Introdução e Propriedades da Realimentação

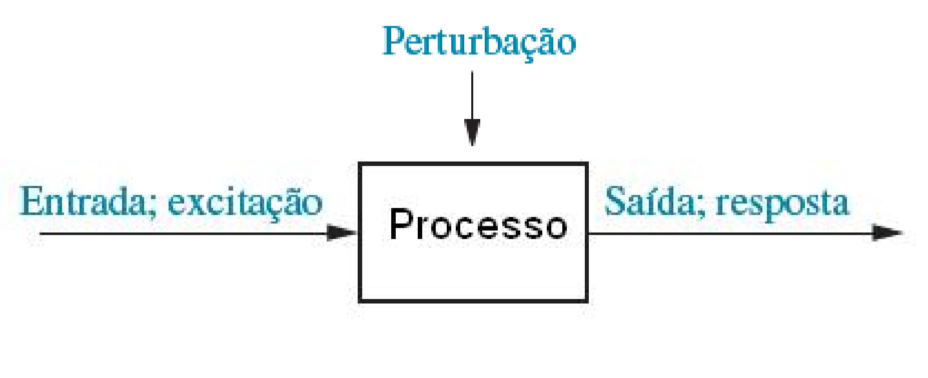
Profa. Cristiane Paim

Semestre 2018-1

Definições

Sistema de Controle: é uma interconexão de componentes configurados de tal forma que o sistema resultante forneça uma resposta desejada.

Um sistema de controle pode ser representado esquematicamente por :



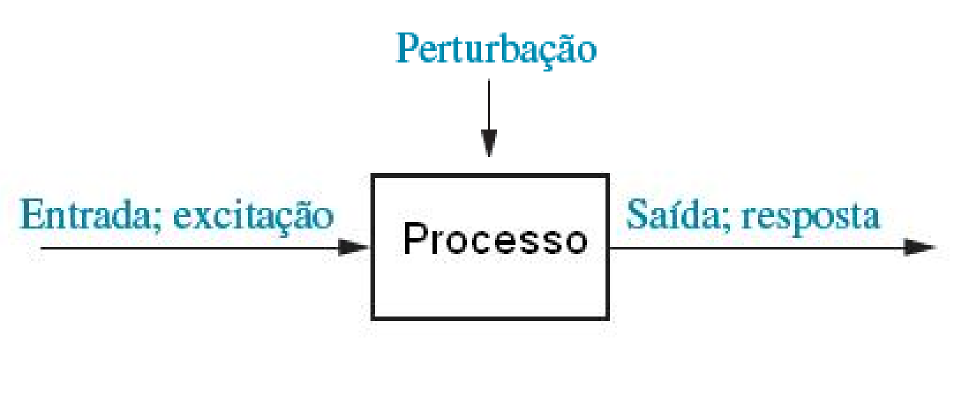
Processo (ou planta): sistema a ser controlado.

Excitação (sinal de controle, variável manipulada): sinal aplicado na entrada do processo.

Definições

Resposta (variável controlada, variável de processo): é o sinal de saída do processo. É a variável cujo comportamento se deseja controlar.

Perturbações: são sinais de entrada, normalmente desconhecidos, cujos valores não podem ser manipulados.



Objetivo e Exemplos

O objetivo de um sistema de controle consiste em aplicar sinais adequados na entrada a fim de que o sinal de saída apresente um comportamento pré-especificado, e que o efeito das perturbações sobre este comportamento seja minimizado, ou mesmo completamente eliminado.

Exemplos de sistemas de controle:

- Acionamentos: portas, elevadores, máquinas, etc.
- Controle de temperatura
- Controle de iluminação
- Controle de posição, velocidade e aceleração

Controle Manual x Automático

Controle Manual: quando existe a participação humana.

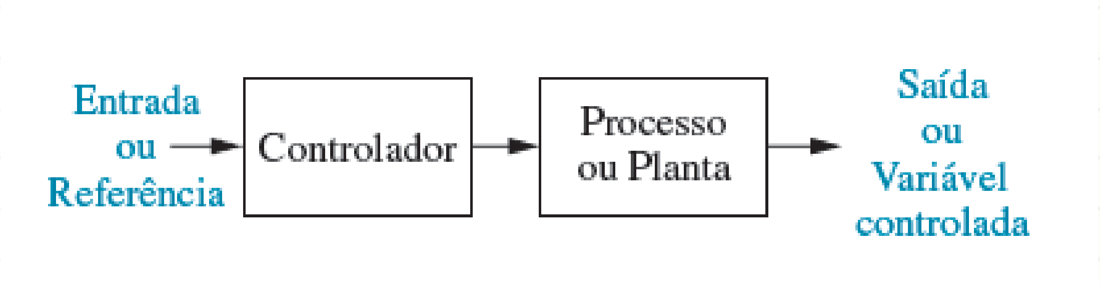
Ex: temperatura da água (chuveiro), abertura de portas, velocidade de uma bicicleta, temperatura de forno (convencional), etc.

Controle Automático: o sistema funciona de forma autônoma sem necessidade de intervenção humana.

Ex: abertura automática de portas (sensor de presença), controle de temperatura de ambientes (ar condicionado), temperatura de formo industrial, etc.

Malha Aberta x Malha Fechada

Controle em Malha Aberta: a ação de controle não leva em consideração o valor da saída. Aplica-se um sinal de controle pré-determinado esperando-se obter a saída desejada.



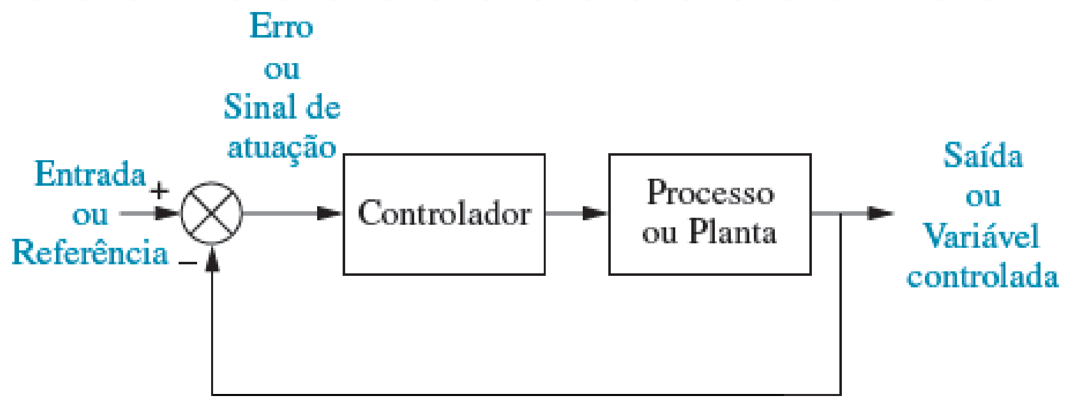
Exemplos: máquina de lavar roupa, sanduicheira, temperatura do forno, velocidade de um veículo (sem velocímetro).

Vantagens: simples e barato

Desvantagens: imprecisão, não adaptação às perturbações, dependência do julgamento humano, etc.

Malha Aberta x Malha Fechada

Controle em Malha Fechada (ou realimentado): a variável de saída é medida e comparada ao valor desejado (setpoint ou referência). A ação de controle é executada com base na diferença entre o valor desejado e o valor medido.



Exemplos: velocidade de um veículo com velocímetro (manual ou automático), temperatura da água do chuveiro (manual), temperatura de forno industrial, etc.

Controle em Malha Fechada

Em geral, a utilização da realimentação (malha fechada) permite:

- Aumentar a precisão do sistema;
- Garantir estabilidade;
- Atenuar e/ou rejeitar o efeito de perturbações;
- Diminuir a sensibilidade do comportamento do sistema a variações de parâmetros;

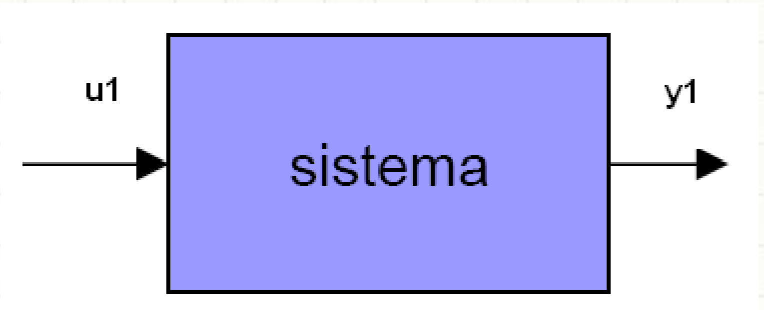
Classificação de Sistemas

Os sistemas podem ser classificados em relação a algumas características.

Quantidade de Entradas e Saídas

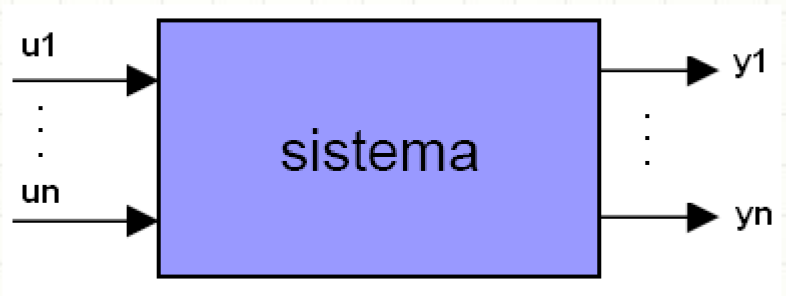
Monovariável ou SISO

(Single-Input Single-Output)



Multivariável ou MIMO

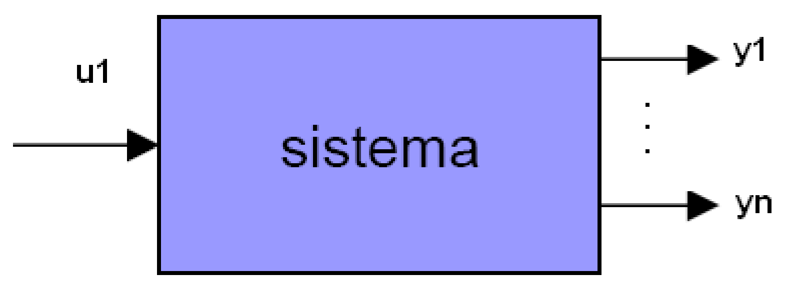
(Multiple Input Multiple Output)



Classificação de Sistemas

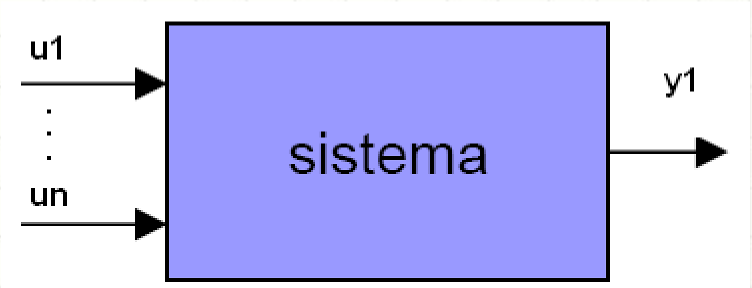
SIMO

(Single-Input Multiple-Output)



MISO

(Multiple-Input Siso-Output)



Classificação de Sistemas

Sistemas Lineares ou Não lineares

Um sistema é linear se satisfaz o princípio da superposição, ou seja, a saída de um sistema excitado pela soma de diversas entradas é igual à soma das saídas devido a cada uma das entradas.

<u>Princípio da Superposição</u>

Definido por duas propriedades: aditividade e homogeneidade.

Um sistema é linear de atende simultaneamente as duas propriedades.

Classificação de Sistemas

Seja um sistema descrito por

$$x_n(t) \rightarrow y_n(t) \qquad t \geq t_0$$

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \quad t \geq t_0 \qquad \text{(aditividade)}$$

$$kx(t) \rightarrow ky(t) \qquad t \geq t_0 \qquad \text{(homogeneidade)}$$

Este será linear se

$$k_1x_1(t) + k_2x_2(t) \rightarrow k_1y_1(t) + k_2y_2(t)$$

Classificação de Sistemas

Todo sistema que não satisfaz o princípio da superposição é dito **não linear**.

Na natureza a maioria dos sistemas são não lineares. Porém, estes podem ser aproximados por sistemas lineares.

Classificação de Sistemas

Sistemas Variantes ou Invariantes no Tempo

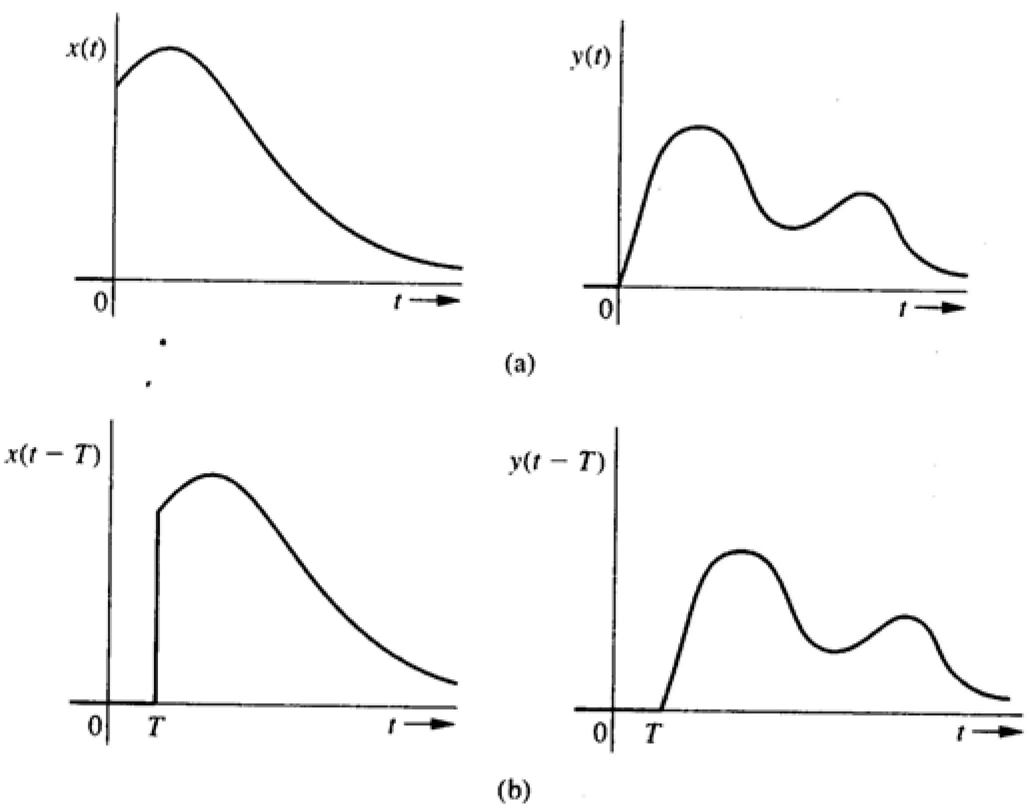
- **Sistemas Invariantes no Tempo:** são aqueles cujos parâmetros não variam ao longo do tempo, por isto pode ser chamados de sistemas de parâmetros constantes.

  Neste caso, a saída é a mesma se aplicado um atraso na entrada ou na saída do sistema.

- **Sistemas Variantes no Tempo:** os parâmetros descritores do sistema são variantes no tempo.

Classificação de Sistemas

Ex: Sistema Invariante no Tempo



Classificação de Sistemas

Sistemas Causais e Não-Causais

- **Sistema Causal**: Um sistema é causal se a saída em algum instante t_o depende apenas da entrada para o tempo anterior a t_o. Logo, a saída depende apenas dos valores de entrada presentes e passados. Um sistema causal é dito não-antecipativo.

- **Sistema Não-Causal**: É um sistema que viola a condição de causalidade. Um sistema não-causal é dito antecipativo.

Classificação de Sistemas

Sistemas Contínuos ou Discretos

- **Sistema Contínuo no Tempo**: É aquele cujos sinais de entrada e saída são contínuos no tempo (definidos ou especificados para um intervalo contínuo de tempo).

- **Sistema Discreto no Tempo**: É aquele cujos sinais de entrada e saída são discretos no tempo (definidos ou especificados para instantes discretos de tempo).

Classificação de Sistemas

Sistemas Estáveis ou Instáveis

A **Estabilidade** pode ser definida como interna ou externa:

- Estabilidade Externa (BIBO): Se toda entrada limitada no sistema resulta em uma saída também limitada.
- Estabilidade Interna: Relacionada a variáveis internas ao sistema que devem possuir valores limitados e convergentes.

Um sistema é dito **instável** se a condição de estabilidade não for atendida.

Modelagem de Sistemas

Domínio do Tempo

Representação de estados: uso de equações diferenciais (tempo contínuo) ou equações à diferenças (tempo discreto)

Domínio da Frequência

Função de Transferência: uso de transformadas de Laplace (tempo contínuo) ou transformada Z (tempo discreto)

Sistemas em Estudo

No curso serão tratados sistemas:

- Monovariáveis
- Lineares
- Invariantes no Tempo
- Causais
- Contínuos e Discretos

Serão considerados, na maioria dos casos, sistemas representados através de uma função de transferência conhecida.

Propriedades da Realimentação

Como visto anteriormente, os sistemas realimentados (em malha fechada) proporcionam algumas vantagens em relação aos sistemas em malha aberta.

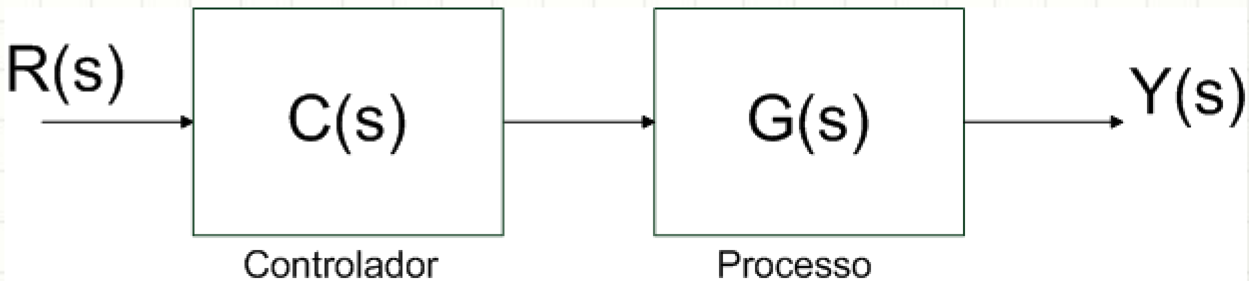
Estas "vantagens" podem ser observadas sob alguns aspectos:

- Estabilidade
- Atenuação e/ou Rejeição de Perturbação
- Sensibilidade

Propriedades da Realimentação

Estabilidade

Seja o sistema em malha aberta



A função de transferência de malha aberta (FTMA) será dada por:

$$T_{MA}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = C(s)G(s)$$

Propriedades da Realimentação

Suponha que o processo seja representado por:

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s-1)}$$

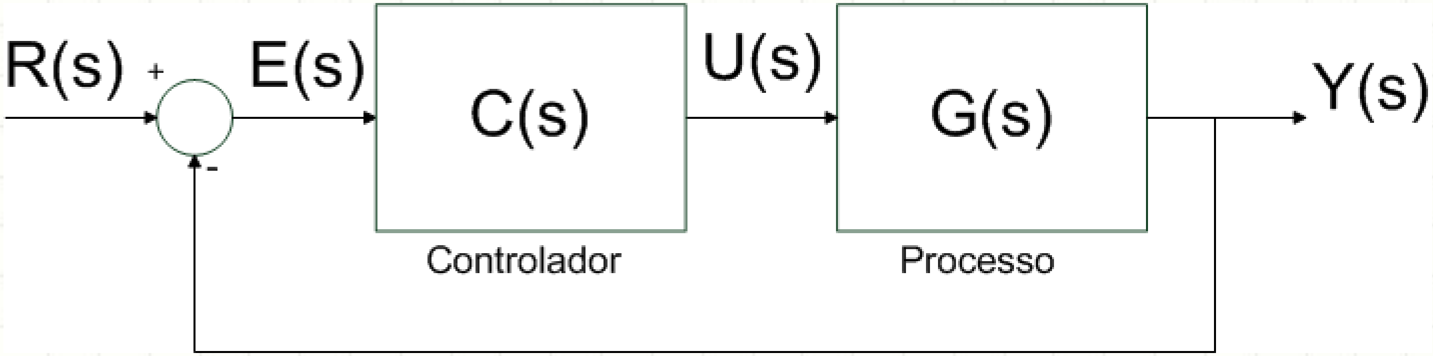
Observe que G(s) representa um sistema instável.

Teoricamente, seria possível estabilizar o sistema escolhendo o controlador C(s) de modo a cancelar o polo instável.

Entretanto, tal estratégia de controle não funciona na prática pois devido a imperfeições inevitáveis na modelagem de G(s), não seria possível a obtenção de um cancelamento perfeito, mantendo assim o sistema instável.

Propriedades da Realimentação

Seja agora, um sistema em malha fechada (realimentado)



A função de transferência de malha fechada (FTMF), considerando C(s) = K (constante positiva) será dada por:

$$T_{MF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$$

Propriedades da Realimentação

Os polos de malha fechada serão as raízes do polinômio característico:

$$\Delta(s) = 1 + KG(s) = 1 + K\frac{s+1}{(s+2)(s-1)} = 0$$

Ou seja,

$$\Delta(s) = s^2 + (K+1)s + (K-2)$$

Para que o sistema seja estável, as raízes do polinômio característico devem ter parte real negativa. Assim, para garantir estabilidade temos:

$$\begin{cases} K+1>0 \\ K-2>0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad K>2$$

Propriedades da Realimentação

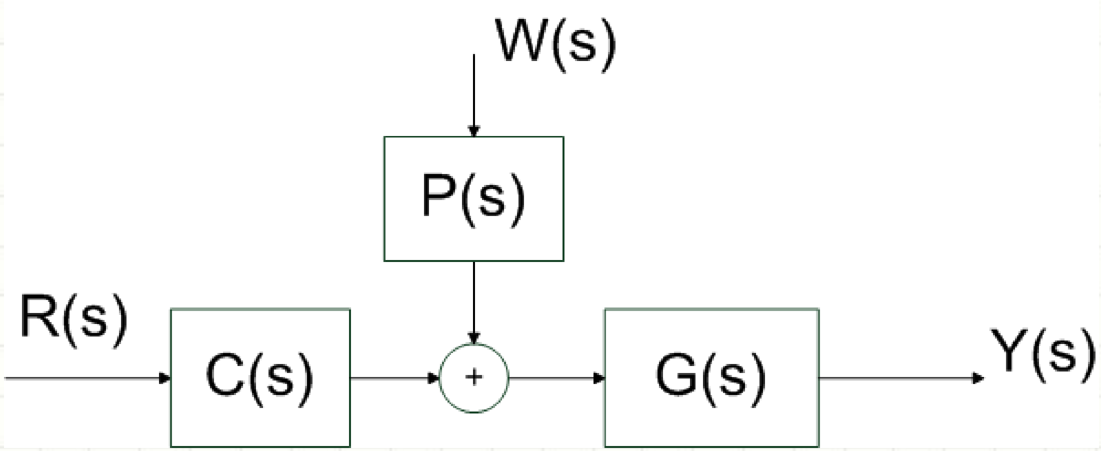
Atenuação/Rejeição de Perturbação

Todos os sistemas de controle reais estão sujeitos à perturbações e ruídos. A reação do sistema a tais perturbações depende de diversos fatores: ponto de entrada, intensidade, duração, etc.

A realimentação pode, em muitos casos, atenuar os efeitos das perturbações na operação dos sistemas.

Propriedades da Realimentação

Seja o seguinte sistema em malha aberta:



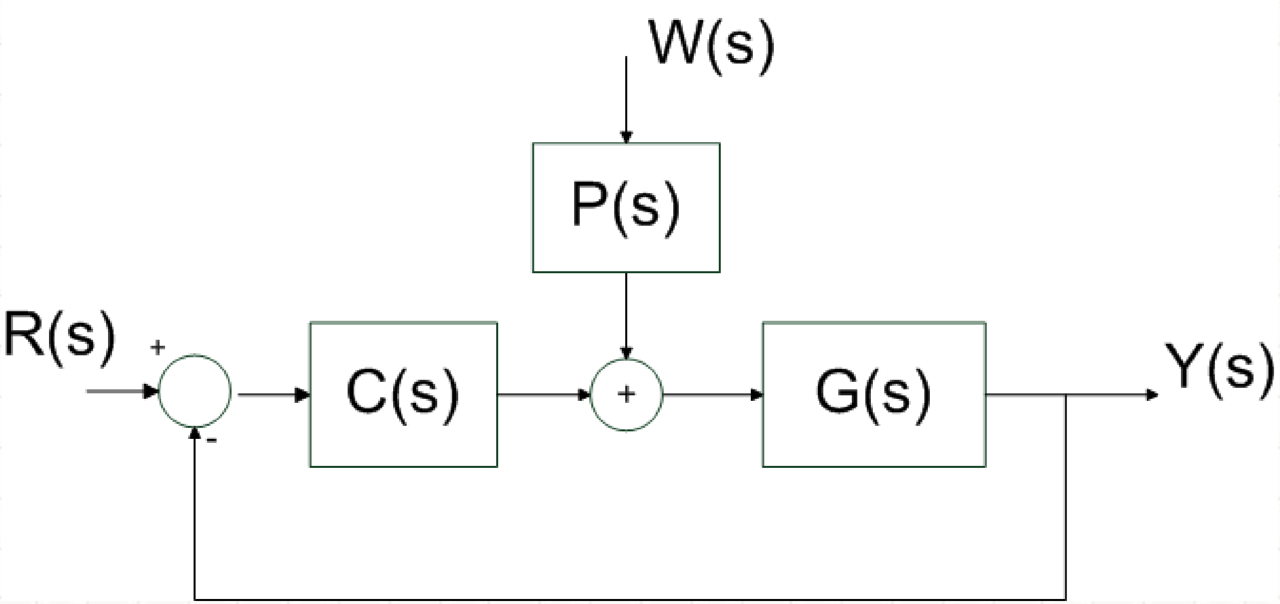
A saída será dada por:

$$Y(s) = C(s)G(s)R(s) + P(s)G(s)W(s)$$

Observa-se claramente que o ajuste do controlador não modifica o efeito da perturbação na saída.

Propriedades da Realimentação

E seja o sistema em malha fechada:



A saída será dada por:

$$Y(s)=\frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}R(s)+\frac{P(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}W(s)$$

Propriedades da Realimentação

Neste caso, pode-se projetar o controlador C(s)de modo a reduzir o efeito perturbação na saída do sistema.

$$Y(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}R(s) + \frac{P(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}W(s)$$

Exemplo 1

Sejam as funções de transferência do processo e perturbação definidas por:

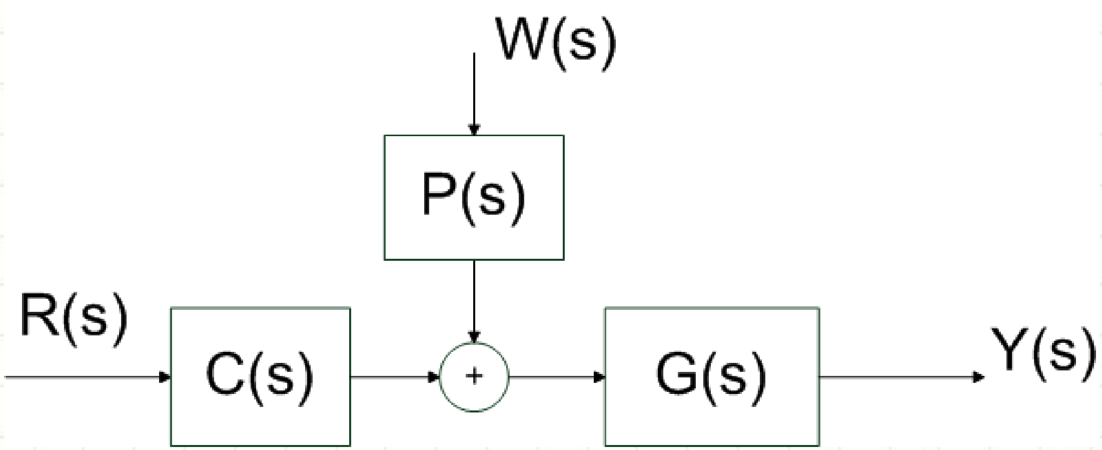
$$G(s) = \frac{10}{(s/60+1)(s/600+1)} \quad \text{e} \quad P(s) = 5$$

Deseja-se aplicar um controle proporcional, ou seja, C(s)=K (constante), de modo que em regime permanente a saída acompanhe uma entrada de referência constante r(t)=100 (degrau de amplitude 100).

O sistema está sujeito a um perturbação constante w(t)=-0,1 (degrau de amplitude -0,1).

Exemplo 1

Malha Aberta



$$G(s) = \frac{10}{(s/60+1)(s/600+1)} \qquad P(s) = 5 \qquad C(s) = K$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= C(s)G(s)R(s) + P(s)G(s)W(s) \\ &= \frac{10K}{(s/60+1)(s/600+1)} R(s) + \frac{50}{(s/60+1)(s/600+1)} W(s) \end{aligned}$$

Exemplo 1

A saída em regime permanente é dada por

$$y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} sY(s)$$

Para fins de projeto a perturbação é desconsiderada uma vez que esta é geralmente desconhecida.

Então,

$$y_\infty = \lim_{s \to 0} s \frac{10K}{(s/60+1)(s/600+1)} \times \frac{100}{s} = 1000K$$

Exemplo 1

Para garantir o seguimento de referência é necessário:

$$y_{\infty}(t) = r(t) = 100$$

Portanto,

$$1000K = 100 \quad \Rightarrow \quad K = 0{,}1$$

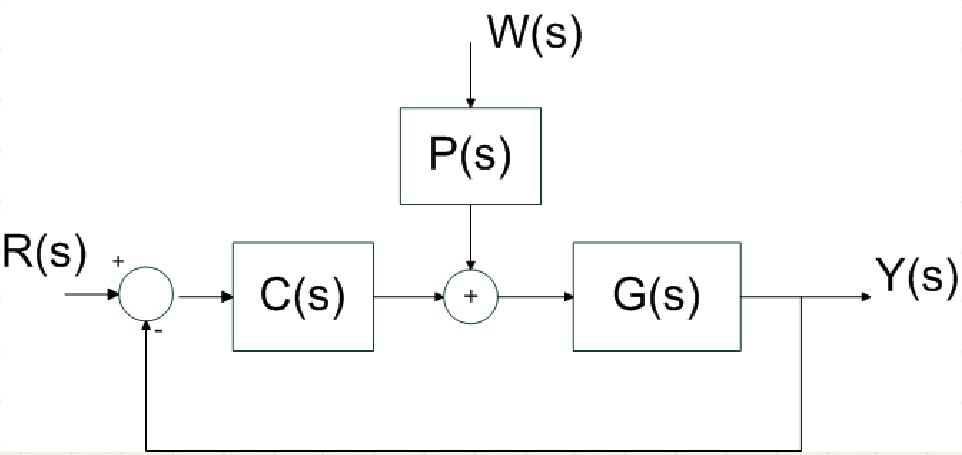
A saída do sistema, em regime permanente, incluindo a perturbação será dada por:

$$y_{\infty} = 100 + \lim_{s \to 0} s \frac{50}{(s/60+1)(s/600+1)} \times \frac{-0{,}1}{s} = 95$$

Assim, observamos que a perturbação gera um erro em regime permanente de 5%.

Exemplo 1

Malha Fechada



$$G(s) = \frac{10}{(s/60+1)(s/600+1)} \qquad P(s) = 5 \qquad C(s) = K$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}R(s) + \frac{P(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}W(s) \\ &= \frac{10K}{(s/60+1)(s/600+1)+10K}R(s) + \frac{50}{(s/60+1)(s/600+1)+10K}W(s) \end{aligned}$$

Exemplo 1

A saída em regime permanente é dada por

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} s\,\frac{10K}{(s/60+1)(s/600+1)+10K}\times\frac{100}{s}+$$

$$+\lim_{s\to 0} s\,\frac{50}{(s/60+1)(s/600+1)+10K}\times\frac{-0{,}1}{s}$$

ou

$$y_\infty = \frac{10K}{1+10K}\times 100 - \frac{50}{1+10K}\times 0{,}1$$

Observa-se que quanto maior o valor de K menor será o efeito da perturbação na saída do sistema.

Exemplo 1

Para garantir o seguimento de referência, desprezando-se a perturbação, é necessário que:

$$\frac{10K}{1+10K} \approx 1$$

Quanto maior o valor de K, mais o termo se aproxima da unidade.

Escolhendo K=10, temos

$$y_{\infty} = \frac{10\times 10}{1+10\times 10}\times 100 - \frac{50}{1+10\times 10}\times 0{,}1 = 98{,}96$$

Que representa um erro de 1,04% na saída.

Exemplo 1

Escolhendo K=100, temos

$$y_\infty = \frac{10 \times 100}{1 + 10 \times 100} \times 100 - \frac{50}{1 + 10 \times 100} \times 0{,}1 = 99{,}895$$

O que representa um erro de 0,1% na saída.

Propriedades da Realimentação

Sensibilidade

A sensibilidade de um sistema é uma medida da mudança no seu comportamento em função da variação em um de seus parâmetros.

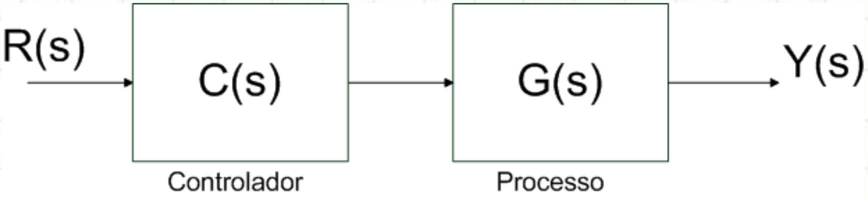
A função de sensibilidade (da função de transferência) é definida como

$$S = \frac{\partial T}{\partial G} \times \frac{G}{T}$$

A função de sensibilidade mede a variação da função de transferência T (em malha aberta ou fechada) em função da variação dos parâmetros do processo (G).

Propriedades da Realimentação

<u>Malha Aberta</u>



A função sensibilidade será dada por: $S_{MA} = \frac{\partial T_{MA}}{\partial G} \times \frac{G}{T_{MA}}$

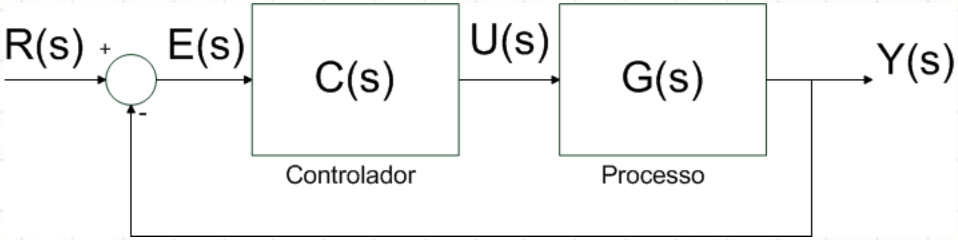
Como $T_{MA} = C(s)G(s)$, temos

$$S_{MA} = C(s) \times \frac{G(s)}{C(s)G(s)} = 1$$

Assim, o sistema responde com uma variação de 100% a qualquer variação em G(s).

Propriedades da Realimentação

Malha Fechada



A função sensibilidade será dada por:

$$S_{MF} = \frac{\partial T_{MF}}{\partial G} \times \frac{G}{T_{MF}}$$

Como $T_{MF} = \dfrac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}$, temos

$$S_{MF} = \frac{1}{1+C(s)G(s)}$$

Assim, é possível reduzir a sensibilidade do sistema através da relação C(s)G(s).

Exemplo 2

Seja o sistema do exemplo anterior, desconsiderando a perturbação.

$$G(s) = \frac{10}{(s/60+1)(s/600+1)} \quad \text{e} \quad R(s) = \frac{100}{s}$$

$$\text{Malha Aberta } K = 0{,}1 \quad \text{Malha Fechada } K = 10$$

A função de sensibilidade, em regime permanente, é definida por:

- Malha Aberta: $S_{MA} = 1$

- Malha Fechada: $S_{MF} = \dfrac{1}{1+C(0)G(0)} = \dfrac{1}{1+10\times 10} = 0{,}00999$

Exemplo 2

Considere agora que o ganho estático do processo, G(0), sofre uma variação de 10%, de modo que

$$\overline{G}(s) = \frac{11}{(s/60+1)(s/600+1)}$$

Em malha aberta:

$$y_{\infty} = \lim_{s \to 0} s \frac{11 \times 0{,}1}{(s/60+1)(s/600+1)} \times \frac{100}{s} = 110$$

Portanto, gerando um erro de 10% na saída.

Exemplo 2

Em malha fechada:

$$y_\infty = \lim_{s\to 0} s\,\frac{C(s)\overline{G}(s)}{1+C(s)\overline{G}(s)}\,R(s) = \frac{C(0)\overline{G}(0)}{1+C(0)\overline{G}(0)}\times 100$$

$$= \frac{10\times 11}{1+10\times 11}\times 100 = 99{,}099$$

Portanto, gerando um erro menor do que 1% na saída.