ENGC42 – Sistemas de Controle I
Profa. Cristiane Paim
Semestre 2018-1

1ª Lista de Exercícios

Parte I – Exercícios de livros

Franklin,G. Powell, J.D., Emami-Naeini,A. **Feedback Control of Dynamic Systems**, Prentice-Hall, 6^{th} Ed., 2010.
Capítulo 5 - Exercícios 5.3 a 5.9 e 5.14 a 5.21

Ogata, K. ***Engenharia de Controle Moderno***. 4ª Edição, Ed. Pearson, 2003
Capítulo 6 – Exercícios B.6.2, B.6.6, B.6.9, B.6.16 E B.6.17.

Dorf, R. C., Bishop, R.H. ***Sistemas de Controle Modernos***. 8ª edição, Ed. LTC, 2001.
E7.3, E7.13, E7.17, E.20 a E.23.

Parte II – Exercícios de Prova

1. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$KG(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

   (a) Esboçar o Lugar das Raízes da equação característica do sistema quando K varia de 0 a $+\infty$, detalhando: o lugar no eixo real, as assíntotas, o cruzamento com o eixo imaginário e os pontos de ramificação;

   (b) Determinar os valores de $K > 0$ tais que o sistema em malha fechada seja estável;

   (c) Para melhorar a estabilidade deseja-se que o Lugar das Raízes cruze o eixo imaginário em $j5.48$. Para tanto, acrescenta-se um zero à função de transferência de malha aberta:

$$\bar{K}\bar{G}(s) = \frac{\bar{K}(s+z)}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

   Determinar o valor do zero.

2. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$KG(z) = K\,\frac{0.1(z-1.2)}{(z^2-0.4z+0.2)}$$

   (a) Traçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação e cruzamento com o círculo unitário;

   (b) Determinar a(s) faixa(s) de valores de K para que os pólos de malha fechada sejam estáveis e complexos conjugados.

3. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada por:

$$G(s) = \frac{(s^2 + 2s + 2)}{s(s^2 - 2s + 10)}$$

(a) Esboçar o Lugar das Raízes da equação característica do sistema quando K varia de 0 a $+\infty$, detalhando: lugar no eixo real, assíntotas, cruzamento com o eixo imaginário, pontos de ramificação, ângulos de partida dos pólos e ângulos de chegada nos zeros;

(b) Determinar os valores de $K > 0$ tais que o sistema em malha fechada seja estável;

(c) Determinar a(s) faixa(s) de valores de K para os quais todos os pólos de malha fechada são reais;

(d) Considerando apenas os pólos dominantes, determinar a faixa de valores de K para os quais o tempo de acomodação (critério 2%) da resposta ao degrau em malha fechada é menor do que 4 segundos. Justificar a resposta.

4. Um sistema de controle com realimentação unitária possui a seguinte função de transferência de malha aberta:

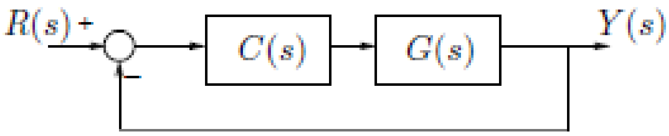
$$G(s) = \frac{K}{(s+20)(s+a)(s+b)}$$

(a) Determinar os valores de K, a e b, sabendo-se que, em malha fechada:

- O ganho estático do sistema é igual a 1;
- Quando o sistema é submetido a uma entrada em rampa, o erro de rastreamento em regime permanente não é nulo;
- Quando o ganho K é duplicado, a saída do sistema em regime permanente devido a uma entrada em impulso é uma senóide pura com um período de $0,628$s.

(b) Esboçar a resposta do sistema a um degrau unitário. Determinar e indicar no gráfico os valores aproximados de sobresinal máximo e tempo de acomodação (critério de 2%).

5. Considere a configuração clássica de controle representada no diagrama de blocos abaixo.



As funções de transferência $G(s)$, corresponde ao processo, e $C(s)$, representando o controlador, são definidas por:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}, \qquad C(s) = K\frac{s+b}{s+a},$$

$K > 0$, $a > 1$, $b > 1$ e $a > b$.

Deseja-se conhecer a trajetória dos pólos de malha fechada do sistema quando o ganho K do controlador $C(s)$ varia de 0 a $+\infty$, por meio do traçado do Diagrama do Lugar das Raízes, para diversos valores dos parâmetros a e b.

(a) Determinar os trechos do eixo real que pertencem ao Lugar das Raízes em função dos parâmetros desconhecidos a e b;

(b) Determinar o comportamento assintótico do Lugar das Raízes em função dos parâmetros desconhecidos a e b. Detalhar o número de assíntotas, seus ângulos e centróide;

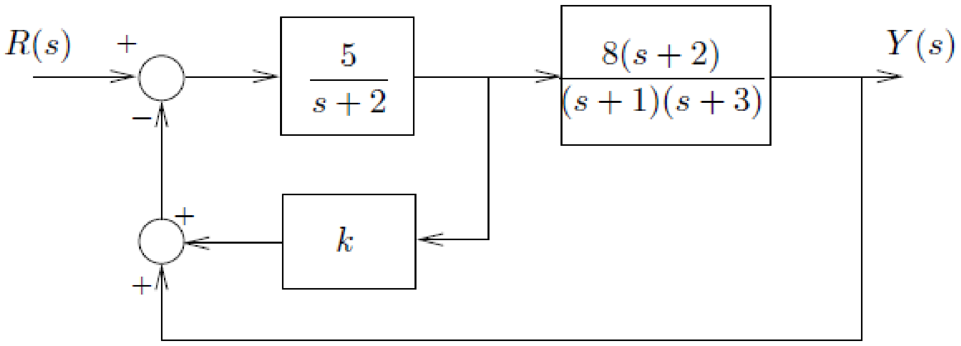
(c) Determinar os ângulos de partida dos pólos e o ângulo de chegada no zero de $C(s)G(s)$ em função dos parâmetros desconhecidos a e b;

(d) Determinar o número mínimo e o número máximo de pontos de ramificação no Lugar das Raízes, incluindo aquele relativo ao pólo duplo de $G(s)$. Justificar a resposta;

(e) A partir dos resultados dos ítens anteriores, esboçar todas as possíveis formas do Lugar das Raízes;

(f) Fixando $b = 2$, determinar a e K de modo que o sistema em malha fechada tenha um par de pólos igual a $-2 \pm j\sqrt{3}$.

6. Considere o sistema abaixo, sujeito a uma entrada do tipo degrau unitário.



(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário, ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada. Indicar explicitamente a faixa de valores de k que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

(b) Determinar a faixa de valores de k de modo que a resposta do sistema tenha um tempo de subida (critério 0 a 100%) menor do que 2 segundos. Justificar a resposta.

(c) Determinar a expressão que permite calcular o erro de regime permanente do sistema. Analisar o comportamento do erro de regime permanente em função de todos os valores possíveis para o parâmetro k. É possível obter-se erro nulo? Para que valor(es) de k?

(d) Determinar a sensibilidade do erro em regime permanente em função da variação do parâmetro k.

(e) Esboçar a resposta do sistema considerando $k = -0.5$. Calcular e indicar no gráfico o valor da saída em regime permanente. Indicar também os valores aproximados de sobresinal máximo e tempo de acomodação (critério de 2%). Pode-se afirmar que esses valores são boas aproximações dos valores reais ? Justificar a resposta.

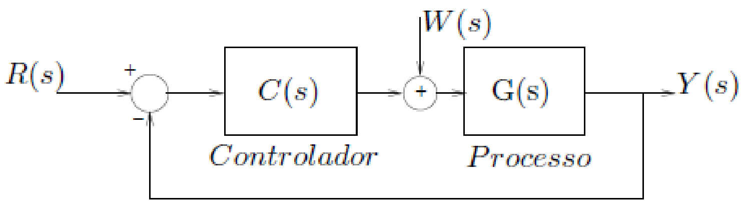
7. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada abaixo. Foi utilizado um período de amostragem de 0.5 segundos para a obtenção da função de transferência em tempo discreto.

$$KG(z) = \frac{0.1K(z^2 + z + 0.5)}{z^2(z-1)}$$

(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $0 < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, intersecção com o círculo unitário e ângulos de partida e chegada. Indicar a faixa de valores de K que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

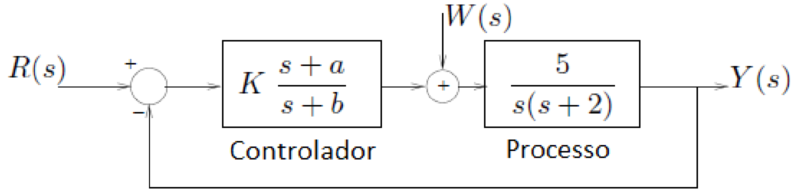
(b) Para que valor(es) de K pode-se garantir um erro de regime permanente inferior a 5% para uma entrada em rampa unitária? Justificar a resposta.

8. Considere o sistema de controle abaixo, sendo $r(t)$ a entrada de referência e $\omega(t)$ uma entrada de perturbação.



Considerando o problema de rejeição de perturbação ($r(t) = 0$), sob determinadas condições, a existência de um integrador em $C(s)$ permite rejeitar em regime permanente o efeito de uma perturbação $\omega(t)$ constante. Sob que condições isto é possível? Explicar conceitualmente (sem o uso de transformadas ou expressões matemáticas) porque nessas condições a existência de um integrador na função de transferência do controlador garante a rejeição da referida perturbação.

9. Considere o sistema de controle abaixo, sendo $r(t)$ a entrada de referência e $\omega(t)$ uma entrada de perturbação.



(a) Sejam as entradas de referência e de perturbação sinais do tipo degrau unitário. Determinar a expressão que permite calcular a sensibilidade do erro de regime permanente à variações no polo do controlador (parâmetro b).

(b) Considere o problema de seguimento de trajetória ($\omega(t) = 0$). Seja a referência um sinal do tipo $r(t) = a_1 + a_2 t$ para $t \geq 0$. Indique quais os valores possíveis de K, a e b para que o sistema apresente erro nulo em regime permanente.

Para os demais itens considere $\omega(t) = 0$, $b = 1$ e $K = 0,2$.

(c) Esboçar o Lugar das Raízes para $a > 0$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada e intersecção com o eixo imaginário. Indicar explicitamente a condição de estabilidade do sistema em malha fechada.

(d) Para que valores de $a > 0$ é possível garantir que a resposta ao degrau em malha fechada tenha um sobresinal menor do que 10%? Justificar a resposta.

(e) Teoricamente, é possível atender adicionalmente uma especificação de tempo de acomodação menor do que 2 segundos? Justificar a resposta. Em caso, afirmativo indicar a faixa de valores do parâmetro a que garante o atendimento de amabas as especificações. Avalie o comportamento da resposta em função dos valores encontrados.

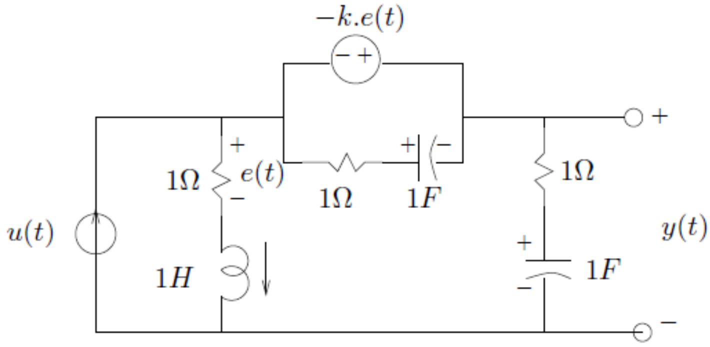
10. Considere um sistema de controle a realimentação unitária cuja função de transferência de malha aberta é dada abaixo. Foi utilizado um período de amostragem de 0.1 segundos para a obtenção da função de transferência em tempo discreto.

$$KG(z) = \frac{0.5\ K(z + 0.5)}{(z - 0.5)^3}$$

(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K < +\infty$, detalhando: trecho(s) sobre o eixo real, assíntota(s), ponto(s) de ramificação, ângulos de partida e chegada e intersecção com o círculo unitário. Indicar a faixa de valores de K que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

(b) É possível ajustar o ganho K de modo a garantir um erro de regime permanente inferior a 15% para uma entrada em degrau unitário? E se a entrada for uma rampa unitária? Justificar as respostas.

11.Seja o circuito elétrico:



Considerando como entrada a fonte de corrente $u(t)$ e como saída a tensão $y(t)$ obtém-se a função de transferência a seguir:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(s+1)(s+1-k)}{s^2+(2-k)s\ +1}$$

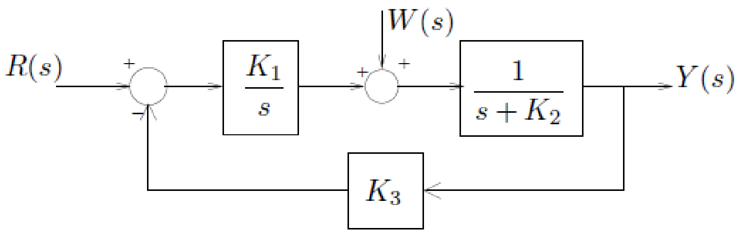
(a) Esboçar o Lugar das Raízes considerando a variação do ganho associado à fonte dependente de tensão, $-\infty < k < +\infty$. Indicar no gráfico: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário e ponto(s) de ramificação. Indicar explicitamente a faixa de valores de k que garante a estabilidade do sistema.

(b) Determinar a faixa de valores de k de modo a garantir que a tensão de saída não apresente oscilações e tenha um tempo de acomodação (critério 2%) não superior a 5 segundos. Avalie se estas especificações serão realmente atendidas conforme a variação de k.

(c) Considerando que a entrada é uma corrente constante de 2A, determinar a faixa de valores de k para que a saída apresente um erro máximo (em módulo) de 15%, garantidas as especificações do item anterior.

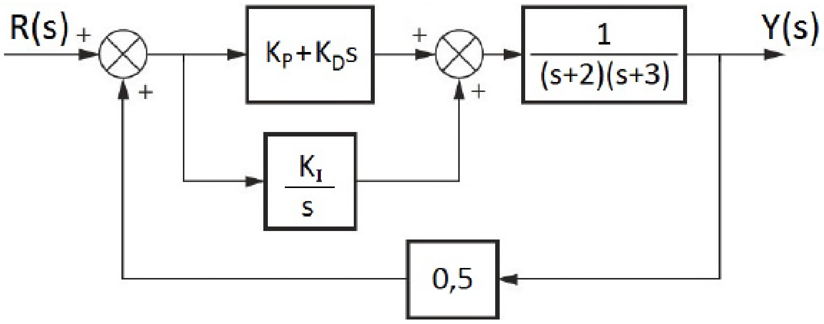
(d) Considerando $k = 1.5$, esboçar a resposta a uma corrente constante de 2A.

12. Considere o sistema de controle representado na figura abaixo sendo K_1, K_2 e K_3 constantes positivas e $k3 \neq 1$. O sinal $\omega(t)$ é uma perturbação.



Seja a entrada de referência um sinal do tipo degrau unitário e entrada de perturbação um sinal do tipo rampa unitária. Determinar as expressões que permitem calcular: i) erro de ratreamento em regime permanente e, ii) sensibilidade do erro de regime permanente à variações no parâmetro K_3.

13. Seja o sistema de controle abaixo, com $K_P = K_D = 2$.



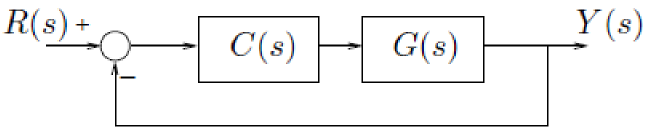
(a) Esboçar o Lugar das Raízes para $-\infty < K_I < 0$ detalhando: trecho(s) no eixo real, assíntota(s), cruzamento(s) com o eixo imaginário, ponto(s) de ramificação e ângulos de partida e chegada. Indicar explicitamente a faixa de valores de K_I que garante a estabilidade do sistema em malha fechada.

Obs: O Lugar das raízes deve ser traçado para K_I variando de $-\infty$ até 0.

(b) Determinar a faixa de valores de K_I de modo que a resposta do sistema a um degrau unitário tenha tempo de acomodação (critério 2%) menor do que 10 segundos e sobressinal não superior a $4,32\%$ (desprezar o efeito dos zeros).

(c) Escolher um valor de K_I de modo a atender as especificações de desempenho definidas no item (b) e esboçar a resposta ao degrau unitário. Neste item, o efeito dos zeros deve ser considerado. Justificar o esboço.

14. Considere a configuração clássica de controle representada no diagrama de blocos abaixo, no qual $G(s)$ corresponde ao processo e $C(s)$ a um controlador.



A planta é modelada pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{16}{(s+2)(s+8)}$$

Os quatro gráficos da figura ao lado mostram o lugar das raízes para $K > 0$, ao se considerarem quatro controladores diferentes. Cada um desses controladores é modelado de acordo com um dos seguintes tipos:

$$\textbf{Tipo 1}: C(s) = \frac{K(s+a)}{(s+b)}, \quad \textbf{Tipo 2}: C(s) = K, \quad \textbf{Tipo 3}: C(s) = \frac{K}{s}$$

(a) Qual dos três tipos de controlador foi empregado para dar origem a cada um dos quatro gráficos de lugar das raízes? Identificar os valores aproximados dos pólos e zeros do controlador escolhido;

(b) Considere agora os requisitos de desempenho abaixo para a resposta ao degrau desse sistema em malha fechada:

- Erro nulo em regime permanente;
- Tempo de acomodação em 2%: $t_s \leq 1{,}6$ segundos.

Com base nos dados apresentados, indicar o gráfico cujo controlador permite atender os requisitos de desempenho. Justificar a resposta;

(c) Determinar parâmetros para o controlador indicado no item (b) de modo que as especificações sejam satisfeitas.

Gráfico 1

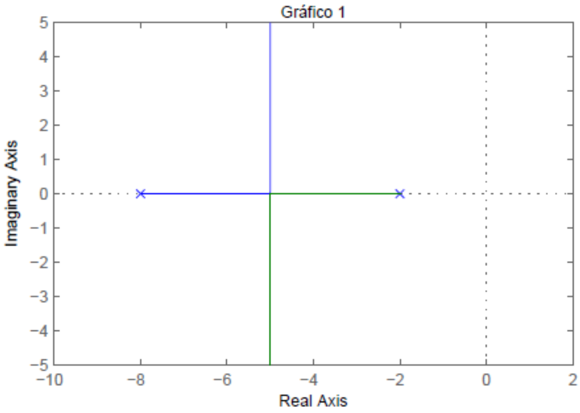


Gráfico 2

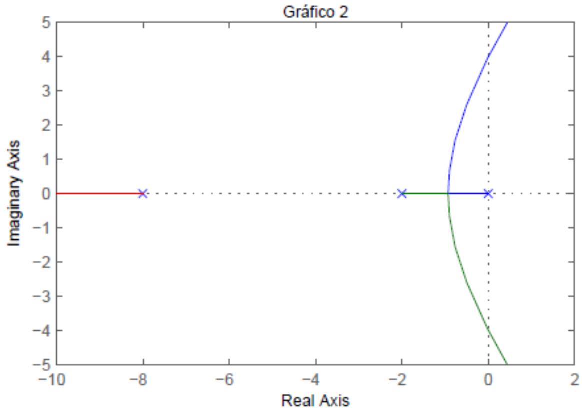


Gráfico 3

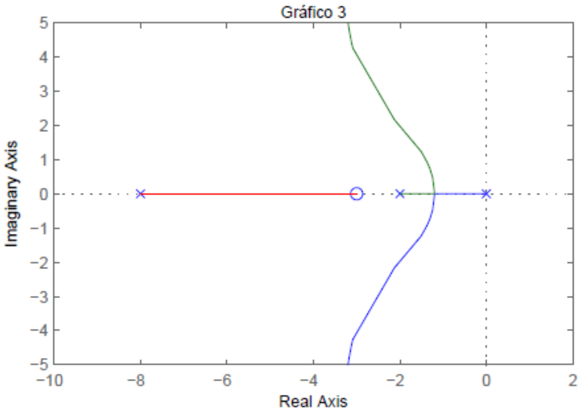


Gráfico 4