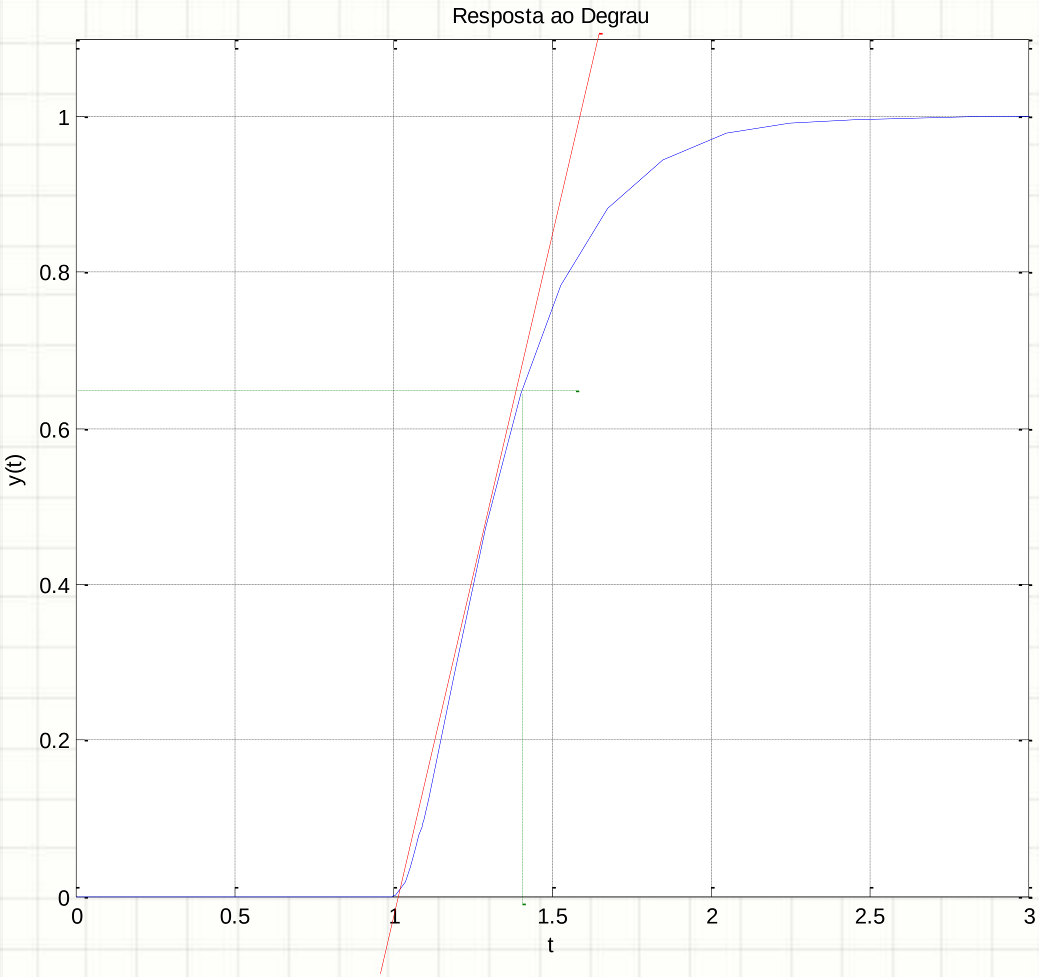
$$C = 1$$

$$T = 1{,}6 - 1 = 0{,}6$$

$$G_1(s) = \frac{e^{-s}}{0{,}6s + 1}$$

Caracterização de Processos

Método 2



$$L = 1$$

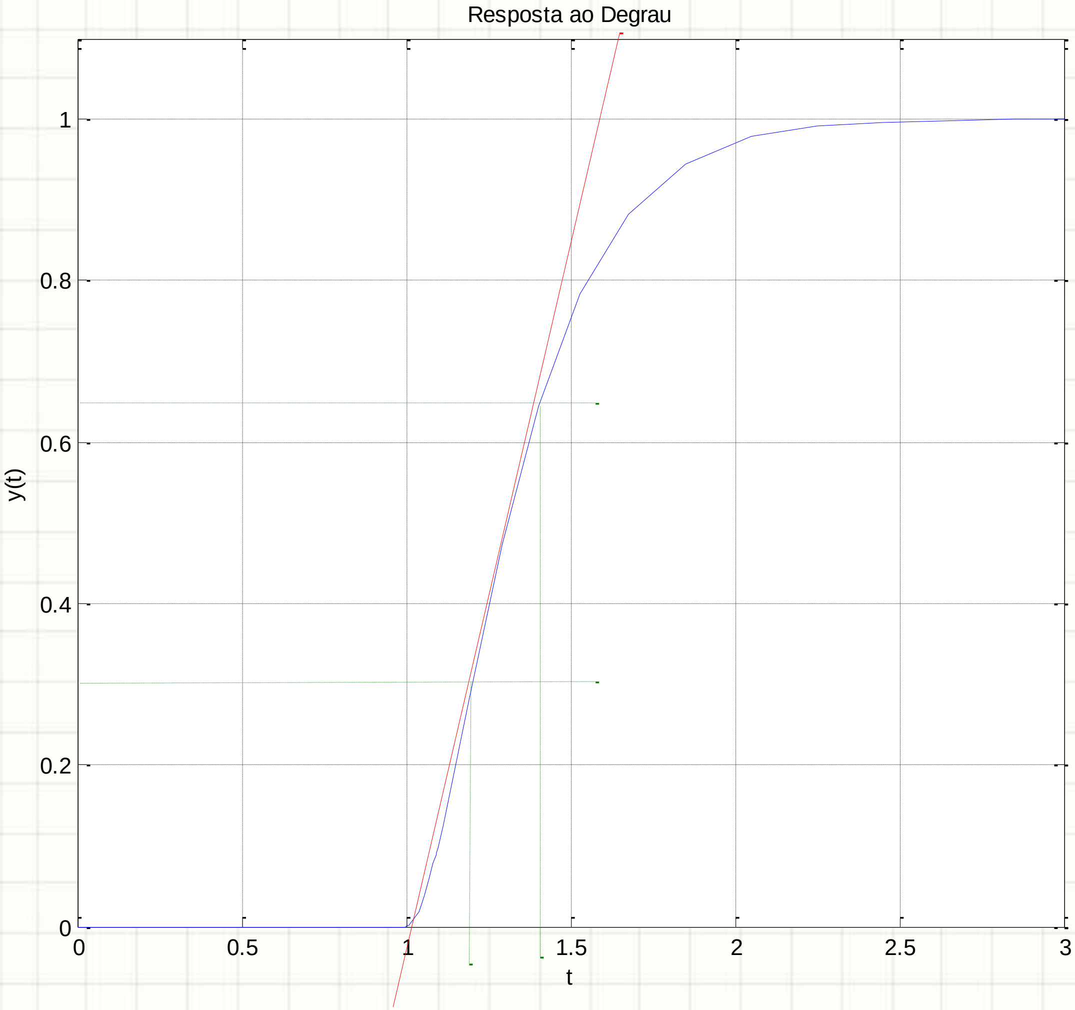
$$C = 1$$

$$L + T = 1{,}4 \Rightarrow T = 0{,}4$$

$$G_2(s) = \frac{e^{-s}}{0{,}4s + 1}$$

Caracterização de Processos

Método 3



$$t_1 = 1{,}2$$

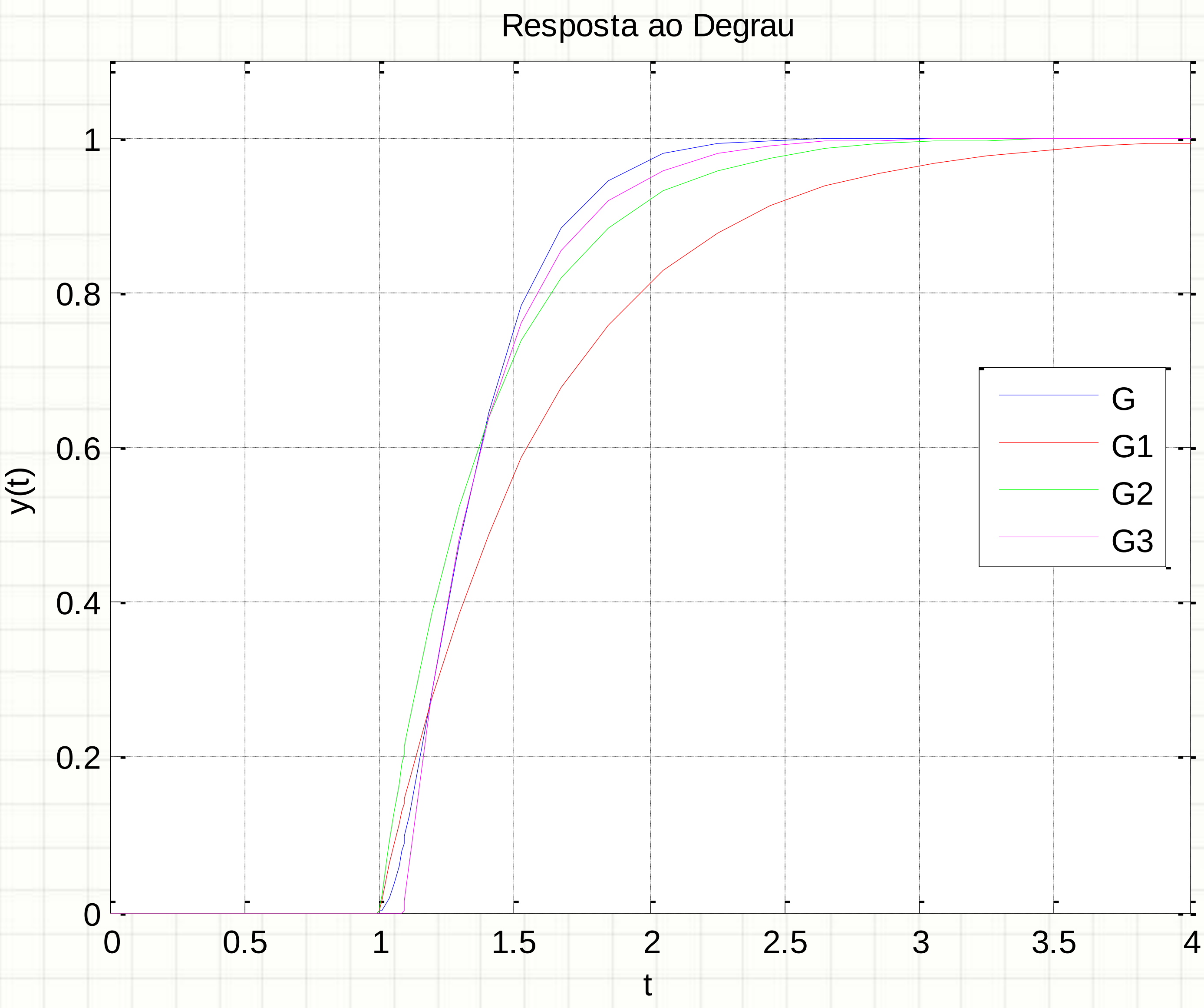
$$t_2 = 1{,}4$$

$$T = 1{,}5(t_2 - t_1) = 0{,}3$$

$$L = t_2 - T = 1{,}1$$

$$G_3(s) = \frac{e^{-1{,}1s}}{0{,}3s + 1}$$

Caracterização de Processos



Caracterização de Processos

Modelo de 2ª Ordem (sobreamortecido)

$$G(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Supondo entrada degrau:

$$y(t) = C\left\{1 + \frac{T_2 e^{\frac{-(t-L)}{T_2}} - T_1 e^{\frac{-(t-L)}{T_1}}}{T_1 - T_2}\right\} \qquad T_1 \neq T_2$$

Caracterização de Processos

Os parâmetros C e L são obtidos de forma similar aos métodos anteriores.

Os valores de T_1 e T_2 podem ser obtidos da expressão de y(t), usando dois pontos da curva (podendo ser feito numericamente).

Sintonia de Controladores

A sintonia de controladores pode ser feita utilizando métodos analíticos ou empíricos.

- Métodos Analíticos
  - ✓ A sintonia é feita a partir de ferramentas de análise tais como Lugar das Raízes e Resposta em Frequência.
  - ✓ O modelo do sistema normalmente é exato e obtido por análise fenomenológica.

- Métodos Empíricos
  - ✓ A sintonia é feita através de valores tabelados para os parâmetros do controlador.
  - ✓ Os parâmetros de sintonia foram definidos através de testes práticos utilizando modelos aproximados do sistema.

Métodos Empíricos

Com base nos modelos de 1ª e 2ª ordem com atraso, diversos métodos empíricos de sintonia foram propostos:

- Métodos da Curva de Reação (Malha Aberta)
  - ✓ 1º Método de Ziegler-Nichols (1942)
  - ✓ Método de Cohen-Coon (1953)
  - ✓ Método CHR (Chien, Hhornes e Reswick) (1952)
  - ✓ Métodos baseados na minimização de integrais de erro (1967)

- Métodos de Sintonia com Oscilação Constante (Malha Fechada)
  - ✓ 2º Método de Ziegler-Nichols (Ganho Crítico)
  - ✓ Ziegler-Nichols Modificado
  - ✓ Parâmetros de Tyreus-Luyben

Sintonia de Controladores

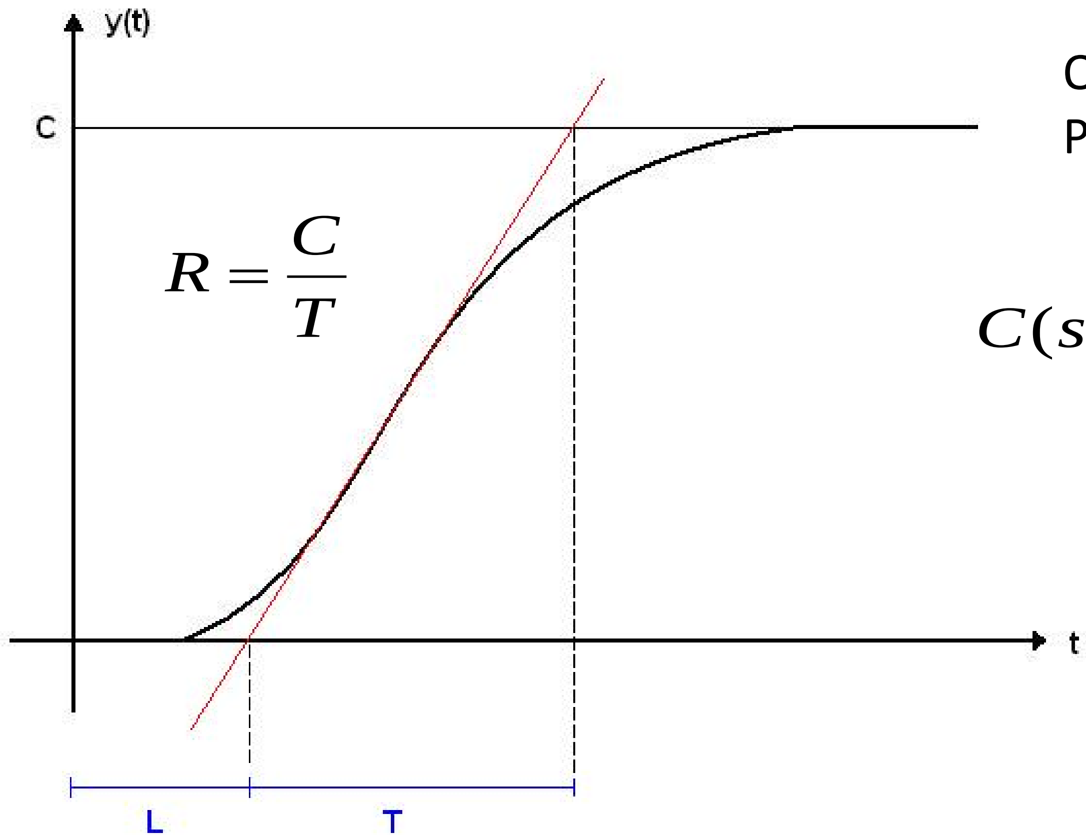
Métodos de Ziegler-Nichols

- São métodos empíricos definidos de modo a obter uma taxa de decaimento de ¼ (relação entre a amplitude da 1ª e 2ª oscilação da resposta).
- Com este método pretende-se obter no máximo 25% de sobressinal.
- São os métodos empíricos mais antigos, desenvolvidos em 1942.

Sintonia de Controladores

1º Método de Ziegler-Nichols: malha aberta

Obtém-se experimentalmente a resposta ao degrau unitário para o sistema em malha aberta. A saída y(t) terá a forma da curva em "s" mostrada anteriormente.



$$R = \frac{C}{T}$$

O modelo do controlador PID é dado por:

$$C(s) = K_P\left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right]$$

(PID série ideal)

Sintonia de Controladores

Os parâmetros de sintonia do controlador serão dados por:

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	1/RL	-	-
PI	0,9/RL	L/0,3	-
PID	1,2/RL	2L	L/2

$$R = \frac{C}{T}$$

Aplicando os parâmetros da tabela:

$$C(s) = K_P \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right]$$

Portanto, o controlador tem um zero duplo em -1/L e um polo na origem.

$$C(s) = \frac{1{,}2}{RL} \left[1 + \frac{1}{2Ls} + \frac{L}{2} s \right] = \frac{0{,}6}{R} \frac{\left(s + 1/L\right)^2}{s}$$

Sintonia de Controladores

Método CHR

Semelhante ao 1º Método de Ziegler-Nichols.

Os parâmetros de sintonia são definidos para garantir uma resposta sem sobressinal ou com sobressinal em torno de 20%.

	Mp = 0%			Mp = 20%		
Controlador	K_P	T_I	T_D	K_P	T_I	T_D
P	0,30/RL	-	-	0,70/RL	-	-
PI	0,35/RL	1,2T	-	0,60/RL	T	-
PID	0,60/RL	T	0,50L	0,95/RL	1,4T	0,47L

Sintonia de Controladores

Método de Cohen-Coon

Semelhante ao 1º Método de Ziegler-Nichols. Os parâmetros de sintonia são alterados para:

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{P}{NL}\left(1+\frac{R}{3}\right)$	-	-
PI	$\frac{P}{NL}\left(0{,}9+\frac{R}{12}\right)$	$L\left(\frac{30+3R}{9+20R}\right)$	-
PID	$\frac{P}{NL}\left(1{,}33+\frac{R}{4}\right)$	$L\left(\frac{32+6R}{13+8R}\right)$	$L\left(\frac{4}{11+2R}\right)$

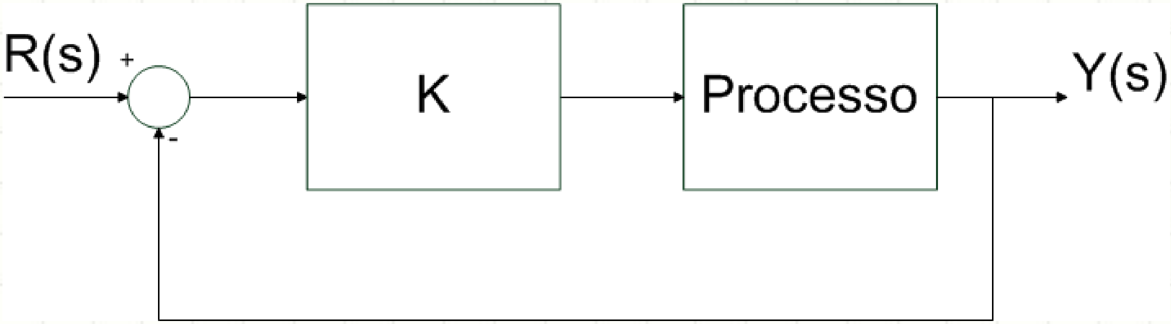
com

$$N = \frac{C}{T} \qquad R = \frac{L}{T} \qquad P = \frac{C}{L}$$

Sintonia de Controladores

2º Método de Ziegler-Nichols: malha fechada

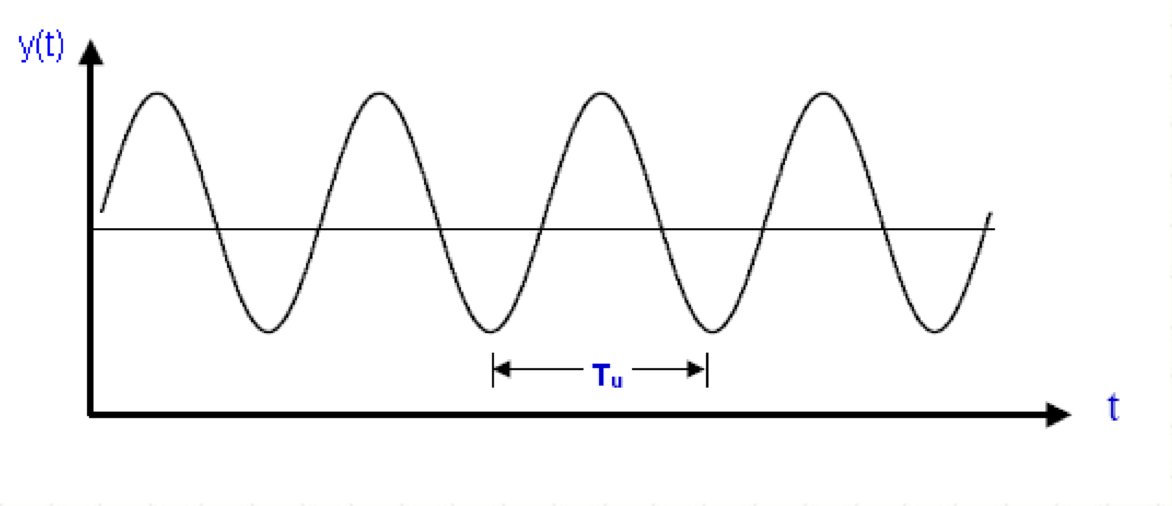
O ensaio é realizado em malha fechada, considerando um controlador proporcional (ganho K).



Aplica-se como referência um degrau unitário e aumenta-se o ganho K até atingir o limite da estabilidade, no qual a resposta apresenta oscilações não amortecidas.

Sintonia de Controladores

A saída terá a forma



Obtém-se então o período crítico Tu, para o ganho crítico Ku associado.

A estrutura do controlador PID é a mesma do método anterior (configuração ideal).

Sintonia de Controladores

Os parâmetros de sintonia do controlador serão dados por:

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	0,50Ku	-	-
PI	0,45Ku	Tu/1,2	-
PID	0,60Ku	0,5Tu	0,125Tu

Aplicando os parâmetros da tabela:

$$C(s) = 0{,}6K_U\left[1 + \frac{2}{T_U s} + 0{,}125 T_U s\right] = 0{,}075 K_U T_U \frac{\left(s + 4/T_U\right)^2}{s}$$

Neste caso, o zero duplo do controlador é definido por -4/Tu.

Sintonia de Controladores

<u>Parâmetros de Tyreus-Luyben</u>

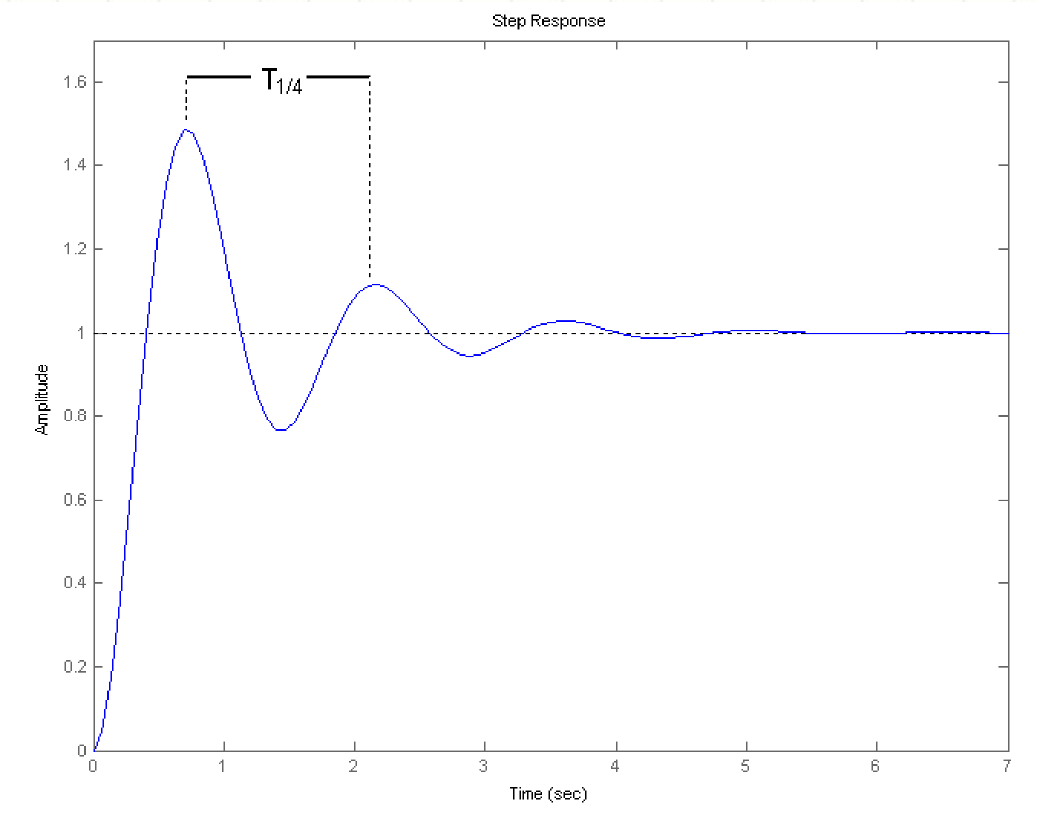
Semelhante ao método de Ziegler-Nichols em malha fechada. Os valores de Ku e Tu são obtidos da mesma forma. Entretanto, os parâmetros de sintonia são modificados para:

Controlador	K_P	T_I	T_D
PI	0,31Ku	2,2Tu	-
PID	0,45Ku	2,2Tu	0,158Tu

Sintonia de Controladores

<u>Ziegler-Nichols Modificado</u>

O ganho Ku é ajustado de modo que se obtenha um decaimento de ¼ do 1º para o 2º pico da resposta ao degrau.



Sintonia de Controladores

O ganho e o período de oscilação são chamados de K¼ (ganho de amplitude de ¼) e T¼ (período de amplitude de ¼).

A partir deste valores são determinados os parâmetros Ku e Tu da tabela de Ziegler-Nichols:

$$Ku = 2\ K¼$$

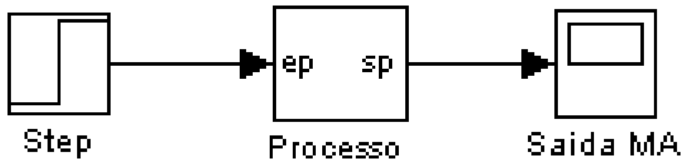
$$Tu = T¼$$

Controlador	K_P	T_I	T_D
P	0,50Ku	-	-
PI	0,45Ku	Tu/1,2	-
PID	0,60Ku	0,5Tu	0,125Tu

Sintonia de Controladores

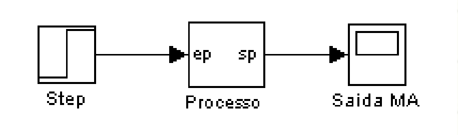
Os métodos empíricos de sintonia de servem como ponto de partida para o ajuste de parâmetros.

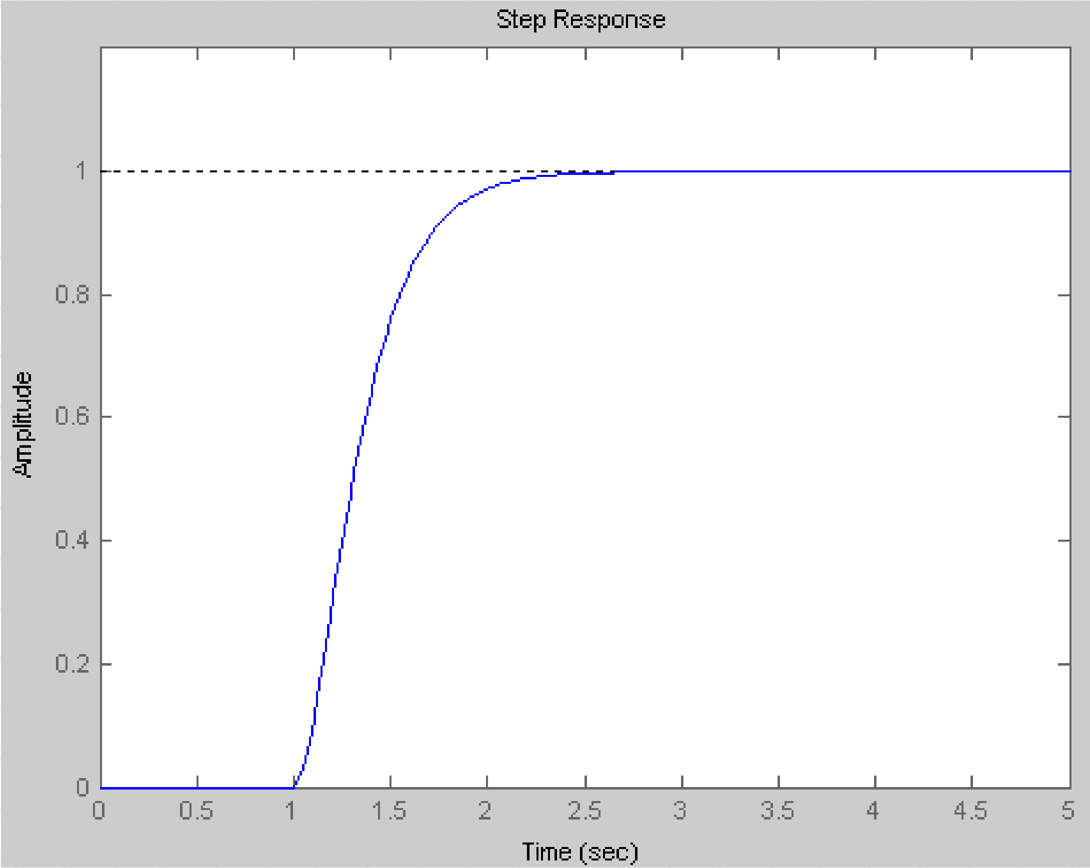
Exemplo: Ensaios em malha aberta



Sintonia de Controladores

Processo 1

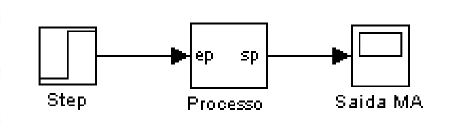


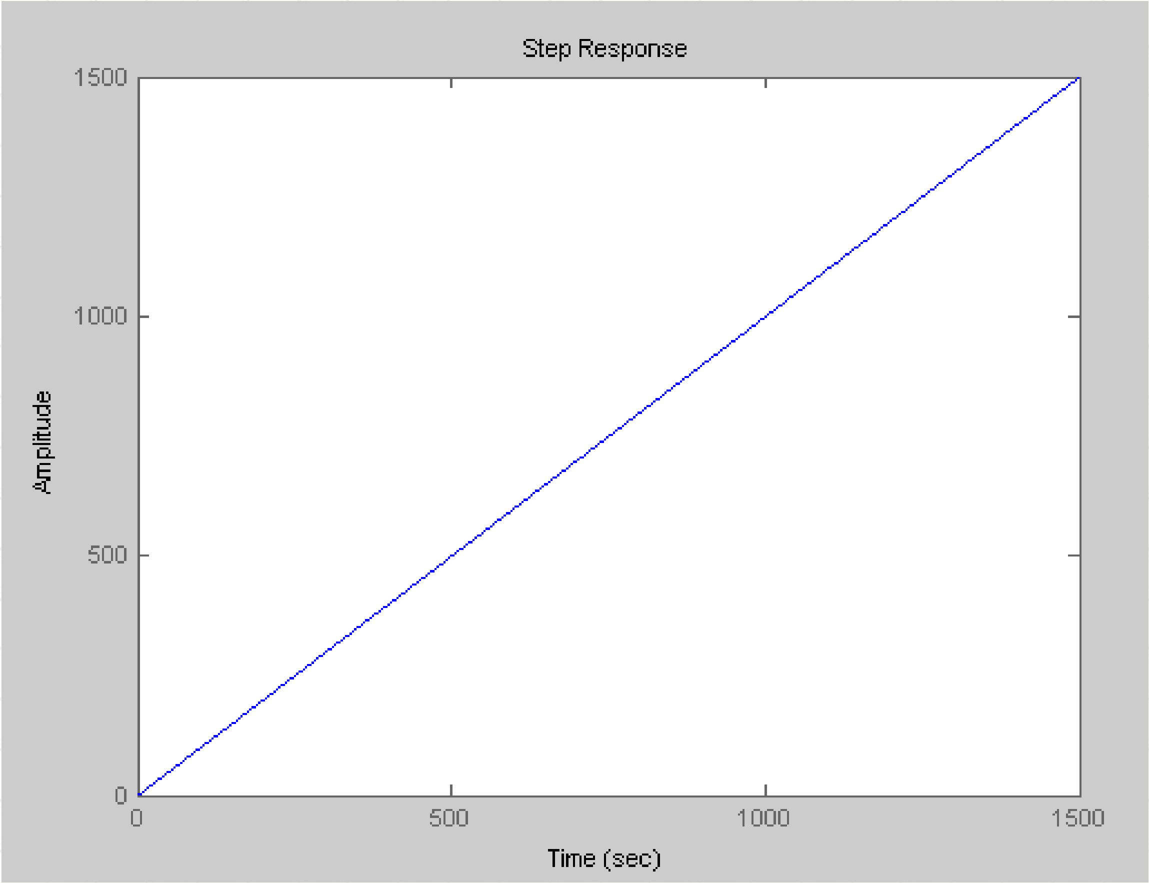


⇨ **Utilizar o 1º método de Ziegler-Nichols, CHR ou Cohen-Coon**

Sintonia de Controladores

Processo 2

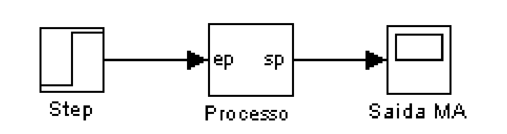


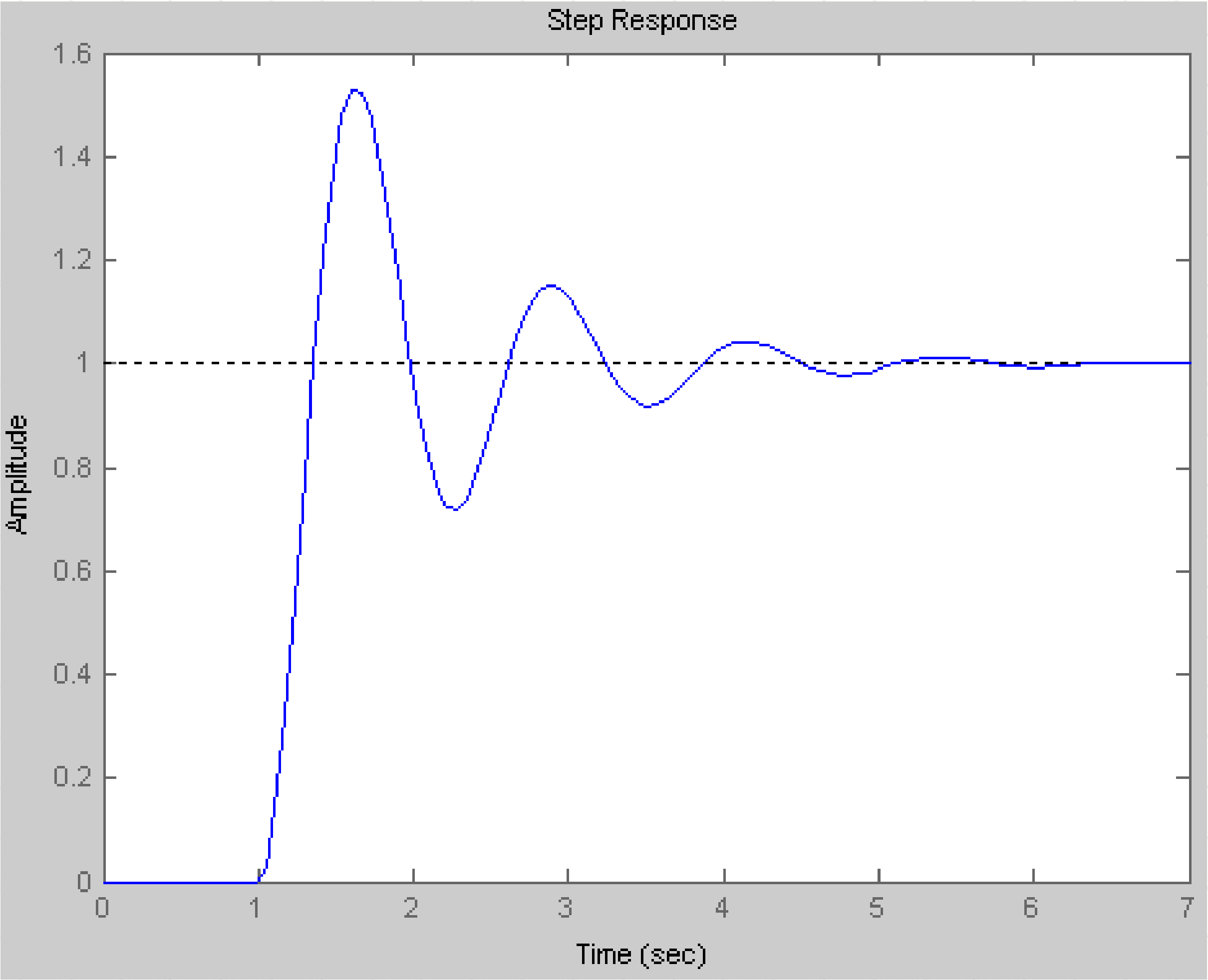


⇨ **Utilizar métodos de malha fechada.**

Sintonia de Controladores

Processo 3

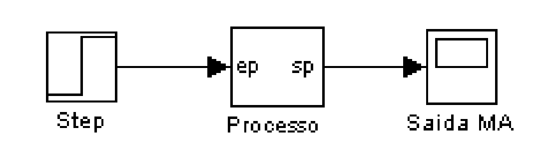




⇨ **Utilizar métodos de malha fechada.**

Sintonia de Controladores

Exemplo 1: Sintonia com métodos de malha aberta



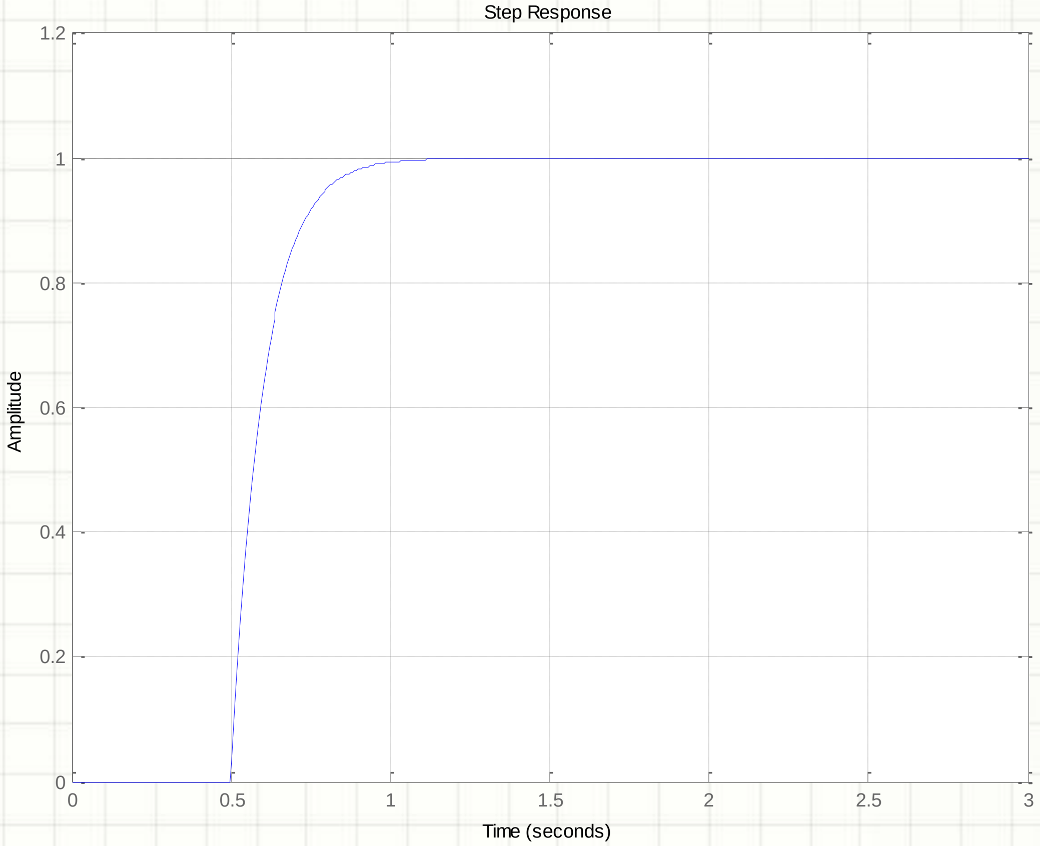
Do gráfico:

L=0,5

C=1

T=0,6-0,5=0,1

$$G(s) \cong \frac{e^{-0,5s}}{0,1s+1}$$



Sintonia de Controladores

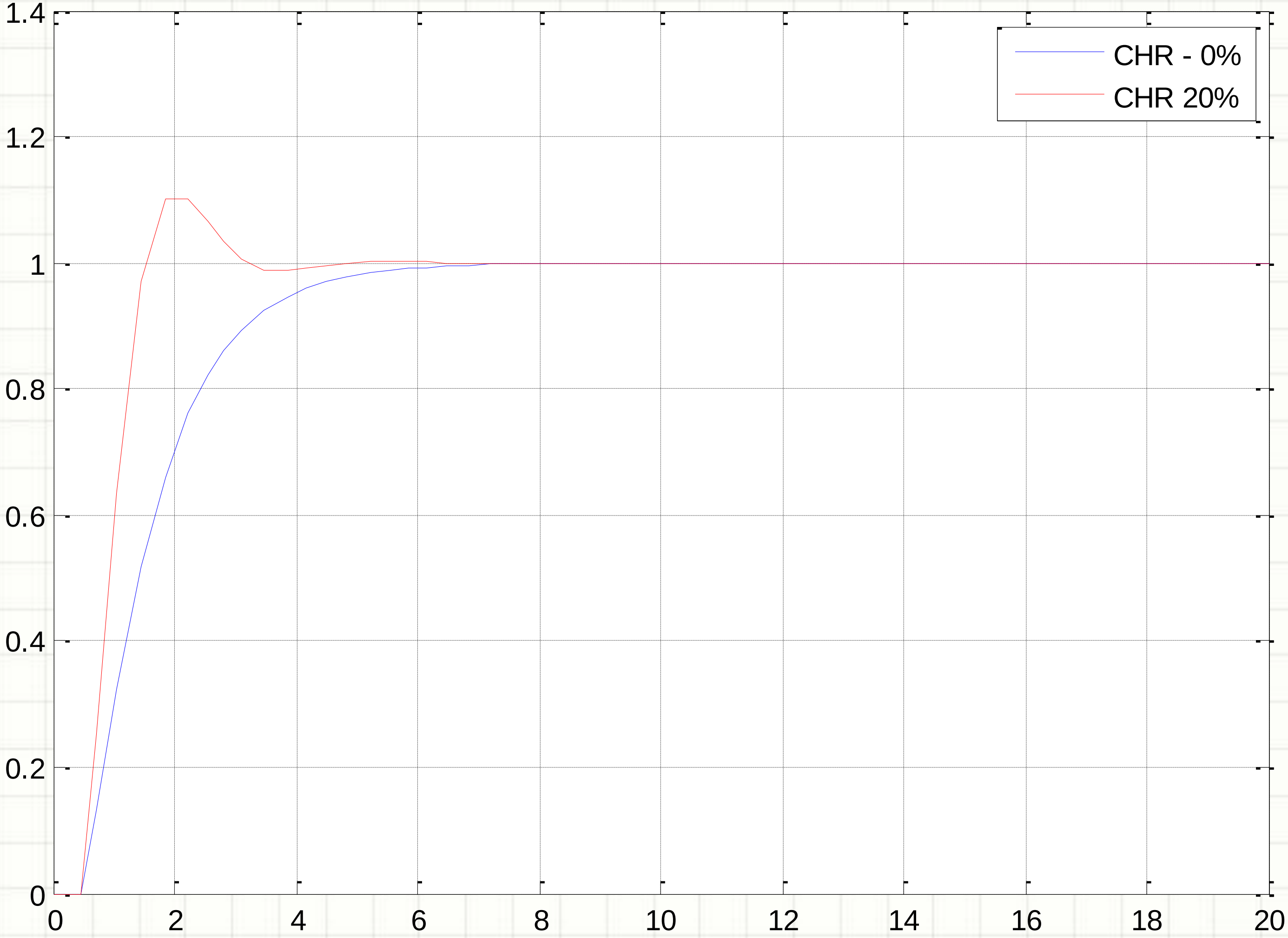
Exemplo 1: Sintonia com métodos de malha aberta

PI	K_P	T_I
CHR (0%)	(0,35/RL) = 0,07	1,2T = 0,12
CHR(20%)	(0,60/RL) = 0,12	T = 0,10

$$C_{CHR0}(s) = 0{,}07\left(1 + \frac{1}{0{,}12s}\right) = 0{,}07\left(\frac{s + 8{,}33}{s}\right)$$

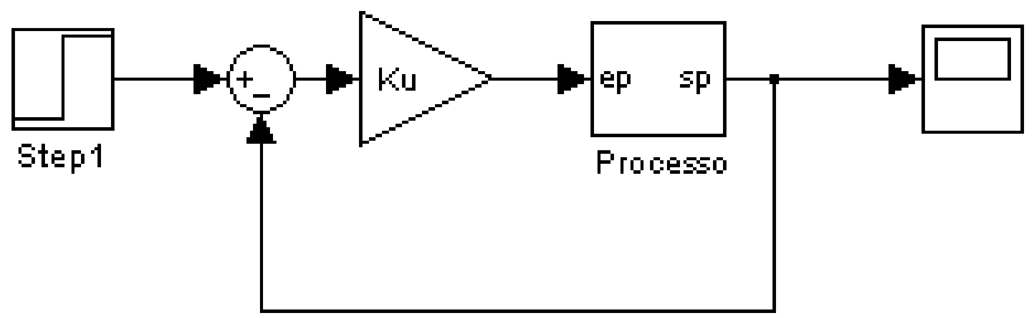
$$C_{CHR20}(s) = 0{,}12\left(1 + \frac{1}{0{,}10s}\right) = 0{,}12\left(\frac{s + 10}{s}\right)$$

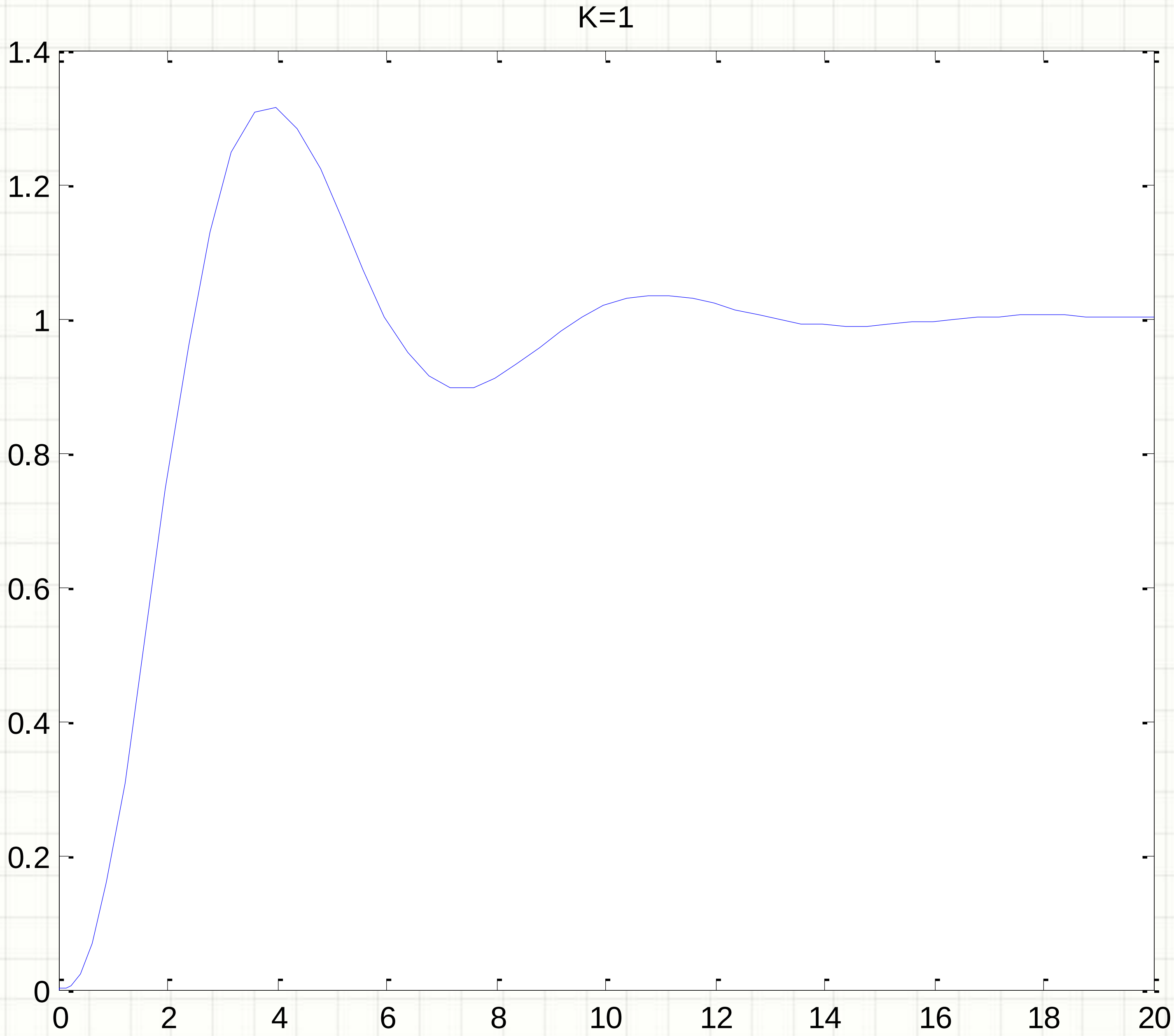
Sintonia de Controladores



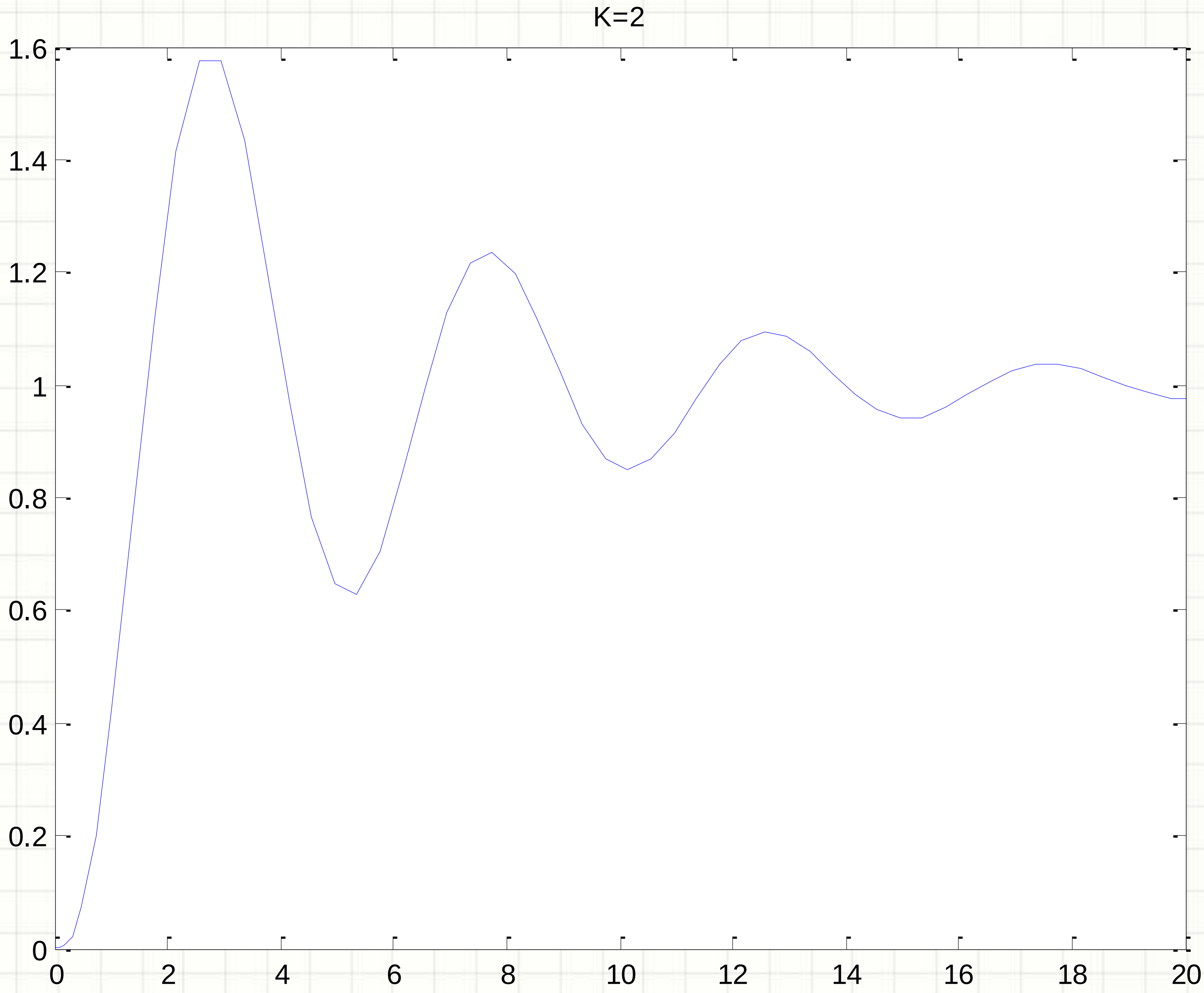
Sintonia de Controladores

Exemplo 2: Sintonia com métodos de malha fechada. Determinação de ganho Crítico.

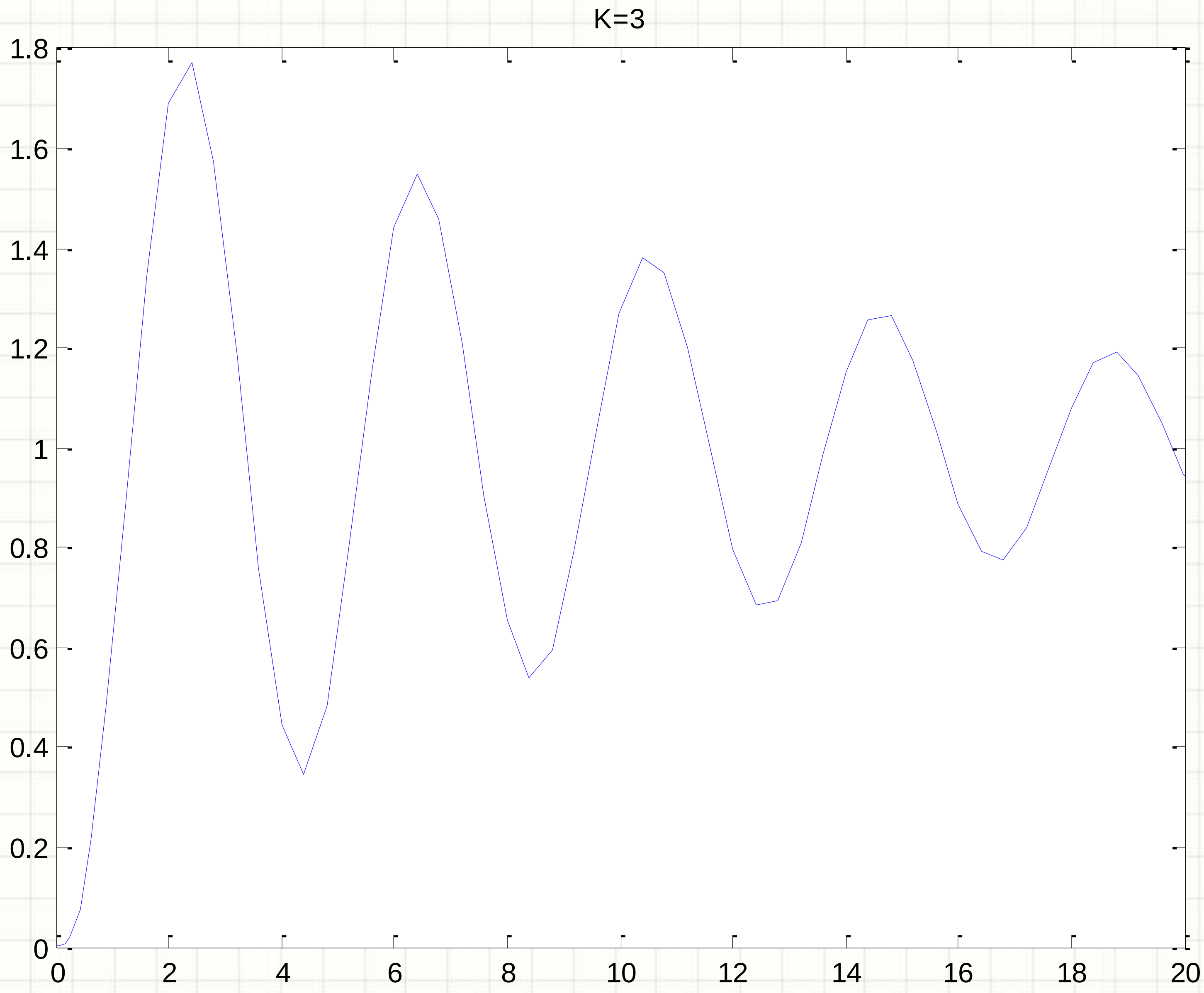




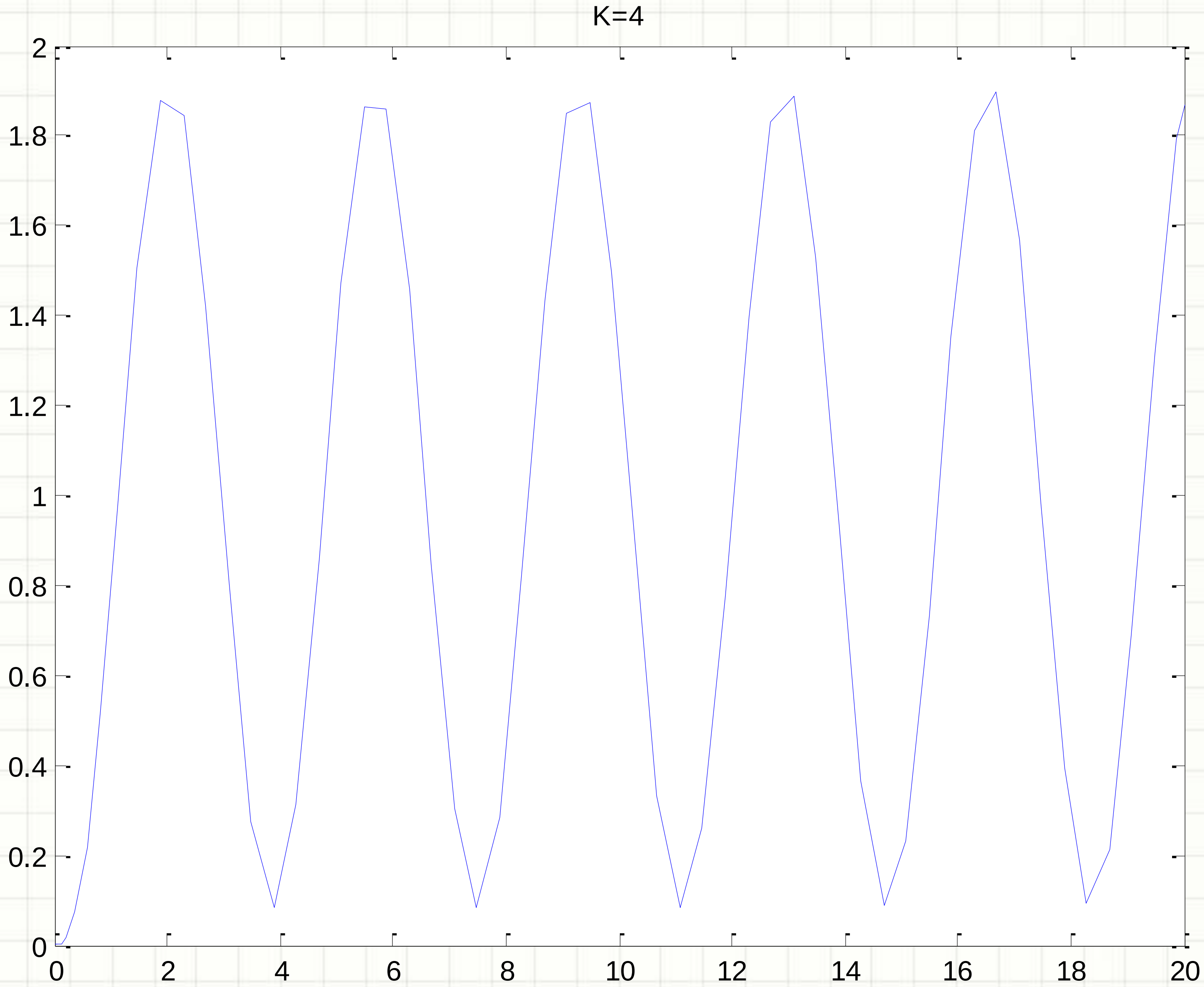
Resposta ao degrau malha fechada



Resposta ao degrau malha fechada

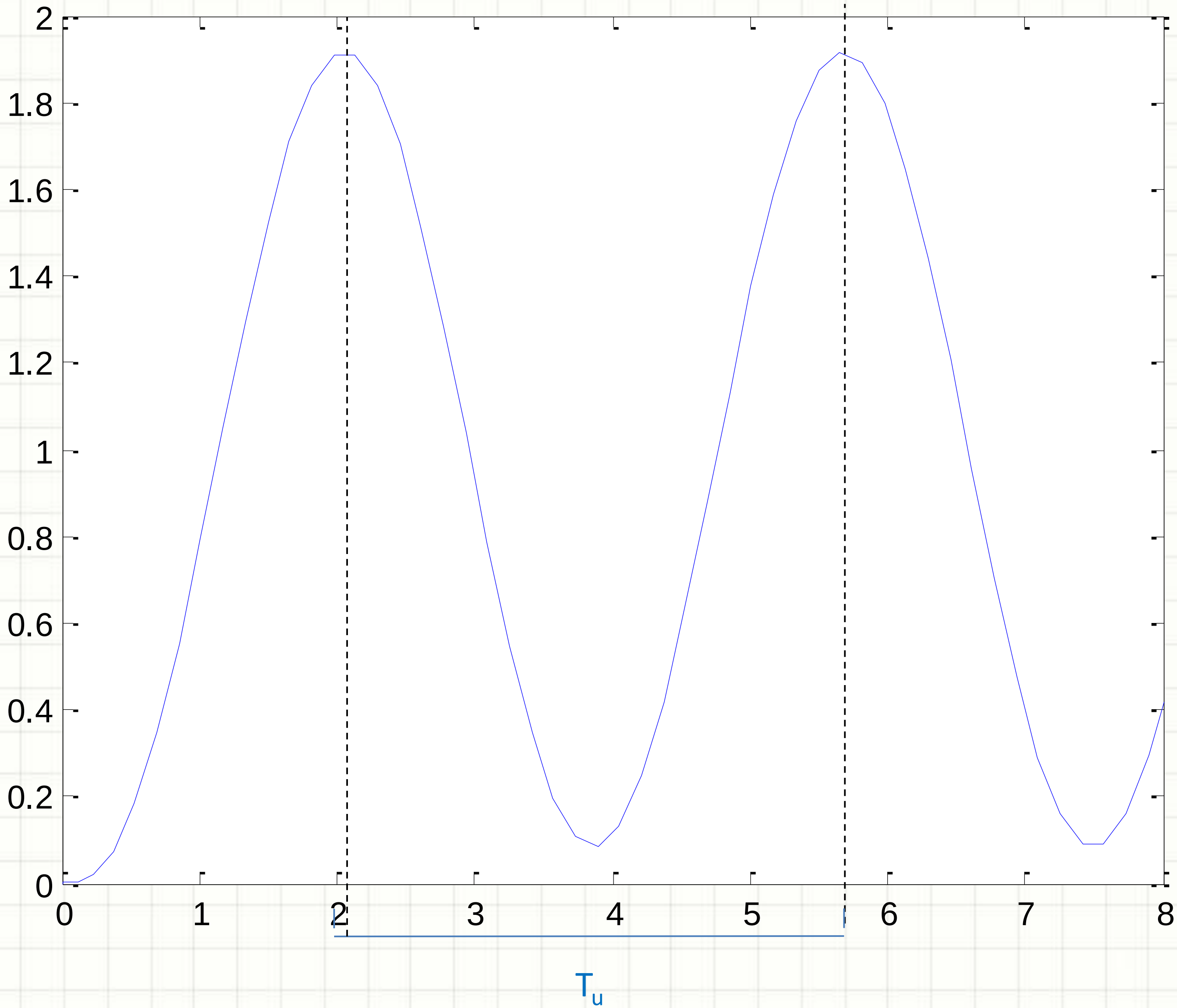


Resposta ao degrau malha fechada



Resposta ao degrau malha fechada – Limite da estabilidade

Resposta ao degrau em malha fechada



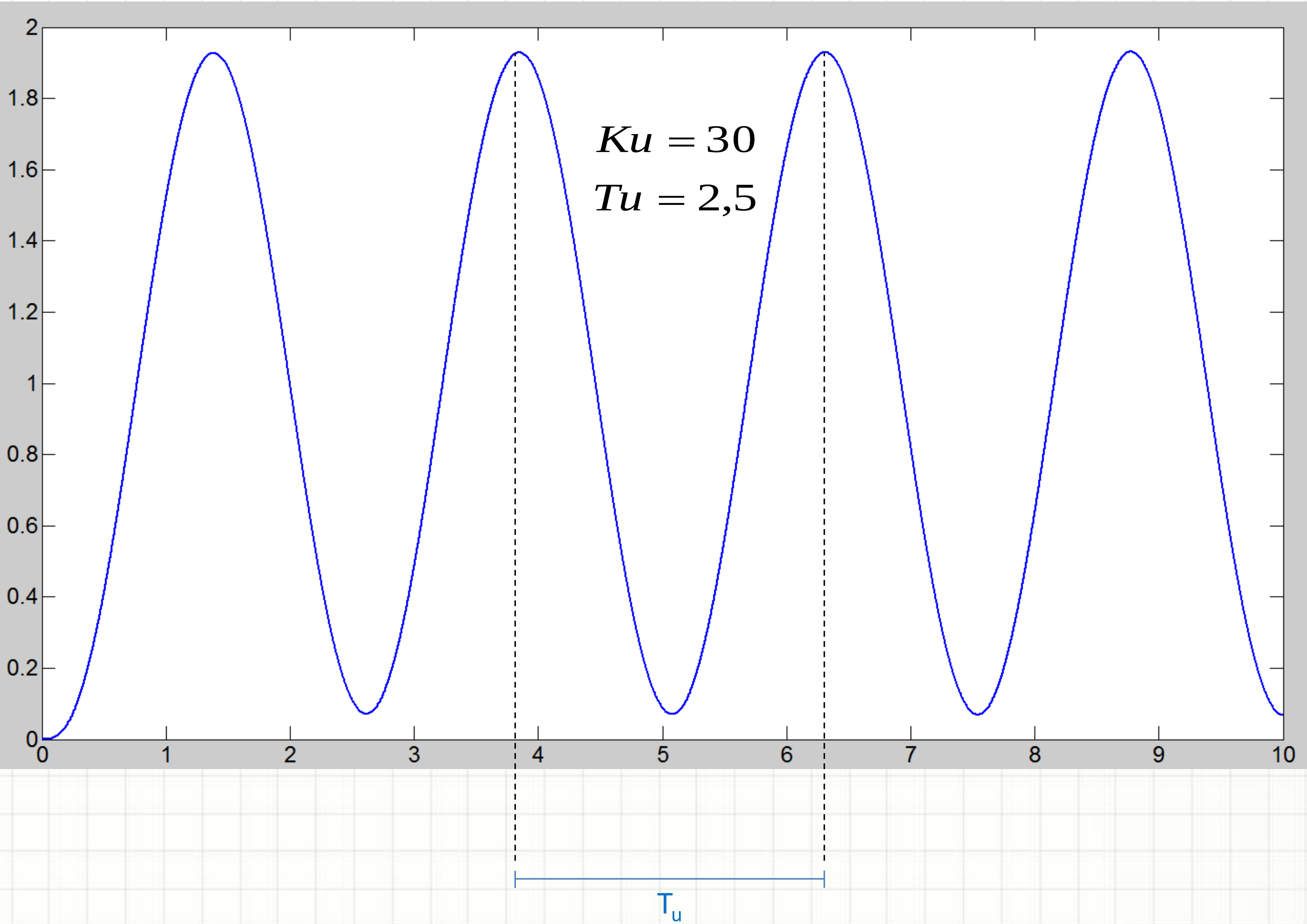
$$K_U = 4 \quad \Rightarrow \quad T_U = 3{,}7$$

Sintonia de Controladores

Exemplo 3: Projetar um controlador, usando as regras de sintonia de Ziegler-Nichols, de modo que o sobressinal seja no máximo 25% para uma entrada em degrau unitário.

DADOS

- O ensaio de malha aberta indicou a presença de um integrador.
- A resposta para o ensaio de malha fechada é dada a seguir, considerando um ganho crítico Ku=30.



$Ku = 30$
$Tu = 2,5$
T_u

Sintonia de Controladores

Da tabela de parâmetros de sintonia tem-se:

$$Ku = 30$$
$$Tu = 2{,}5$$

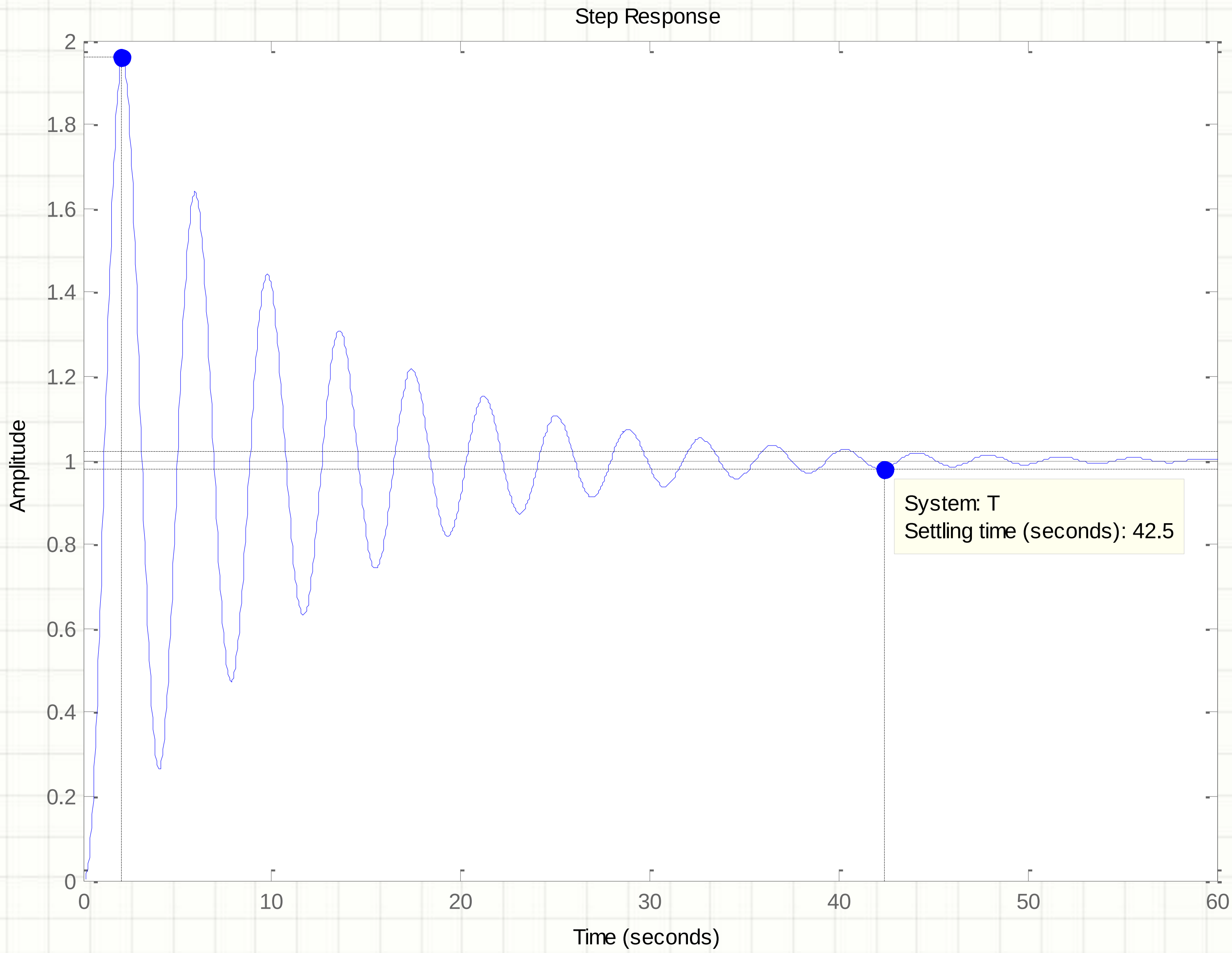
Controlador	K_P	T_I	T_D
PI	0,45Ku	Tu/1,2	-
PI	13,5	2,083	-

O controlador PI é, então, dado por:

$$C(s) = K_P\left[1+\frac{1}{T_I s}\right] \Rightarrow C(s) = 13{,}5\left[1+\frac{1}{2{,}083s}\right]$$

$$C(s) = 13{,}5\left(\frac{s+0{,}48}{s}\right)$$

Resposta ao degrau para o controlador PI projetado



Sintonia de Controladores

Seja agora um controlador PID.

Da tabela de parâmetros de sintonia tem-se:

$$Ku = 30$$
$$Tu = 2{,}5$$

Controlador	K_P	T_I	T_D
PID	0,60Ku	0,5Tu	0,125Tu
PID	18	1,25	0,3125

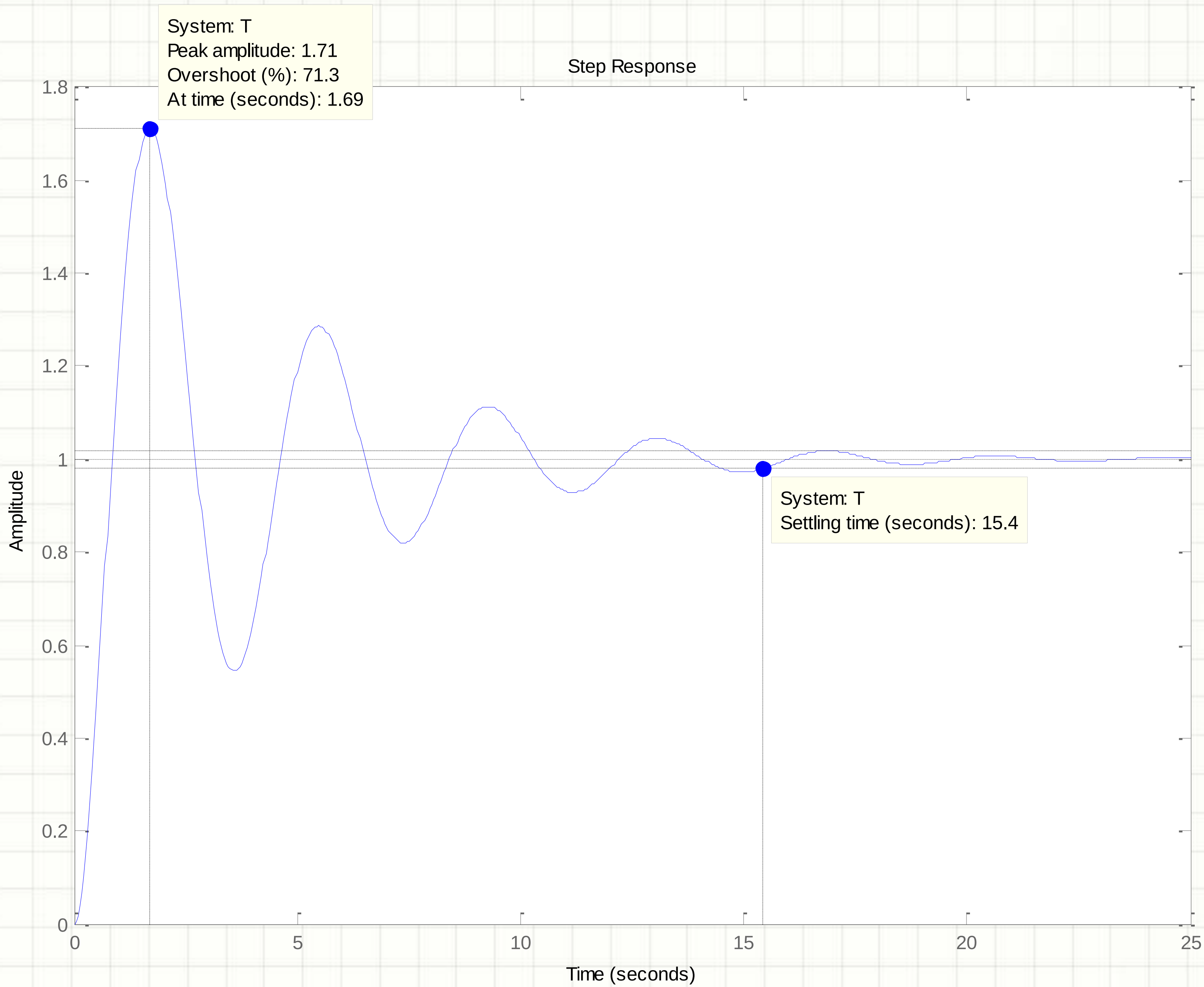
O controlador PID é, então, dado por:

$$C(s) = K_P\left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right]$$ ou $$C(s) = 0{,}075 K_U T_U \frac{\left(s + 4/T_U\right)^2}{s}$$

$$C(s) = 5{,}625\frac{\left(s+1{,}6\right)^2}{s}$$

Controlador Ideal

Resposta ao degrau para o controlador projetado



Sintonia de Controladores

Refinamento do Projeto

O sobressinal elevado é decorrente da presença do zero duplo introduzido pelo controlador. Para reduzir o sobressinal os zeros serão deslocados em direção à origem.

Escolhendo z=1, reajusta-se os demais parâmetros:

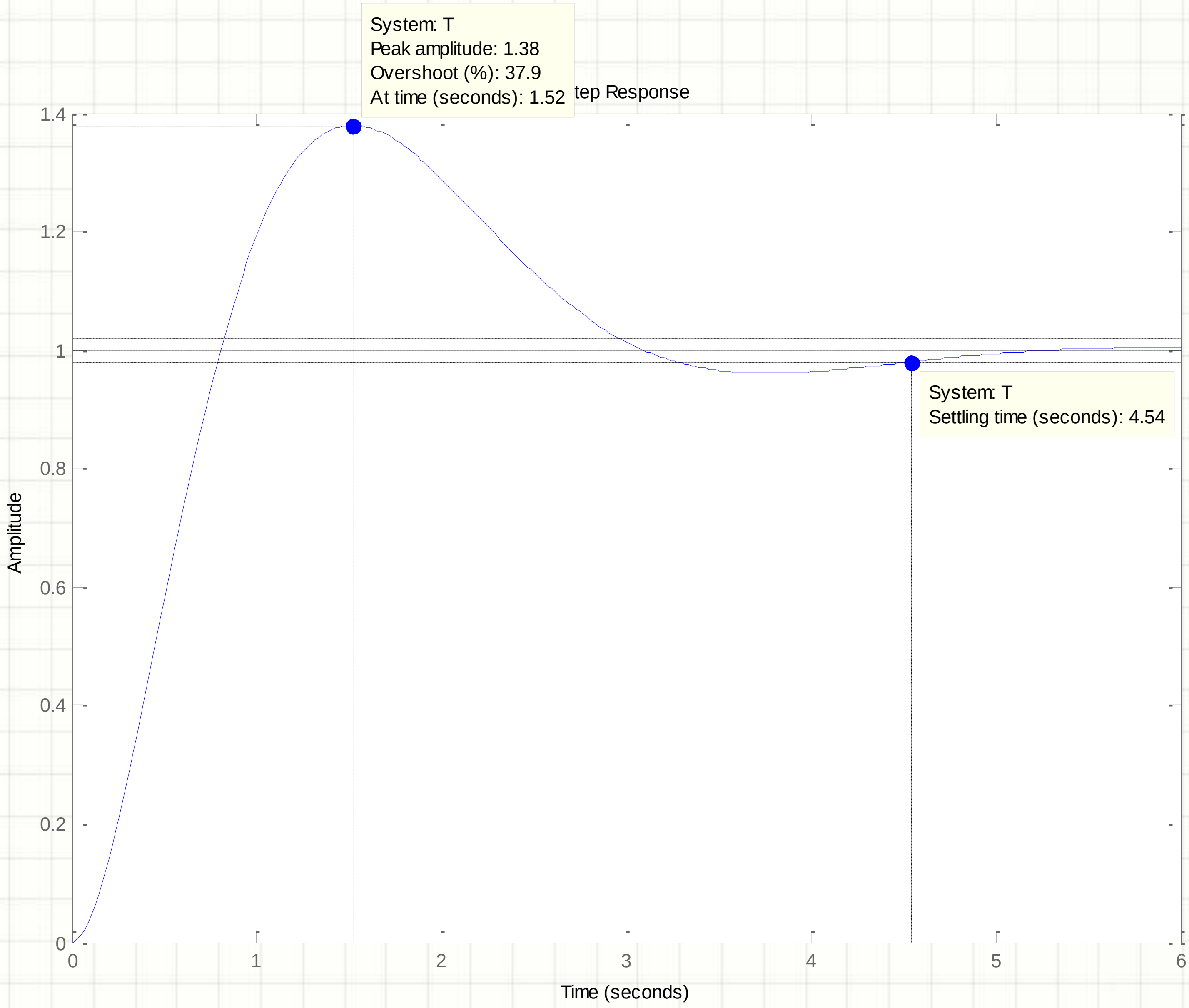
$$\frac{4}{T_U} = 1 \quad \Rightarrow \quad T_U = 4$$

$$K_P = 18 \quad T_D = 0{,}5T_U = 2 \quad T_I = 0{,}125T_U = 0{,}5$$

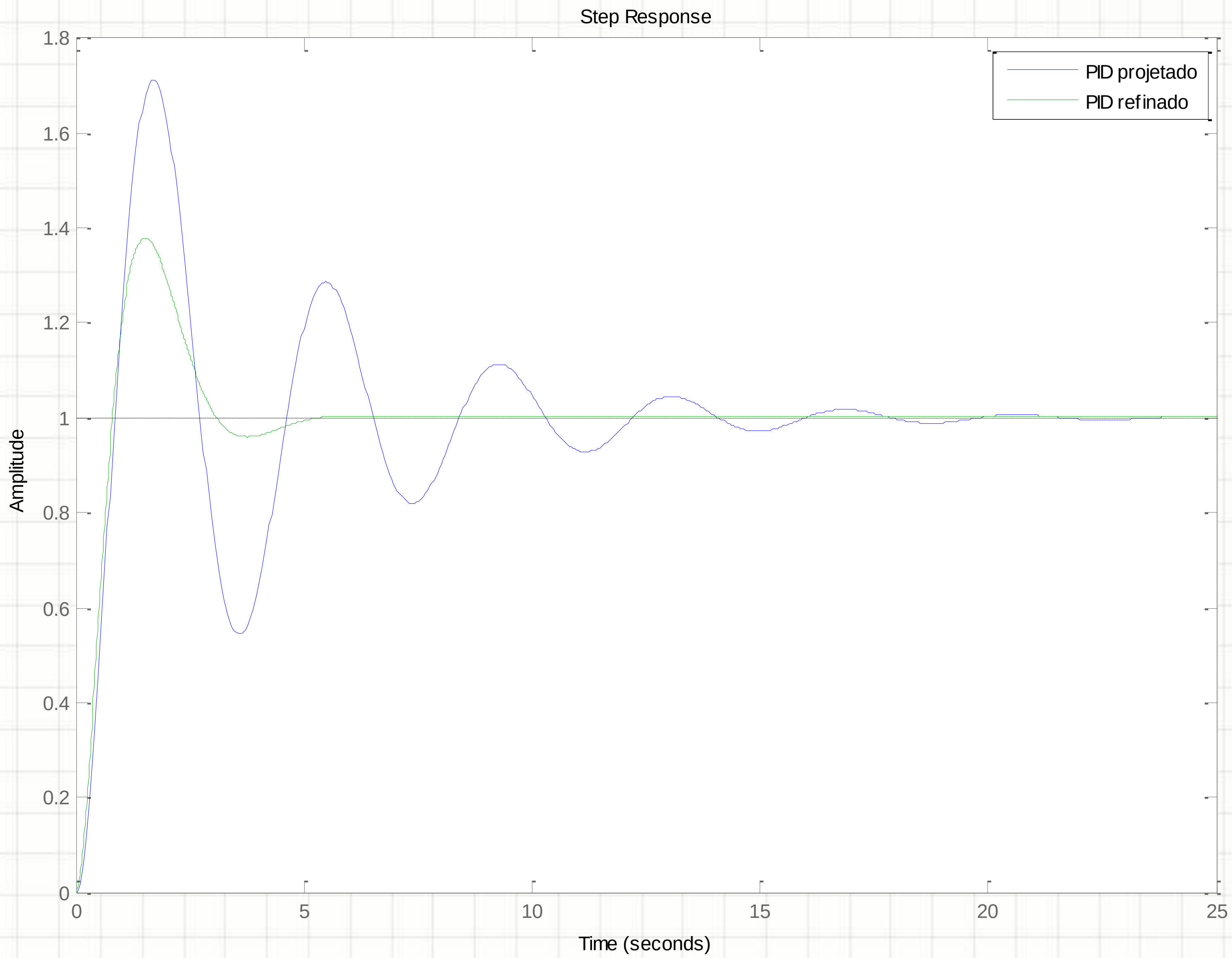
O novo controlador PID fica:

$$C(s) = 0{,}075K_U T_U \frac{(s + 4/T_U)^2}{s} = \frac{9(s+1)^2}{s}$$

Resposta ao degrau para o controlador projetado com refinamento



Resposta ao degrau:PID projetado x PID refinado



Sintonia de Controladores

Escolhendo agora z=0,75, teremos

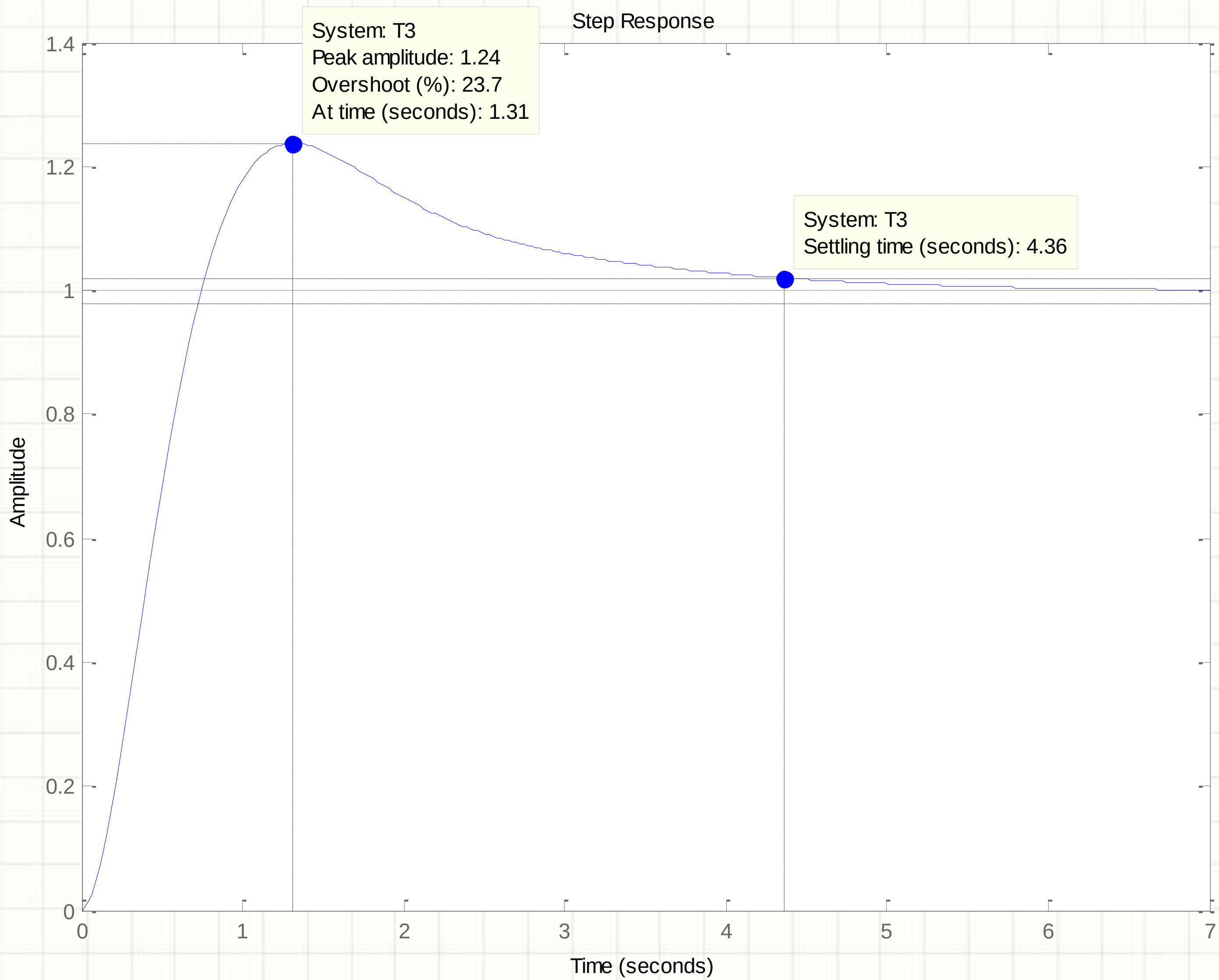
$$\frac{4}{T_U} = 0{,}75 \quad \Rightarrow \quad T_U = 5{,}33$$

$$K_p = 18 \quad T_D = 2{,}67 \quad T_I = 0{,}67$$

O novo controlador PID fica:

$$C(s) = 0{,}075 K_U T_U \frac{\left(s + 4/T_U\right)^2}{s} = \frac{12\left(s + 0{,}75\right)^2}{s}$$

Resposta ao degrau para o controlador projetado com o 2º refinamento



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Uma alternativa para a sintonia de controladores é utilizar índices de desempenho baseados em integrais de erro.

Estes índices são obtidos através da ponderação do sinal de erro, seja devido a uma perturbação, seja devido a uma mudança de referência.

Os parâmetros do controlador são sintonizados de modo a minimizar um índice de desempenho.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

IAE - Integral do Erro Absoluto

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)|\, dt$$

Adequado quando os erros são pequenos. Pondera mais fortemente os erros maiores. Muito usado para fins de estudo.

ISE - Integral do Quadrado do Erro

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t)\, dt$$

Apresenta convergência lenta para erros grandes.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

ITAE - Integral do Erro Absoluto com Ponderação de Tempo

$$ITAE = \int_0^{\infty} t\left|e(t)\right| dt$$

Um erro inicial grande é ponderado com peso baixo enquanto erros que ocorrem mais tarde são bastante ponderados.

ITSE - Integral do Quadrado do Erro com Ponderação de Tempo

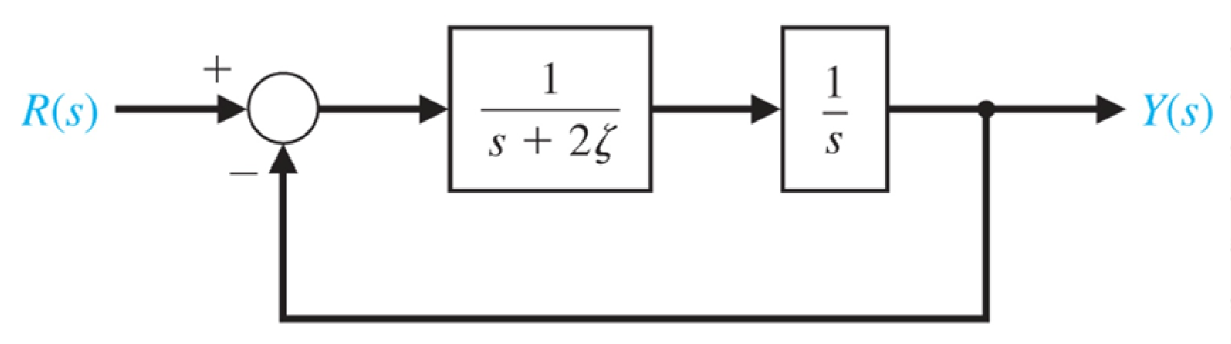
$$ITSE = \int_0^{\infty} te^2(t)\, dt$$

Observação: as integrais anteriores foram definidas considerando que o erro é nulo em regime permanente. Caso isto não ocorra, dever-se trocar, no cálculo destas, e(t) por y(t)-y($\propto$).

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

O ITAE fornece a melhor seletividade dentre os índices de desempenho.

Ex1: Seja o sistema de controle com realimentação unitária.

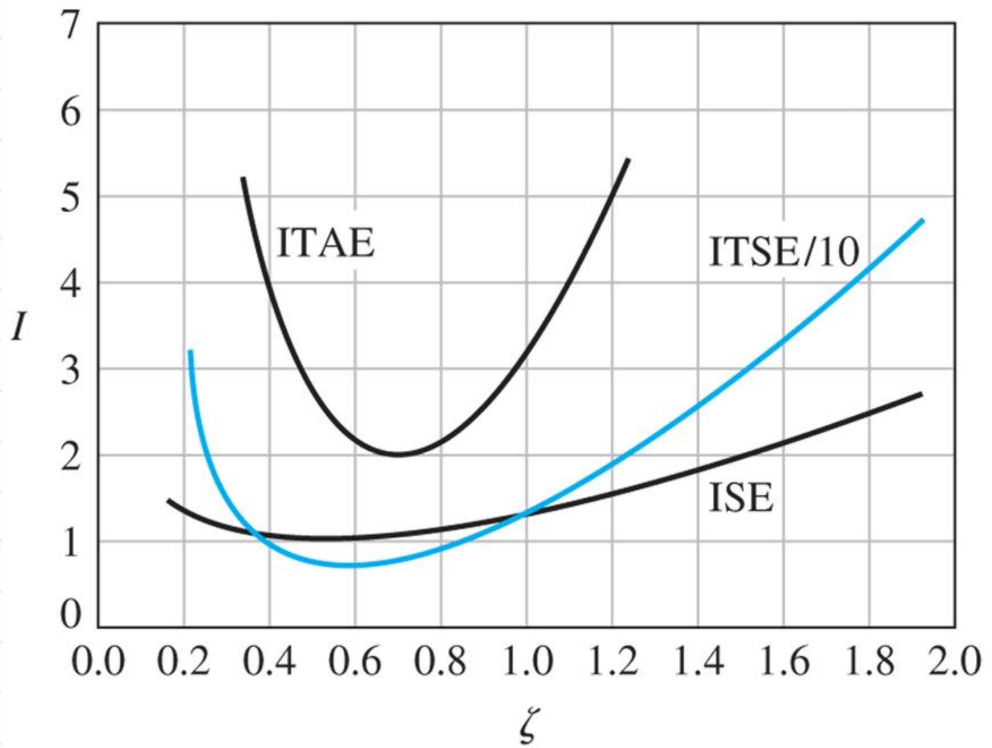


A função de transferência de malha fechada é dada por:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1}$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

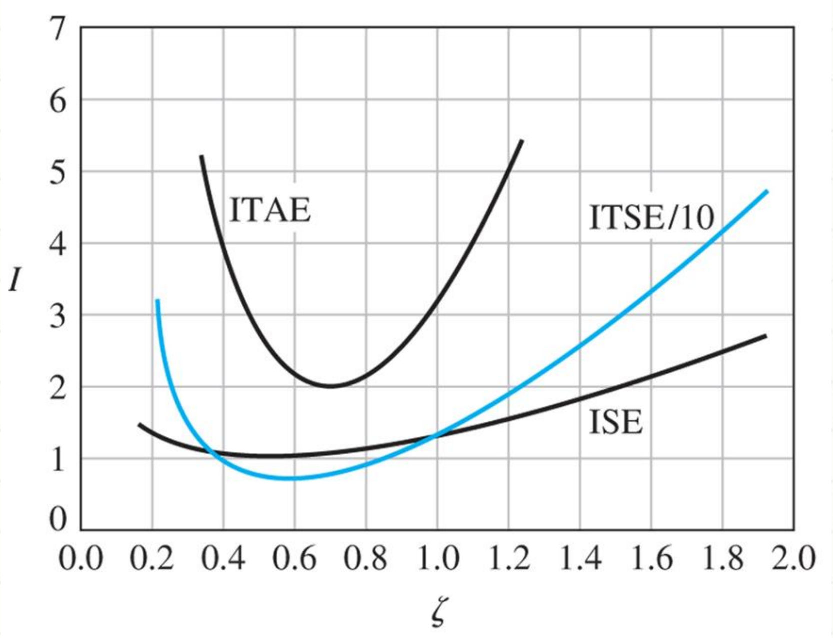
Os índices de desempenho ISE, ITSE e ITAE calculados para diversos valores de ζ, considerando uma entrada em degrau unitário, são mostrados na figura a seguir.



As curvas mostram a seletividade do Índice de Desempenho ITAE em comparação com ISE e ITSE.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

O valor mínimo da relação de amortecimento com base no índice ITAE é de 0,7, que para um sistema de 2a ordem resulta em uma resposta rápida ao degrau com um sobressinal máximo de 4,6%.



Para o índices ISE e ITSE o amortecimento mínimo fica entre 0,5 e 0,6, o que representa uma resposta ao degrau com um sobressinal máximo entre 9,5% e 16%.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Em particular, o ITAE é bastante utilizado para alocação de polos de malha fechada.

Neste caso, os coeficientes que minimizarão este critério de desempenho para uma entrada em degrau foram determinados para a função de transferência de malha fechada genérica da seguinte forma:

$$T(s)=\frac{b_0}{s^n+b_{n-1}s^{n-1}+b_{n-2}s^{n-2}+\cdots+b_2s^2+b_1s+b_0}$$

Observe que esta função de transferência possui erro nulo em regime permanente para uma entrada em degrau.

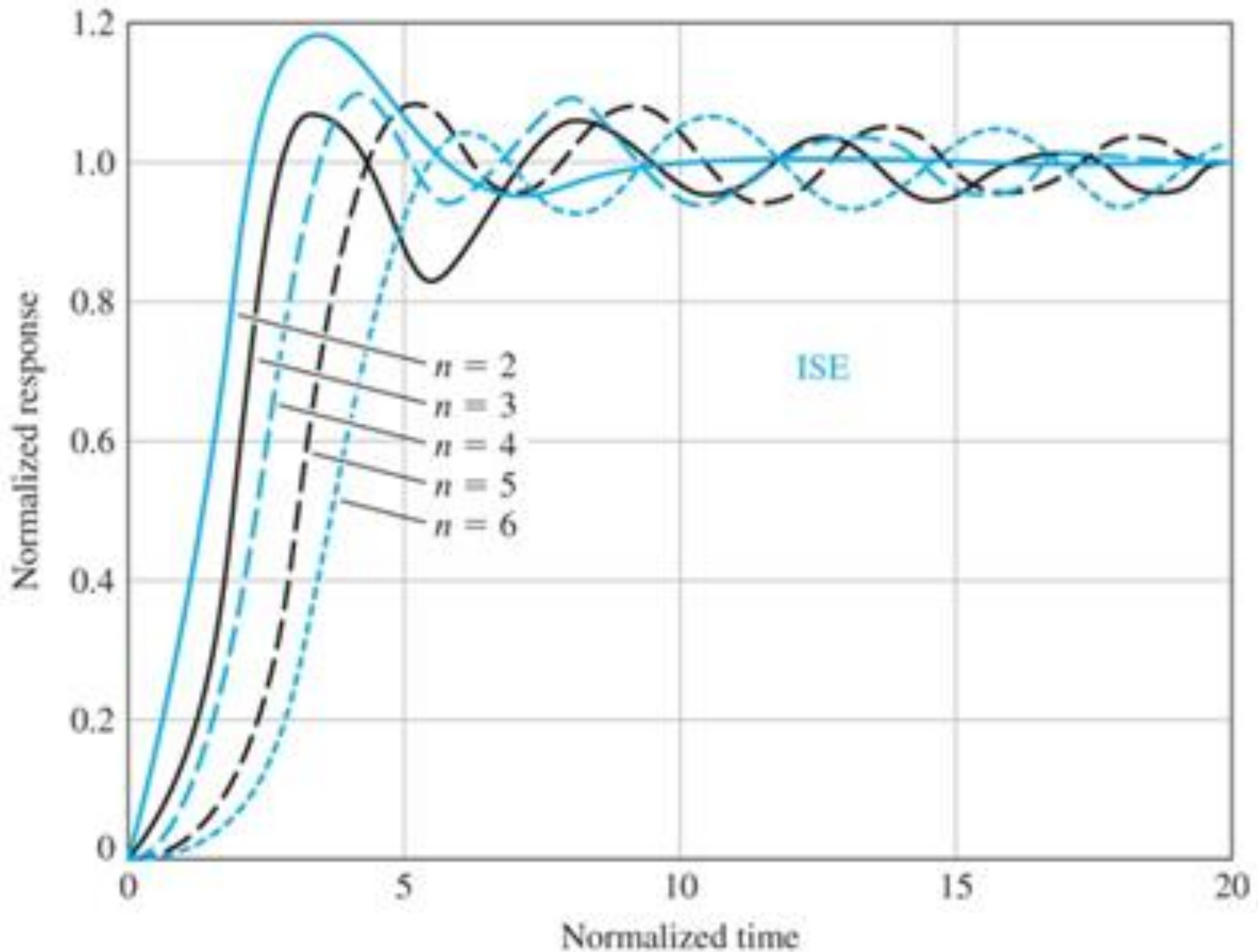
Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Os coeficientes ótimos de T(s) baseados no critério ITAE para uma entrada em degrau unitário são:

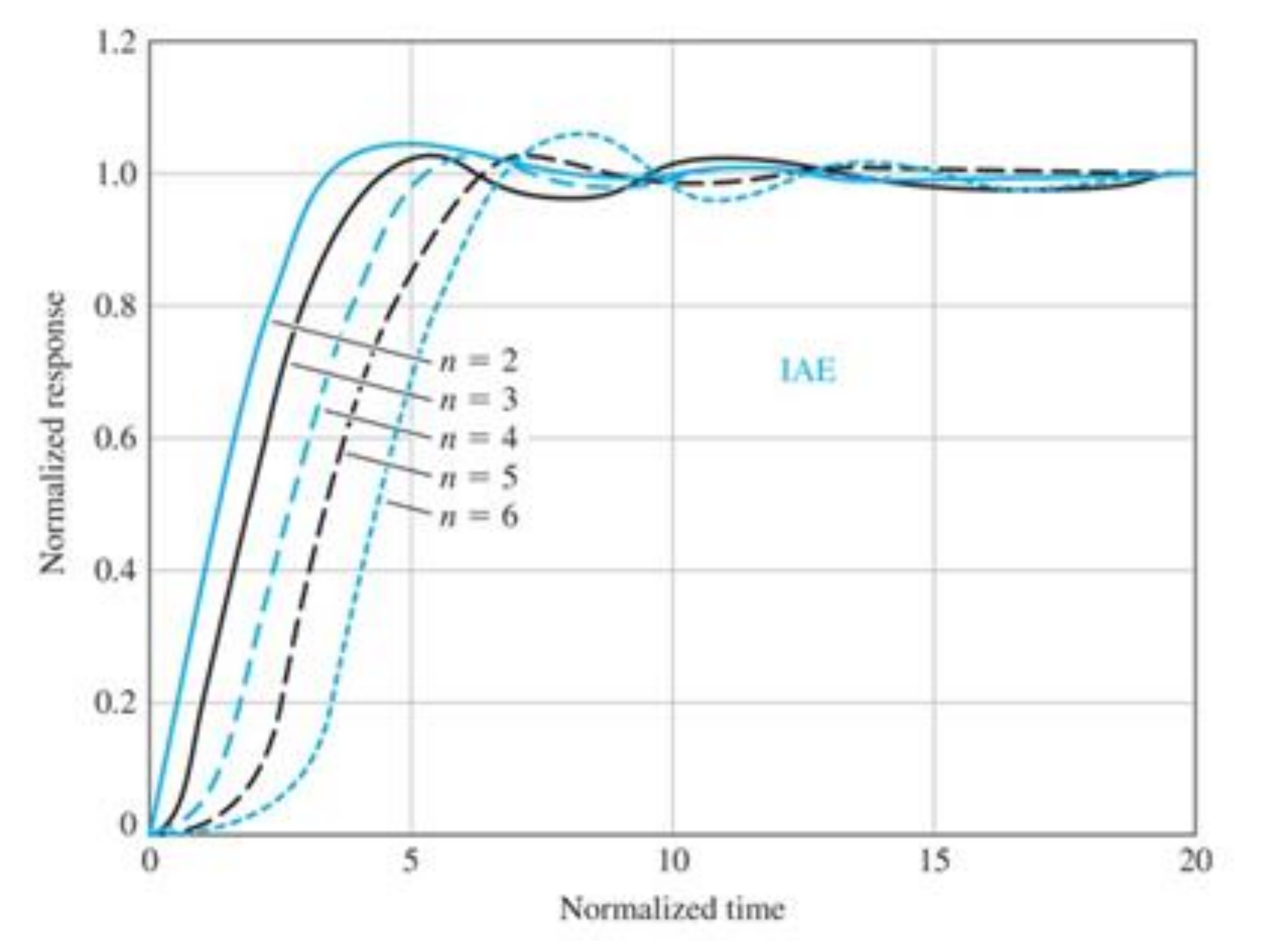
$$s + \omega_n$$
$$s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2$$
$$s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3$$
$$s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4$$
$$s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5$$
$$s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.60\omega_n^2 s^4 + 8.60\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6$$

As respostas usando coeficientes ótimos para uma entrada em degrau são dadas a seguir para os critérios ISE, IAE e ITAE.
As respostas são fornecidas para o tempo normalizado, $\omega_n t$.

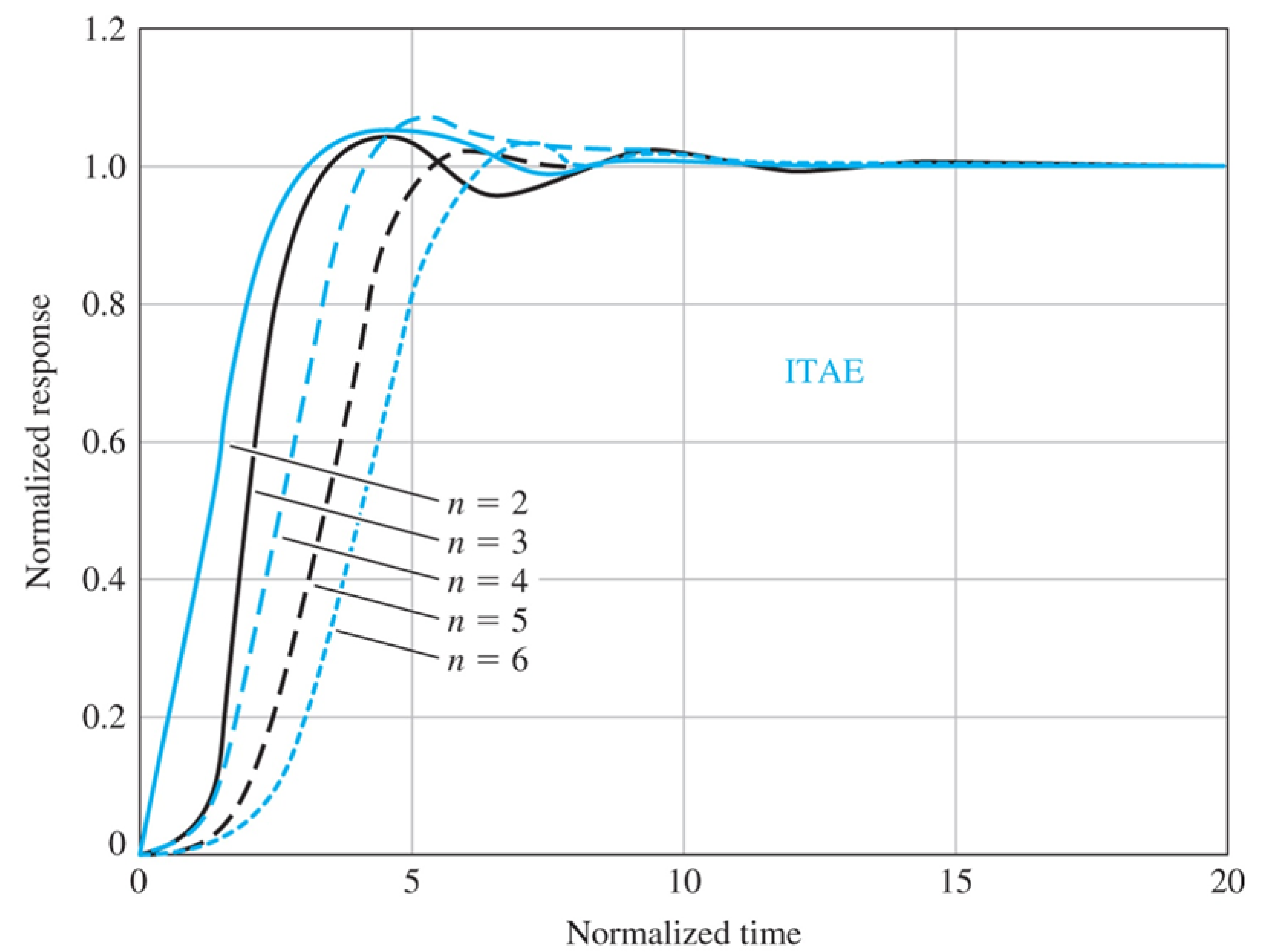
Sintonia Baseada em Integrais de Erro



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

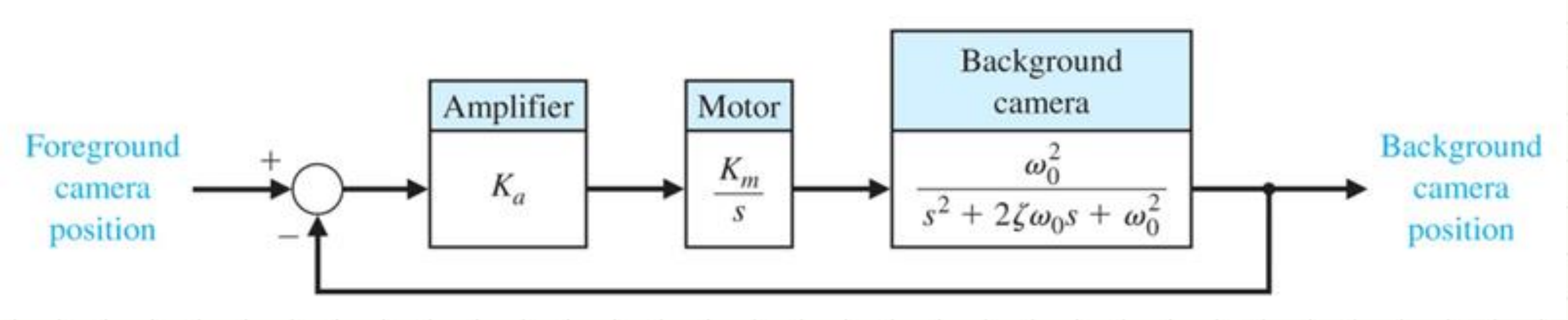


Sintonia Baseada em Integrais de Erro



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Ex: Controle de duas câmeras



A função de transferência de malha fechada é dada por:

$$T(s) = \frac{K_a K_m \omega_0^2}{s^3 + 2\zeta\omega_0 s^2 + \omega_0^2 s + K_a K_m \omega_0^2}$$

Deseja-se que a resposta seja relativamente rápida, com tempo de acomodação inferior a 1 segundo.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Da tabela de coeficientes ótimos

$s + \omega_n$
$s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2$
$\boxed{s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3}$
$s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4$
$s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5$
$s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.60\omega_n^2 s^4 + 8.60\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6$

Comparando o polinômio acima com:

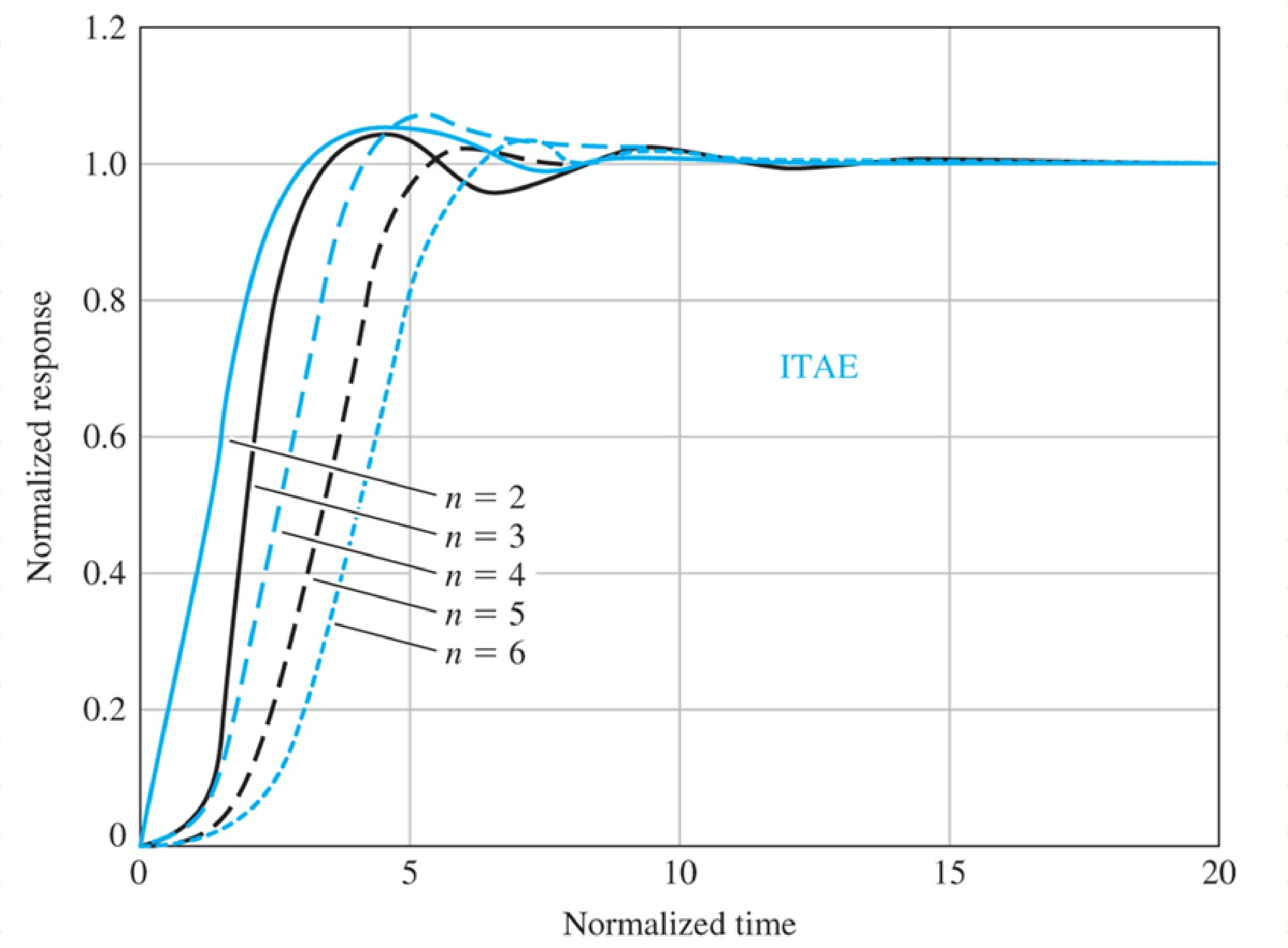
$$\Delta(s) = s^3 + 2\zeta\omega_0 s^2 + \omega_0^2 s + K_a K_m \omega_0^2$$

Tem-se:

$$2\zeta\omega_0 = 1{,}75\omega_n \quad \omega_0^2 = 2{,}15\omega_n^2 \quad K_a K_m \omega_0^2 = \omega_n^3$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Para n=3, da figura abaixo, obtém-se um tempo de acomodação de aproximadamente 8 segundos (tempo normalizado).



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Portanto, estima-se que

$$\omega_n t_s = 8$$

Para obter-se uma resposta rápida, com tempo de acomodação menor do que 1 segundo, escolhe-se uma frequência de 10 rad/s, ou seja,

$$\omega_n = 10 \quad \rightarrow \quad t_s = 0{,}8$$

Assim, os coeficientes ITAE podem ser calculados.

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_0 = 1{,}75\omega_n \\ \omega_0^2 = 2{,}15\omega_n^2 \\ K_a K_m \omega_0^2 = \omega_n^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = 14{,}67 \\ \zeta = 0{,}597 \\ K_a K_m = 4{,}65 \end{cases}$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

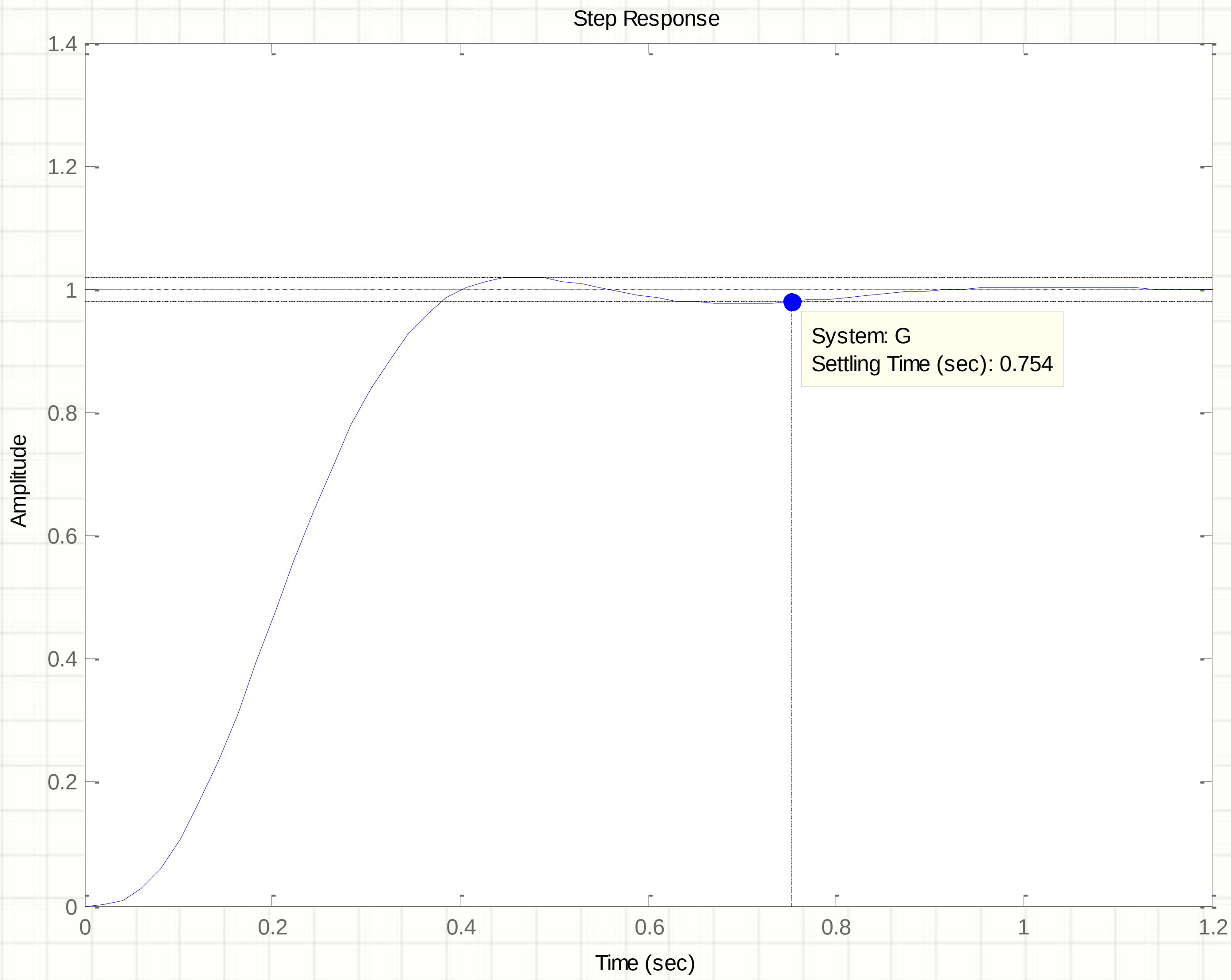
A função de transferência de malha fechada será

$$T(s)=\frac{K_a K_m \omega_0^2}{s^3+2\zeta\omega_0 s^2+\omega_0^2 s+K_a K_m \omega_0^2}$$

ou

$$T(s)=\frac{1000}{s^3+17{,}5s^2+215s+1000}$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Para uma entrada em rampa, os coeficientes ótimos que minimizam o critério ITAE foram determinados considerando a função de transferência de malha fechada da seguinte forma

$$T(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

Os coeficientes ótimos de T(s) baseados no critério ITAE são:

$$s^2 + 3.2\omega_n s + \omega_n^2$$
$$s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 3.25\omega_n^2 s + \omega_n^3$$
$$s^4 + 2.41\omega_n s^3 + 4.93\omega_n^2 s^2 + 5.14\omega_n^3 s + \omega_n^4$$
$$s^5 + 2.19\omega_n s^4 + 6.50\omega_n^2 s^3 + 6.30\omega_n^3 s^2 + 5.24\omega_n^4 s + \omega_n^5$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Para uma entrada em parábola, os coeficientes ótimos que minimizam o critério ITAE foram determinados considerando a função de transferência de malha fechada da seguinte forma

$$T(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + b_{n-2}s^{n-2} + \cdots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

Neste caso, os coeficientes ótimos de T(s) são

$$s^3 + 2.97\omega_0 s^2 + 4.94\omega_0^2 s + \omega_0^3$$
$$s^4 + 3.71\omega_0 s^3 + 7.88\omega_0^2 s^2 + 5.93\omega_0^3 s + \omega_0^4$$
$$s^5 + 3.81\omega_0 s^4 + 9.94\omega_0^2 s^3 + 13.44\omega_0^3 s^2 + 7.36\omega_0^4 s + \omega_0^5$$
$$s^6 + 3.93\omega_0 s^5 + 11.68\omega_0^2 s^4 + 18.56\omega_0^3 s^3 + 19.3\omega_0^4 s^2 + 8.06\omega_0^5 s + \omega_0^6$$

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

As integrais de erro podem ser utilizadas tanto como medida de desempenho do sinal de controle como também para definir parâmetros de sintonia de controladores.

No segundo caso, deve-se lembrar que:

- As sintonias para os problemas de regulação e seguimento de referência são diferentes.

- As sintonias para os diferentes tipos de entrada (degrau, rampa, etc.) também serão diferentes.

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

A seguir serão apresentadas outras tabelas de parâmetros de sintonia considerando integrais de erro.

Os parâmetros foram definidos considerando o seguinte modelo de 1ª ordem com atraso:

$$G(s) = \frac{Ce^{-Ls}}{Ts + 1}$$

Os valores de C, L e T foram determinados a partir da resposta ao degrau para o sistema em malha aberta (1º método).

Caso Regulador (rejeição de perturbação) – Lopes *et al* (1967)
Caso Servo (seguimento de referência) – Rovira (1981)

Caso Regulador (rejeição de perturbação)

Controlador Proporcional: $C(s) = K_p$

	Coeficiente	ISE	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^b$	a	1.411	0.902	0.490
	b	-0.917	-0.985	-1.084

Controlador PI: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$

	Coeficiente	ISE	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a_1}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	1.305	0.984	0.859
	b_1	-0.959	-0.986	-0.977
$T_I = \frac{T}{a_2}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_2}$	a_2	0.492	0.608	0.674
	b_2	0.739	0.707	0.680

Caso Regulador (rejeição de perturbação)

Controlador PID: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$

	Coeficiente	ISE	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a_1}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	1.495	1.435	1.357
	b_1	-0.945	-0.921	-0.947
$T_I = \frac{T}{a_2}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_2}$	a_2	1.101	0.878	0.842
	b_2	0.771	0.749	0.738
$T_D = a_3 T\left(\frac{L}{T}\right)^{b_3}$	a_3	0.560	0.482	0.381
	b_3	1.006	1.137	0.995

Caso Servo (seguimento de referência)

Controlador PI: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$

	Coeficiente	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a_1}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	0.758	0.586
	b_1	-0.861	-0.916
$T_I = \frac{T}{a_2 + b_2(L/T)}$	a_2	1.02	1.03
	b_2	-0.323	-0.165

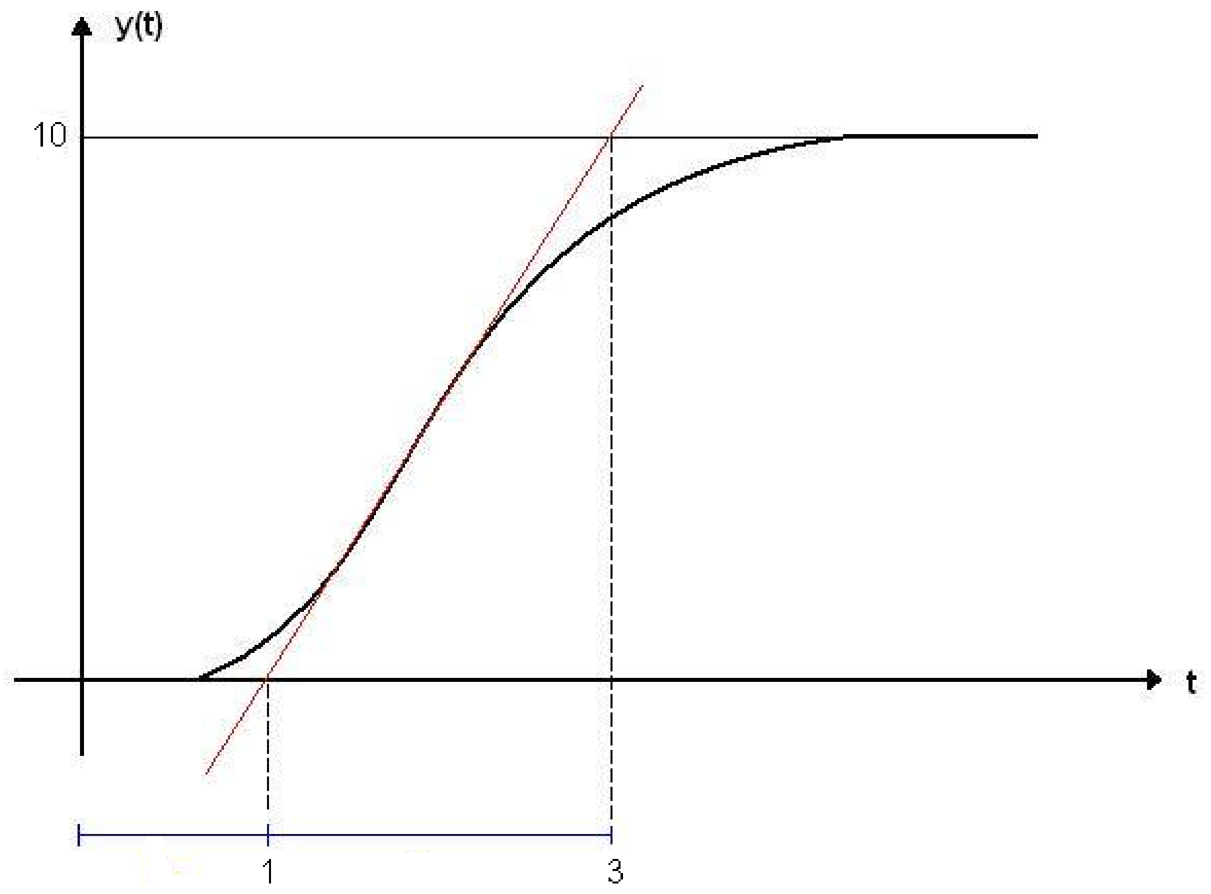
Caso Servo (seguimento de referência)

Controlador PID: $C(s) = K_p\left(1 + \dfrac{1}{T_I s} + T_D s\right)$

	Coeficiente	IAE	ITAE
$K_p = \dfrac{a_1}{C}\left(\dfrac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	1.086	0.965
	b_1	-0.869	-0.855
$T_I = \dfrac{T}{a_2 + b_2(L/T)}$	a_2	0.740	0.796
	b_2	-0.130	-0.147
$T_D = a_3 T\left(\dfrac{L}{T}\right)^{b_3}$	a_3	0.348	0.308
	b_3	0.914	0.929

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Exemplo: Projetar um controlador PI, considerando as tabelas de sintonia baseadas em critérios de erro, para o processo cuja resposta do ensaio de malha aberta, é dada no gráfico abaixo:



Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Do gráfico:
$$\left.\begin{aligned} L &= 1 \\ T &= 2 \\ C &= 10 \end{aligned}\right\} \qquad G(s) = \frac{10e^{-s}}{2s+1}$$

Considerando o problema de regulação: $C(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$

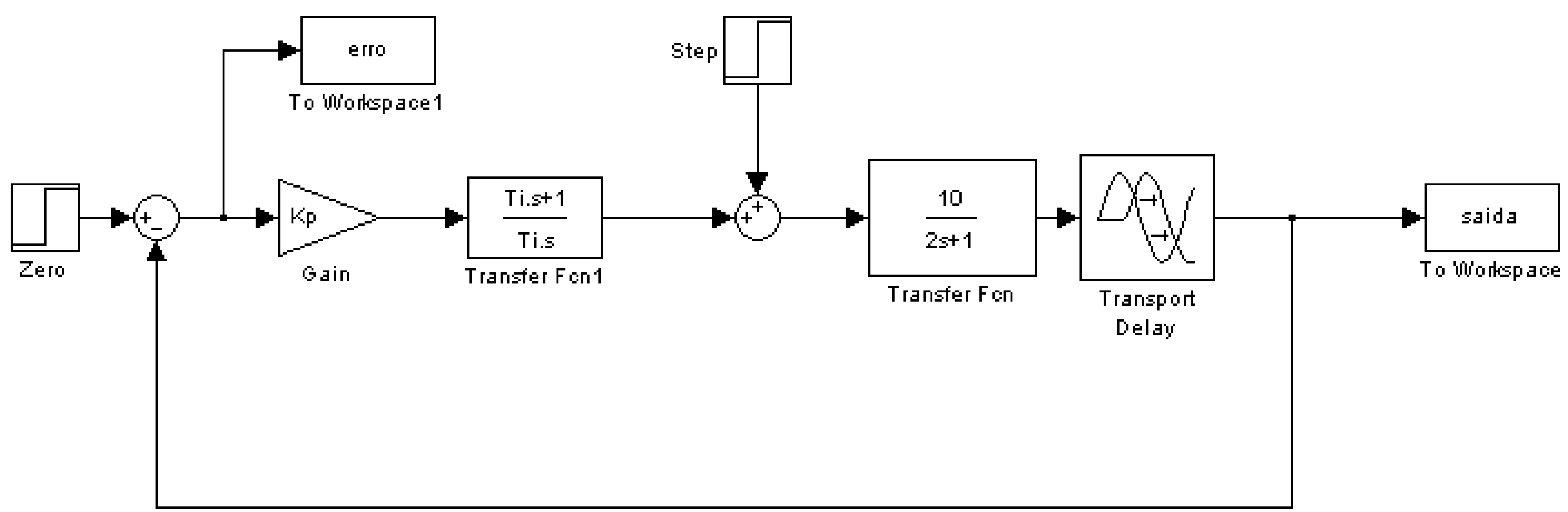
	Coeficiente	ISE	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a_1}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	1.305	0.984	0.859
	b_1	-0.959	-0.986	-0.977
$T_I = \frac{T}{a_2}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_2}$	a_2	0.492	0.608	0.674
	b_2	0.739	0.707	0.680

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

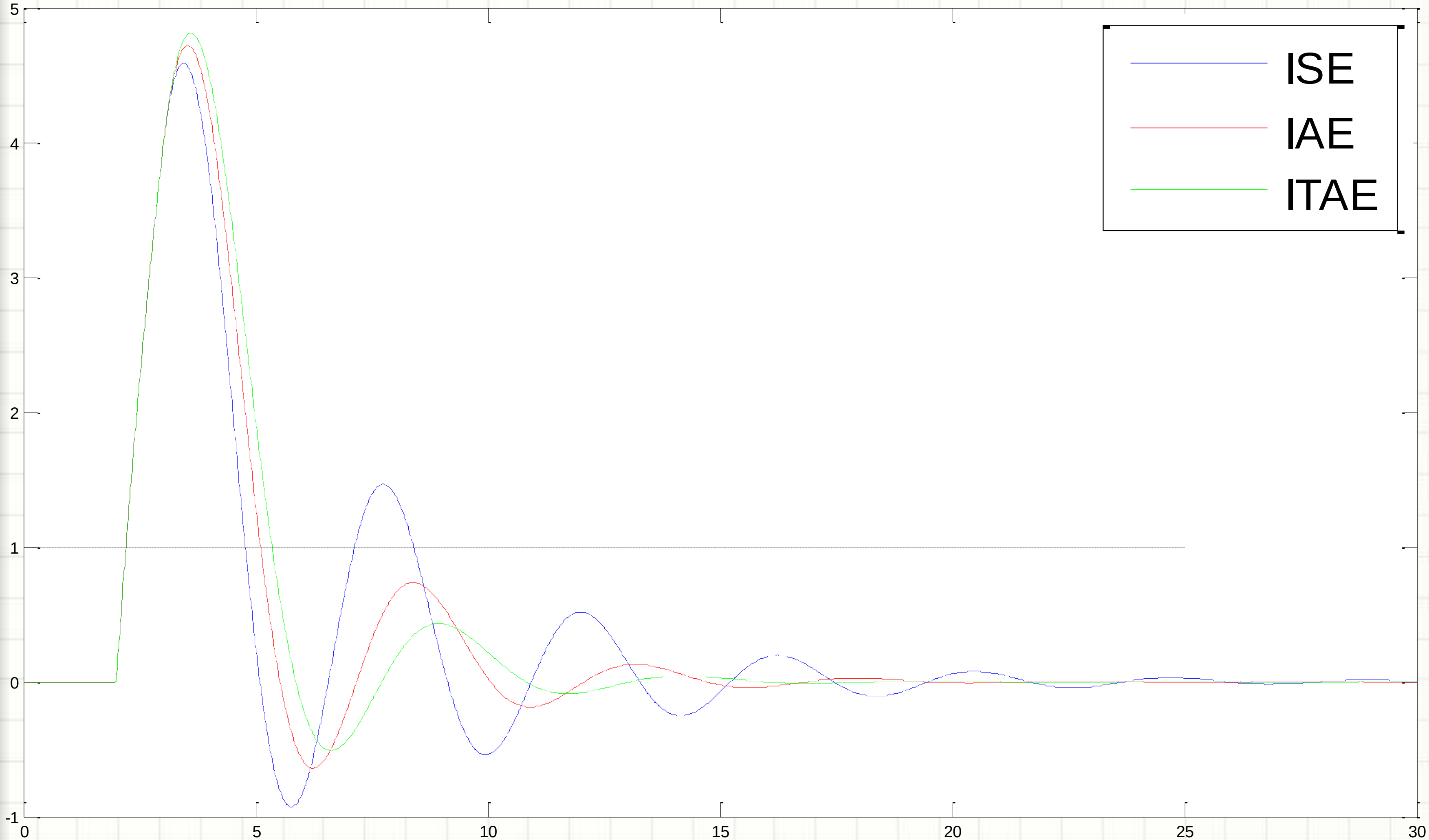
Substituindo os dados tem-se:

Critério	K_P	T_I
ISE	0,245	2,44
IAE	0,195	2,02
ITAE	0,169	1,85

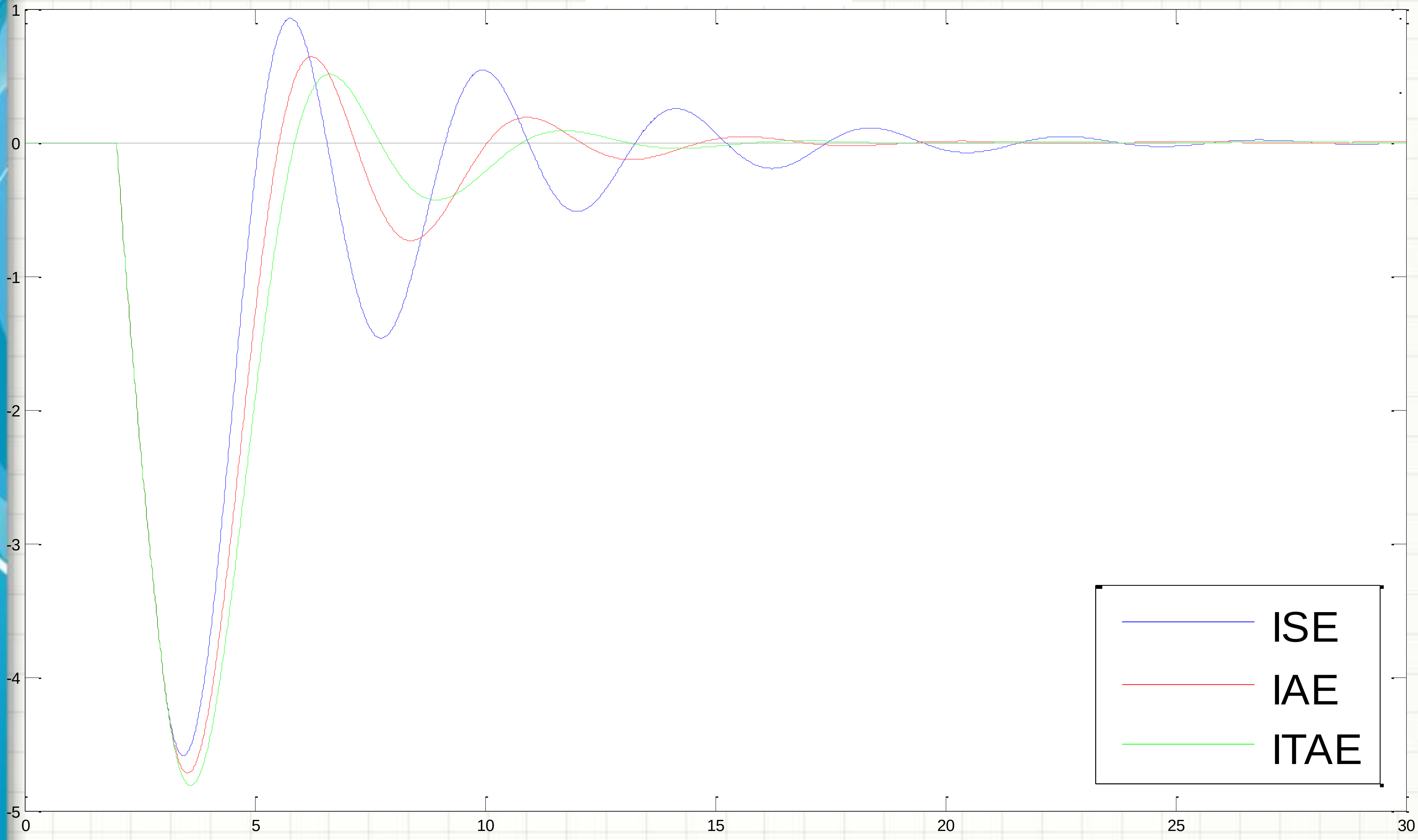
Resposta a um degrau unitário de perturbação:



Resposta ao Degrau



Sinal de Erro



Erro = 0	ISE	IAE	ITAE
Tempo	54,53	35,29	28,44

Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Considerando agora o problema seguimento de referência:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

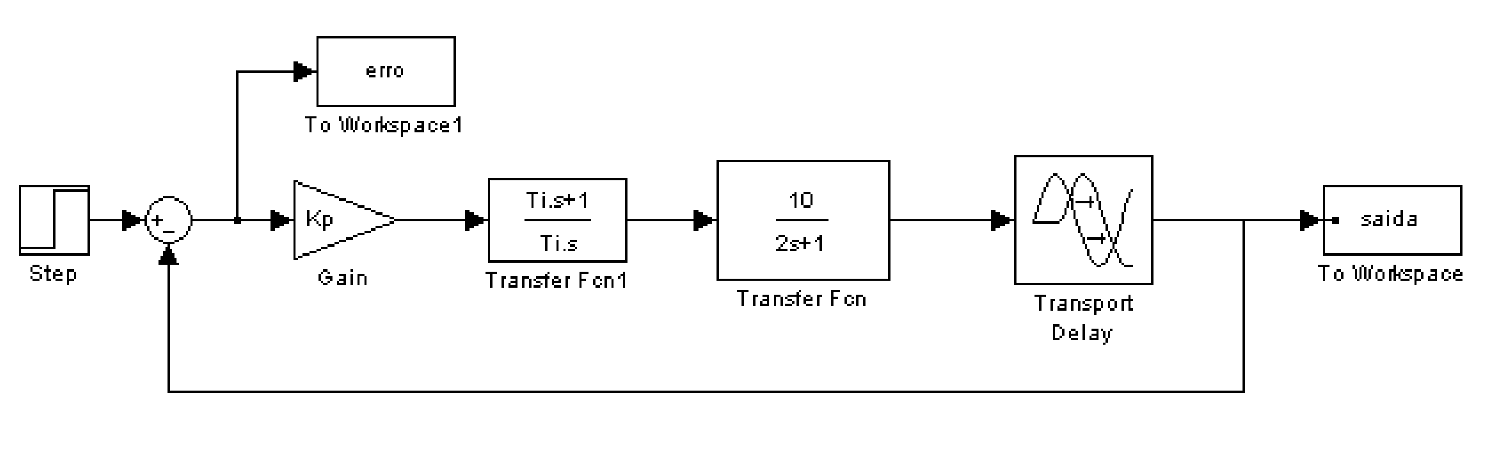
	Coeficiente	IAE	ITAE
$K_p = \frac{a_1}{C}\left(\frac{L}{T}\right)^{b_1}$	a_1	0.758	0.586
	b_1	-0.861	-0.916
$T_I = \frac{T}{a_2 + b_2(L/T)}$	a_2	1.02	1.03
	b_2	-0.323	-0.165

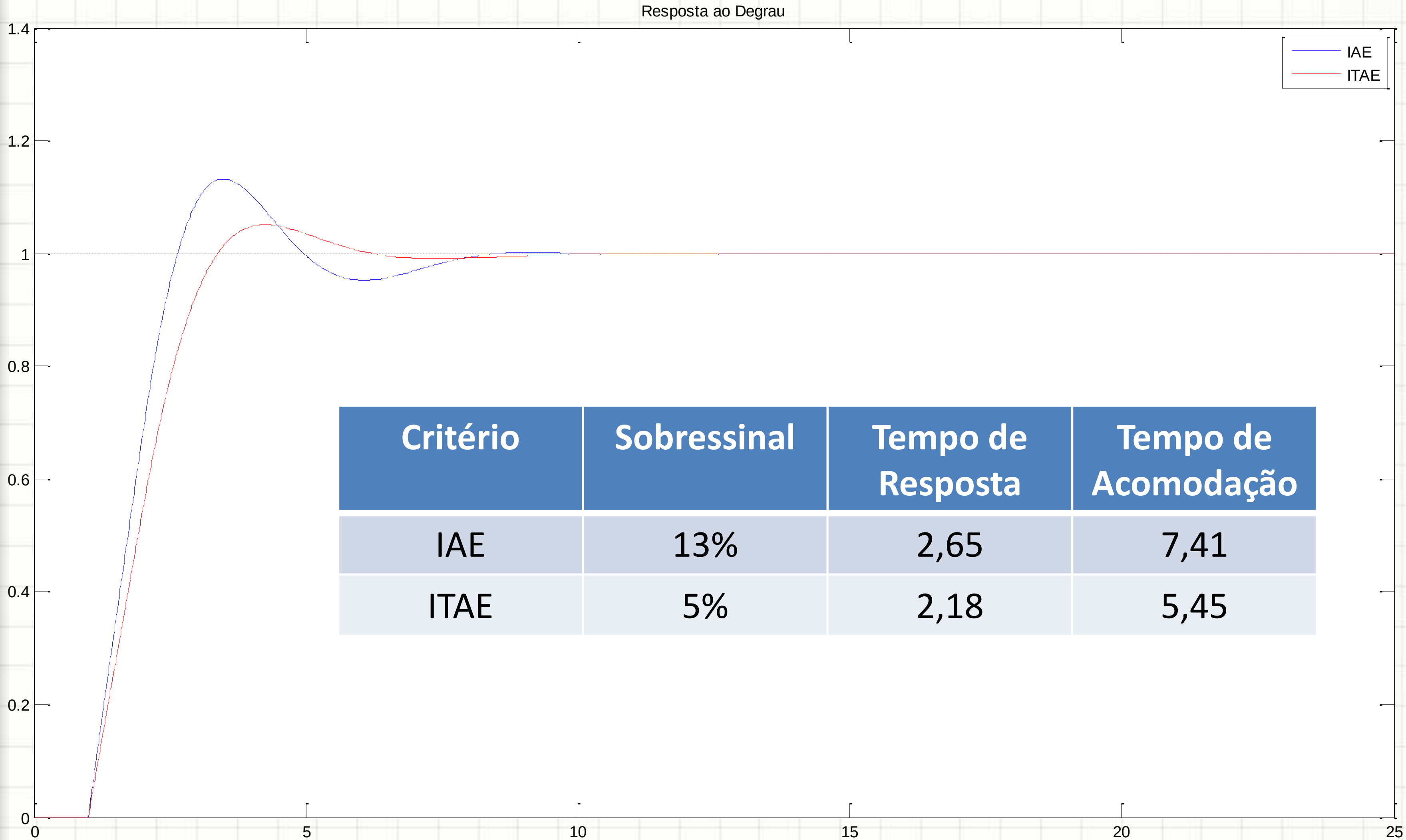
Sintonia Baseada em Integrais de Erro

Substituindo os dados tem-se:

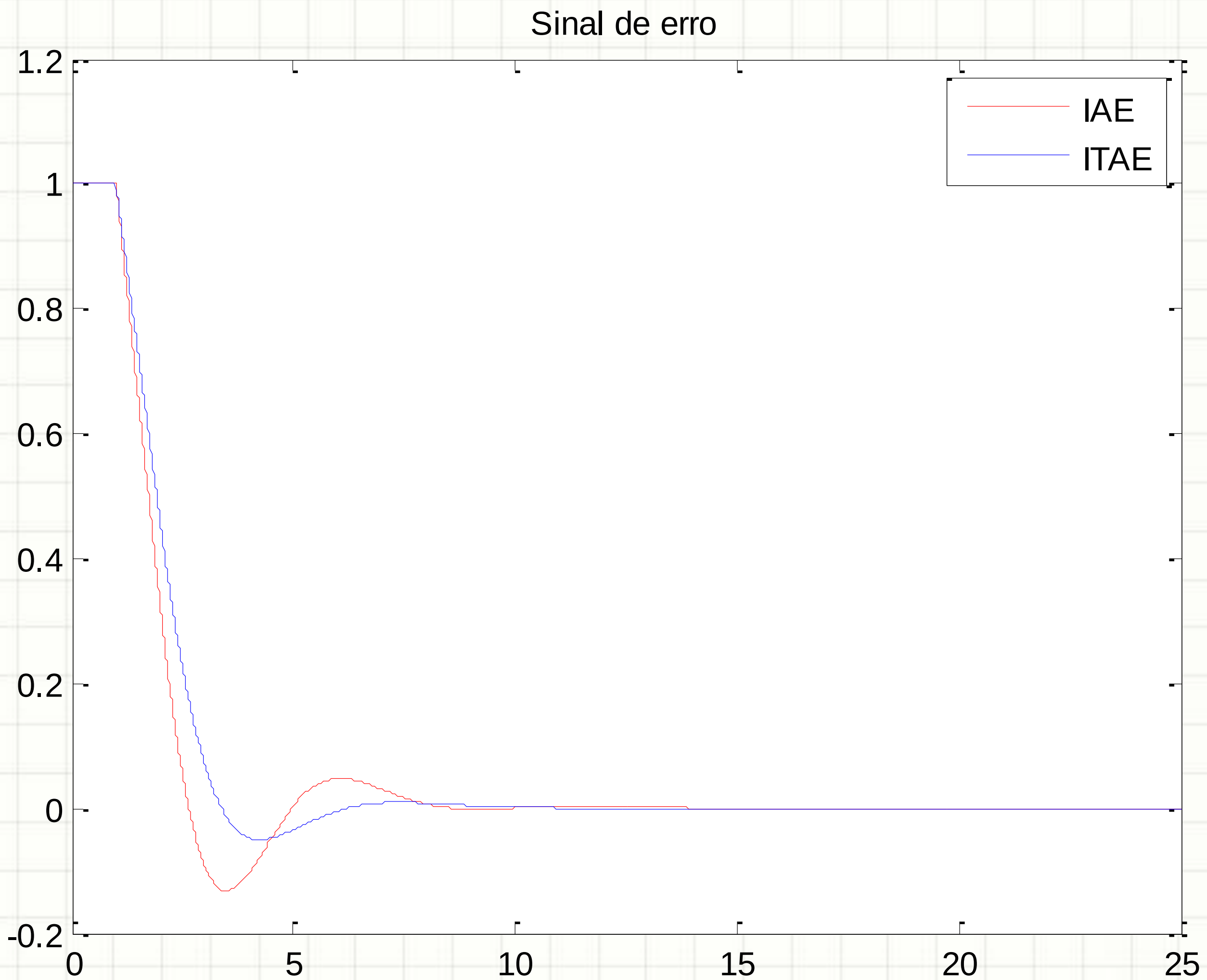
Critério	K_P	T_I
IAE	0,14	2,33
ITAE	0,11	2,11

Resposta ao Degrau:





Critério	Sobressinal	Tempo de Resposta	Tempo de Acomodação
IAE	13%	2,65	7,41
ITAE	5%	2,18	5,45



Erro =0	IAE	ITAE
tempo	20,58	17,45