Ações Básicas de Controle

Profa. Cristiane Paim

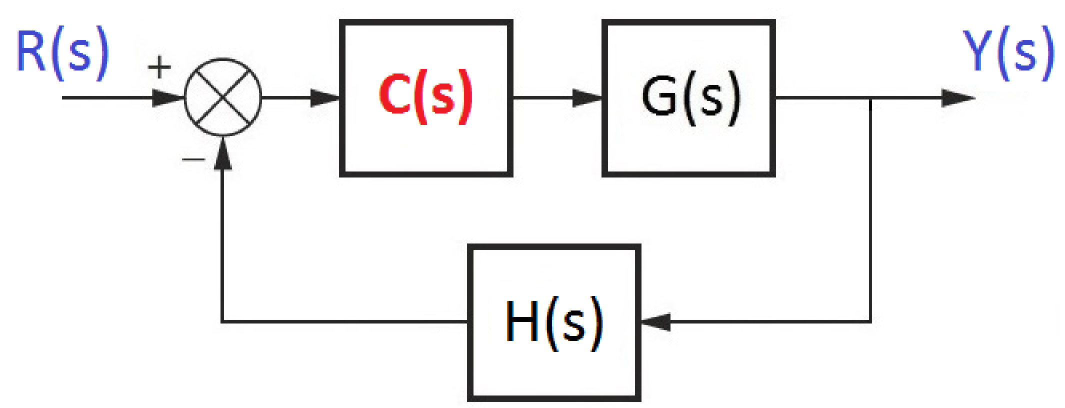
Introdução

- O projeto de um sistema de controle está relacionado ao arranjo da estrutura de controle e a seleção de componentes e parâmetros adequados para atender critérios de desempenho.

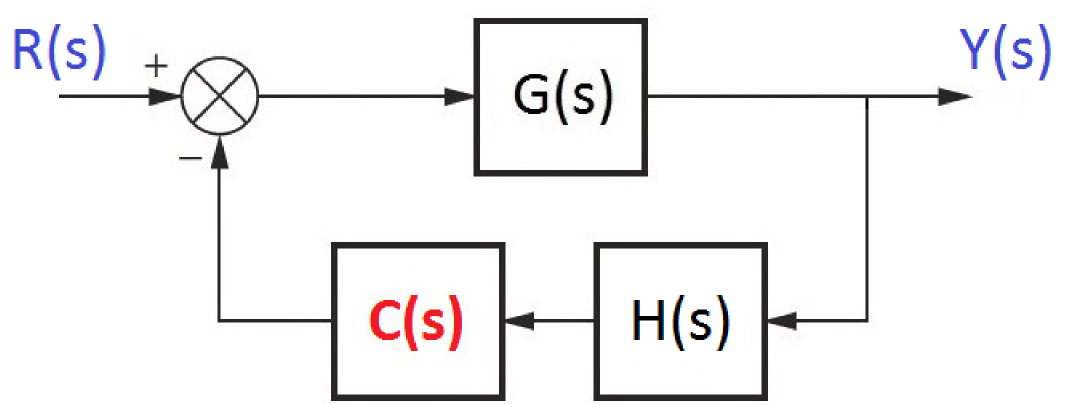
- Um controlador é inserido no sistema para compensar o desempenho insuficiente do sistema e automatização dos processos.

Configurações

Série (cascata)

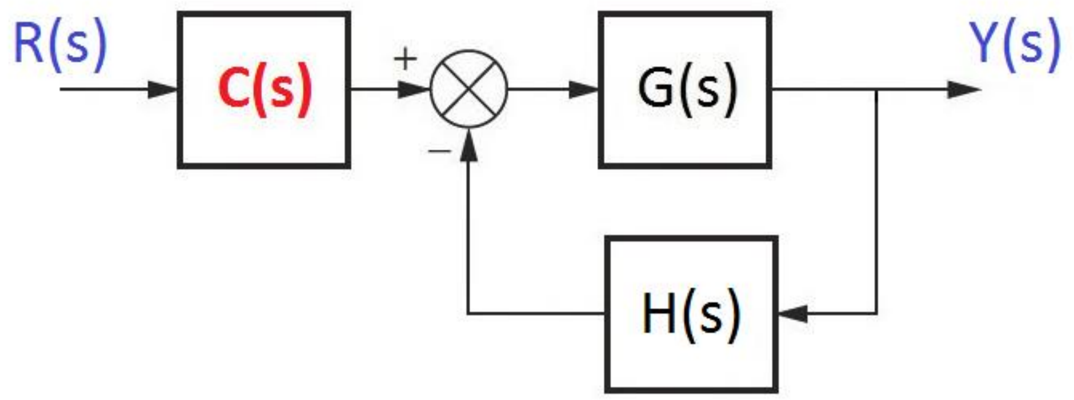


Realimentação

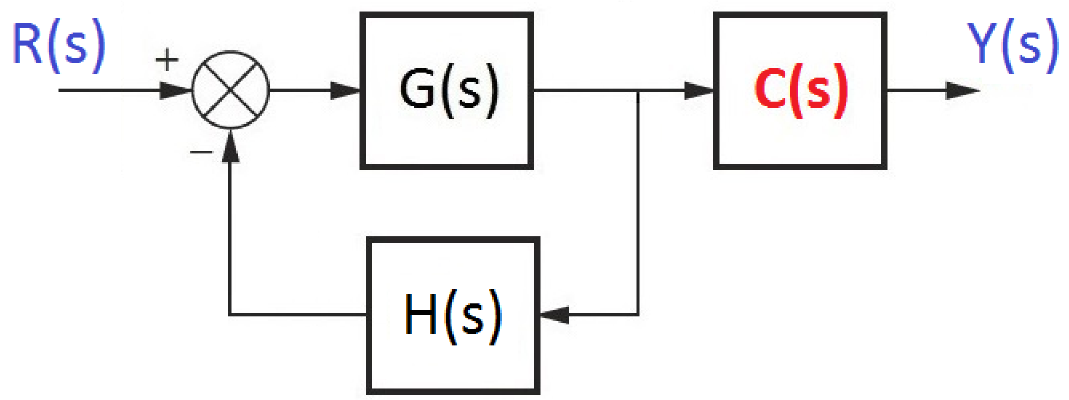


Configurações

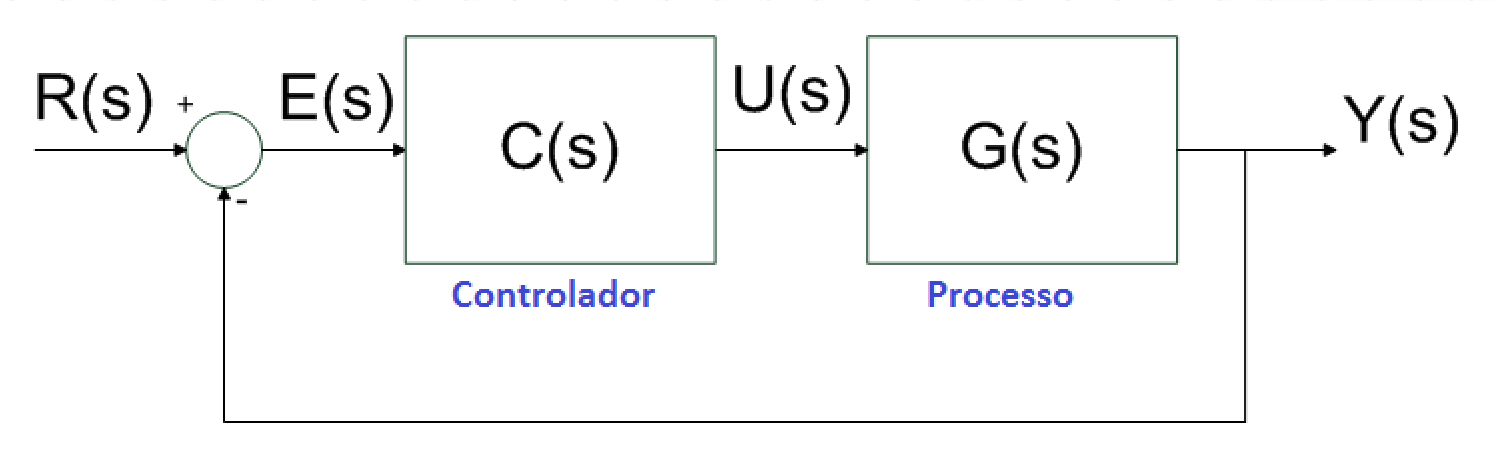
Entrada



Saída



Compensação em Cascata



U(s): sinal de controle
E(s): sinal de erro

Ações Básicas de Controle

- On-Off (liga-desliga)
- Proporcional (P)
- Integral (I)
- Derivativa (D)

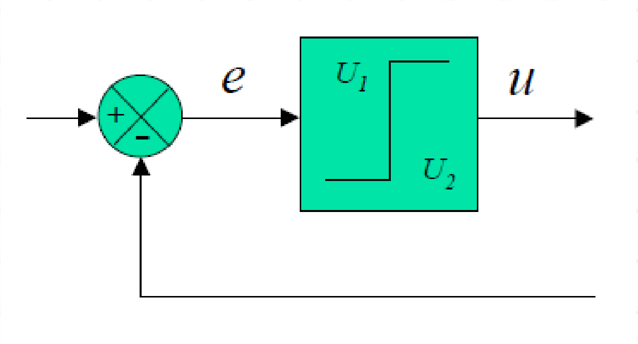
Tipos de Controle

- Controle On-Off (liga-desliga)
- Controle Proporcional (P)
- Controle Integral (I)
- Controle Proporcional-Integral (PI)
- Controle Proporcional-Derivativo (PD)
- Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)
- Controle em Avanço, em Atraso ou em Avanço-Atraso

Controle On-Off

O sinal de controle u(t) só pode assumir dois valores, que dependem do valor do sinal de erro.

$$u(t)=\begin{cases} u_1 & se \quad e(t)>0 \\ u_2 & se \quad e(t)<0 \end{cases}$$



Este tipo de função pode ser implementada como um simples comparador ou mesmo um relé físico.

Controle On-Off

Vantagens

- Baixo custo;
- Fácil instalação;
- Fácil operação (caso necessário);
- Fácil manutenção.

Desvantagens

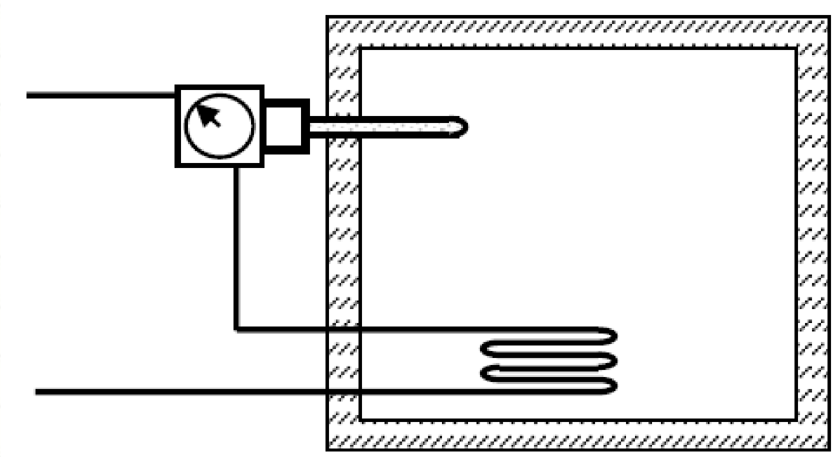
- Limitações em termos de desempenho;
- Baixa precisão.

Exemplos: controle de temperatura em geladeiras e fornos, controle de nível em indústrias de pequeno porte.

Controle On-Off

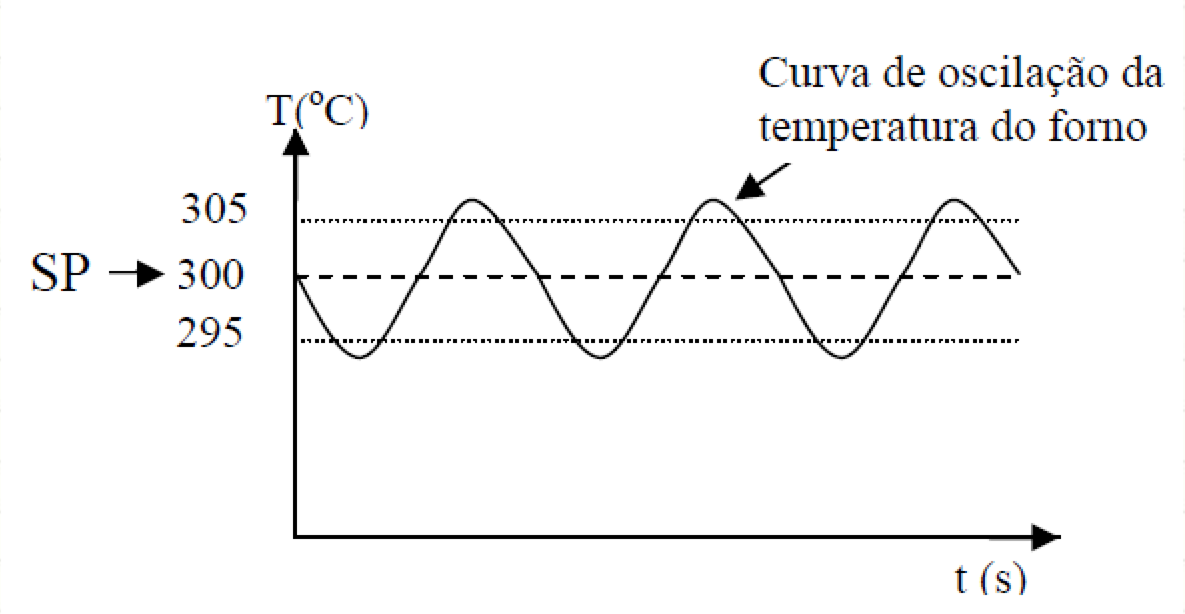
Exemplo: Controle de temperatura de um forno

Um sensor mecânico envia uma deformação proporcional à temperatura do forno. Esta deformação é captada pelos mecanismos internos do termostato que aciona contatos que ligam ou desligam o circuito de alimentação da resistência de aquecimento do forno.



Controle On-Off

Quando a temperatura chega ao valor ajustado no termostato (temperatura de referência ou setpoint) os contatos se abrem e a alimentação da resistência é desligada.



Controle On-Off

Na indústria, esse tipo de controle é montado em painéis simples utilizando contatores e sensores.

Contator WEG

Painel de comandos simples

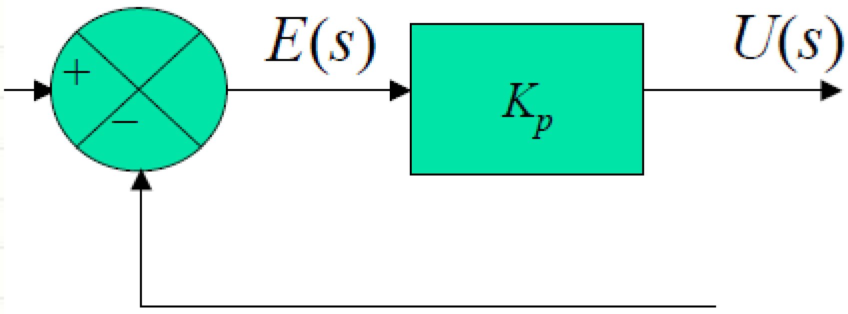
Controle Proporcional

O sinal de controle é proporcional ao sinal de erro:

$$u(t) = K_P e(t)$$

$$\Downarrow$$

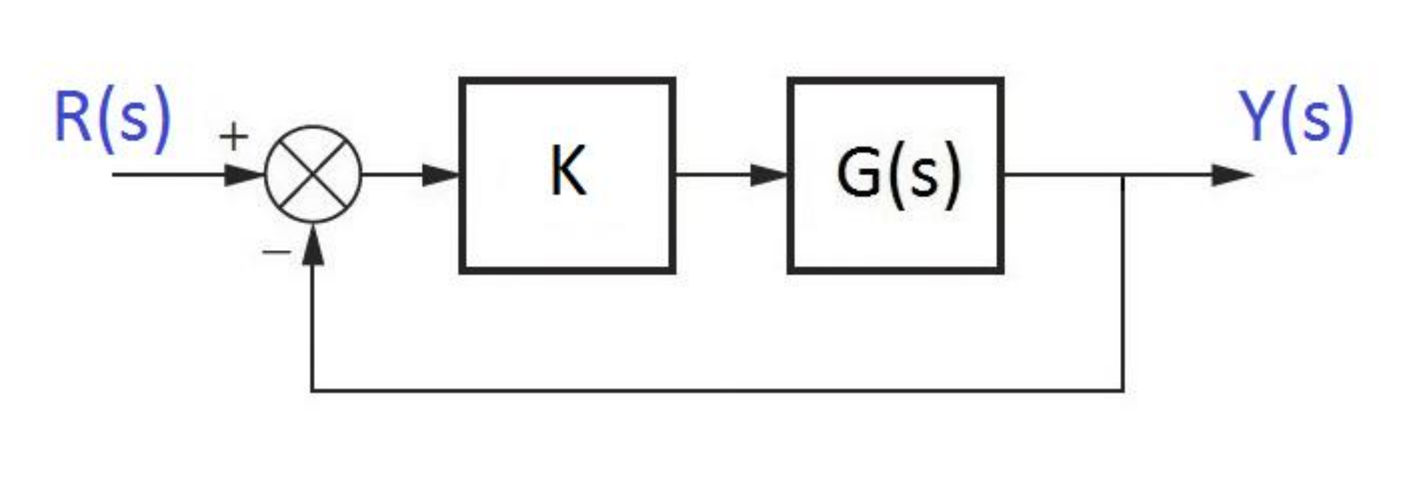
$$U(s) = K_p E(s)$$



- Ação imediata e proporcional ao valor do erro
- Acelera a resposta do processo
- Reduz o tempo de subida e o erro máximo
- Aumenta o sobressinal
- Incapaz de eliminar erros de regime permanente para entradas constantes

Controle Proporcional

Considere um sistema a realimentação unitária



e que o processo é representado por uma função de transferência do tipo “0”, ou seja, sem integradores.

Controle Proporcional

O erro de regime permanente para uma entrada em degrau unitário será dado por:

$$e_\infty = \frac{1}{1 + KG(0)}$$

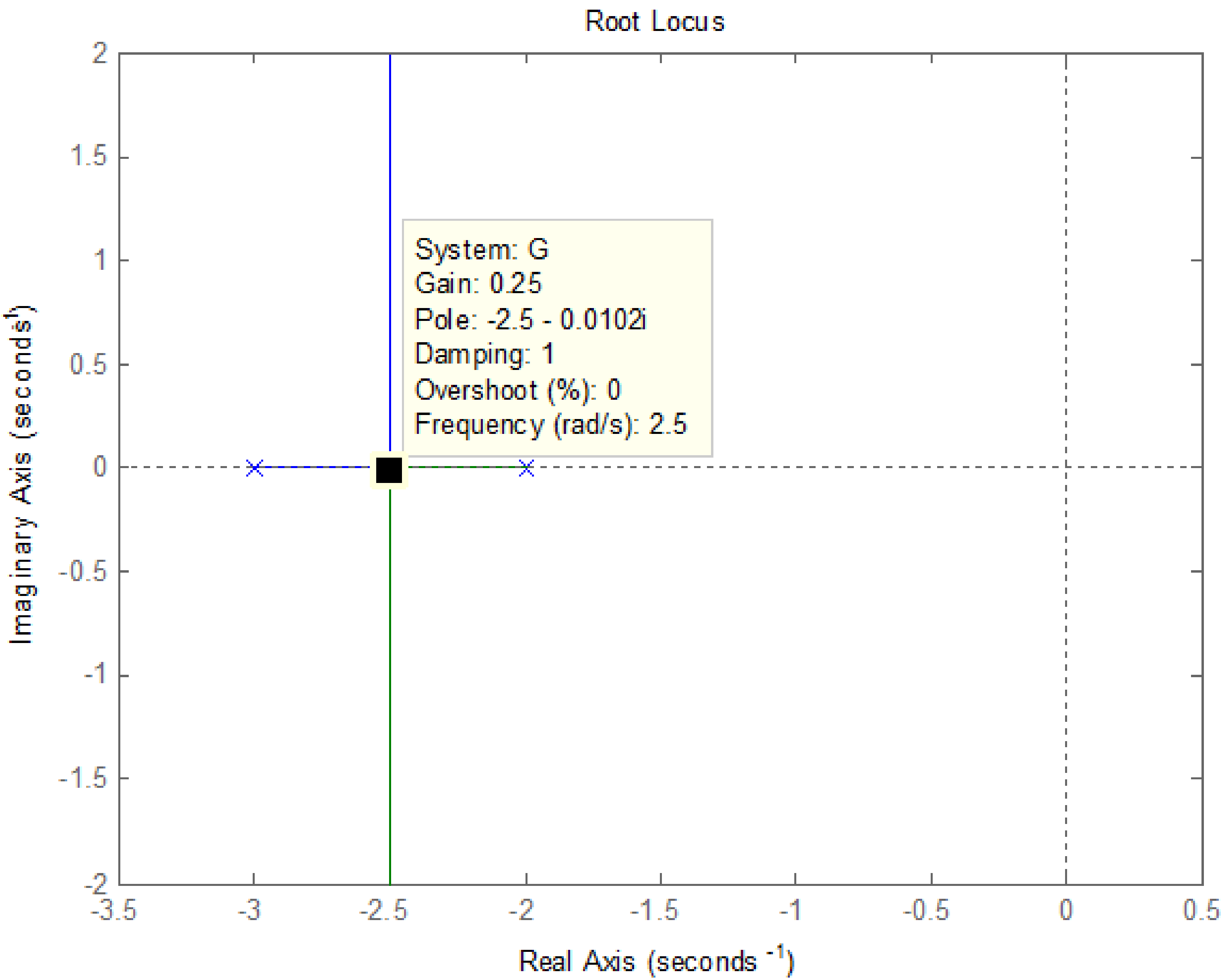
Portanto, quanto maior o valor do ganho menor será o erro de regime permanente.

Controle Proporcional

Ex1: $$G(s)=\frac{1}{(s+2)(s+3)} \qquad K>0$$

Em malha fechada: $$T(s)=\frac{K}{s^2+5s+6+K}$$

Sistema estável para K>0.


Root Locus
System: G
Gain: 0.25
Pole: -2.5 - 0.0102i
Damping: 1
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/s): 2.5
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5

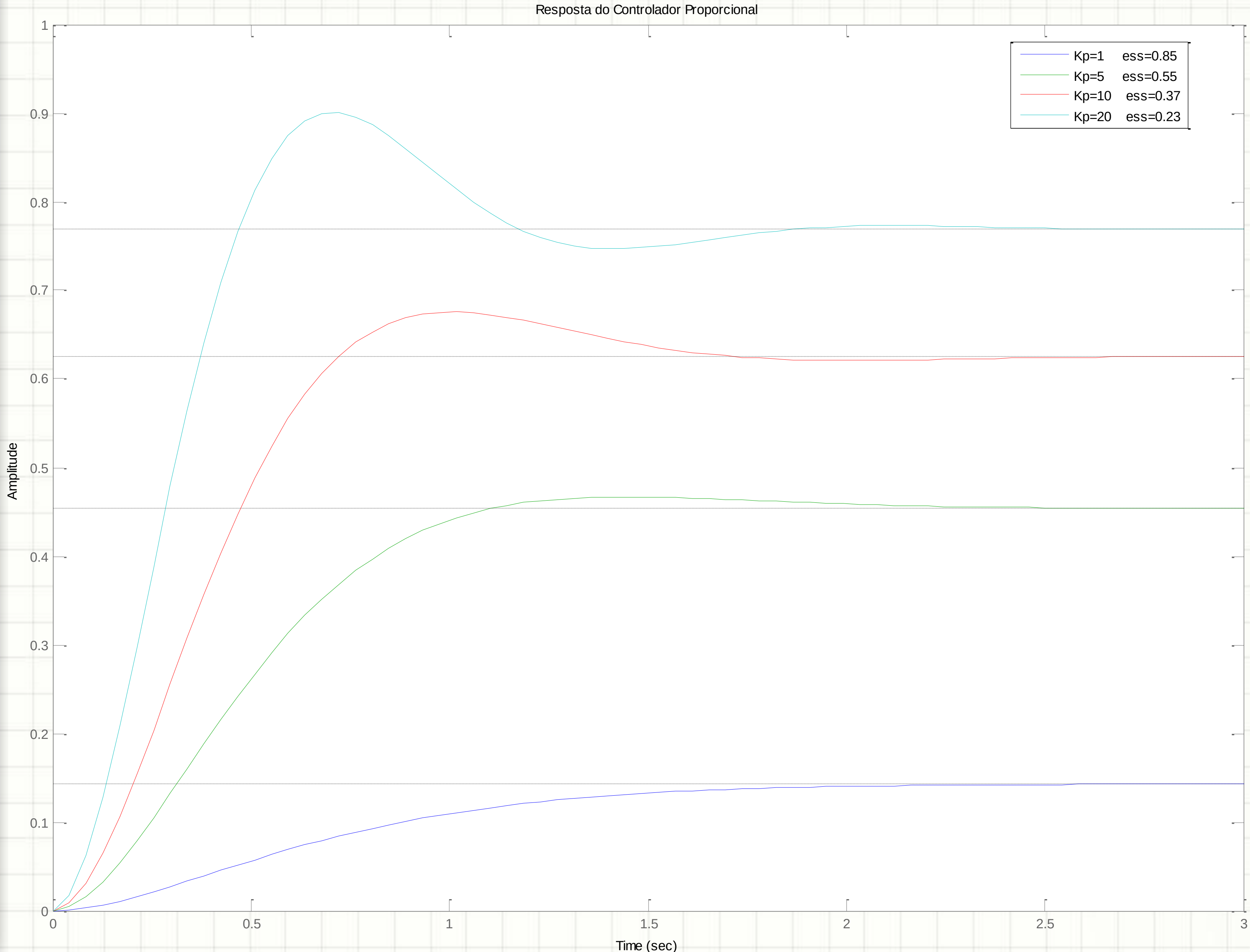
Controle Proporcional

Em malha fechada:

$$T(s) = \frac{K}{s^2 + 5s + 6 + K}$$

Erro de regime permanente:

$$e_\infty = 1 - T(0) = 1 - \frac{K}{K+6} = \frac{6}{K+6}$$


Resposta do Controlador Proporcional
Kp=1 ess=0.85
Kp=5 ess=0.55
Kp=10 ess=0.37
Kp=20 ess=0.23
Amplitude
Time (sec)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3

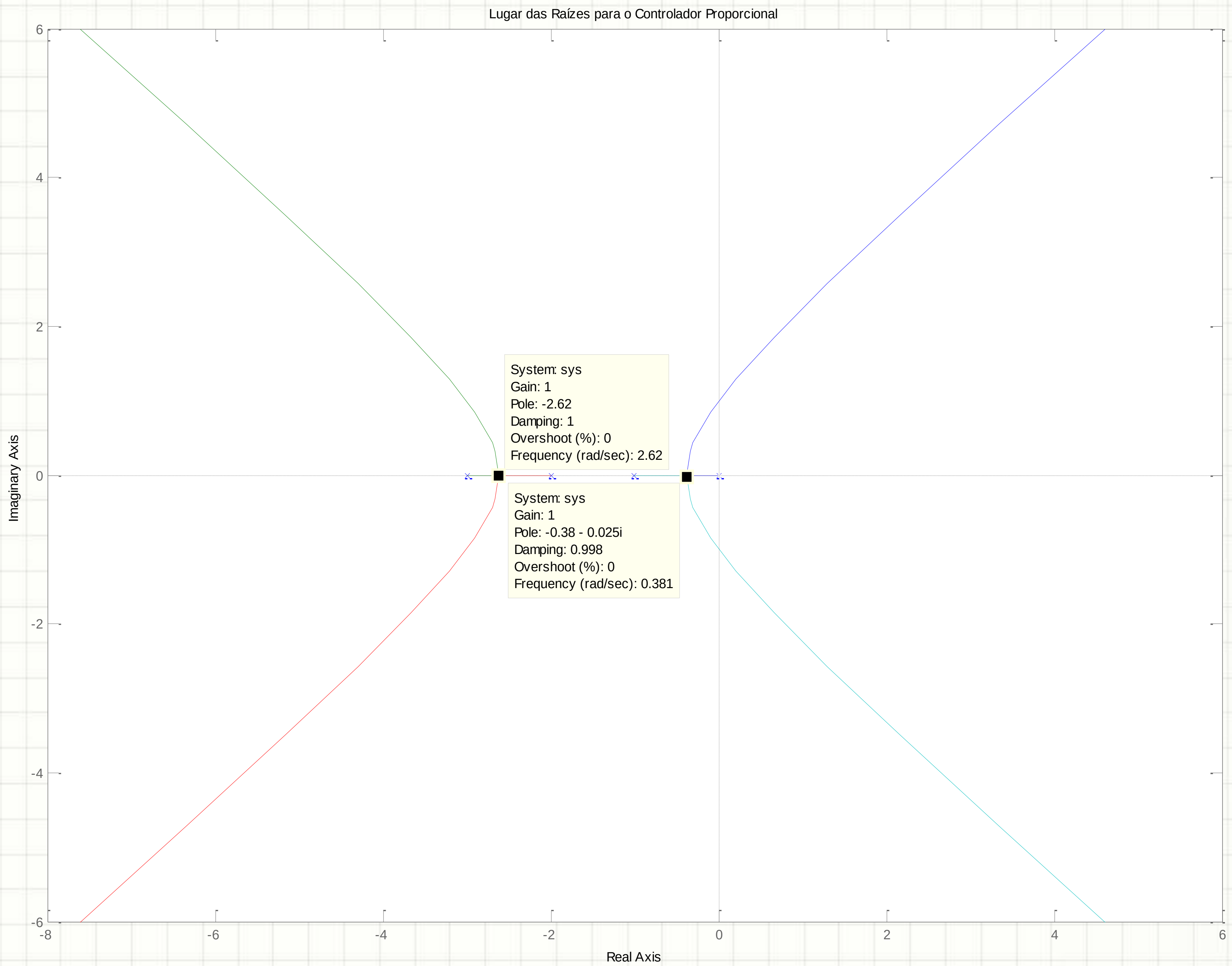
Controle Proporcional

<u>Ex2:</u> $G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$ $\quad Kp>0$

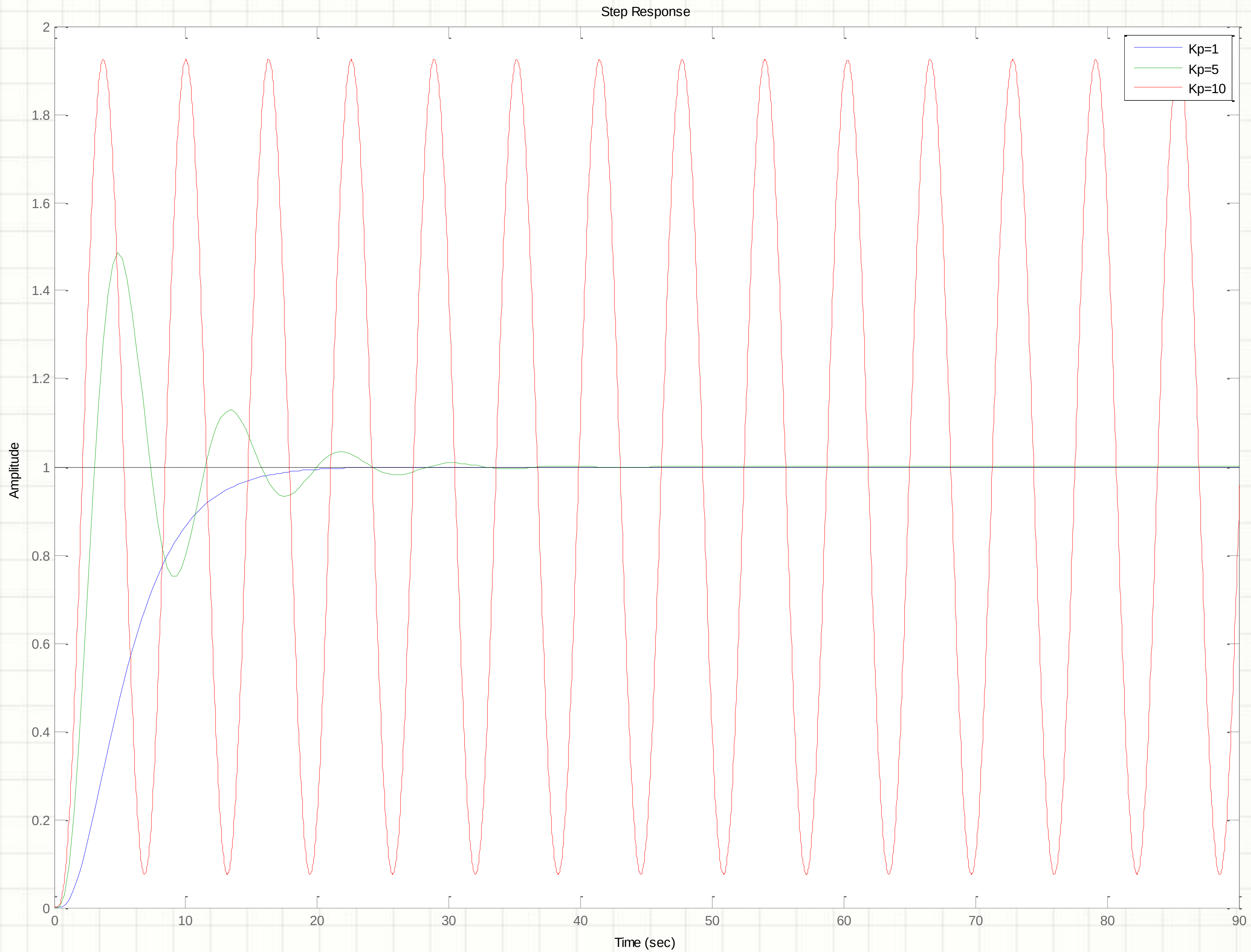
Em malha fechada: $T(s)=\dfrac{Kp}{s^4+6s^3+11s^2+6s+Kp}$

Erro de regime permanente: $e_{SS}=0$

Estabilidade: $0<Kp<10$



Lugar das Raízes para o Controlador Proporcional
System: sys
Gain: 1
Pole: -2.62
Damping: 1
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/sec): 2.62
System: sys
Gain: 1
Pole: -0.38 - 0.025i
Damping: 0.998
Overshoot (%): 0
Frequency (rad/sec): 0.381
Imaginary Axis
Real Axis
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6



Step Response
Amplitude
Time (sec)
Kp=1
Kp=5
Kp=10
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90

Controle Integral

O sinal de controle é proporcional à integral do erro:

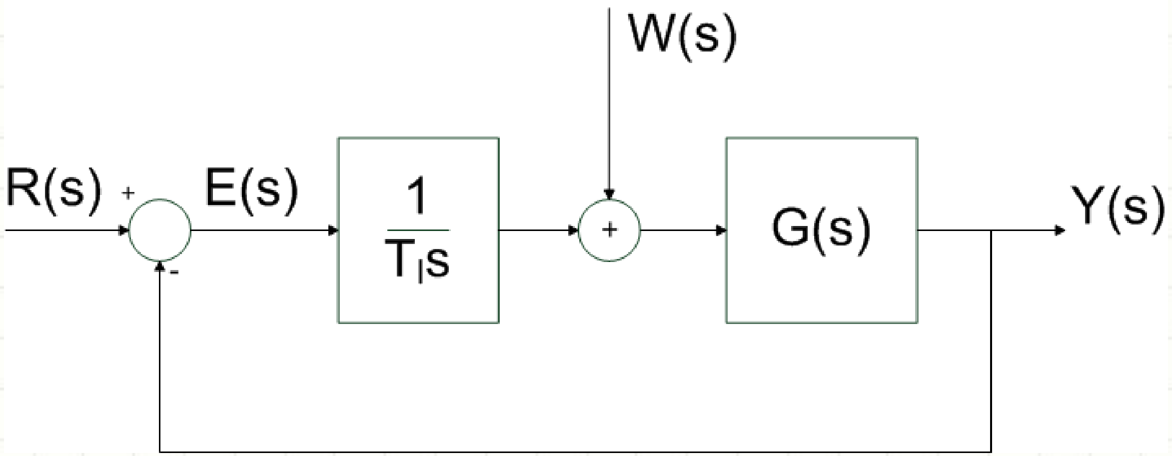
$$u(t) = \frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)d\tau$$

$$U(s) = \frac{1}{T_I s}E(s)$$

- Ação de controle gradual, proporcional a integral do erro
- Responde ao passado do erro enquanto este for diferente de zero
- Reduz o tempo de subida
- Aumenta o sobressinal, o período de oscilação e tempo de acomodação
- Produz respostas lentas e oscilatórias, tendendo a instabilizar a malha
- É capaz de rejeitar o efeito de perturbações constantes

Controle Integral

Ex1:



Seja o processo representado por uma função de transferência do tipo 0, ou seja, G(s) não possui integradores, e W(s) representa uma perturbação constante.

$$T_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)/T_I s}{1 + G(s)/T_I s} = \frac{G(s)}{T_I s + G(s)}$$

$$T_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)/T_I s} = \frac{T_I s G(s)}{T_I s + G(s)}$$

Controle Integral

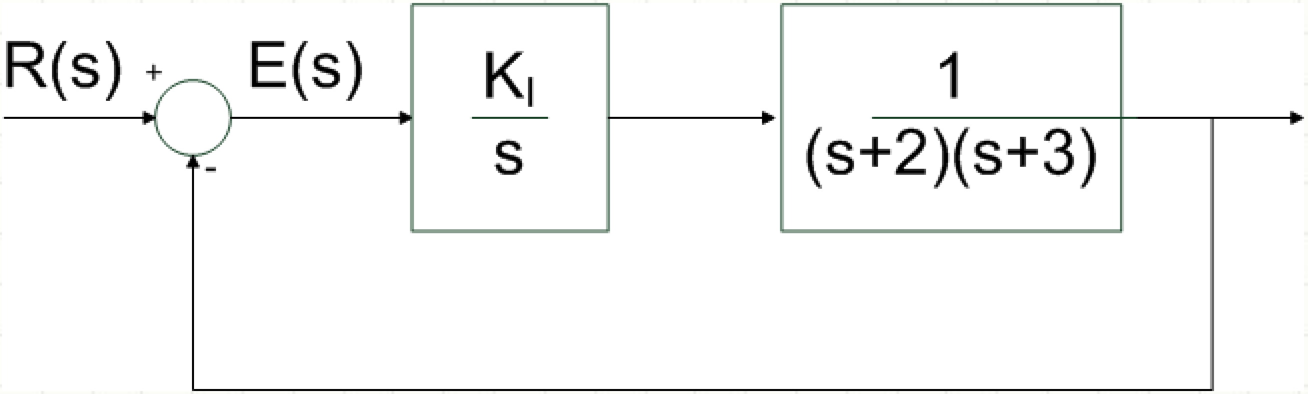
O erro em regime permanente devido a uma perturbação constante (degrau) é dado por:

$$e_{W\infty} = -sT_W(s)W(s)\Big|_{s\to 0} = -s\,\frac{T_I s G(s)}{T_I s + G(s)}\,\frac{1}{s}\Bigg|_{s\to 0} = 0$$

Ou seja, o efeito de uma perturbação constante é eliminado em regime permanente.

Controle Integral

Ex2:

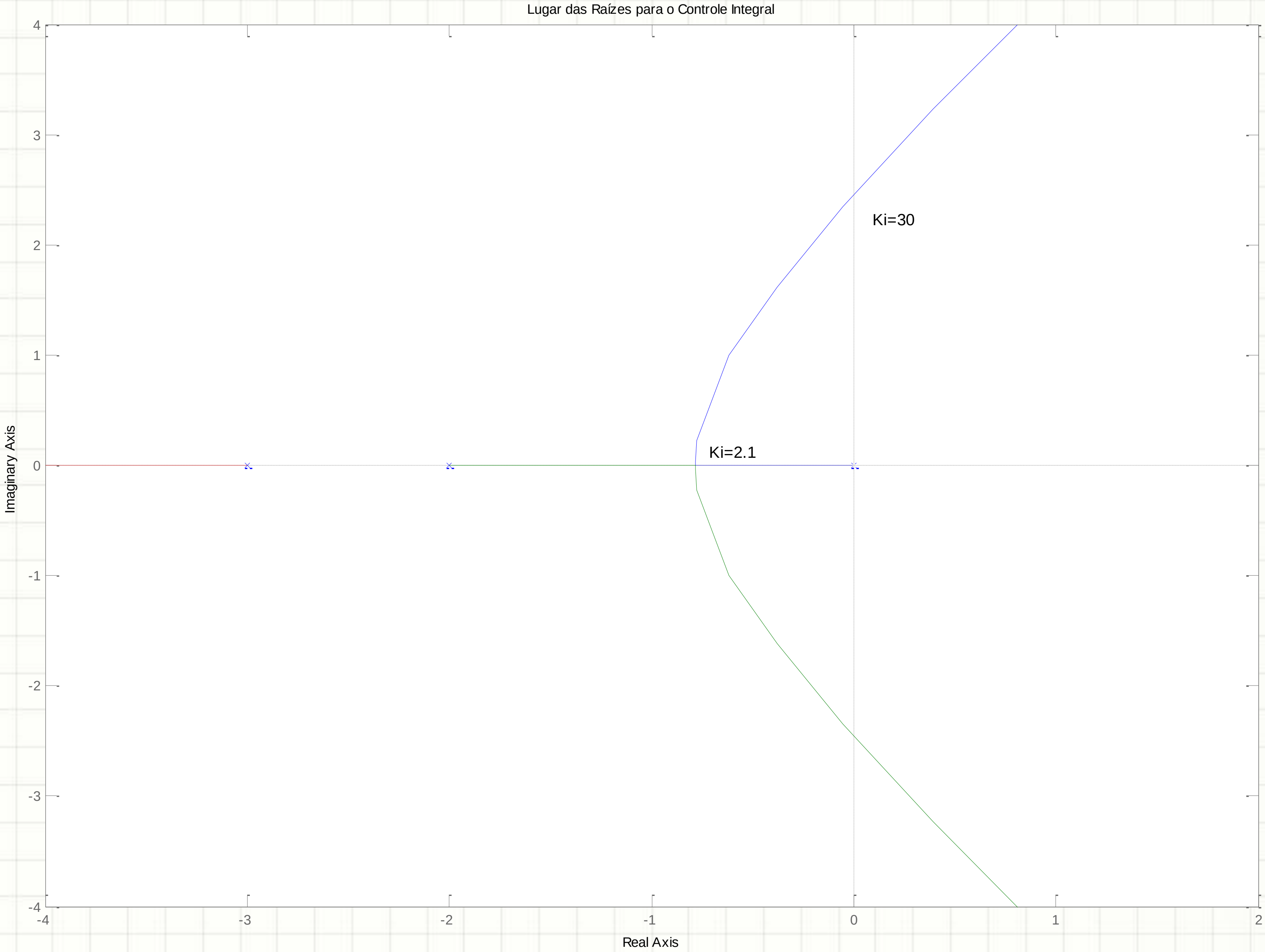


Em malha fechada:

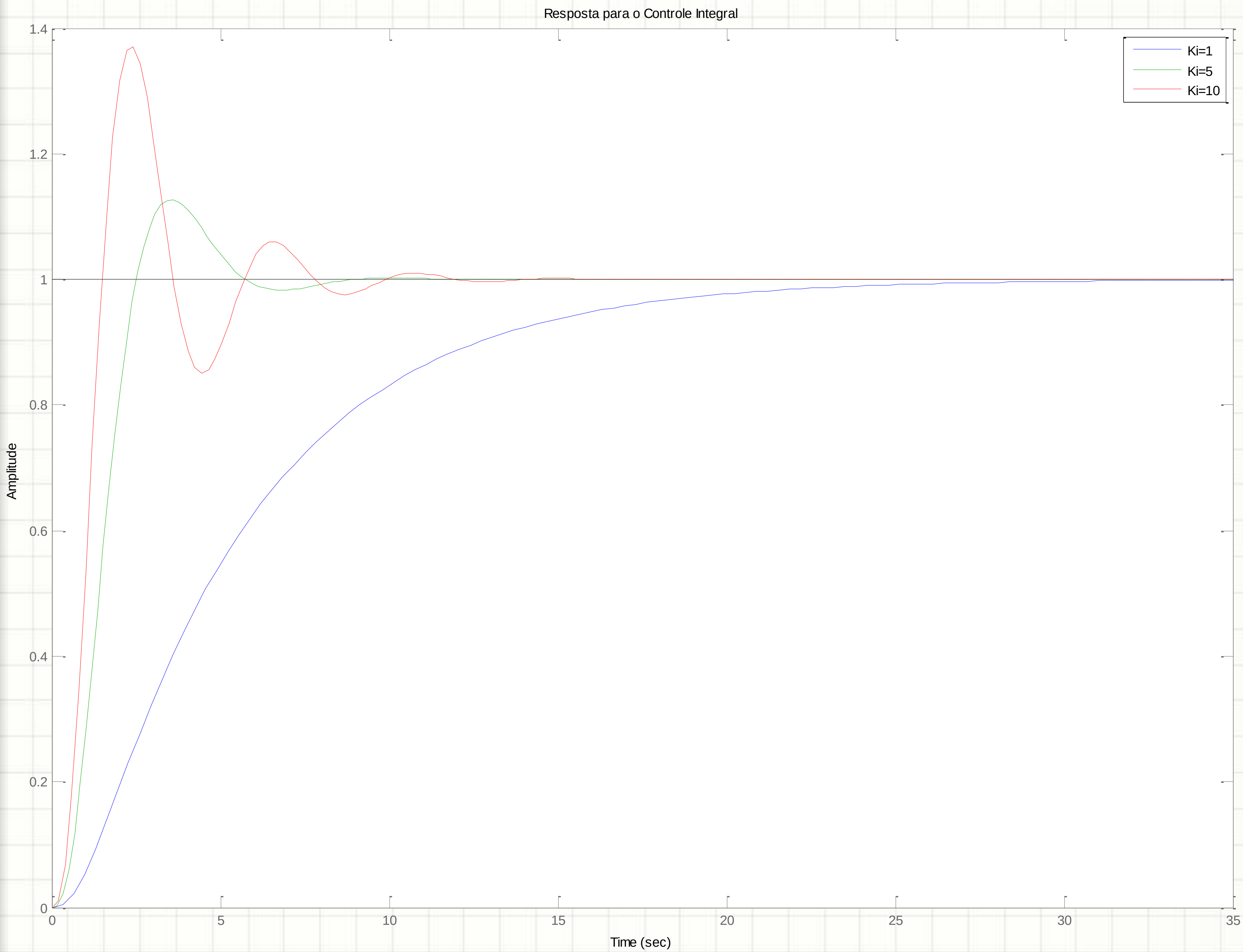
$$T(s) = \frac{K_I}{s(s+2)(s+3)+K_I}$$

Lugar das Raízes (análise da variação de Ki)

$$1 + K_I \frac{1}{s(s+2)(s+3)} = 0$$



Lugar das Raízes para o Controle Integral
Ki=30
Ki=2.1
Imaginary Axis
Real Axis
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-4
-3
-2
-1
0
1
2



Resposta para o Controle Integral
Amplitude
Time (sec)
Ki=1
Ki=5
Ki=10
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
0
5
10
15
20
25
30
35

Controle Proporcional-Integral (PI)

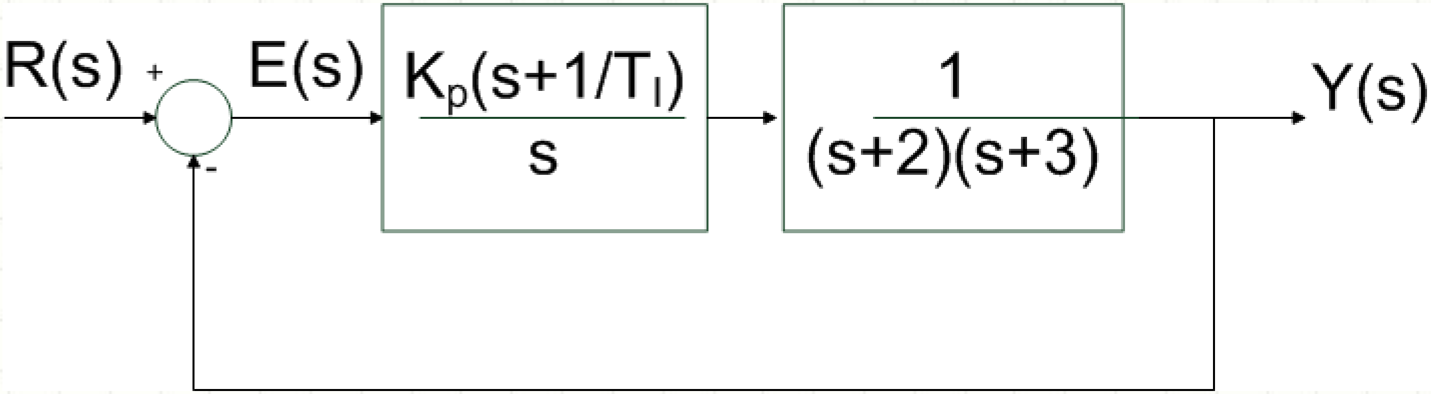
A ação integral pode ser melhorada adicionando-se a esta uma ação proporcional:

$$C(s) = Kp\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = Kp\left(\frac{s + 1/T_I}{s}\right)$$

Existem agora dois parâmetros que podem ser ajustados independentemente para melhorar a resposta transitória.

O controlador PI introduz na malha aberta um pólo na origem e um zero em $s = -1/T_I$.

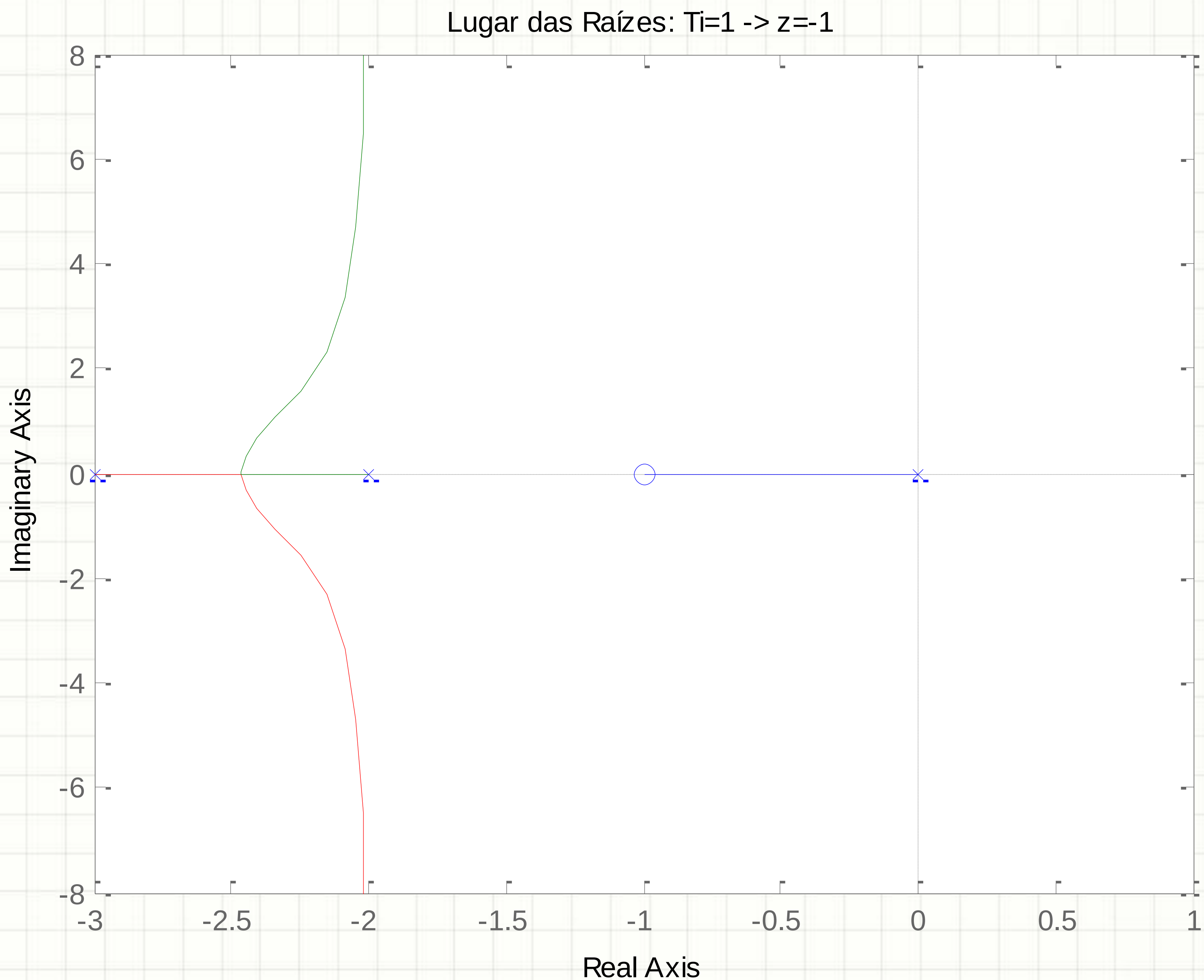
Controle Proporcional-Integral (PI)



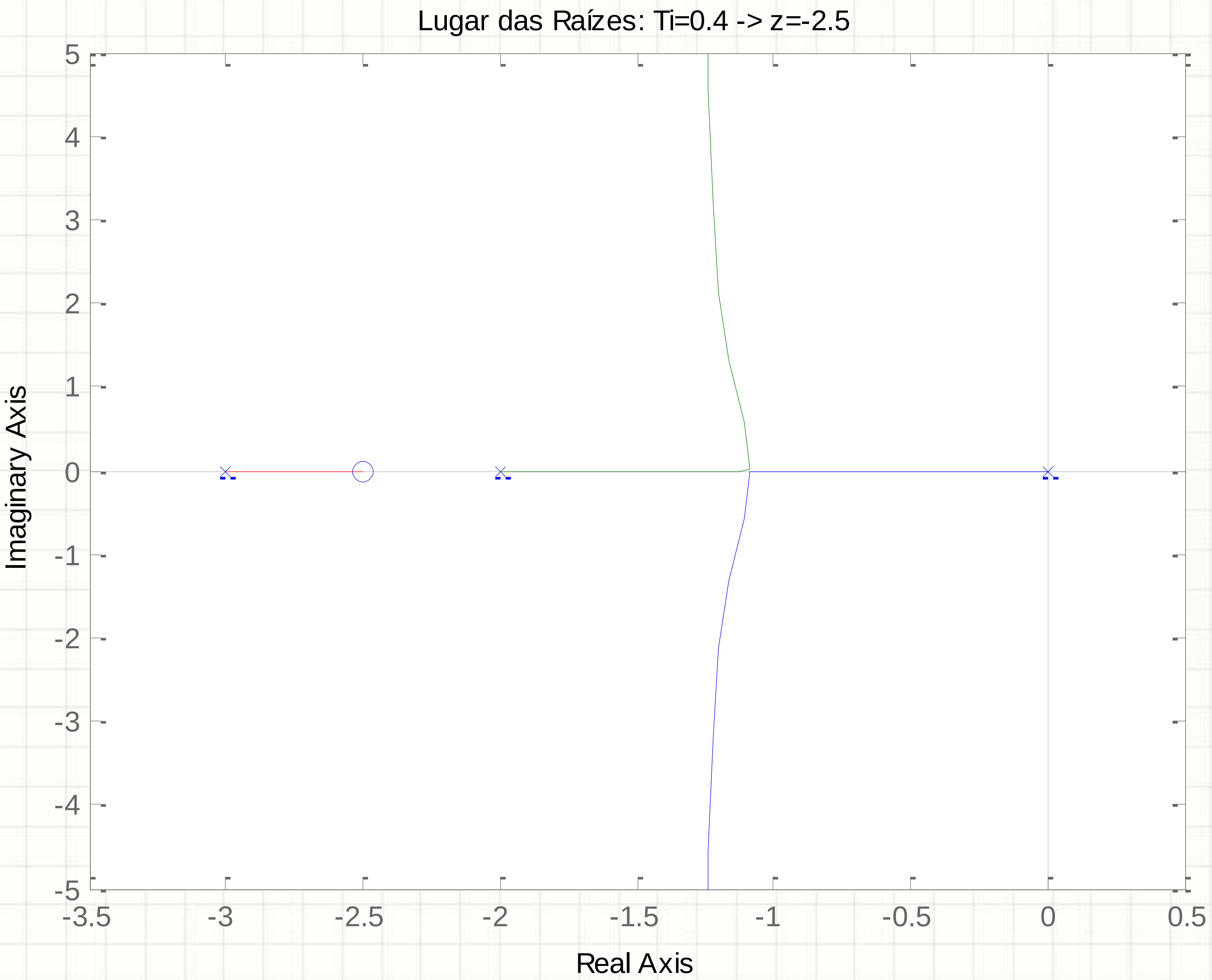
$$T(s) = \frac{K_P(s + 1/T_I)}{s(s+2)(s+3) + K_P s + K_P/T_I} \qquad K_P > 0, T_I > 0$$

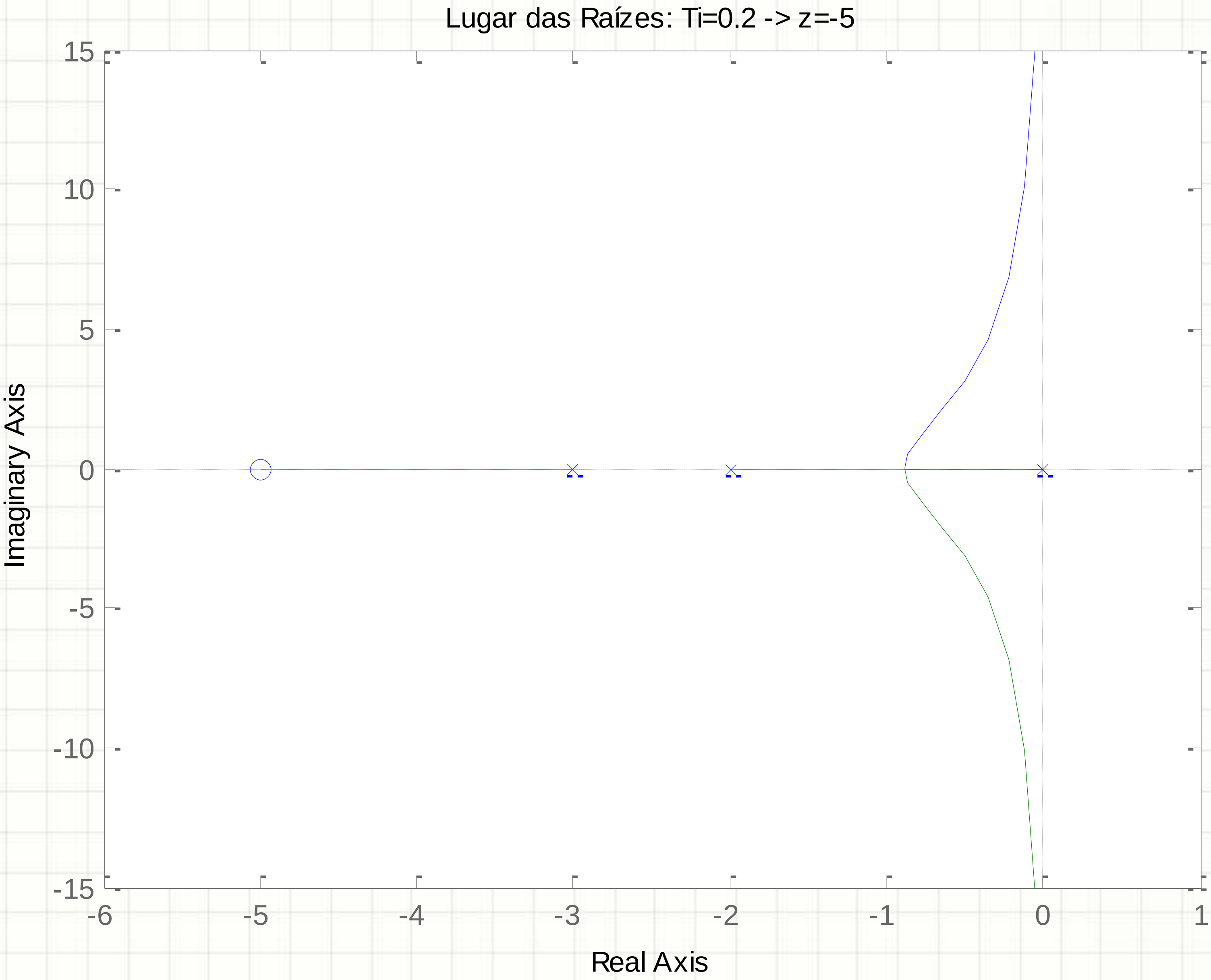
Análise de Estabilidade: $\Delta(s) = s^3 + 5s^2 + (6 + K_P)s + K_P/T_I$

$$0 < K_P < (30 + 5K_P)T_I$$

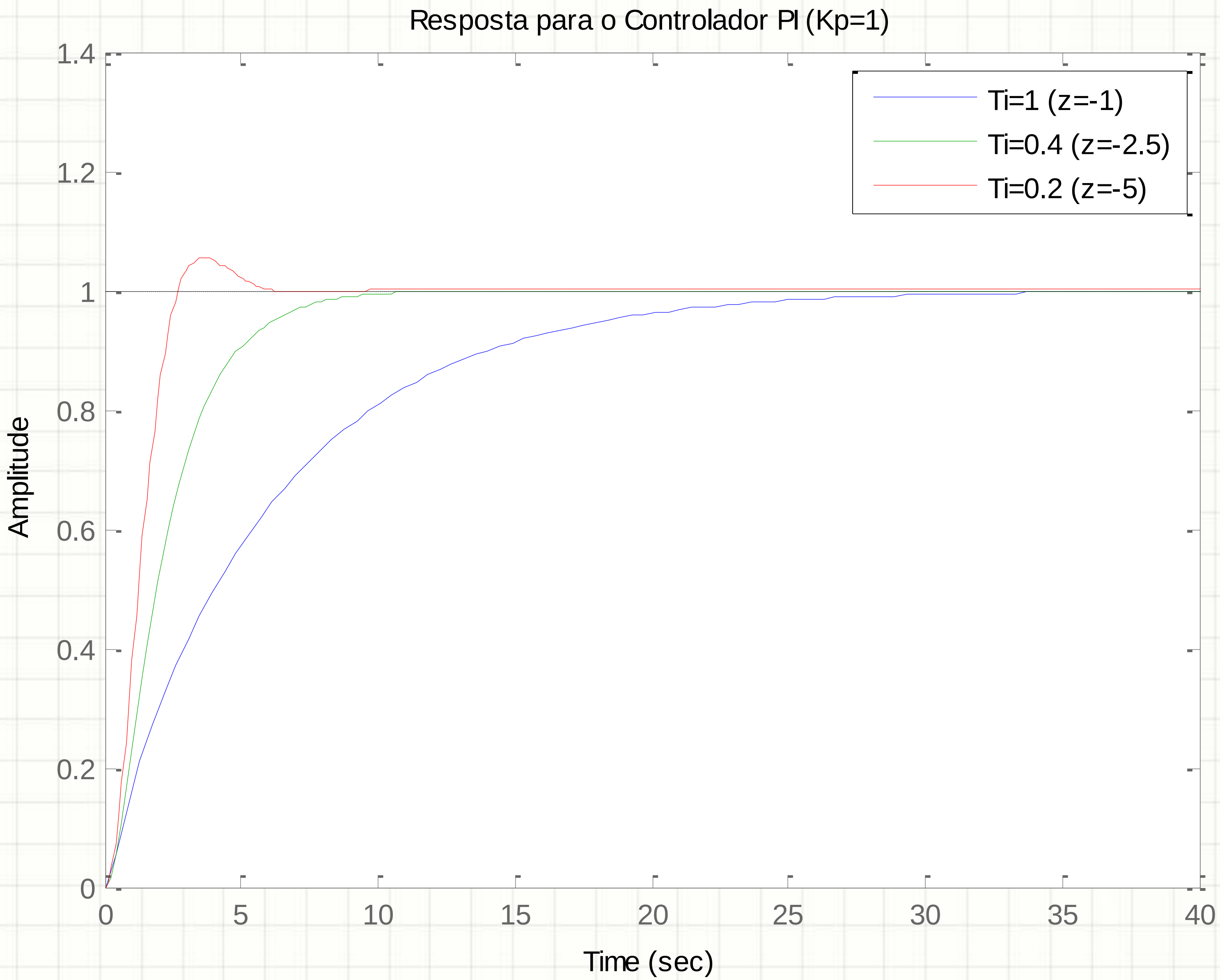


Lugar das Raízes: Ti=1 -> z=-1
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
Imaginary Axis
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
Real Axis

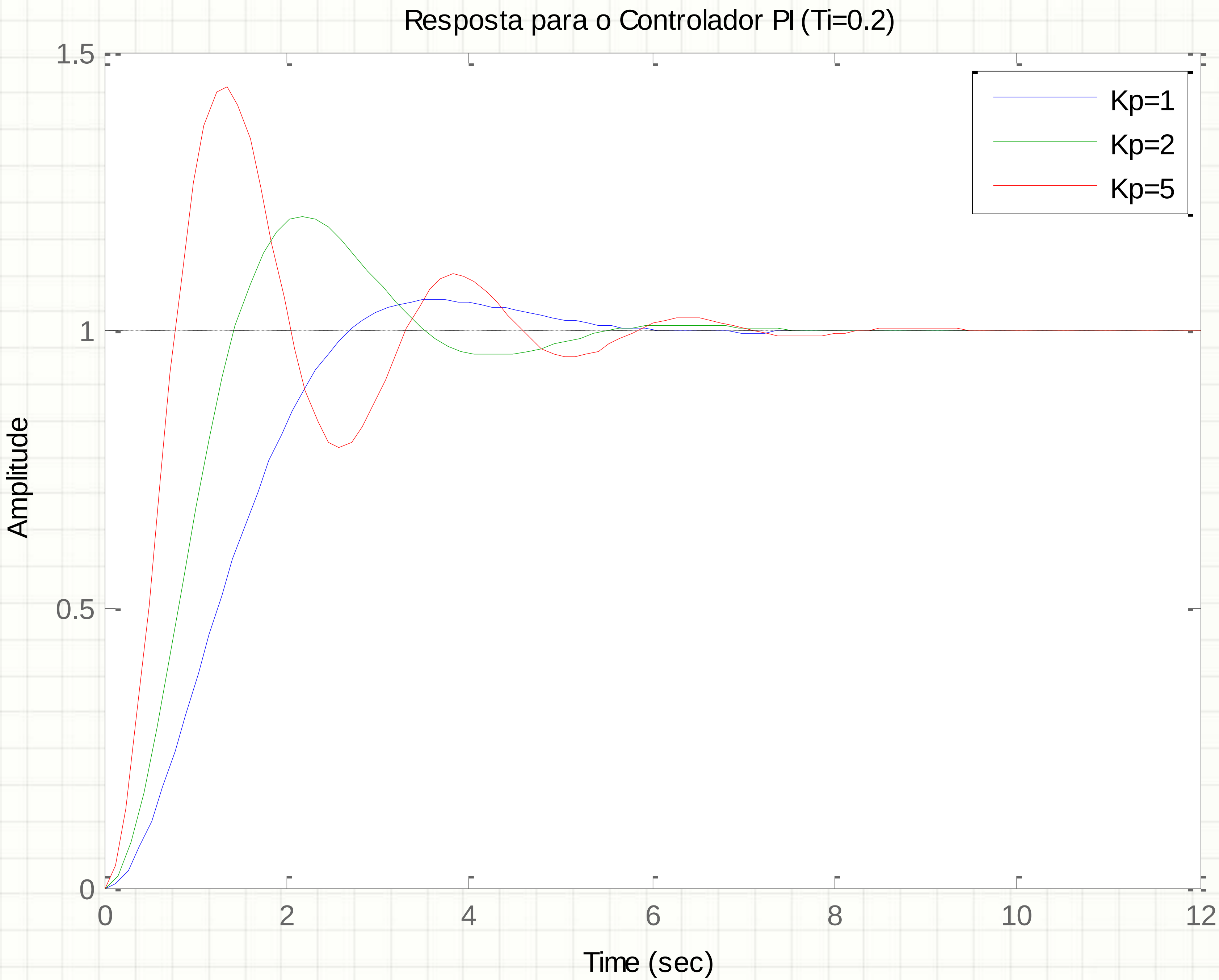

Lugar das Raízes: Ti=0.4 -> z=-2.5
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
Imaginary Axis
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
Real Axis



Lugar das Raízes: Ti=0.2 -> z=-5
Imaginary Axis
Real Axis
15
10
5
0
-5
-10
-15
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1

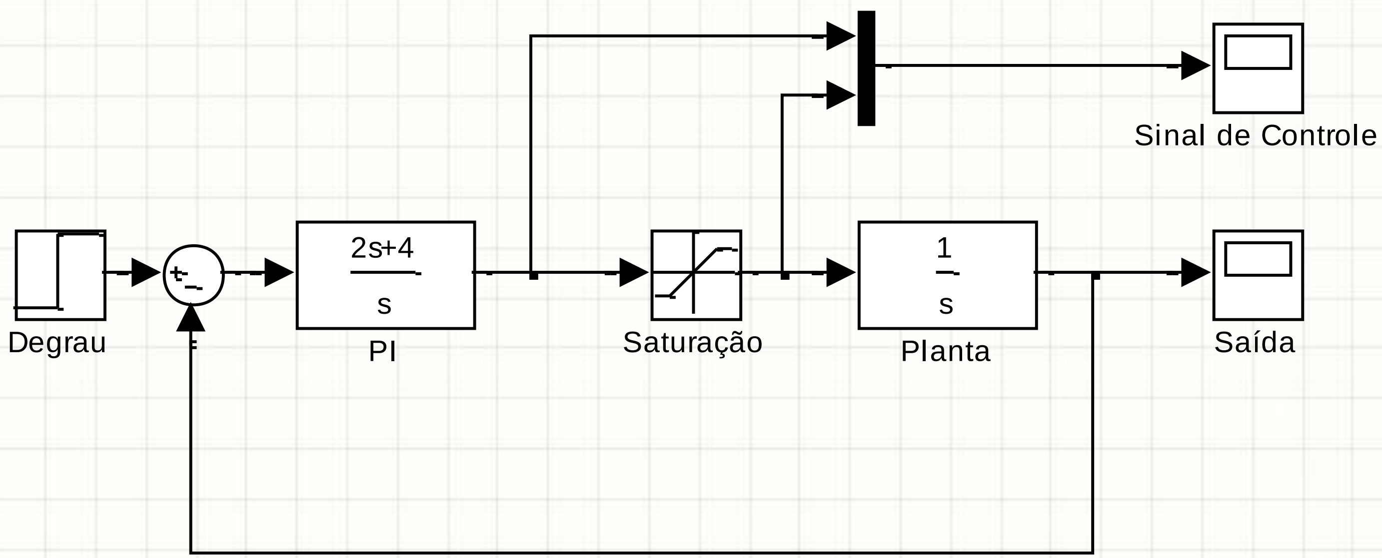


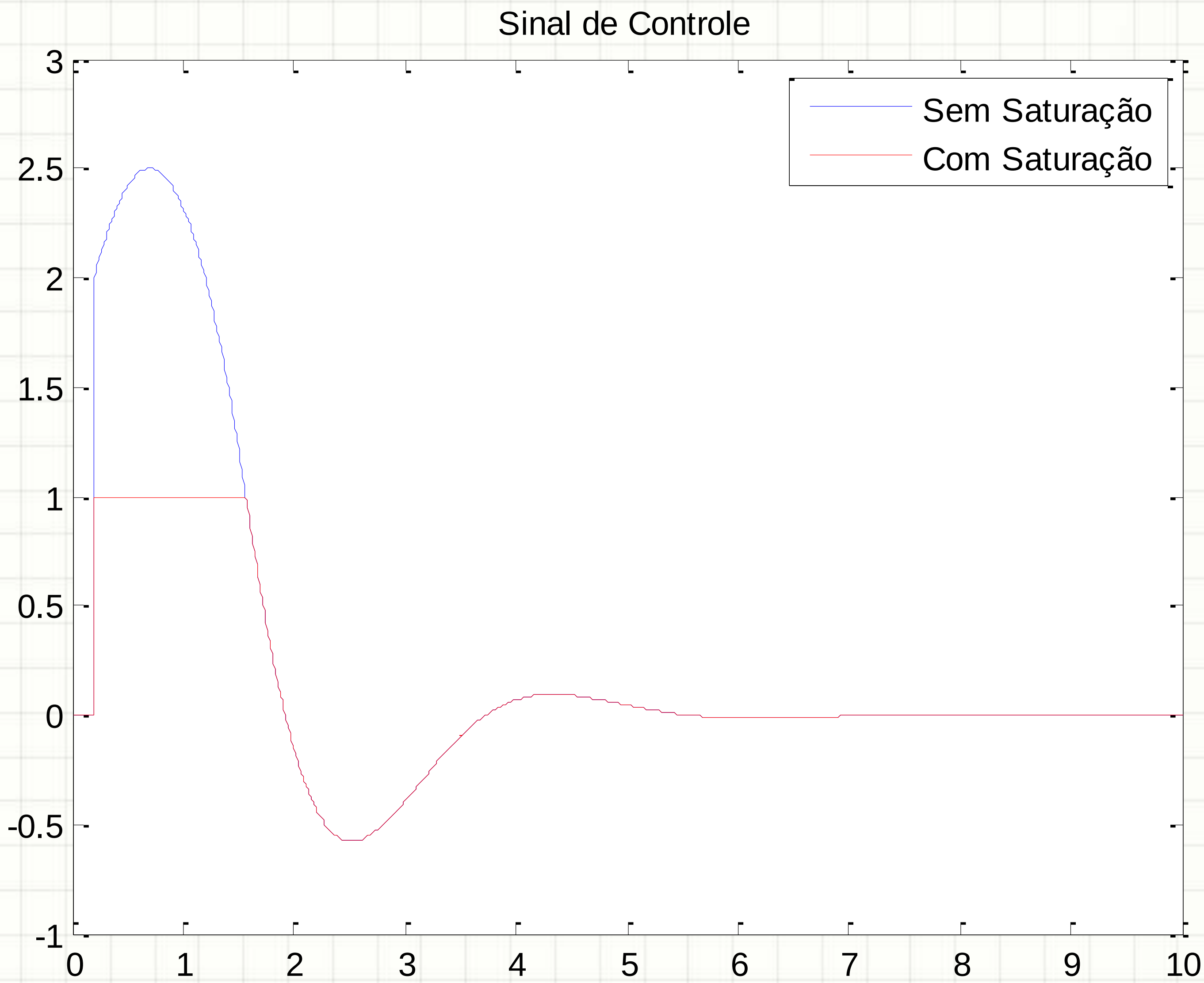
Resposta para o Controlador PI (Kp=1)
Ti=1 (z=-1)
Ti=0.4 (z=-2.5)
Ti=0.2 (z=-5)
Amplitude
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Time (sec)


Resposta para o Controlador PI (Ti=0.2)
Kp=1
Kp=2
Kp=5
1.5
1
0.5
0
Amplitude
0
2
4
6
8
10
12
Time (sec)

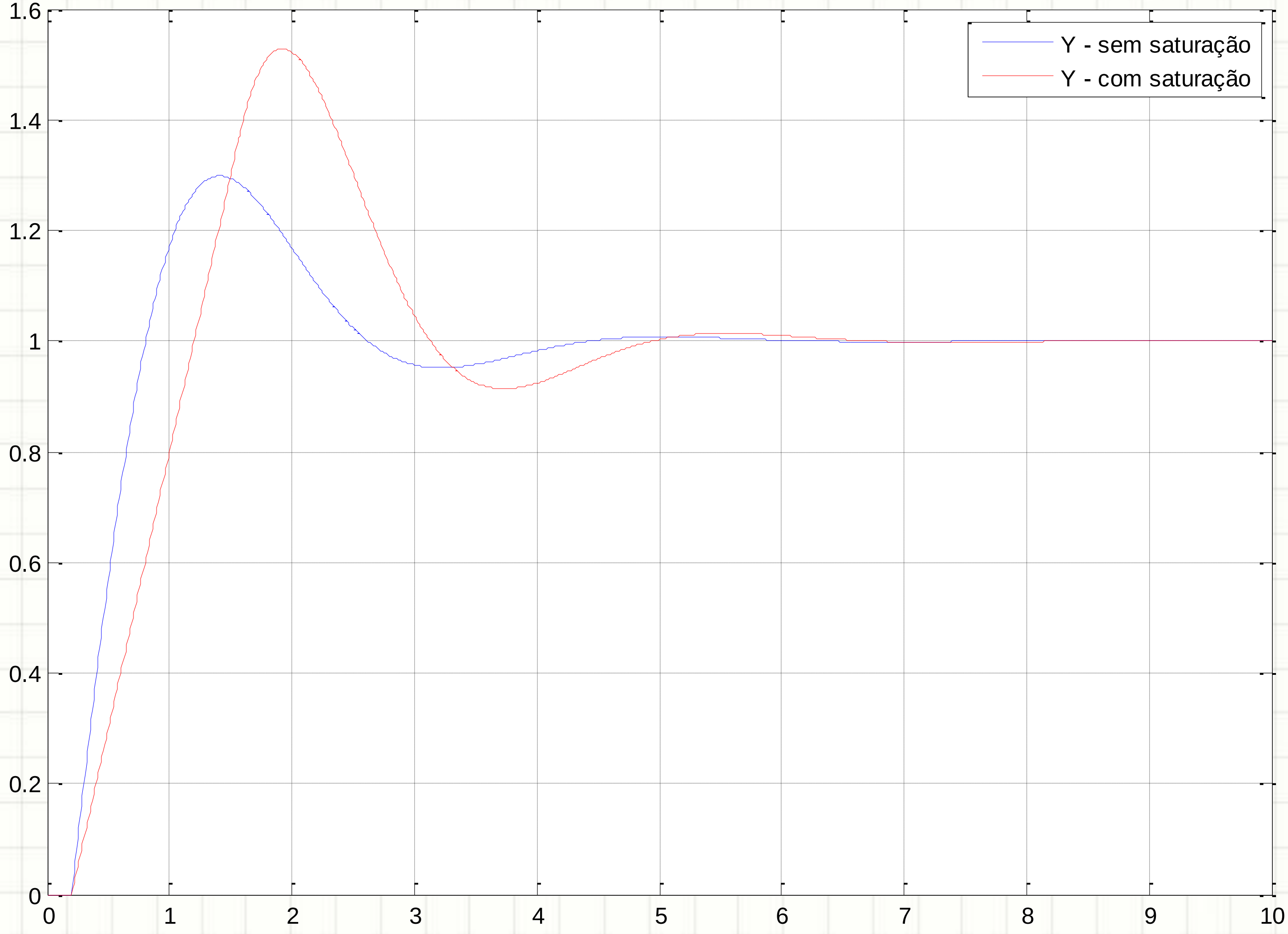
Efeito Windup

Caso exista saturação do atuador, a ação integral pode causar um fenômeno indesejável conhecido como "windup integral".





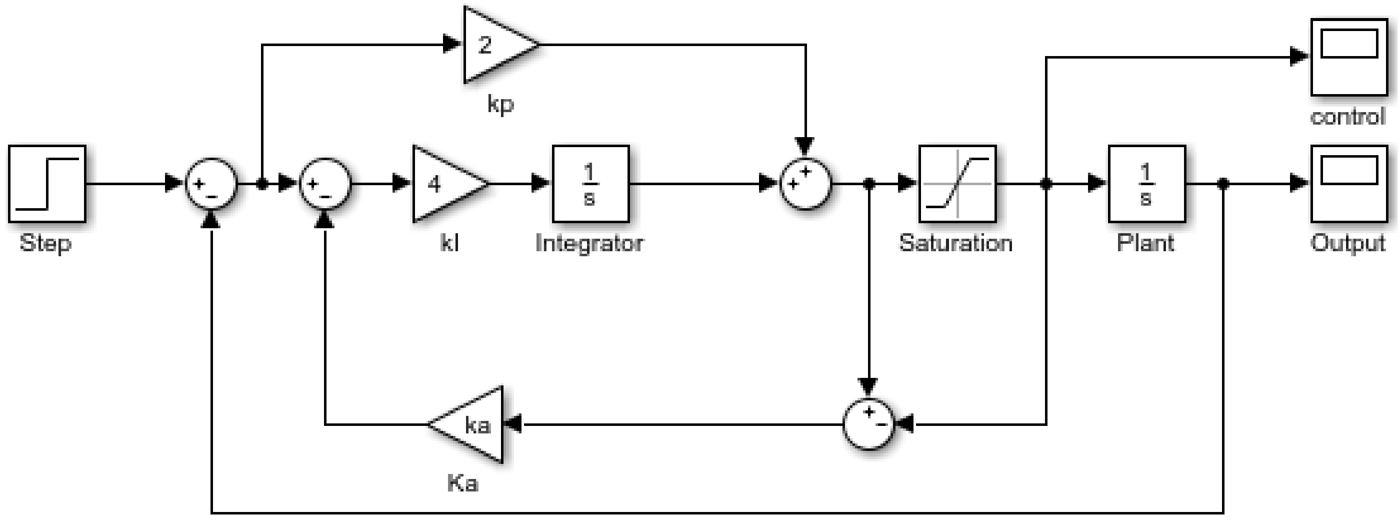
Sinal de Controle
Sem Saturação
Com Saturação
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

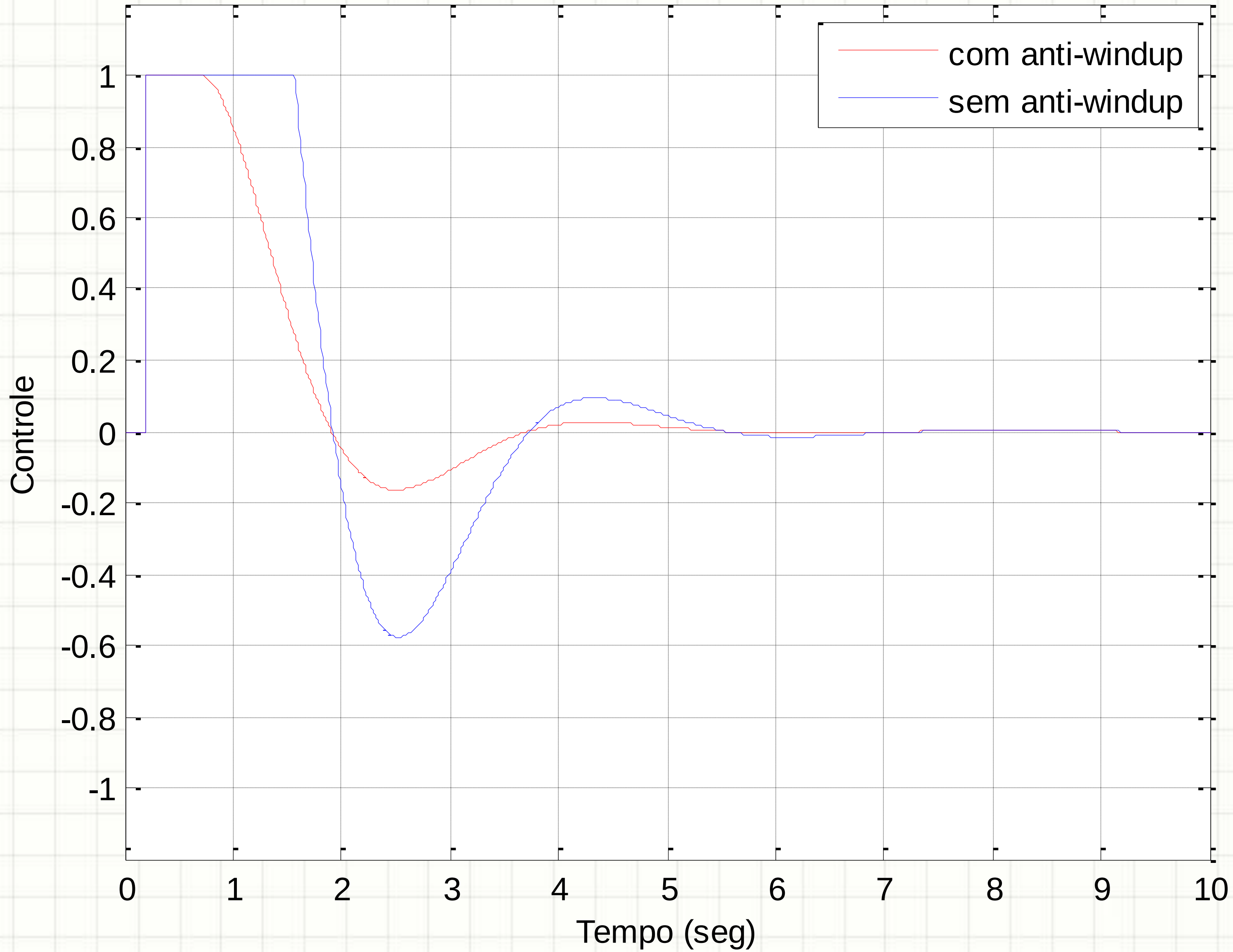


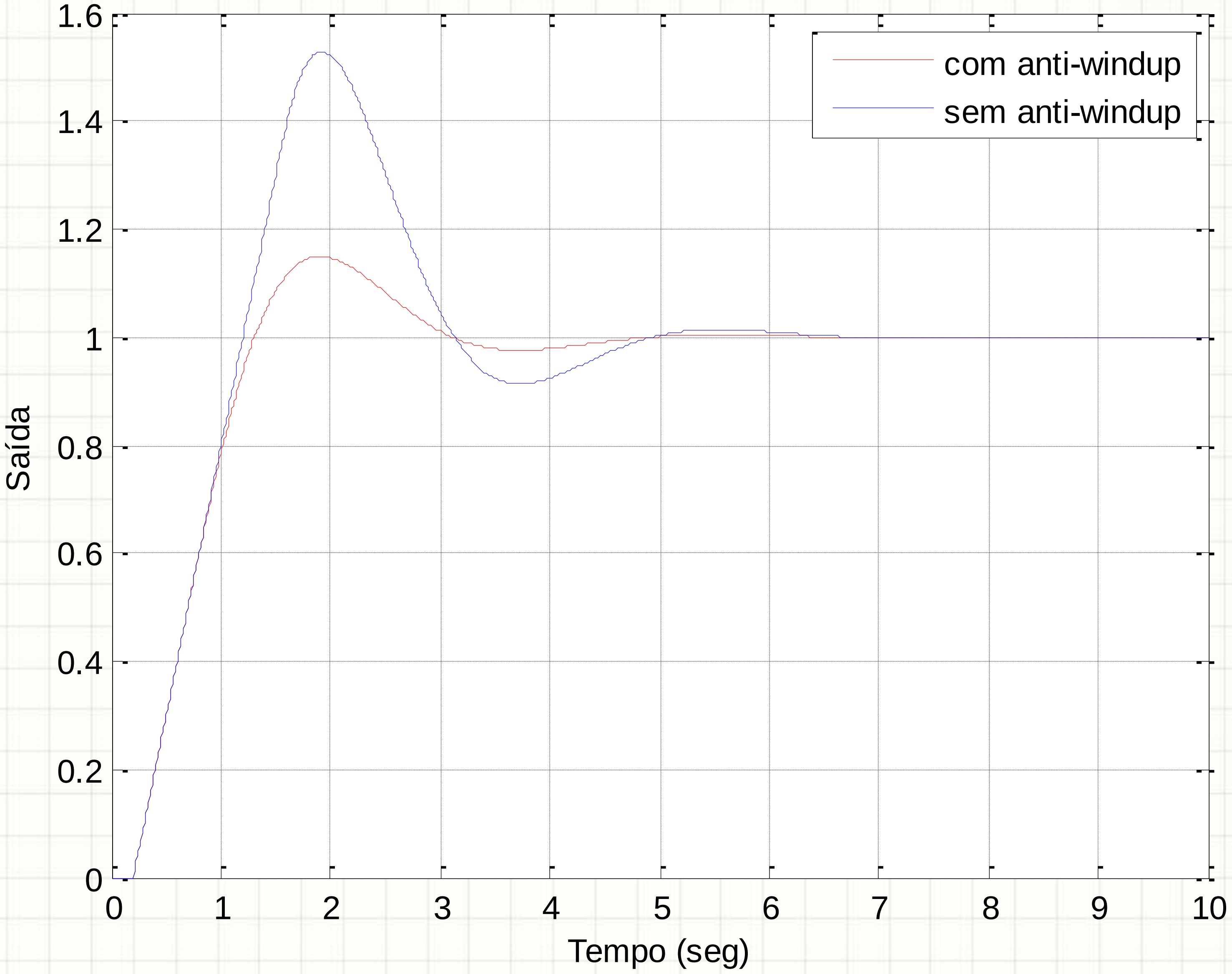
Y - sem saturação
Y - com saturação
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Anti-windup

Para evitar o efeito do windup na resposta, interrompe-se a integração durante a saturação.




com anti-windup
sem anti-windup
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
Controle
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Tempo (seg)



com anti-windup
sem anti-windup
Saída
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Tempo (seg)

Controle Derivativo

O sinal de controle é proporcional à derivada do erro:

$$u(t) = T_D \frac{d}{dt} e(t) \quad ou \quad U(s) = T_D s E(s)$$

T_D: tempo derivativo

Note que U(s) é uma função imprópria e, portanto, não pode ser implementada na prática. Além disso, deixa o sistema vulnerável a ruídos de alta frequência.

Controle Derivativo

A ação derivativa pode ser aproximada por

$$C(s) = \frac{NT_D s}{N + T_D s} \quad 3 \leq N \leq 10$$

Desta forma, o ganho de altas frequências é limitado e nas baixas frequências C(s) aproxima-se da ação derivativa pura.

Caso o erro seja constante, a saída do controlador será nula, por este motivo a ação derivativa é nunca é utilizada sozinha.

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

A ação derivativa é usada em conjunto com a ação proporcional:

(PD ideal)

$$C(s) = K_P(1 + T_D s)$$

A correção proporcional depende da taxa de variação do erro.

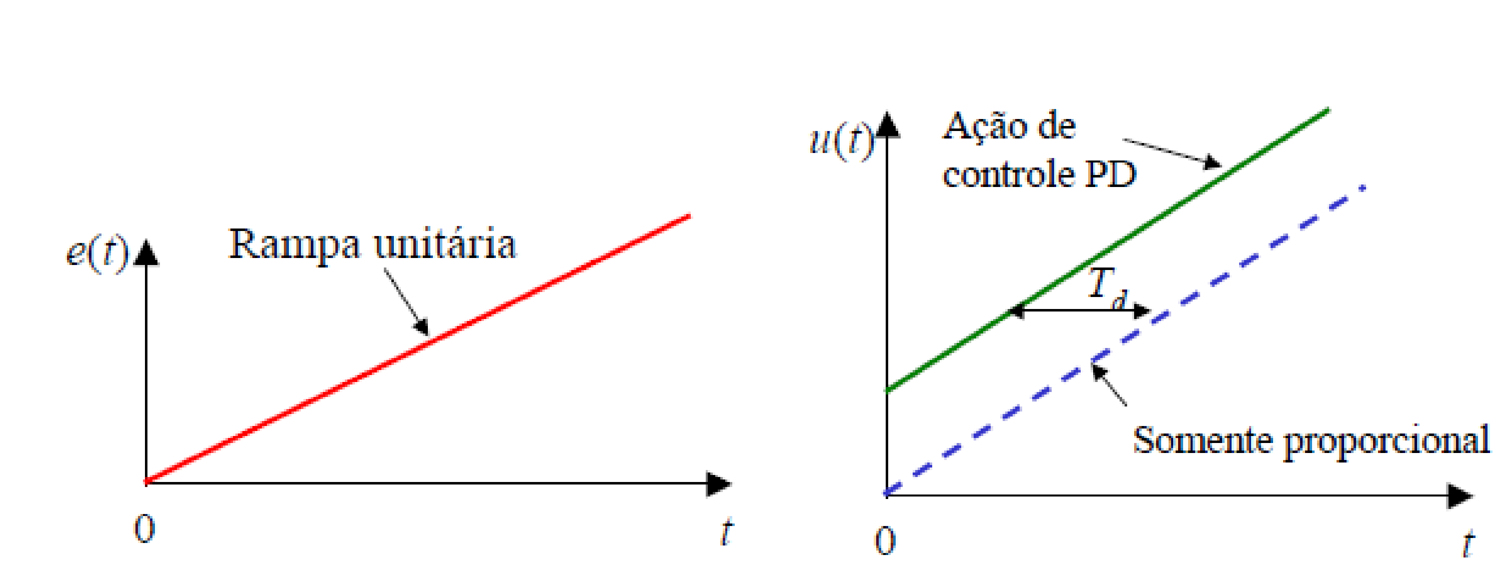
O controle derivativo apresenta um caráter antecipativo.

Em um controlador PD a ação proporcional é antecipada de T_D segundos.

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

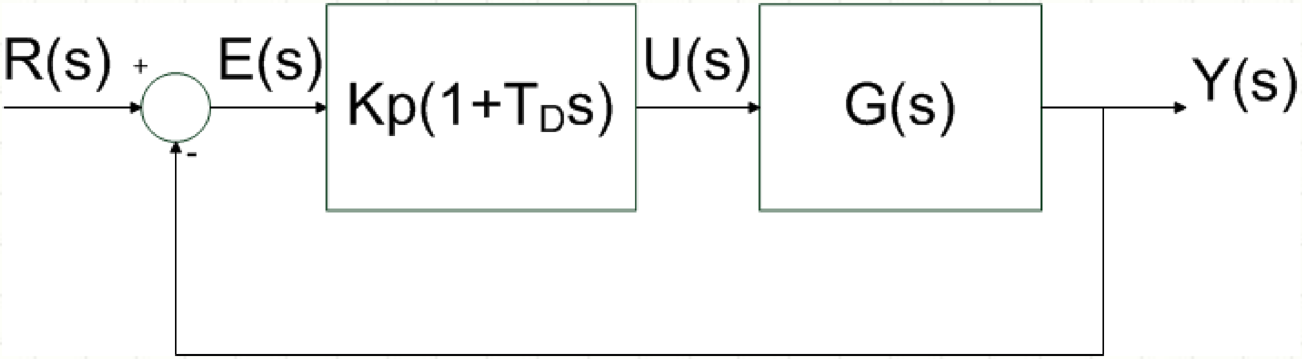
$$U(s) = K_P(1+T_D s)E(s) \quad \Rightarrow \quad u(t) = K_P \underbrace{\left[e(t) + T_D \frac{d}{dt} e(t) \right]}_{\approx e(t+T_D)}$$

$$u(t) \cong K_P e(t+T_D)$$



Controle Proporcional-Derivativo(PD)

- Configuração “ideal” série:

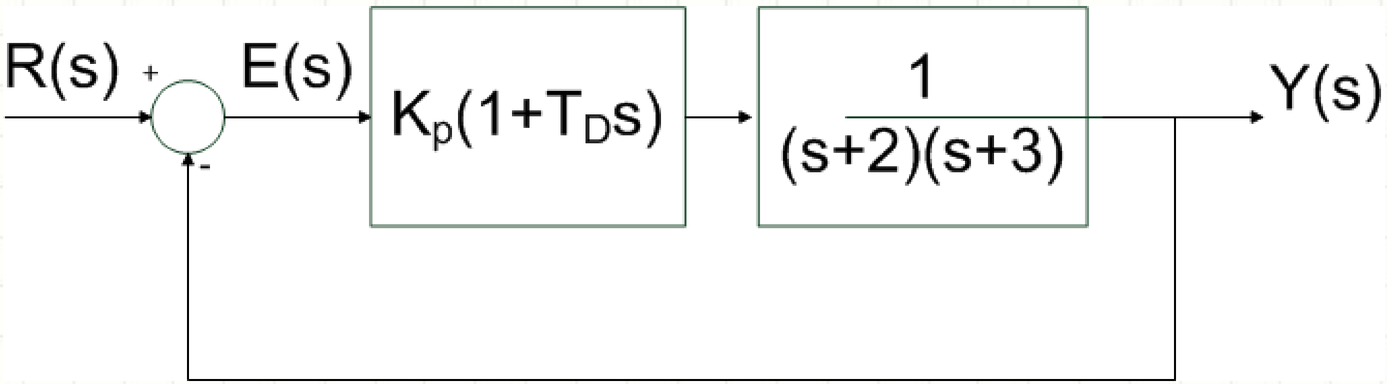


$$T(s) = \frac{K_P(1+T_D s)G(s)}{1+K_P(1+T_D s)G(s)}$$

O controlador introduz um zero em $s=-1/T_D$, o que melhora a estabilidade mas provoca um aumento no sobressinal da resposta transitória. O ganho Kp pode ser ajustado para melhorar a resposta em regime permanente.

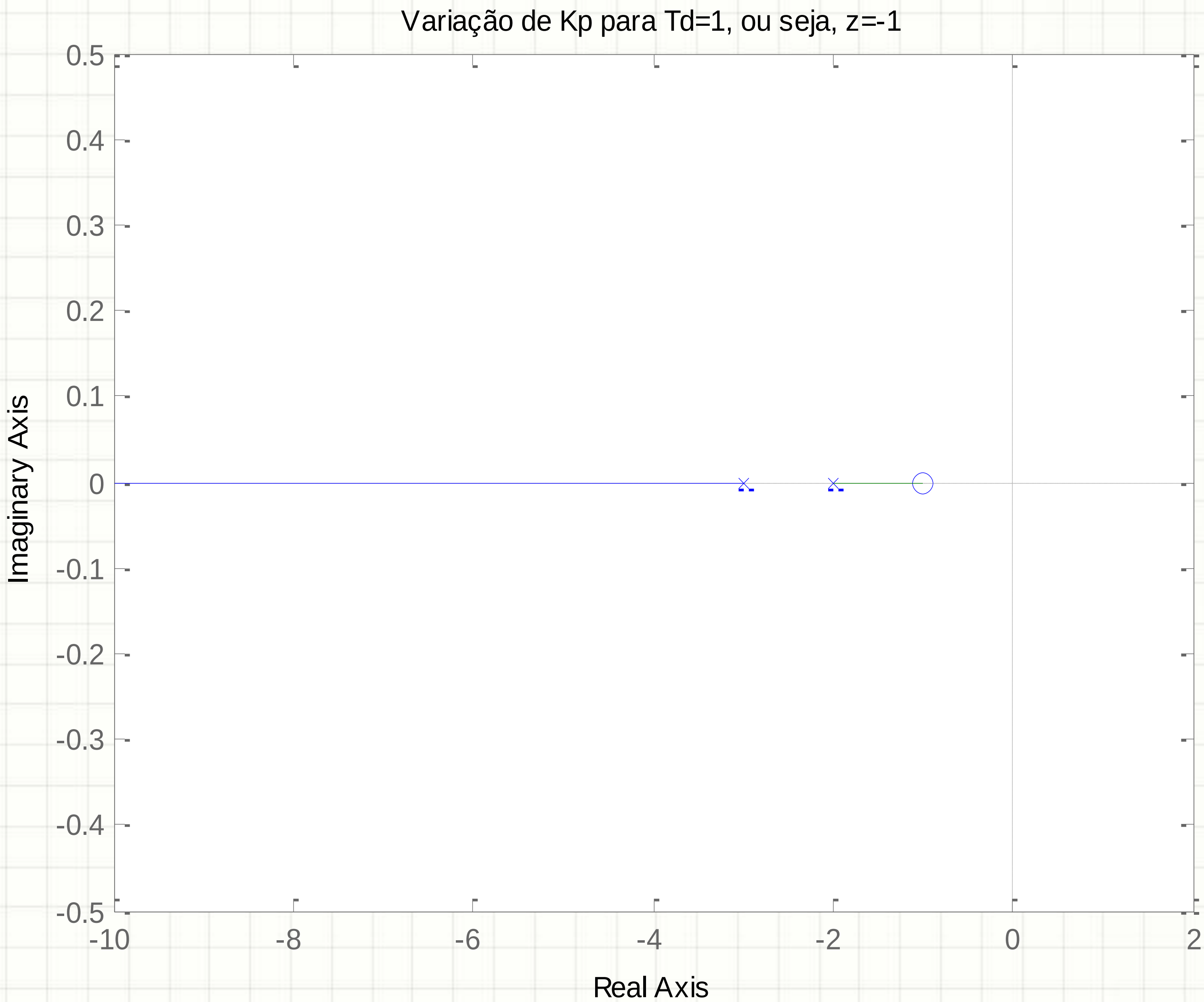
Controle Proporcional-Derivativo(PD)

Ex:

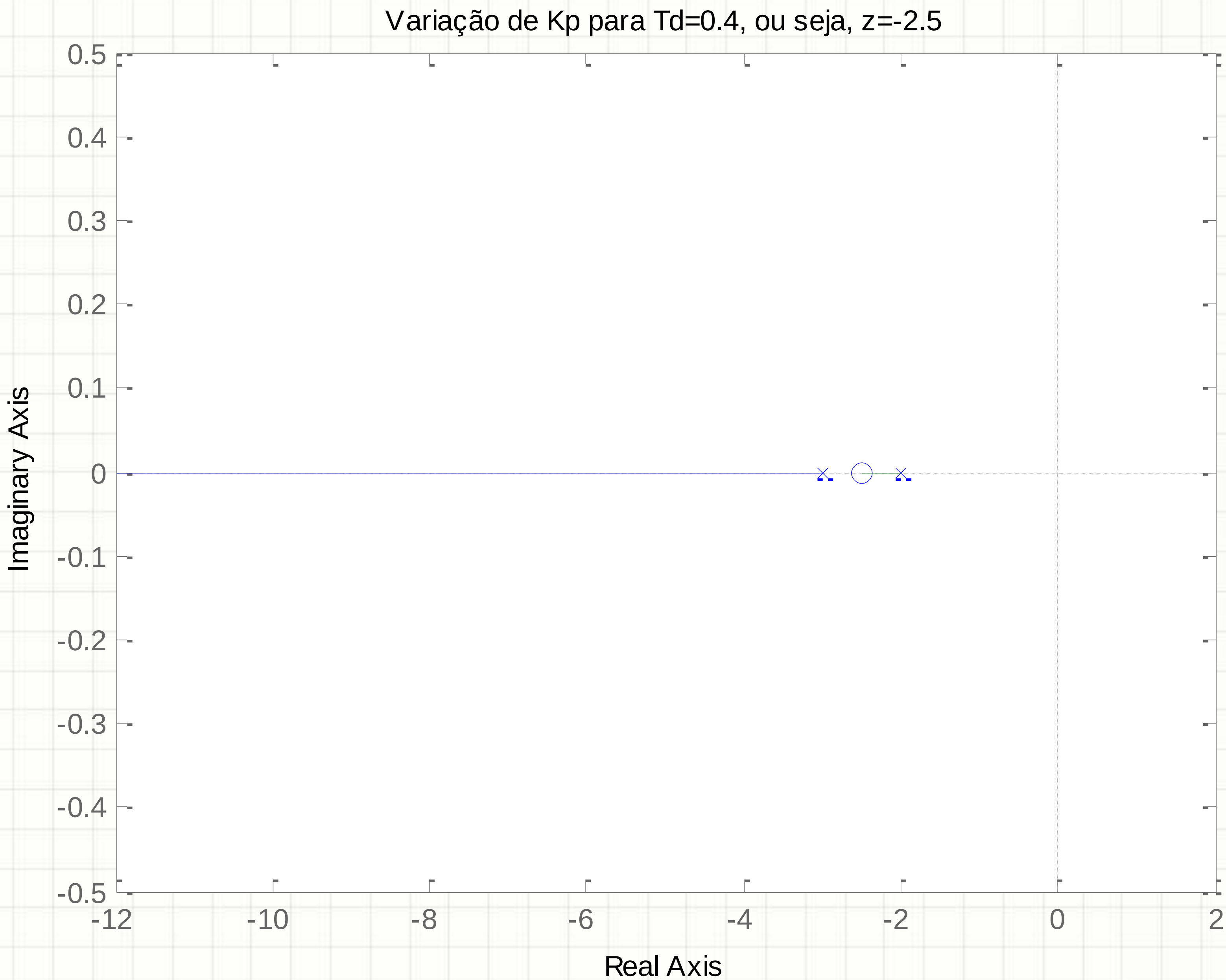


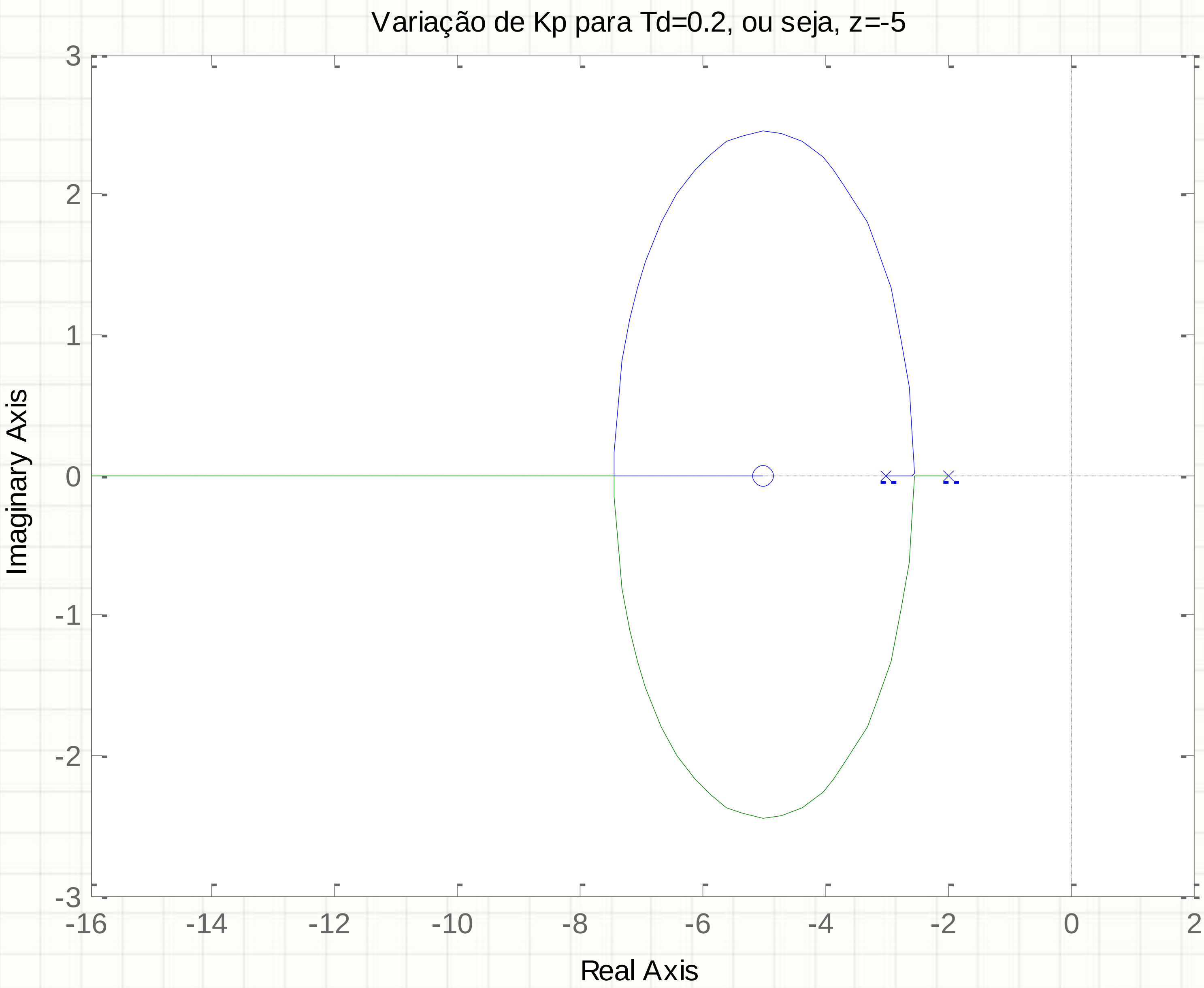
$$T(s)=\frac{K_P(1+T_Ds)}{s^2+(5+K_PT_D)s+(K_P+6)}$$

$$K_P>0, T_D>0$$

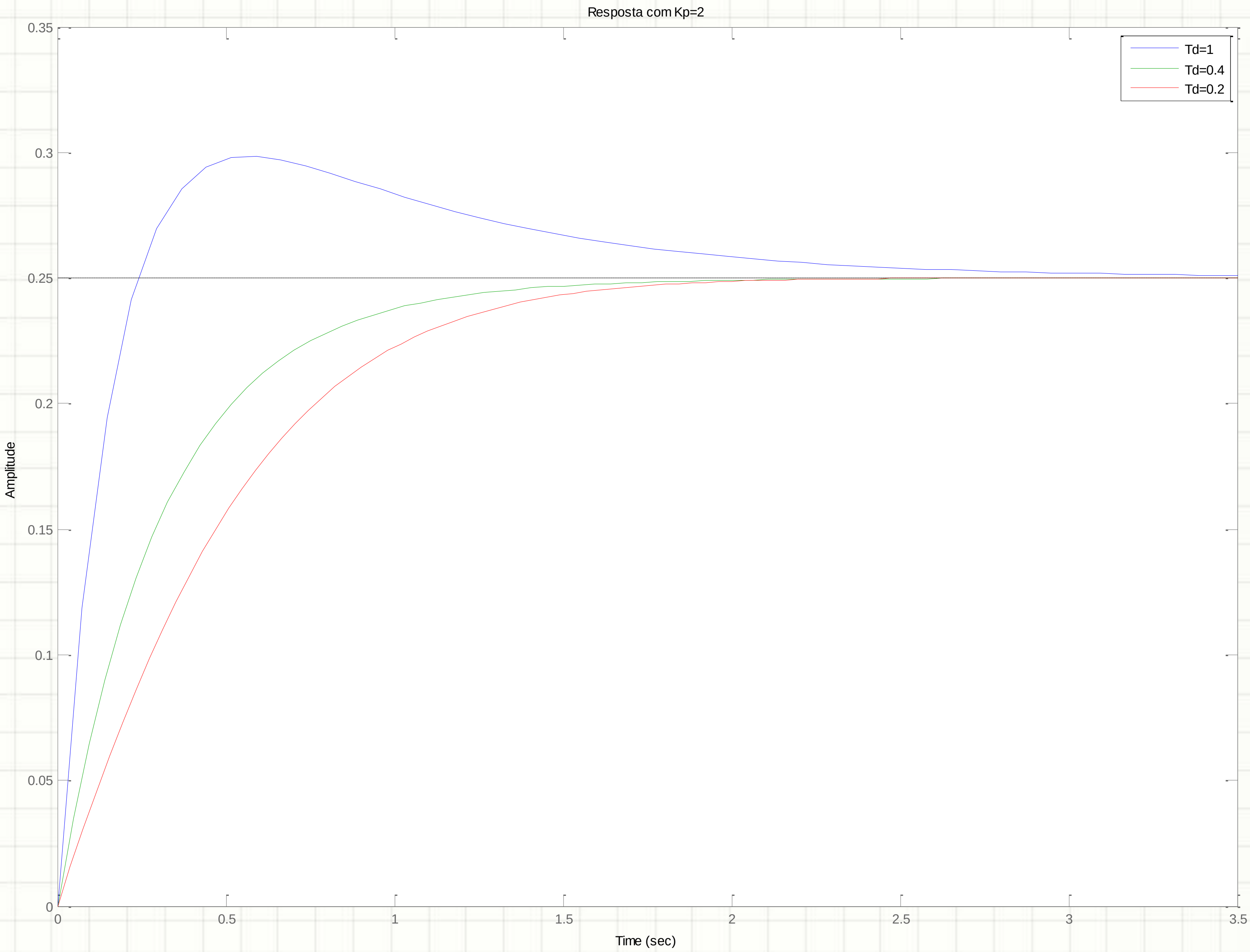


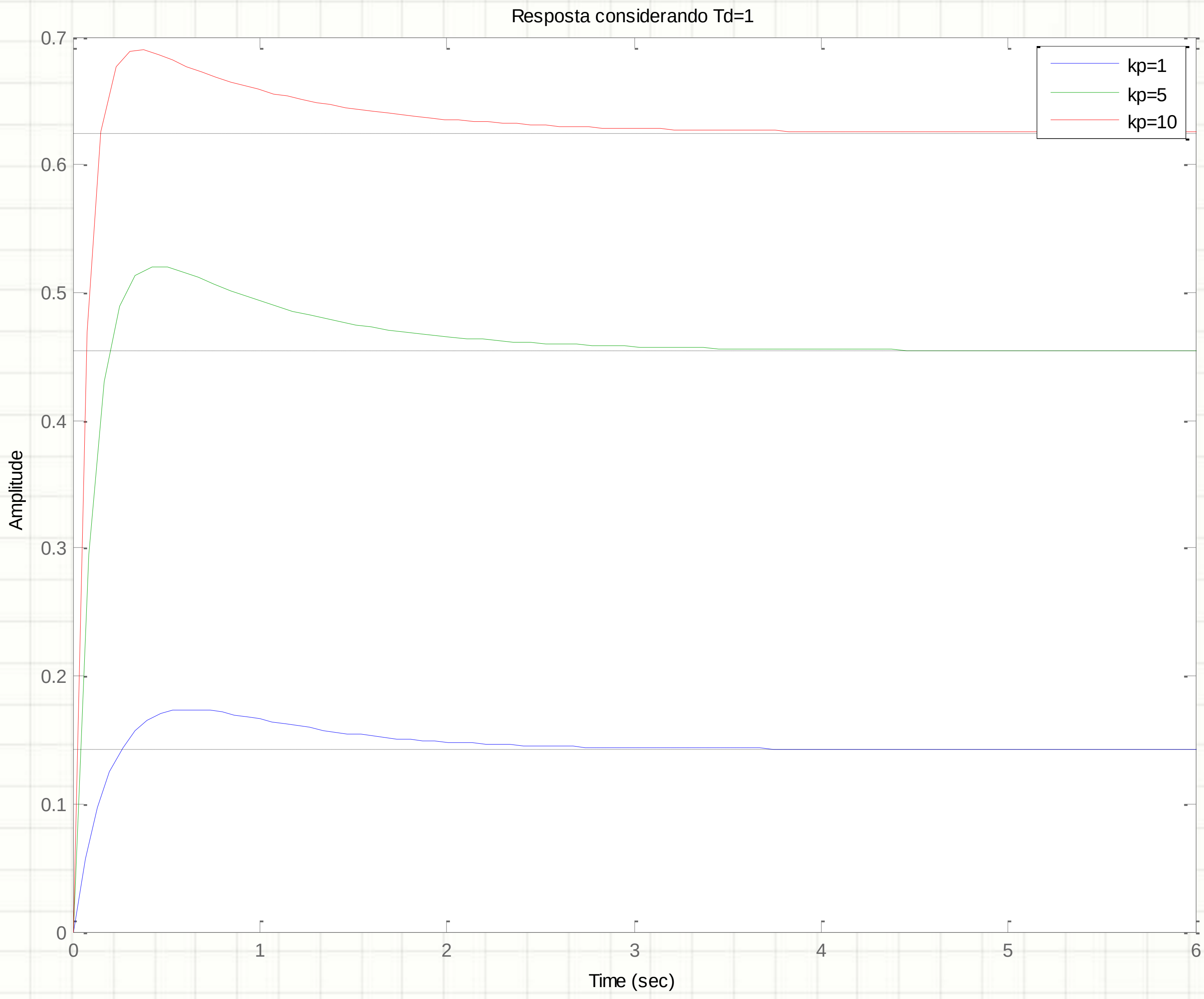
Variação de Kp para Td=1, ou seja, z=-1
Imaginary Axis
Real Axis
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-10
-8
-6
-4
-2
0
2


Variação de Kp para Td=0.4, ou seja, z=-2.5
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
Imaginary Axis
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
Real Axis



Variação de Kp para Td=0.2, ou seja, z=-5
Imaginary Axis
Real Axis
3
2
1
0
-1
-2
-3
-16
-14
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2

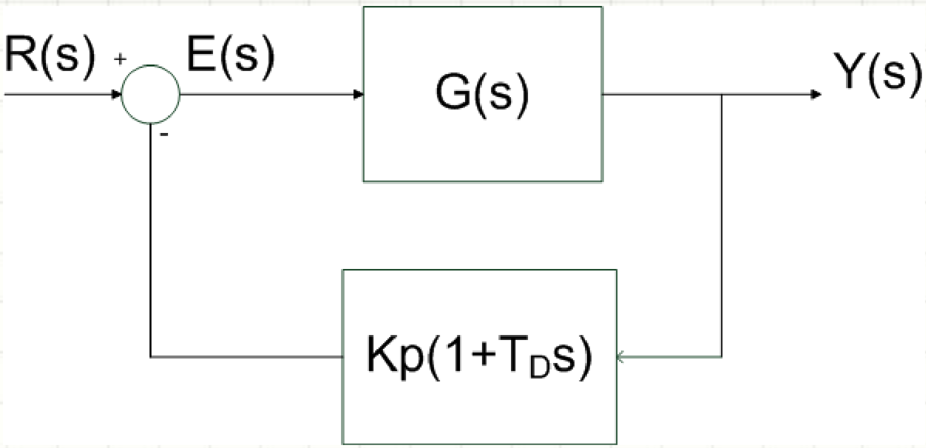

Resposta com Kp=2
Td=1
Td=0.4
Td=0.2
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Amplitude
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
Time (sec)



Resposta considerando Td=1
Amplitude
Time (sec)
kp=1
kp=5
kp=10
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0
1
2
3
4
5
6

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

- Configuração “ideal” paralela:

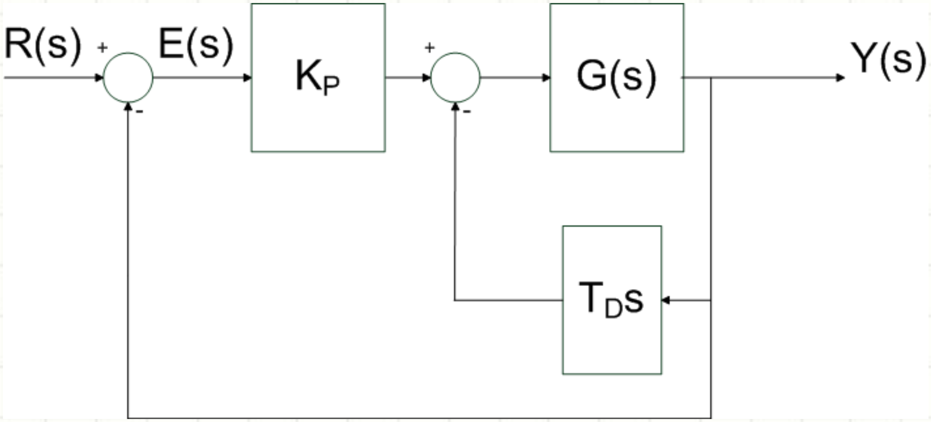


$$T(s)=\frac{G(s)}{1+K_P(1+T_D s)G(s)}$$

O polinômio característico não sofre alteração (em relação ao PD série) e evita-se a introduz de um zero indesejável.

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

- Configuração “ideal” mista:



$$T(s) = \frac{K_P G(s)}{1 + (K_P + T_D s) G(s)}$$

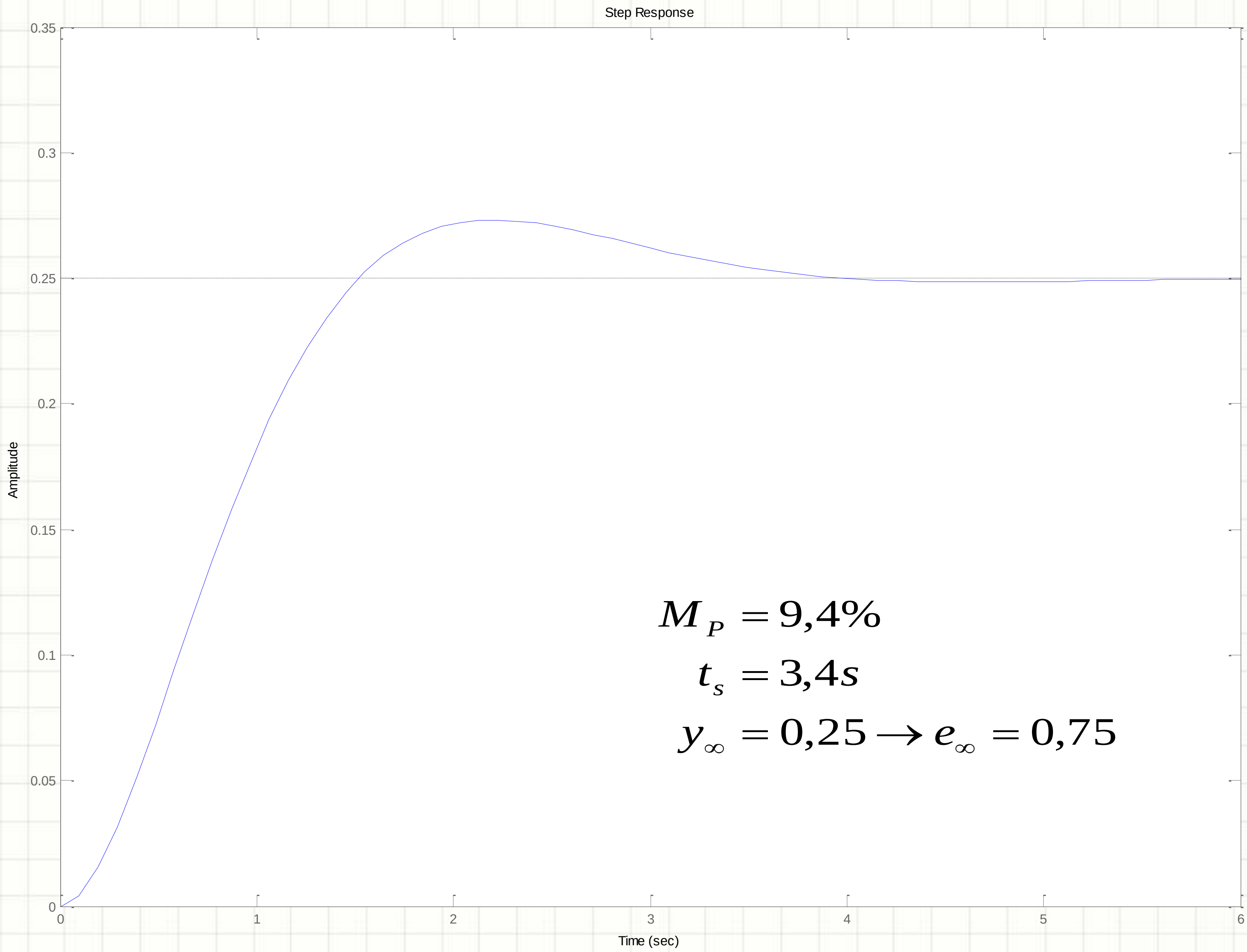
Não há adição de zero e as características em regime permanente não são alteradas em relação a configuração em série.

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

Ex: $$G(s)=\frac{s+2}{(s+3)(s^2+2s+2)}$$

Malha fechada (sem controlador):

$$T(s)=\frac{s+2}{s^3+5s^2+9s+8}$$



$$M_P = 9{,}4\%$$

$$t_s = 3{,}4s$$

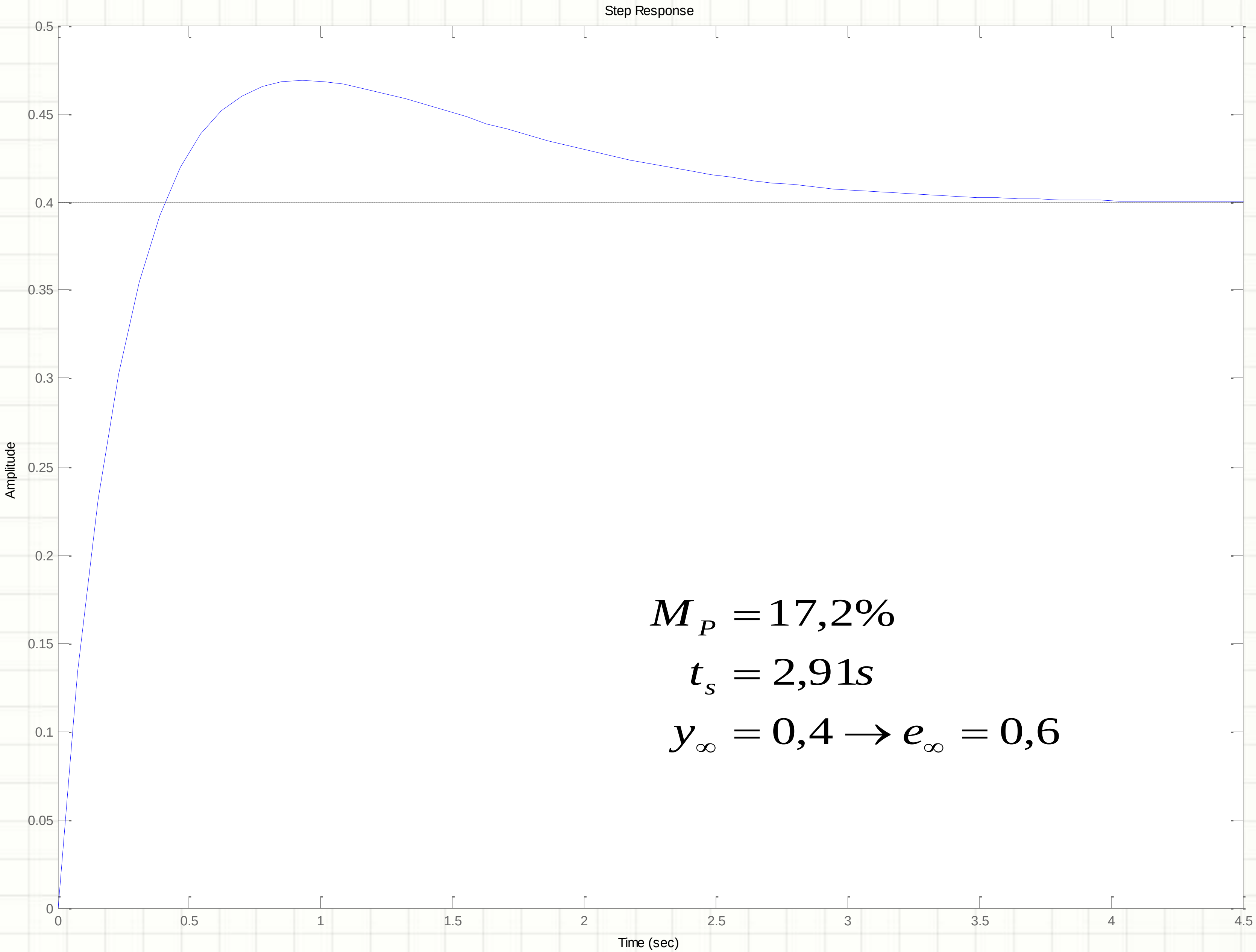
$$y_\infty = 0{,}25 \rightarrow e_\infty = 0{,}75$$

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

Configuração série:

$$T(s)=\frac{K_P\left(1+T_D s\right)\left(s+2\right)}{s^3+\left(5+K_P T_D\right)s^2+\left(8+2K_P+2K_P T_D\right)s+\left(6+2K_P\right)}$$

Definindo: $K_P=2 \quad e \quad T_D=1$



$$M_P = 17{,}2\%$$

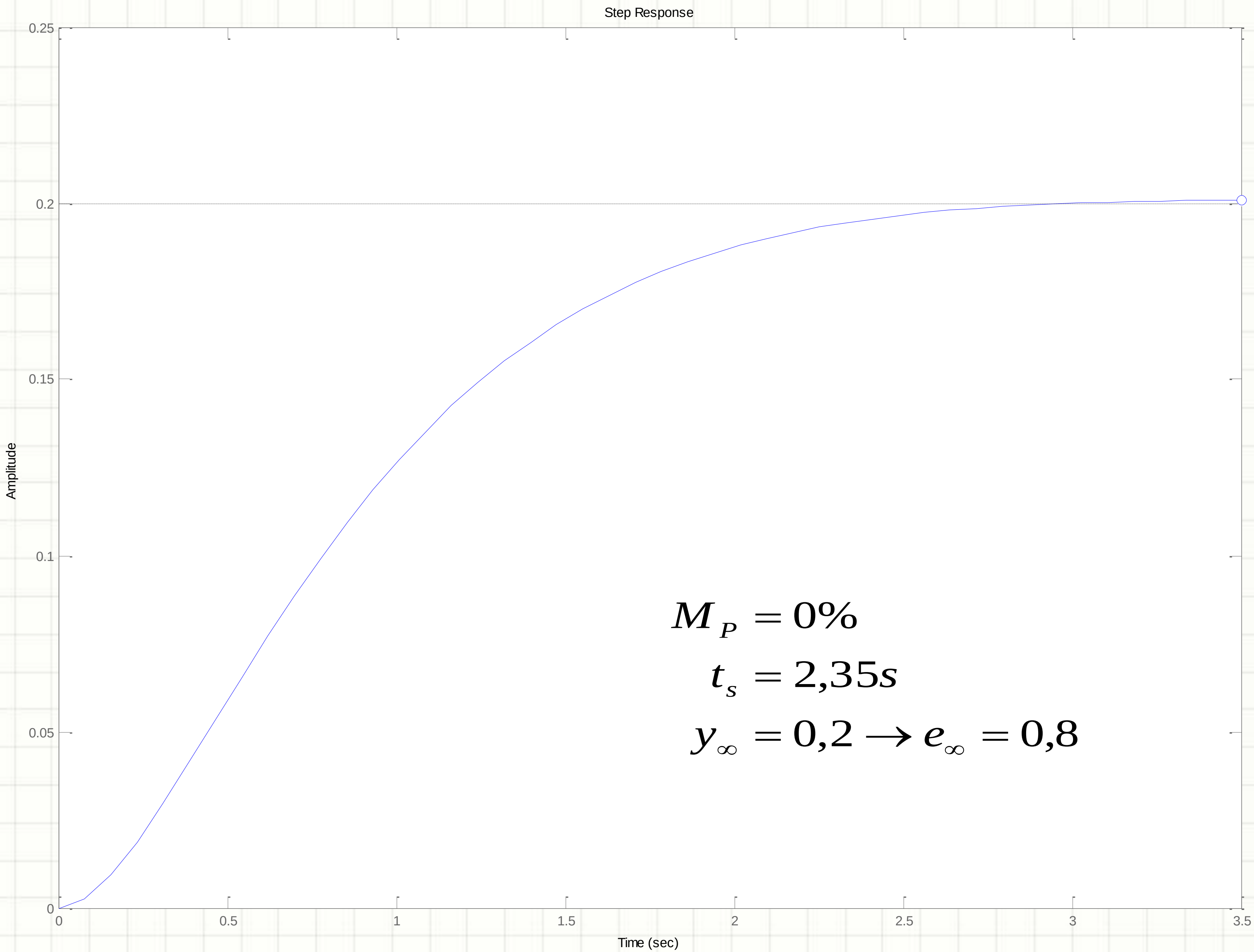
$$t_s = 2{,}91s$$

$$y_\infty = 0{,}4 \rightarrow e_\infty = 0{,}6$$

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

Configuração paralela (realimentação):

$$T(s) = \frac{(s+2)}{s^3 + (5 + K_P T_D)s^2 + (8 + 2K_P + 2K_P T_D)s + (6 + 2K_P)}$$



$$M_P = 0\%$$

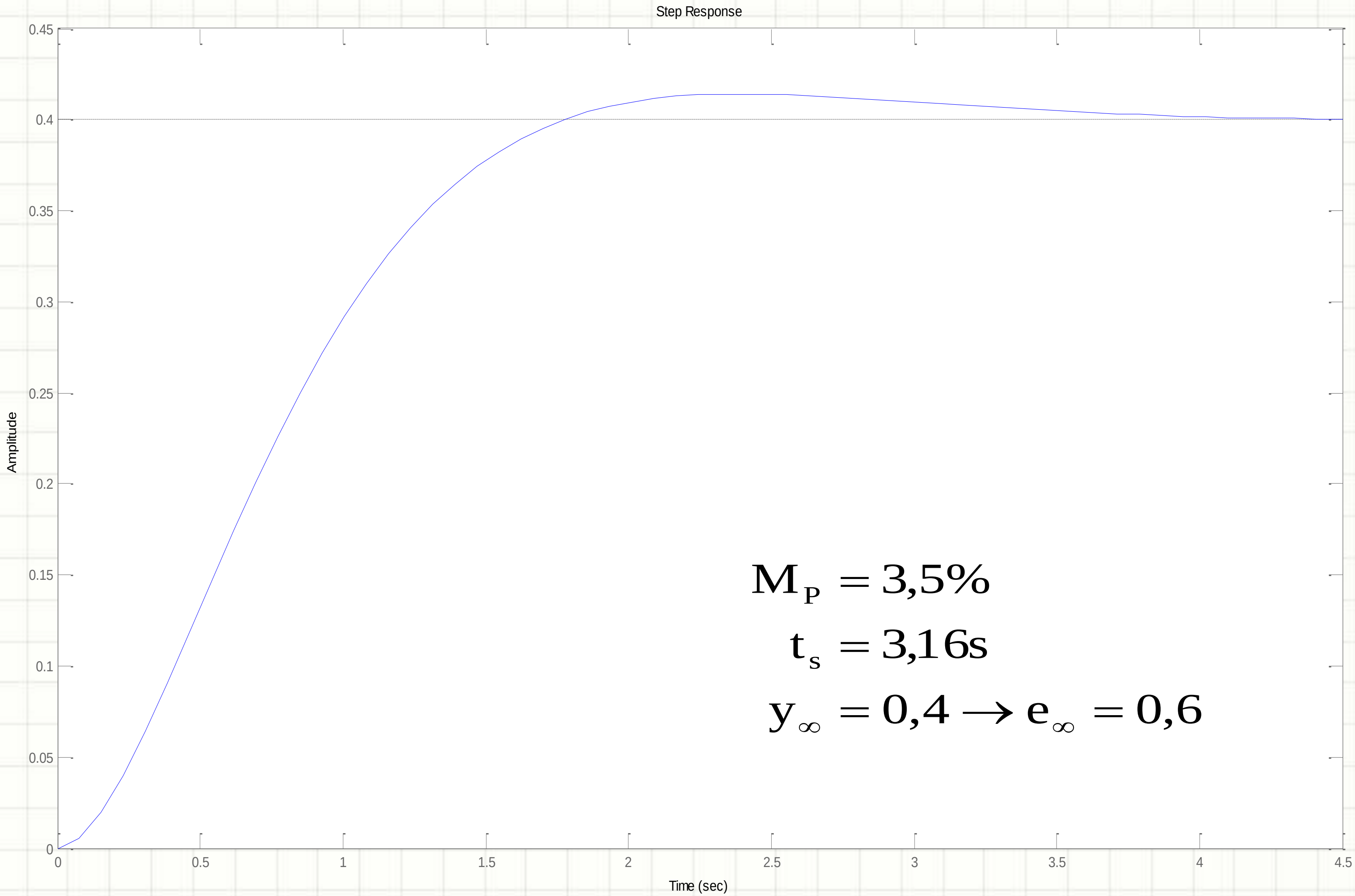
$$t_s = 2{,}35s$$

$$y_\infty = 0{,}2 \rightarrow e_\infty = 0{,}8$$

Controle Proporcional-Derivativo(PD)

Configuração mista:

$$T(s)=\frac{K_P(s+2)}{s^3+(5+T_D)s^2+(8+K_P+2T_D)s+(6+2K_P)}$$



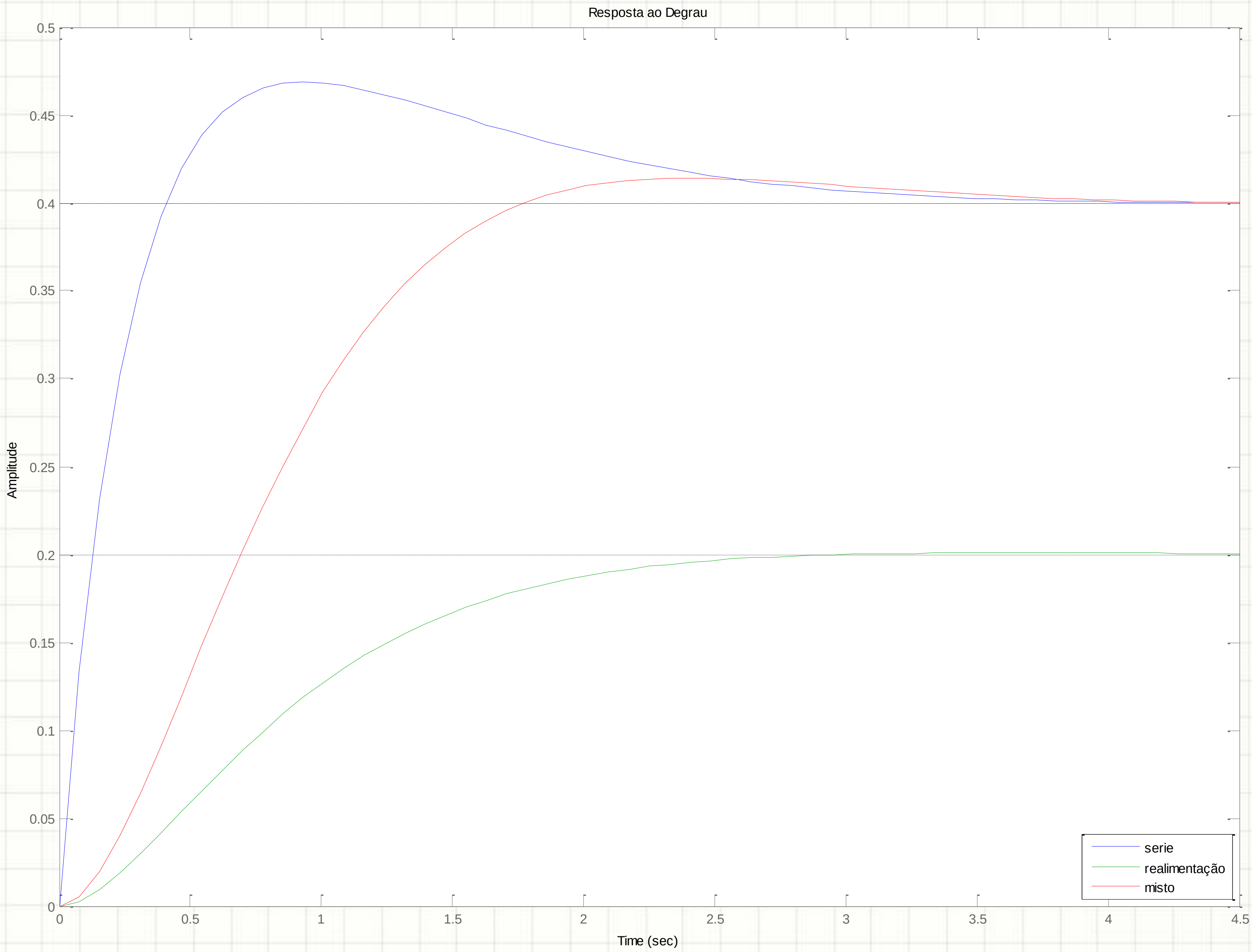
$$M_P = 3{,}5\%$$

$$t_s = 3{,}16\text{s}$$

$$y_\infty = 0{,}4 \rightarrow e_\infty = 0{,}6$$

Sem Controlador	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro de Regime Permanente
C(s) = 1	9,4 %	3,4 seg	0,75

Controlador PD	Sobressinal	Tempo de Acomodação	Erro de Regime Permanente
Série	17,2 %	2,91 seg	0,6
Paralelo	0 %	2,35 seg	0,8
Misto	3,5 %	3,16 seg	0,6



Resposta ao Degrau
Amplitude
0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
Time (sec)
serie
realimentação
misto

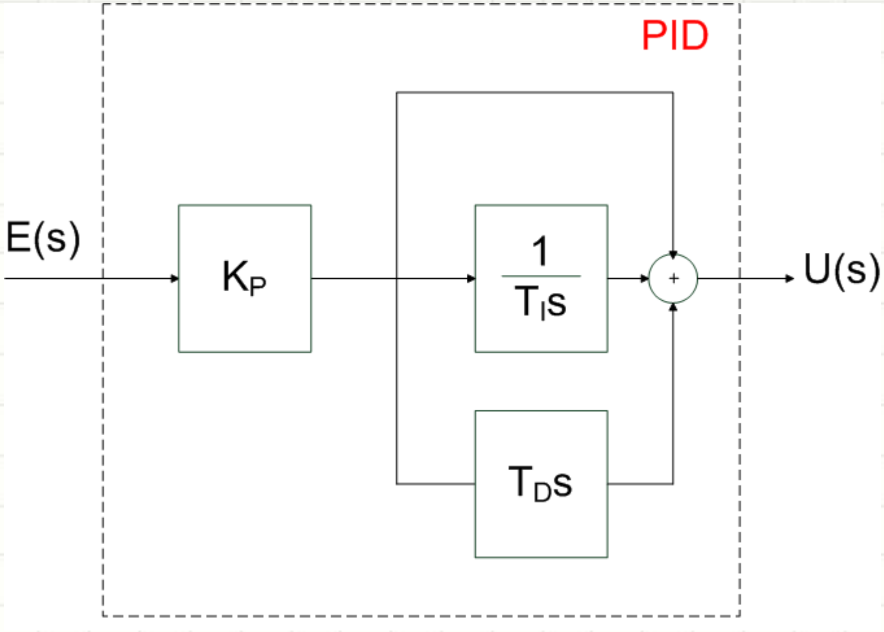
Controle Proporcional-Integral-Derivativo(PID)

Combina as ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D) com o objetivo de melhorar tanto a resposta transitória (PD) quanto o regime permanente (I).

Existem diversas configurações para a combinação das ações de controle e também existem outras estruturas de controle além da tradicional em cascata (série).

Configurações do Controlador PID

PID Ideal (ou Acadêmico)

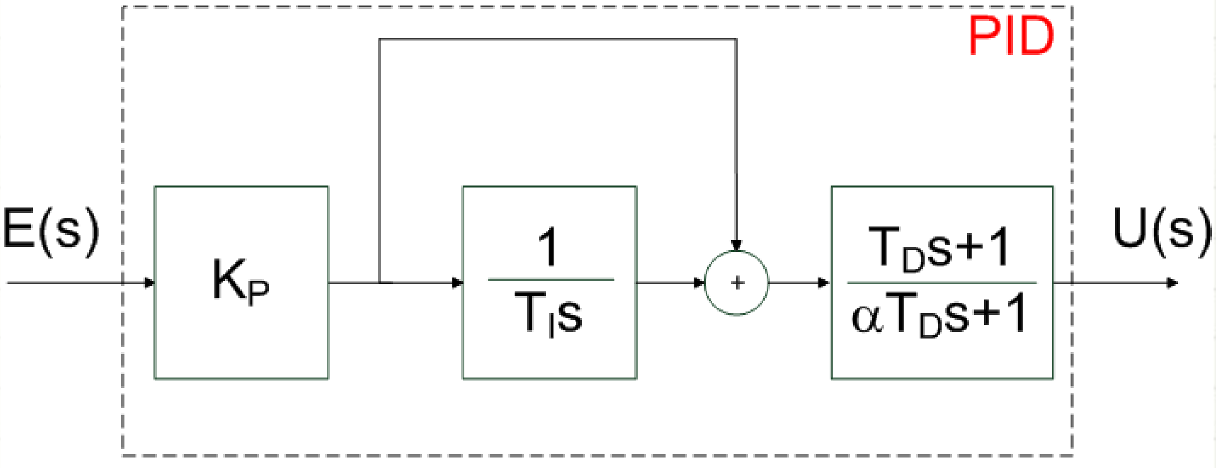


$$C(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$
$$= K_P\left(\frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}\right)$$

É a configuração mais utilizada para fins didáticos.

Configurações do Controlador PID

PID Série (real)

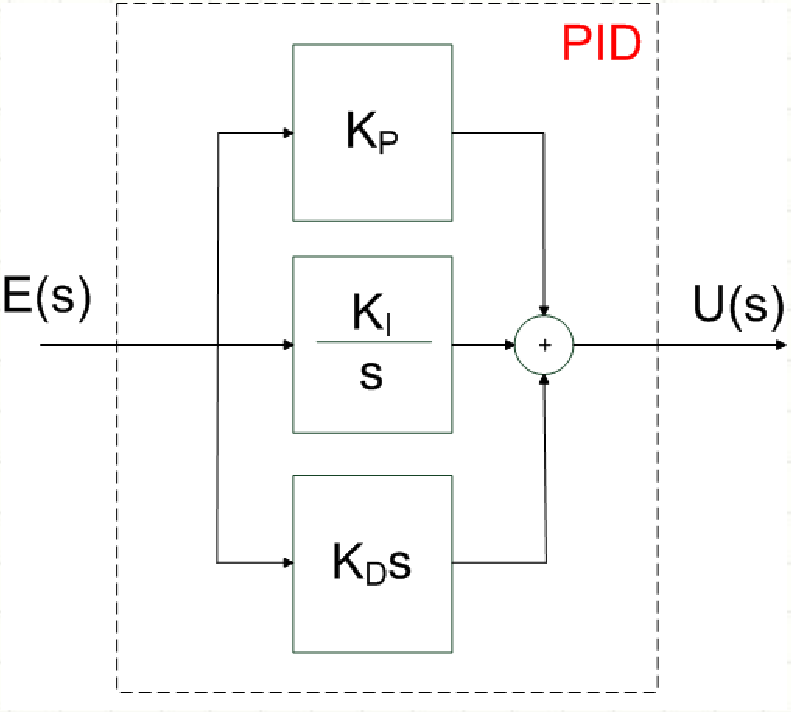


$$C(s) = K_P\left(1+\frac{1}{T_I s}\right)\left(\frac{T_D s+1}{\alpha T_D s+1}\right)$$

É a configuração mais utilizada na prática, inclusive comercialmente. Os zeros do controlador são sempre reais.

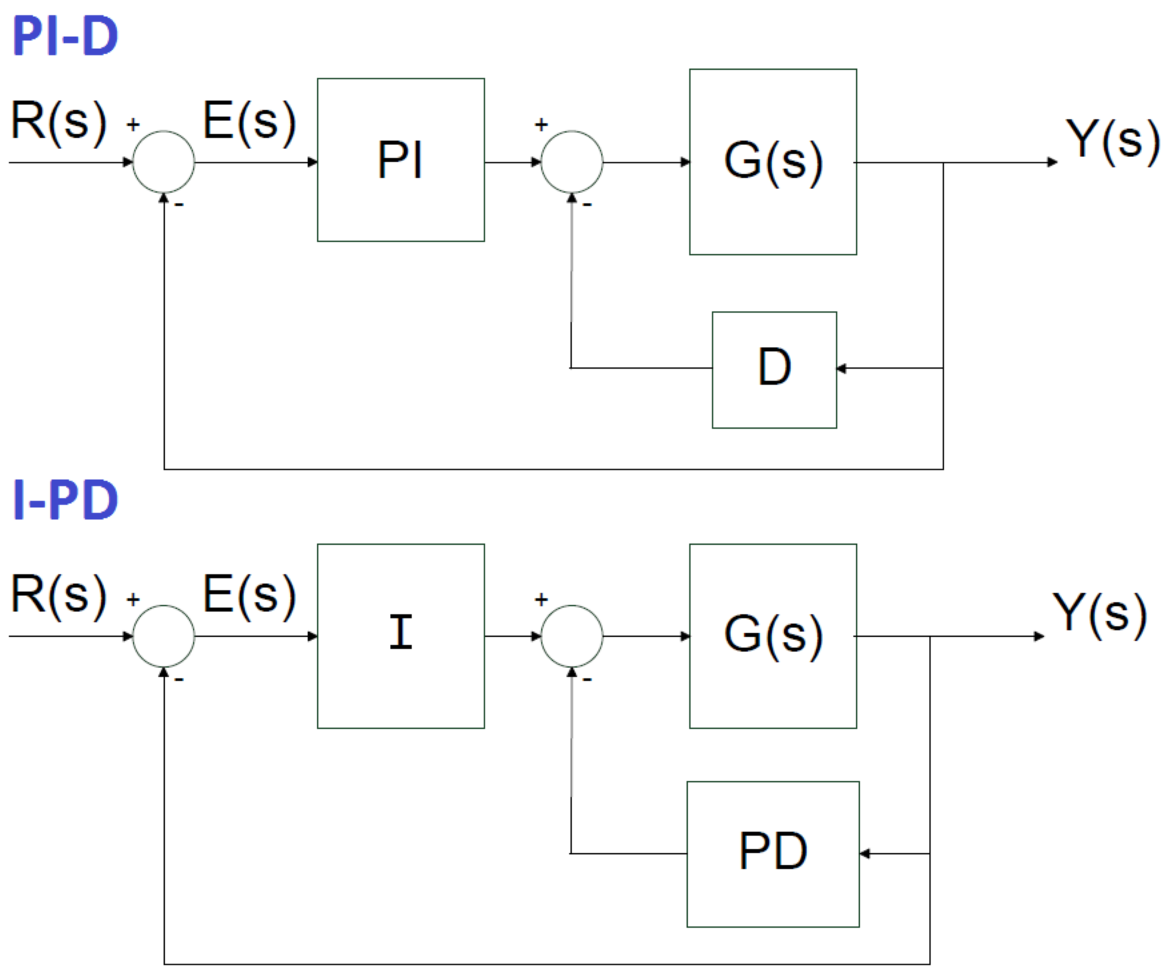
Configurações do Controlador PID

PID Paralelo (Ideal)

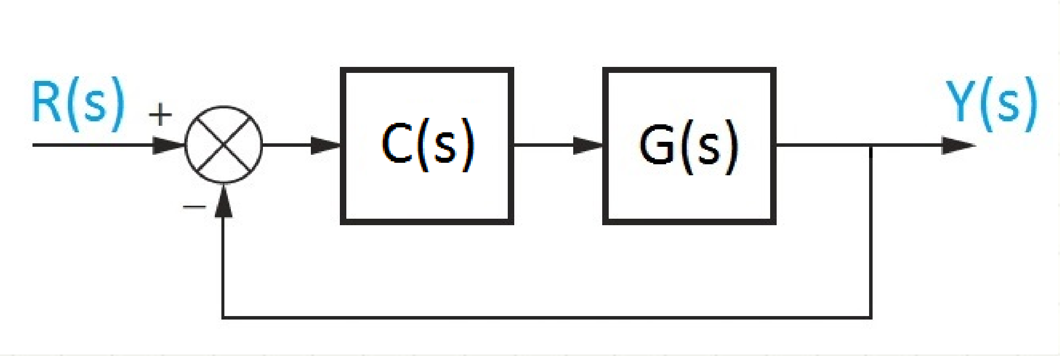


$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

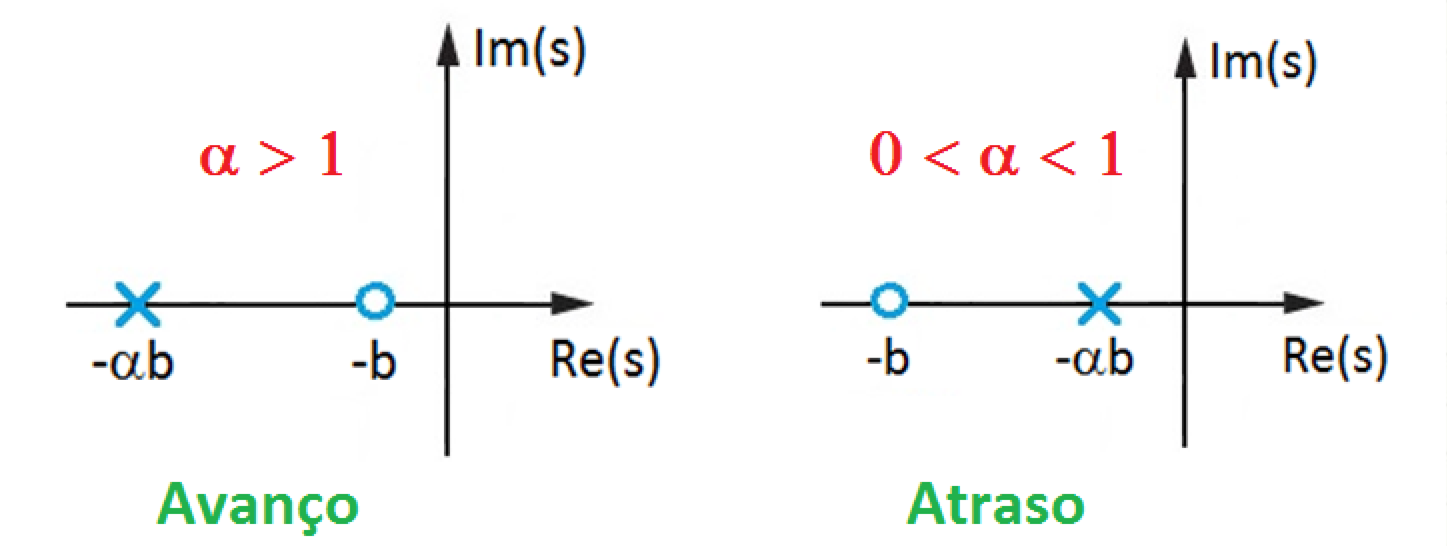
Outras Estruturas de PID Ideal



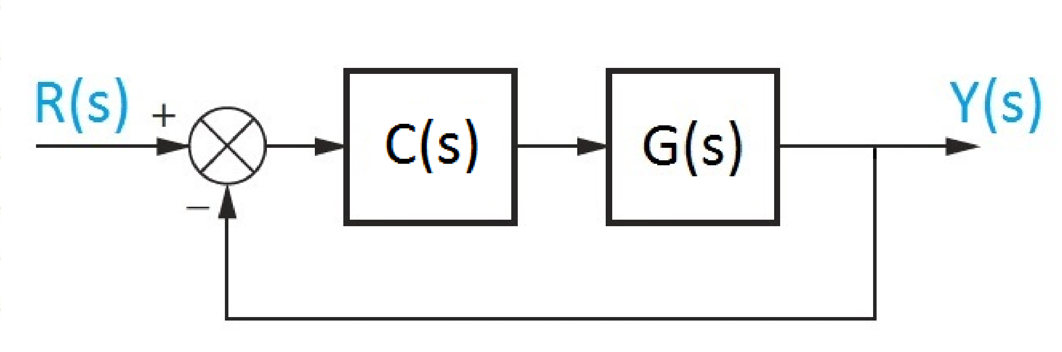
Controladores em Avanço e Atraso de Fase



$$C(s) = K\frac{s+b}{s+\alpha b} \qquad \alpha, b > 0$$



Controlador em Avanço-Atraso de Fase

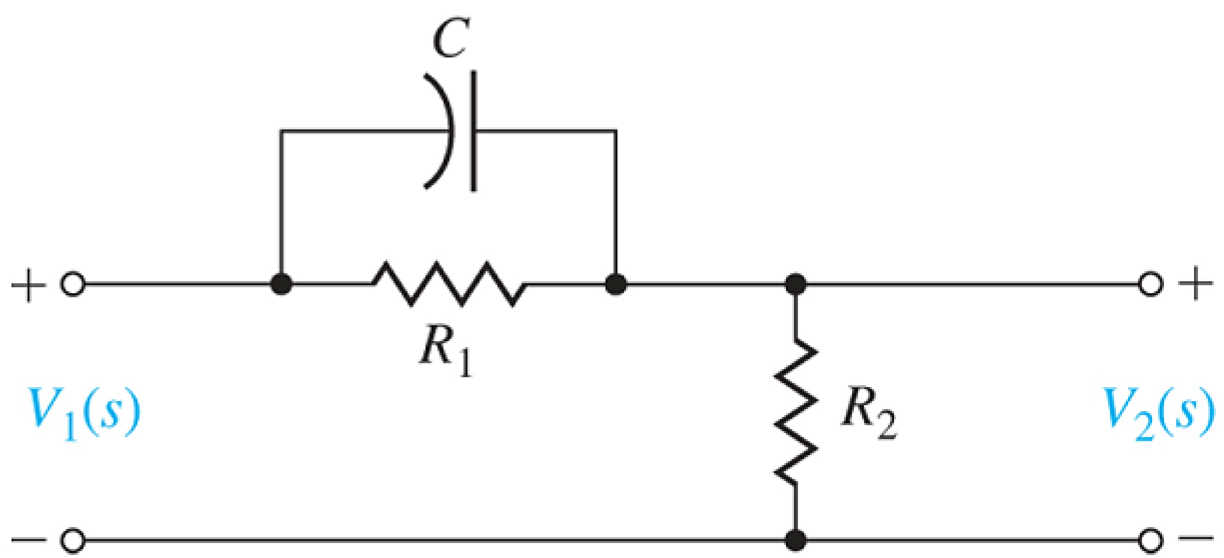


$$C(s) = K\underbrace{\left(\frac{s+b}{s+\alpha b}\right)}_{C_{AV}}\underbrace{\left(\frac{s+a}{s+\beta a}\right)}_{C_{AT}} \qquad K, a, b > 0 \quad \alpha > 1$$

$$0 \leq \beta < 1$$

Duas possibilidades: $\alpha = \beta$ ou $\alpha \neq \beta$.

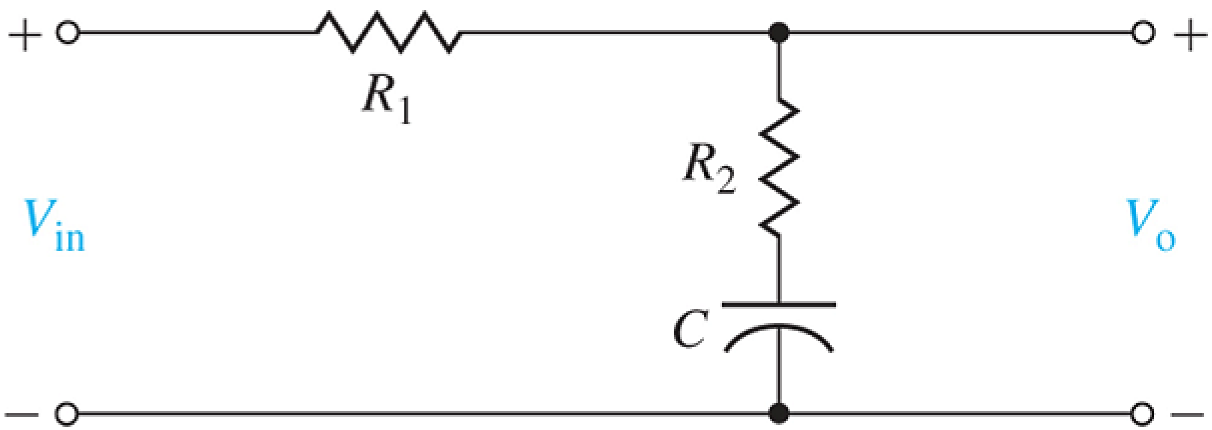
Implementação de Controladores



Compensador em avanço de fase

$$C_{AV}(s) = \frac{R_2(R_1Cs+1)}{R_1R_2Cs+R_1+R2}$$

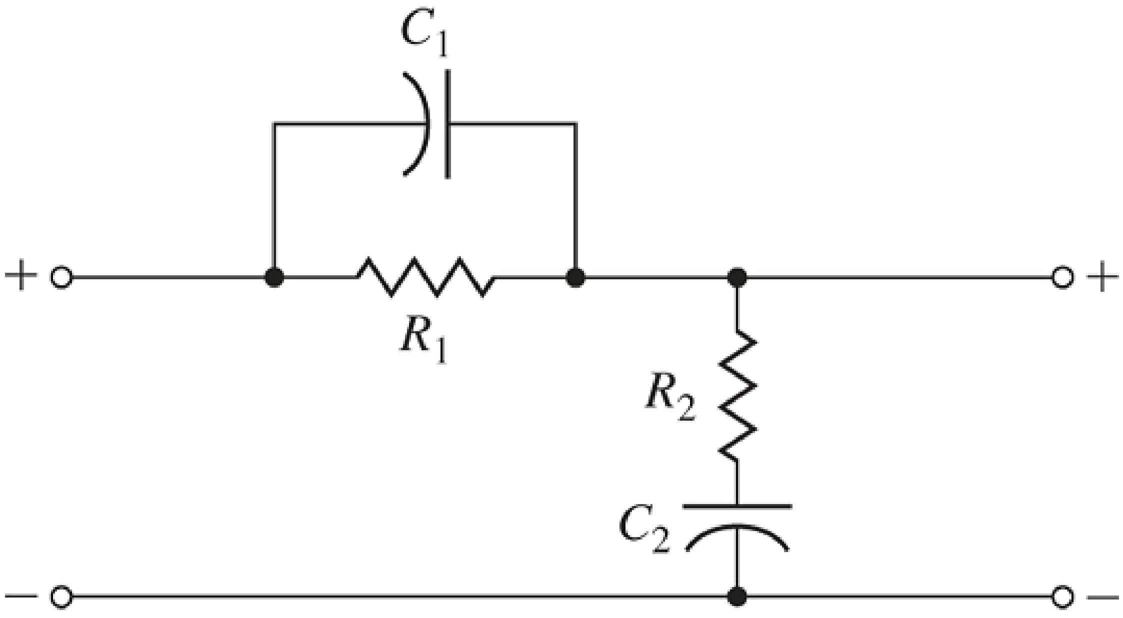
Implementação de Controladores



Compensador em atraso de fase

$$C_{AT}(s) = \frac{R_2 C s + 1}{(R_1 + R_2) C s + 1}$$

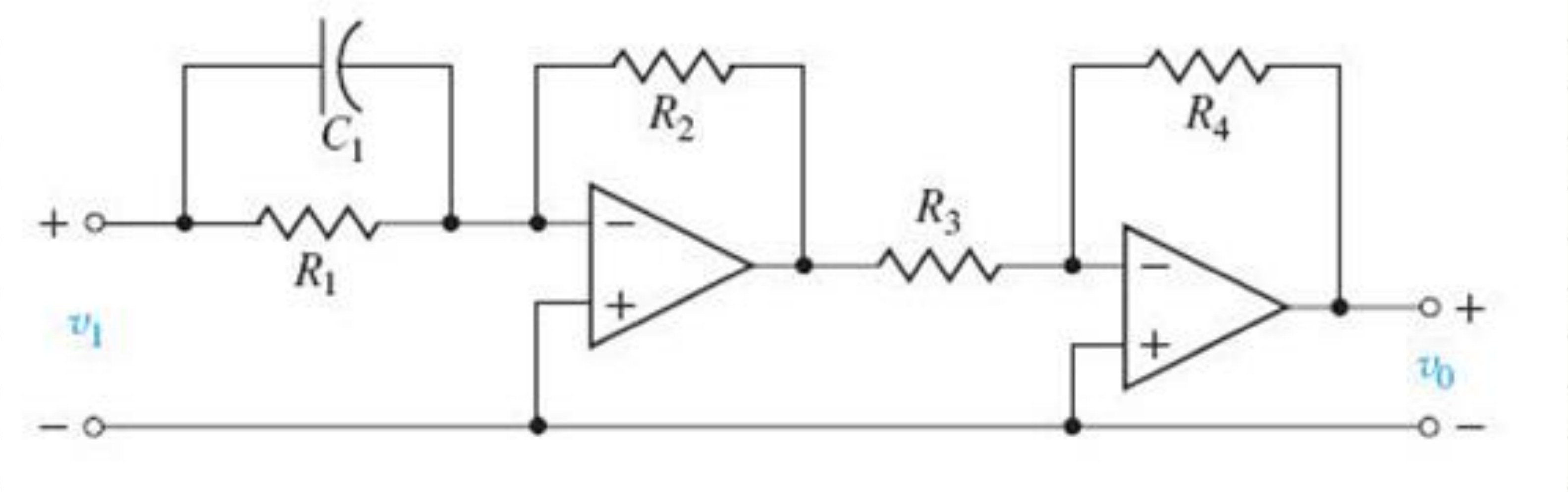
Implementação de Controladores



Compensador em avanço-atraso

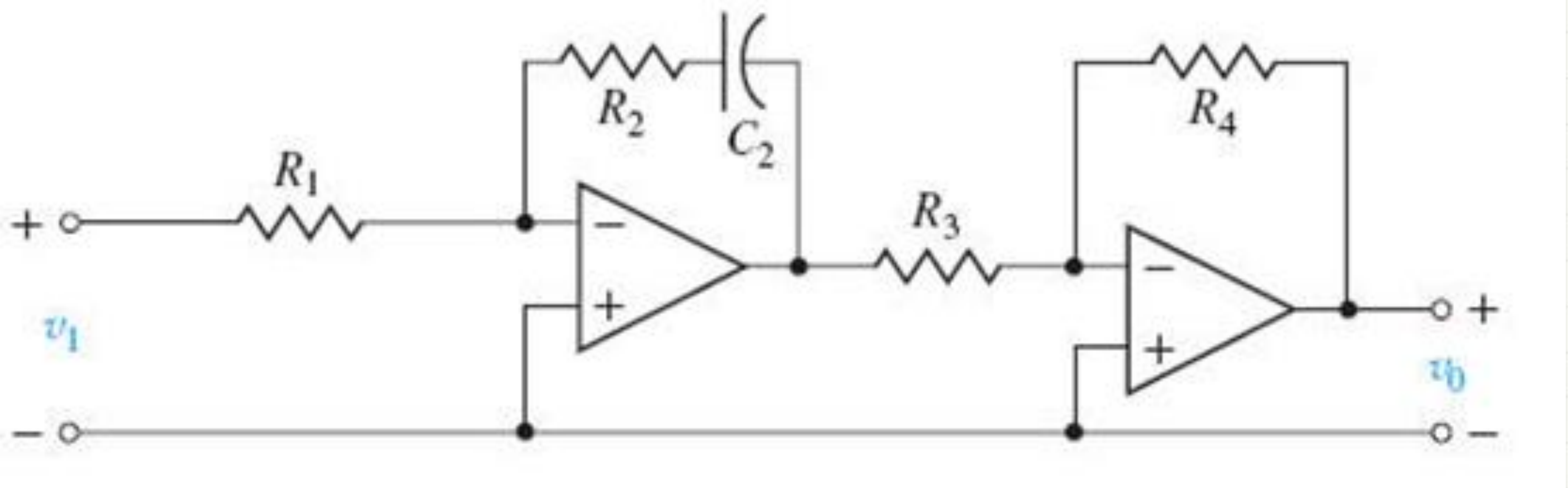
$$C_{AVT}(s) = \frac{(R_1Cs+1)/(R_2Cs+1)}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)s + 1}$$

Implementação de Controladores



$$C_{PD}(s) = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1}\left(R_1 C_1 s + 1\right)$$

Implementação de Controladores



$$C_{PI}(s) = \frac{R_4 R_2 (R_2 C_2 s + 1)}{R_3 R_1 (R_2 C_2 s)}$$

Implementação de Controladores

$$C(s) = \frac{R_4 R_2 (R_1 C_1 s + 1)}{R_3 R_1 (R_2 C_2 s + 1)}$$

Avanço $\quad se \quad R_1 C_1 > R_2 C_2$

Atraso $\quad se \quad R_1 C_1 < R_2 C_2$