



TRABAJO PRACTICO N° 4

DISEÑO DE FILTROS

Cátedra: Síntesis de Redes Activas

Profesores: Ing. FERREYRA, Pablo
Ing. REALE, César

Integrantes:

PUCHETA NOGUERA, Juana
TONINI, Ciro Facundo
VERGARA, Candela Abigail

Córdoba, 2026

Índice

1. Introducción	2
2. Desarrollo	3
2.1. Aproximación mediante el uso de MatLab	3
2.2. Desarrollo teórico de filtros	4
2.2.1. Filtros Pasa Bajo	4
2.2.2. Simulaciones	8
2.2.3. Filtro Pasa Alto	9
2.2.4. Simulaciones	11
2.2.5. Filtro Pasa Banda	12
2.2.6. Simulaciones	12
2.3. Sensibilidad	14
2.4. Análisis Peor Desviación	15
2.5. Simulación de Monte Carlo	16
3. Conclusión	18
4. Bibliografía	19

1. Introducción

Este informe presenta la función sintetizada de un filtro pasa banda conforme a los siguientes requerimientos:

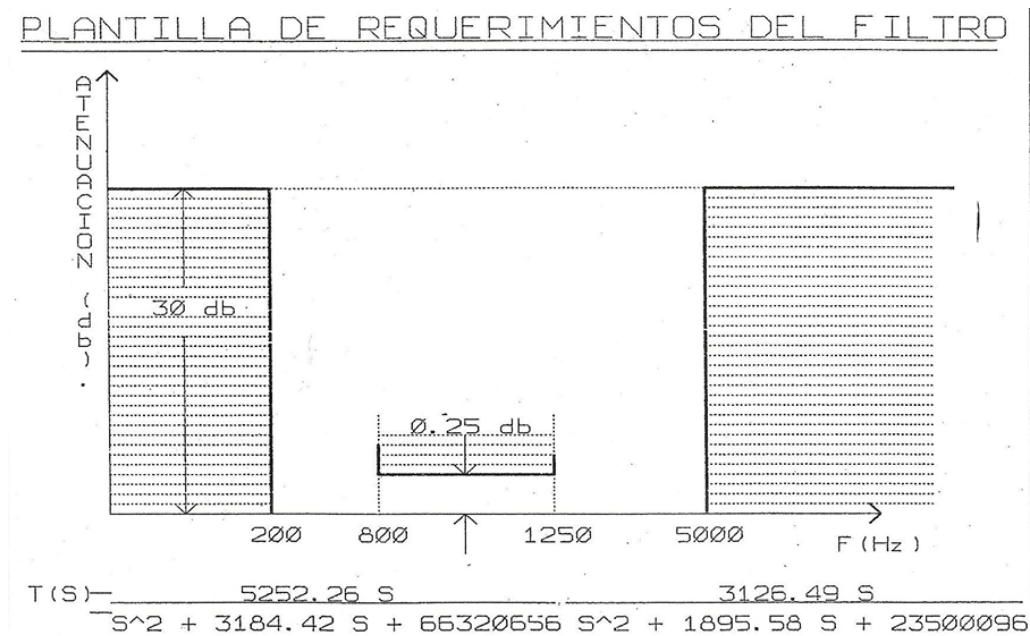


Figura 1: Planilla de requerimientos suministrada

- Banda de paso (f_p): 800 Hz a 1250 Hz
- Banda de rechazo (f_a): 0 Hz a 200 Hz y de 5000 Hz a ∞
- Atenuación máxima en banda de paso (A_{max}): 0,25 dB
- Atenuación mínima en banda de rechazo (A_{min}): 30 dB

2. Desarrollo

2.1. Aproximación mediante el uso de MatLab

Usando el código ofrecido por la cátedra obtenemos en MatLab la siguiente gráfica:

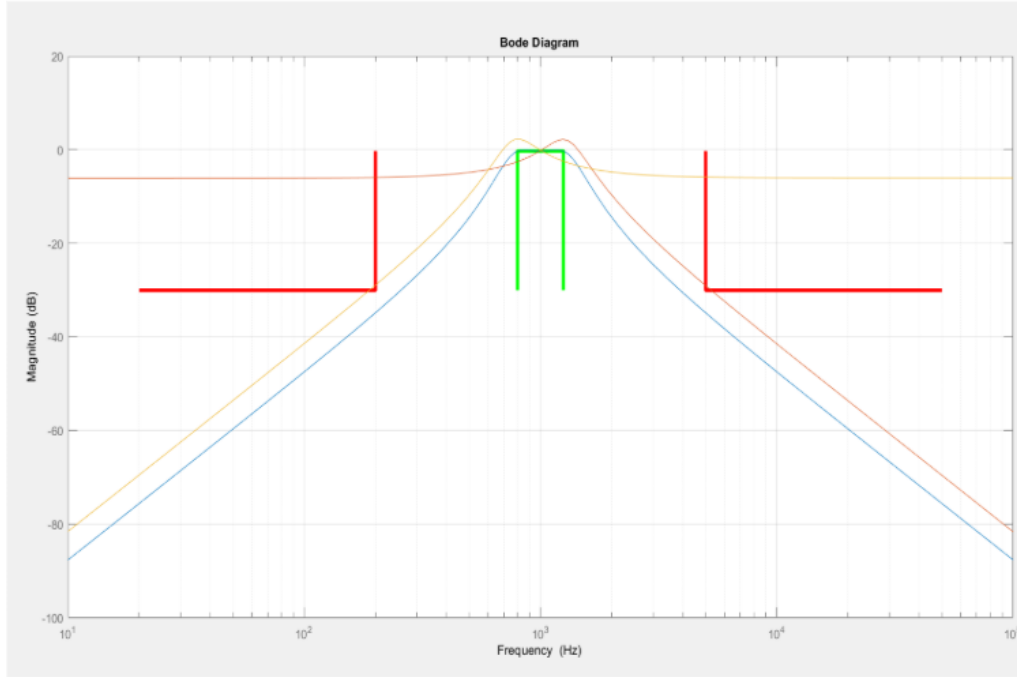


Figura 2: Grafico de aproximacion

El diseño del filtro pasa banda será planteado como la suma de dos filtros; uno rechaza bajo y uno rechaza alto.

Si queremos sintetizar la siguiente función de transferencia:

$$T(s) = \frac{1642 \cdot 10^7 s^2}{s^4 + 5080s^3 + 9,58 \cdot 10^7 s^2 + 2 \cdot 10^{11} s + 1559 \cdot 10^{15}} \quad (1)$$

Podemos plantear dos funciones de grado dos para representar los filtros que, unidos, terminarán armando un pasabanda. Usando aproximaciones de Chebyshev llegamos a los siguientes polinomios:

$$\text{Pasa Bajo: } T_A(s) = \frac{3,284 \cdot 10^7}{s^2 + 3184s + 6,632 \cdot 10^7} \quad (2)$$

$$\text{Pasa Alto: } T_B(s) = \frac{0,5s^2}{s^2 + 1896s + 2,35 \cdot 10^7} \quad (3)$$

Quedan definidas dos expresiones de segundo grado, mucho más fáciles de analizar, y obteniendo el resultado requerido.

2.2. Desarrollo teórico de filtros

2.2.1. Filtros Pasa Bajo

Para diseñar el filtro pasa bajo implementaremos una topología de realimentación positiva como la siguiente figura.

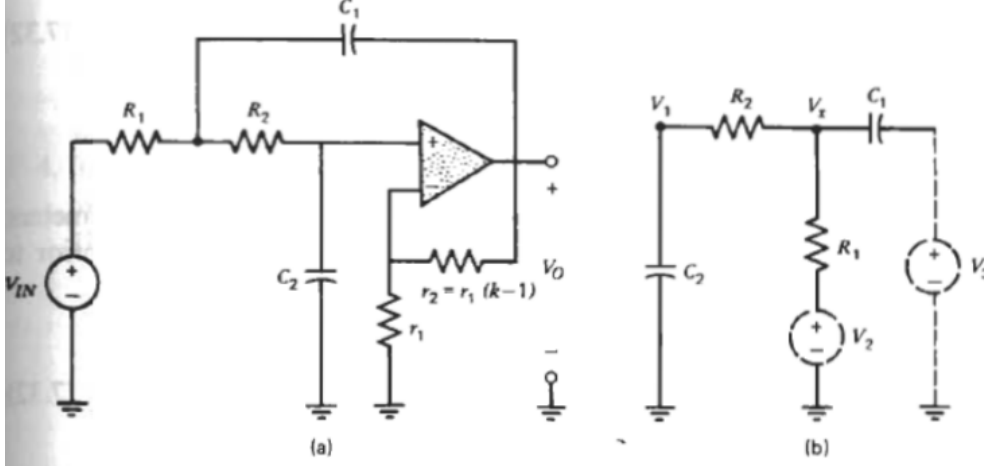


Figura 3: Ejemplo de circuito con realimentacion positiva

Se plantean las ecuaciones de los nodos del sistema. Obtenemos:

$$(v_x - v_{in})\frac{1}{R_1} + (v_x - v_o)sC_1 + (v_x - v^+)\frac{1}{R_2} = 0 \quad (4)$$

$$(v^+ - v_x)\frac{1}{R_2} + v^+sC_2 = 0 \quad (5)$$

Agrupamos y reordenamos:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right)v_x + \left(\frac{-1}{R_2}\right)v^+ = v_{in}\left(\frac{1}{R_1}\right) + v_o sC_1 \quad (6)$$

$$\left(\frac{-1}{R_2}\right)v_x + \left(\frac{1}{R_2} + sC_2\right)v^+ = 0 \quad (7)$$

Expresamos en una matriz:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + sC_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sC_1 & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_o \\ v_{in} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones y llegamos a las siguientes expresiones para definir la Función de Transferencia de Realimentación (TFB) y la función de Transferencia de Avance (TFF).

$$T_{FB} = \left(\frac{V_1}{V_3} \right)_{V_2=0} = \left(\frac{v^+}{v_o} \right)_{v_{in}=0} = \frac{\frac{s}{R_2 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{N_{FB}}{D_{FB}} \quad (9)$$

$$T_{FF} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)_{V_3=0} = \left(\frac{v^+}{v_{in}} \right)_{v_o=0} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{N_{FF}}{D_{FF}} \quad (10)$$

$$T_V = \frac{v_o}{v_{in}} = \frac{k N_{FF}}{D - k N_{FB}} \quad (11)$$

Donde k se define como la ganancia de lazo cerrado dada por la realimentación negativa.

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1} \quad (12)$$

Podríamos reemplazarla en la expresión obtenida anteriormente para simplificar un poco la expresión del numerador.

$$T_V = \frac{\frac{k^2}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13)$$

De acuerdo a la teoría de topologías canónicas la expresión de la función de transferencia se forma de acuerdo a la siguiente definición:

$$T(s) = K \frac{s^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad (14)$$

Que también puede ser expresada como:

$$T(s) = K \frac{s^2 + \frac{\omega_z}{Q_z} s + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2} \quad (15)$$

Utilizaremos esta última para el implementar el diseño 01 propuesto por Sallen y Key para filtros pasa bajos:

Parámetros del Diseño 01:

$$\begin{aligned} k &= 1 & R_1 &= R_2 = 1 \\ C_1 &= \frac{2Q_p}{\omega_p} & C_2 &= \frac{1}{2\omega_p Q_p} \end{aligned}$$

Optamos por este diseño ya que, en la Figura 4 podemos ver que las sensibilidades NO dependen de Q_p . Esto significa que podemos diseñar un filtro con un Q alto sin que el circuito se vuelva extremadamente sensible a errores en los componentes.

Table 8.1 *Sensitivities of Sallen and Key LP Filter*

	Design 1	Design 2	Design 3 (Saraga)
$S_{R_1, R_2, C_1, C_2}^{\omega_p}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$S_k^{\omega_p}$	0	0	0
$S_{R_1}^{Q_p}$	0	$-\frac{1}{2} + Q_p$	$-\frac{1}{2} + 0.58Q_p$
$S_{R_2}^{Q_p}$	0	$\frac{1}{2} - Q_p$	$\frac{1}{2} - 0.58Q_p$
$S_{C_1}^{Q_p}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2Q_p$	$\frac{1}{2} + 0.58Q_p$
$S_{C_2}^{Q_p}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - 2Q_p$	$-\frac{1}{2} - 0.58Q_p$
$S_{r_2}^{Q_p} = -S_{r_1}^{Q_p}$	0	$2Q_p - 1$	$0.58Q_p$
S_{R_1, R_2, C_1, C_2}^K	-1	-1	-1
$S_{r_2}^K = -S_{r_1}^K$	0	$1 - \frac{1}{3 - 1/Q_p}$	$\frac{1}{4}$

Figura 4:

De la función obtenida en Matlab por Chebyshev igualamos:

$$\frac{k^2}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 3,284 \cdot 10^7 \quad (16)$$

$$\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 6,632 \cdot 10^7 \quad (17)$$

$$\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} = 3184 \quad (18)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (19)$$

$$Q_p = \frac{\omega_p}{(bw)_p} = \frac{\sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}} \quad (20)$$

Obtenemos la frecuencia natural y el factor de calidad de los datos numéricos de la imagen 2. Nos fijamos solo en el denominador, que es el que define la forma del filtro. Del término independiente del denominador:

$$\omega_p^2 = 6,632 \times 10^7$$

$$\omega_p = \sqrt{6,632 \times 10^7} \approx \mathbf{8143,7 \text{ rad/s}}$$

(Esto equivale a $f_c \approx 1296 \text{ Hz}$) Del término lineal del denominador (s):

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = 3184$$

$$Q_p = \frac{8143,7}{3184} \approx \mathbf{2,557}$$

El diseño elegido impone que $k = 1$ (ganancia unitaria) y usa componentes normalizados. Para construirlo, debemos desnormalizar la impedancia eligiendo un valor comercial para las resistencias. El diseño dice $R_1 = R_2 = 1$ (normalizado). Elegimos un valor comercial típico:

$$R_1 = R_2 = R = \mathbf{10\text{ k}\Omega}$$

Calculamos Capacitores

Para C_1 :

$$C_1 = \frac{2Q_p}{R \cdot \omega_p} = \frac{2 \cdot 2,557}{10000 \cdot 8143,7}$$

$$C_1 \approx 6,28 \times 10^{-8} \text{ F} = 62,8 \text{ nF}$$

(Valor comercial cercano: 68 nF o combinaciones).

Para C_2 :

$$C_2 = \frac{1}{2Q_p \cdot R \cdot \omega_p} = \frac{1}{2 \cdot 2,557 \cdot 10000 \cdot 8143,7}$$

$$C_2 \approx 2,40 \times 10^{-9} \text{ F} = 2,4 \text{ nF}$$

(Valor comercial cercano: 2,2 nF o 2,7 nF).

Entonces:

$$K = \frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 6,632 \cdot 10^7$$

Dado que el numerador de nuestra $T_v(s)$ es igual a $3,284 \cdot 10^7$, debemos realizar un **ajuste de ganancia** (α) respecto al valor de K calculado:

$$\alpha = \frac{3,284 \cdot 10^7}{6,632 \cdot 10^7} = 0,495 \approx 0,5$$

Para implementar esta atenuación a la entrada del filtro, se utiliza un divisor de tensión resistivo con una impedancia de entrada equivalente de 10 k Ω para minimizar efectos de carga:

- **Relación del divisor:** $\frac{R_B}{R_A + R_B} = 0,495$
- **Resistencia equivalente (paralelo):** $\frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B} = 10 \text{ k}\Omega$

Utilizando las fórmulas de diseño para los componentes:

$$R_A = \frac{R_{\text{objetivo}}}{\alpha} = \frac{10 \text{ k}\Omega}{0,495} \approx 20,2 \text{ k}\Omega \quad (21)$$

$$R_B = \frac{R_{\text{objetivo}}}{1 - \alpha} = \frac{10 \text{ k}\Omega}{1 - 0,495} \approx 19,8 \text{ k}\Omega \quad (22)$$

Resistencia Serie (R_A):

$$R_A = \frac{10 \text{ k}\Omega}{0,495} \approx \mathbf{20,2 \text{ k}\Omega}$$

Resistencia a Tierra (R_B):

$$R_B = \frac{10 \text{ k}\Omega}{1 - 0,495} = \frac{10 \text{ k}\Omega}{0,505} \approx \mathbf{19,8 \text{ k}\Omega}$$

2.2.2. Simulaciones

Finalmente armamos el circuito:

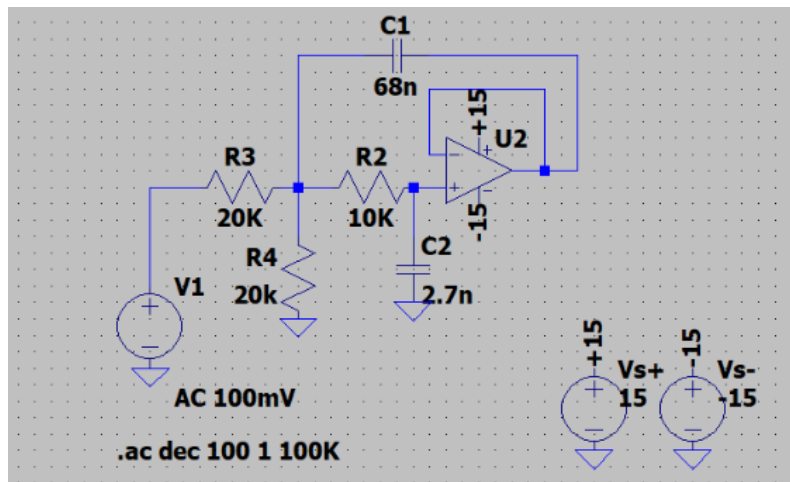


Figura 5: Circuito filtro pasa bajo en LTSpice

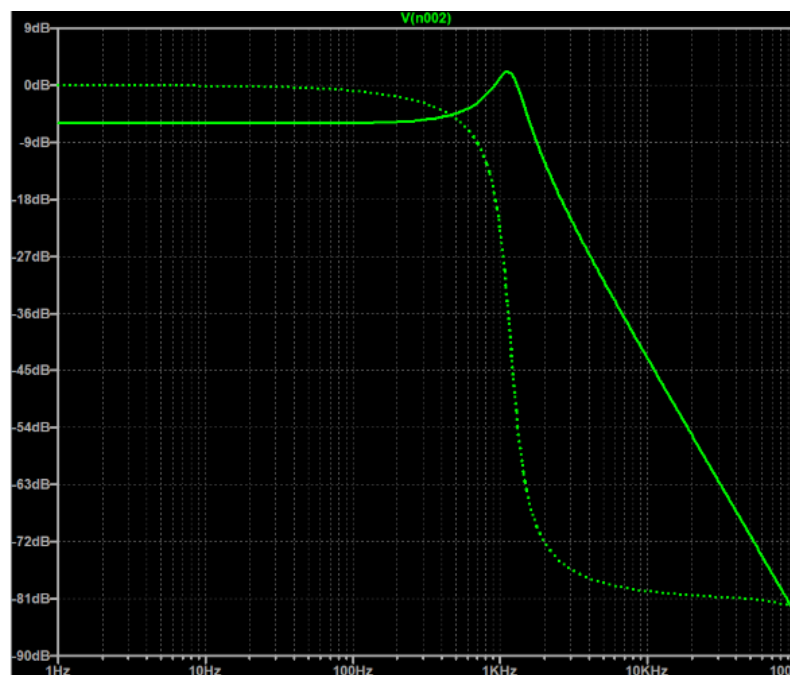


Figura 6: Respuesta en frecuencia del Filtro Pasa Bajo

Analizando los resultados obtenidos para la respuesta de un amplificador operacional ideal, con componentes ideales, vemos que la banda de paso tiene una ganancia de $-6dB$ (0,5 veces), lo que corresponde al filtro diseñado, ya que es la ganancia que introduce el divisor resistivo a nuestro Opamp configurado en modo buffer ($k = 1$). Luego vemos que el filtro tiene un "pico" de resonancia causado por $Q > 0,707$. Este pico "levanta" la curva y hace que tarde más en caer. Por lo tanto, el punto donde la señal cae 3dB se desplaza hacia la derecha, alejándose de la frecuencia natural. La relación matemática es:

$$f_{-3dB} = f_n \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}}$$

Si reemplazamos tu $Q = 2,56$:

$$f_{-3dB} \approx f_n \cdot 1,48$$

$$f_{-3dB} \approx 1296 \text{ Hz} \cdot 1,48 \approx \mathbf{1918 \text{ Hz}}$$

lo que coincide justamente con nuestra $f_c \approx 1296 \text{ Hz}$

2.2.3. Filtro Pasa Alto

El diseño e implementación del filtro pasa alto de nuestro proyecto seguirá el flujo de una topología de realimentación positiva de la siguiente estructura:

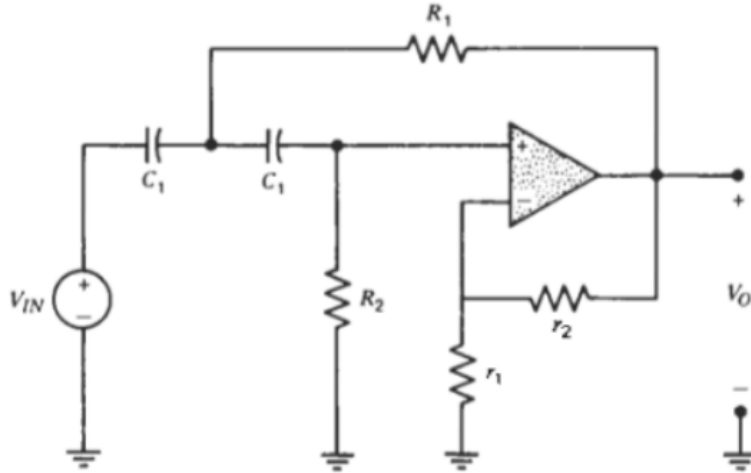


Figura 7: Esquema filtro pasa alto

Se plantean las ecuaciones de nodos y se obtienen las siguientes expresiones:

$$(v_x - v_{in})sC_1 + (v_x - v_o) \left(\frac{1}{R_1} \right) + (v_x - v^+)sC_2 = 0 \quad (23)$$

$$(v^+ - v_x)sC_2 + v^+ \left(\frac{1}{R_2} \right) = 0 \quad (24)$$

Agrupando y reacomodando términos llegamos a:

$$\left(\frac{1}{R_1} + sC_1 + sC_2 \right) v_x + (-sC_2)v^+ = (sC_1)v_{in} + \left(\frac{1}{R_1} \right) v_o \quad (25)$$

$$(-sC_2)v_x + \left(\frac{1}{R_2} + sC_2\right)v^+ = 0 \quad (26)$$

Y por último podemos acomodar en una expresión matricial.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + sC_1 + sC_2 & -sC_2 \\ -sC_2 & \frac{1}{R_2} + sC_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sC_1 & \frac{1}{R_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_o \end{bmatrix} \quad (27)$$

Resolviendo por regla de Cramer definimos la funciones de tranferencia de Realimentación T_{FB} y la función de tranferencia de avance T_{FF} .

$$T_{FB} = \left(\frac{v^+}{v_o}\right)_{v_{in}=0} = \frac{\frac{s}{R_2 C_2}}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{N_{FB}}{D_{FB}} \quad (28)$$

$$T_{FF} = \left(\frac{v^+}{v_{in}}\right)_{v_o=0} = \frac{s^2}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{N_{FF}}{D_{FF}}$$

Siguiendo el mismo flujo de trabajo que en el filtro pasa bajo, los denominadores de ambas expresiones son iguales por lo cual podemos unir las dos expresiones en una misma a la cual le analizaremos sus coeficientes.

$$T_V = \frac{k s^2}{s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Igualando la expresión a la obtenida previamente para el diseño del filtro pasa alto quedan definidas las siguientes igualdades:

$$k = 0,5 \quad (29)$$

$$\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} = 2,35 \cdot 10^7$$

$$\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} = 1896$$

Así como utilizamos el Diseño 01 de Sallen-Key para el anterior filtro, ahora usaremos su equivalente para filtros pasa alto; además, partiremos asumiendo que ambos deben tener el mismo factor de calidad Q . Así, la banda de paso será lo más "lineal" posible en todo su ancho. Asumimos entonces:

$$C = C_1 = C_2 = 47\text{nF} \quad (30)$$

$$k = 1 \quad (31)$$

Entonces calculamos los valores de nuestras resistencias considerando el diseño 01:

$$R_1 = \frac{1}{2 \cdot Q_p \cdot \omega_p \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 2,557 \cdot 4848 \cdot 47 \cdot 10^{-9}} = 858\Omega \quad (32)$$

$$R_2 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p \cdot C} = \frac{2 \cdot 2,557}{4848 \cdot 47 \cdot 10^{-9}} = 22,4k\Omega \quad (33)$$

$$(34)$$

Utilizamos los valores comerciales $R_1 = 820\Omega$ y $R_2 = 22k\Omega$. En este caso procedemos directamente a armar el filtro y verificar su respuesta sin realizar un ajuste de ganancia, aunque este sería necesario debido a que asumimos $k = 1$ y deberíamos obtener $k = 0,5$. Pero este ajuste lo realizaremos al final sobre el mismo divisor resistivo aplicado a la entrada del filtro para no generar una carga entre etapas.

2.2.4. Simulaciones

Armamos el circuito:

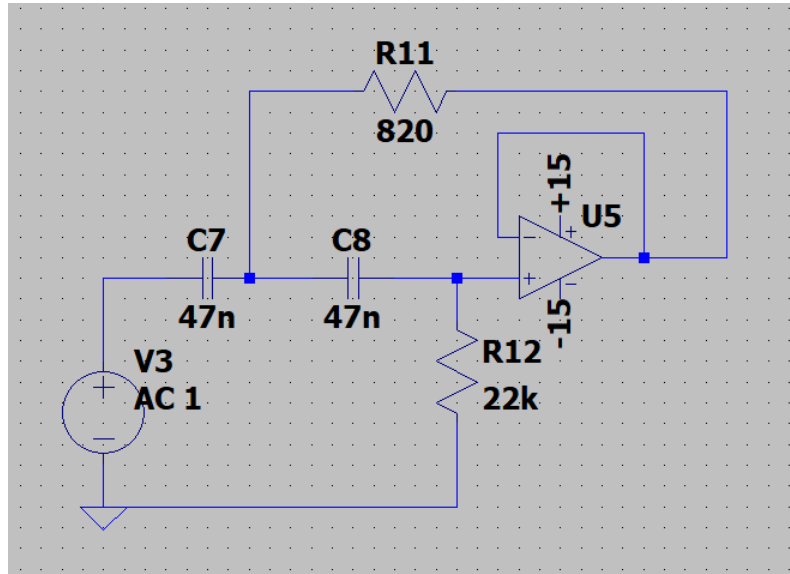


Figura 8: Circuito Filtro Pasa Alto en LTSpice

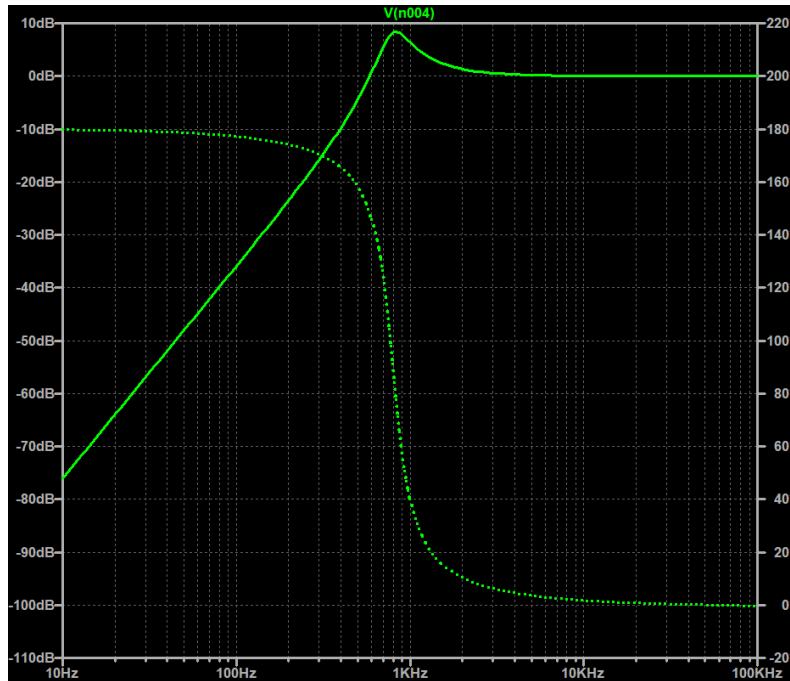


Figura 9: Respuesta en frecuencia del Filtro Pasa Alto

Analizando la Figura 9 podemos ver que al igual que para nuestro diseño anterior, hay un "sobrepico" de la respuesta en frecuencia causado por el factor Q_p en ahora, nuestra nueva frecuencia de corte $f_c \approx 800Hz$. La banda de paso en este caso tiene ganancia igual a $0dB$ lo que coincide con nuestro diseño $k = 1$.

2.2.5. Filtro Pasa Banda

Armamos el filtro final uniendo las dos etapas anteriores. Debemos aplicar en total un ajuste de ganancia tal que:

$$G_{total} = G_{DIV1} \cdot G_{DIV2} \cdot G_{FPB} \cdot G_{FPA} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 1 = 0,25$$

Por lo que, ajustando el divisor de tensión que teníamos a la entrada del primer filtro a una relación de $V_i = 0,25 \cdot V_o$ lograremos la ganancia deseada, ahorrandonos el uso de otros Opamps en modo buffer para acoplar etapas.

Procedemos al armado del circuito final ajustando algunos valores de resistencias y capacitores para cumplir con el requerimiento de atenuación máxima en la banda de paso ($0,25dB$) que fue lo más complejo de lograr debido al limitado ancho en frecuencia de la banda de paso.

2.2.6. Simulaciones

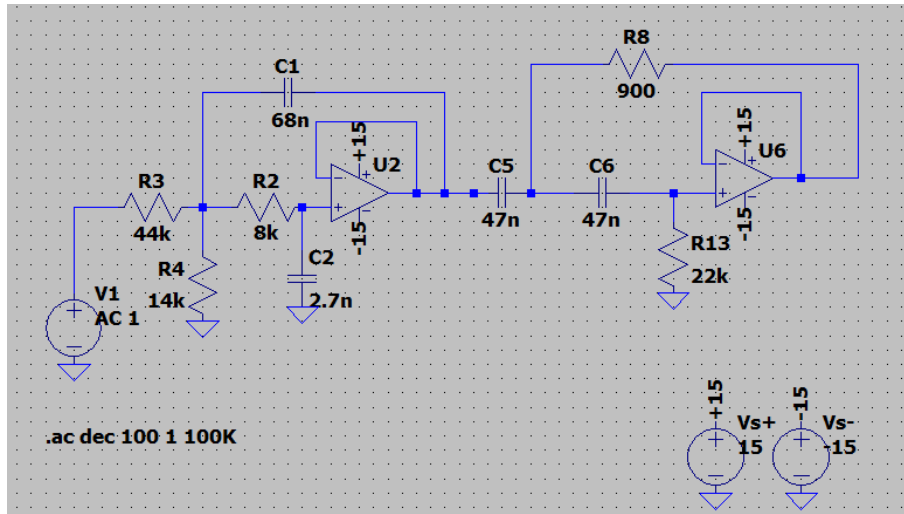


Figura 10: Circuito Filtro Pasa Banda en LTSpice

Analizamos la respuesta en frecuencia, viendo también los aportes de cada filtro y como estos se suman para obtener la respuesta total del pasa banda (Figura 11).

Luego se puede ver el ripple obtenido en la banda de paso $800Hz - 1200Hz$ donde las variaciones no superan los $0,25dB$ (Figura 12).

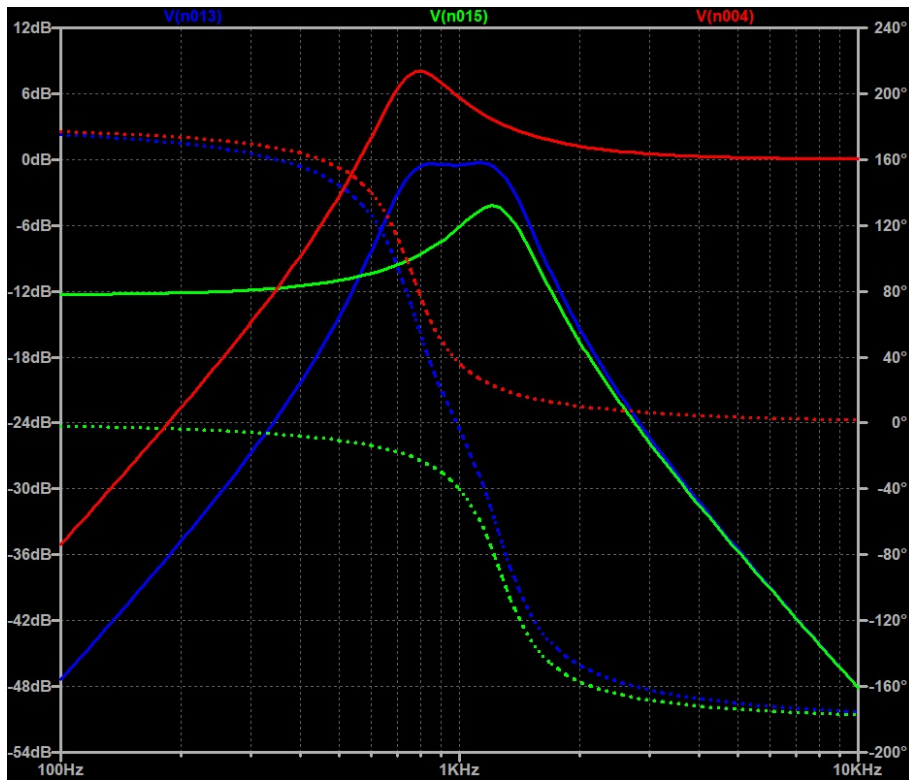


Figura 11: Respuesta en frecuencia de cada etapa

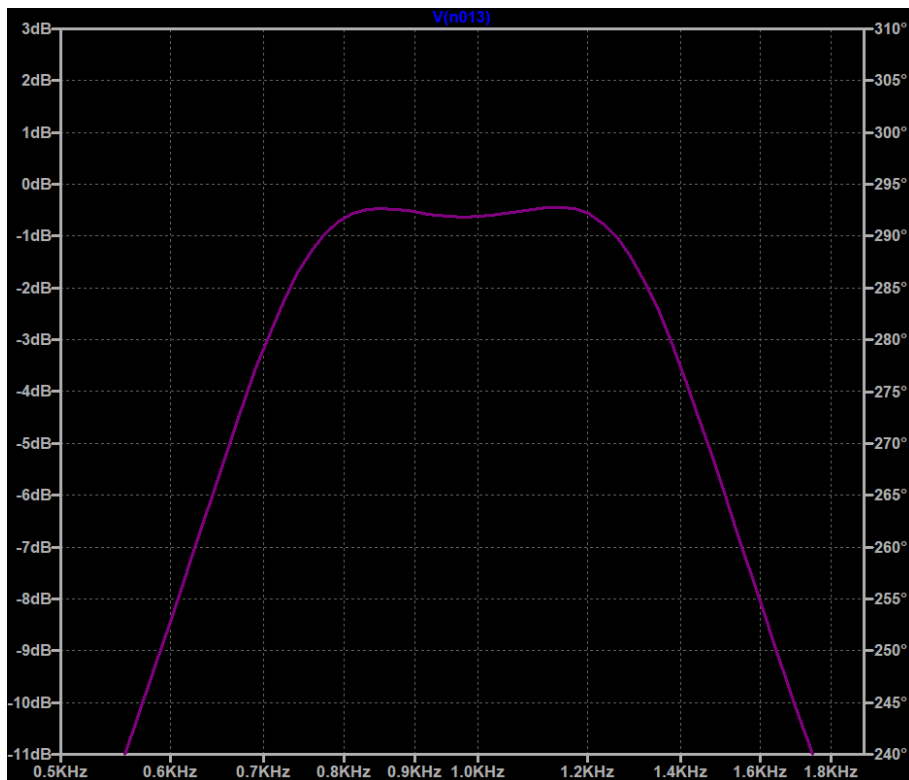


Figura 12: Respuesta en frecuencia del Filtro Pasa Banda

2.3. Sensibilidad

La sensibilidad se define como el porcentaje que cambia la salida (y) ante un porcentaje de cambio en la entrada (x).

$$S_x^y = \frac{\partial y / y}{\partial x / x}$$

Si $S = 1$, un error del 10 % en el componente causa un error del 10 % en el parámetro. Si $S = 0,5$, un error del 10 % causa un error del 5 % (el sistema amortigua el error).

Sensibilidad de la Frecuencia del Polo (ω_p)

Para cualquier filtro Sallen-Key (Pasa Bajo o Pasa Alto) del Diseño 01, la frecuencia está dada por:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Aplicando la definición de sensibilidad (derivadas parciales), el resultado es estándar para todos los componentes pasivos:

$$S_{R1}^{\omega_p} = S_{R2}^{\omega_p} = S_{C1}^{\omega_p} = S_{C2}^{\omega_p} = -\frac{1}{2}$$

Sensibilidad del Ancho de Banda ($\frac{\omega_p}{Q_p}$)

Definimos a la sensibilidad con respecto a Q_p de cada elemento:

$$\begin{aligned} S_{R1}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \\ S_{R2}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + (1 - k) \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \right) \\ S_{C1}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right) \\ S_{C2}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + (1 - k) Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \end{aligned}$$

En nuestro caso al optar por el diseño 01 de Sallen-Key asumimos para ambos filtros que $k = 1$ por lo que las sensibilidades resultan:

$$\begin{aligned} S_{R1}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \\ S_{R2}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \\ S_{C1}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} + Q_p \left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right) \\ S_{C2}^{Q_p} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ahora definimos la sensibilidad con respecto al ancho de banda, considerando:

$$S_x^{BW} = S_x^{\omega_p} - S_x^{Q_p}$$

Entonces tenemos

$$S_{R_1}^{BW} = -0,5 - \left(-0,5 + Q_p \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right) = -Q_p \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

$$S_{R_2}^{BW} = -0,5 - \left(-0,5 + Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} \right) = -Q_p \sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}}$$

$$S_{C_1}^{BW} = -0,5 - \left(-0,5 + Q_p \left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right) \right) = -Q_p \left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \right)$$

$$S_{C_2}^{BW} = -0,5 - (-0,5) = \mathbf{0}$$

Notar que para este análisis, podemos decir que el capacitor C2 no influye en el ancho de banda, este podrá mover la frecuencia central pero no causará un ensanchamiento o estrechamiento de la banda.

2.4. Análisis Peor Desviación

Asumimos entonces que los componenets tienen un 10 % de tolerancia ($\epsilon = 0,1$). La fórmula del peor caso ("Worst Case") asume la Ley de Murphy: todas las resistencias y capacitores vienen "fallados" de fábrica justo en la dirección que más daño hace, sumándose todos los errores.

$$\text{Desviación Total} = \sum |S_{x_i}^{parametro}| \cdot \text{Tolerancia}$$

Calculamos para la Frecuencia Central (ω_p) considerando las cuatro componentes que definen la frecuencia (R_1, R_2, C_1, C_2). Cada uno tiene sensibilidad de 0,5

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} &= |S_{R_1}| \cdot 0,1 + |S_{R_2}| \cdot 0,1 + |S_{C_1}| \cdot 0,1 + |S_{C_2}| \cdot 0,1 \\ \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} &= 0,5(0,1) + 0,5(0,1) + 0,5(0,1) + 0,5(0,1) \\ \frac{\Delta \omega_p}{\omega_p} &= 0,05 + 0,05 + 0,05 + 0,05 = \mathbf{0,20} \end{aligned}$$

Por lo que con componentes al 10 %, la frecuencia de corte podría desviarse hasta un 20 % en el peor de los casos. Por ejemplo para nuestro filtro pasa bajo con $f_C \approx 800Hz$ esta desviación podría correr a la frecuencia entre $640Hz$ y $960Hz$

2.5. Simulación de Monte Carlo

Para complementar el análisis anterior, realizaremos una simulación de Monte Carlo, la misma no sólo muestra la respuesta del circuito al 10 % de tolerancia (peor condición), sino que varía cada componente en forma aleatoria desde el 0 % al 10 % de tolerancia (10 % para nuestra condición pero podría ser superior) simulando el circuito 100 veces, iterando entre los valores de sus componentes pasivos en cada paso.

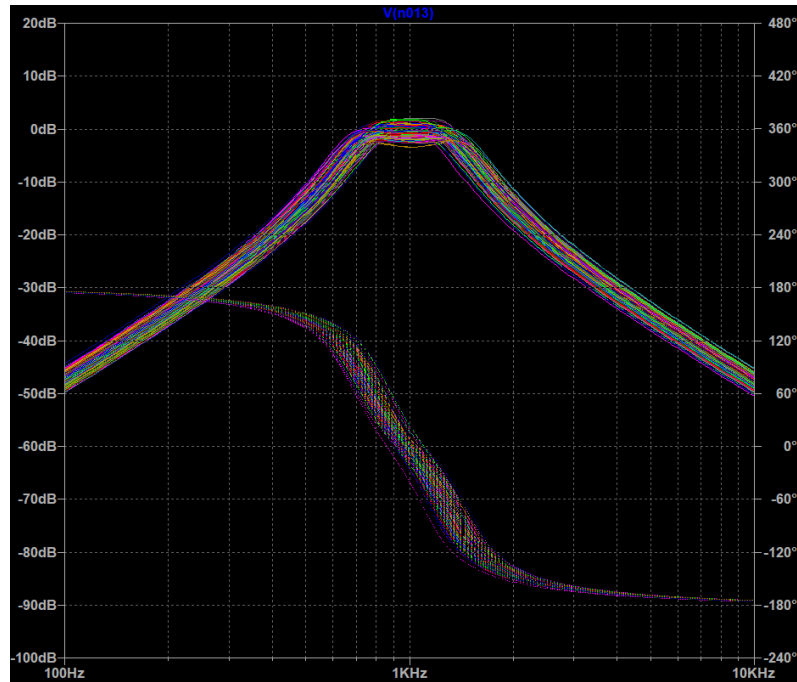


Figura 13: Gráfica de Monte Carlo 100 Pasos.

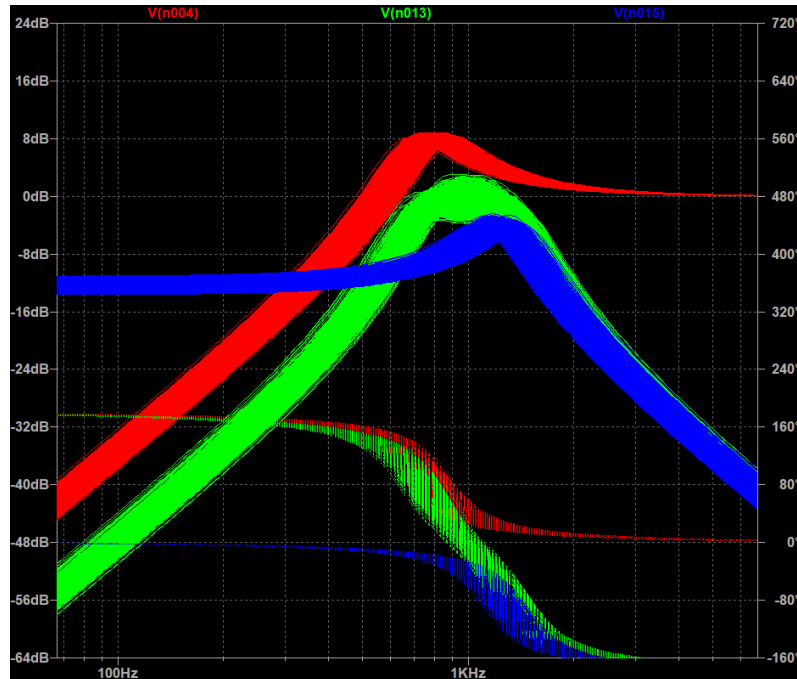


Figura 14: Gráfica de Monte Carlo aporte de cada etapa.

La Figura 14 muestra el comportamiento estadístico de las tres etapas del filtro simultáneamente.

Observamos claramente la correlación entre las etapas:

- Estabilidad de Ganancia: Las bandas de paso (zona plana roja y zona plana azul) presentan baja dispersión, indicando que la ganancia del circuito es robusta frente a tolerancias.
- Sensibilidad de Frecuencia: La mayor dispersión se encuentra en las zonas de transición (frecuencias de corte) y en el pico central del Pasa-Banda (verde). Esto confirma visualmente que el parámetro más sensible del diseño es la frecuencia central ω_p .

3. Conclusión

A lo largo de este proyecto consolidamos conceptos fundamentales sobre la síntesis de filtros activos. Partiendo de una función de transferencia basada en aproximaciones de Chebyshev —un proceso fácilmente reproducible para otras respuestas gracias al uso de software—, exploramos diversas topologías de diseño para implementar el circuito y calcular los valores de sus componentes pasivos. Todo este flujo de trabajo fue validado en el entorno de un simulador, aprovechando herramientas de análisis avanzado como la respuesta en frecuencia (AC) y la simulación estadística de Monte Carlo.

4. Bibliografía

- ROBUSTECIMIENTO DE CIRCUITOS Y SISTEMAS PARA APLICACIONES AERO-ESPACIALES -DR.ING. PABLO A. FERREYRA
- Principles of Active Network - Gobind Daryanani