常见的矩阵表达形式：

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

维度 Dimension：

一个矩阵有 n 行 m 列

维度：$n \times m$

eg. A 的维度 3×3

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow 3 \times 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

元素 element：

矩阵里具体的数

矩阵A第i行第j列的元素：

$$A_{ij}$$

eg. $A_{11} = 1$ $A_{22} = 5$ $A_{32} = 8$

eg. 一个 3×3 的矩阵里

一共有 $3\times3=9$ 个数/元素

思考题： $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

① A, B 维度分别是 2×2, 3×1

② $A_{21}=3$

③ $2=B_{21}$

矩阵代数 Matrix Algebra

1. 矩阵加法：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+5 & 2+6 \\ 3+7 & 4+8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

* 当两个矩阵相加时，它们的维度必须相同

$$(A+B)_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

2. 矩阵减法：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-5 & 2-6 \\ 3-7 & 4-8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$$

* 一定要有相同维度

$$(A-B)_{ij} = A_{ij} - B_{ij}$$

3. 矩阵标量乘法

标量 scalar → 一个单独的数

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

标量 λ, $(\lambda A)_{ij} = \lambda \cdot A_{ij}$

① $1 \cdot A = A$

② $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$

③ $(\lambda+\mu)A = \lambda A + \mu A$

④ $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$

思考题：

$$A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & -1\end{pmatrix} \quad \lambda=3$$

$$B=\begin{pmatrix}100 & 99\\ 98 & 97\end{pmatrix}$$

① $A+B=\begin{pmatrix}-1+100 & -2+99\\ -2+98 & -1+97\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}99 & 97\\ 96 & 96\end{pmatrix}$

② $\lambda(A-B)=3\cdot\begin{pmatrix}-1-100 & -2-99\\ -2-98 & -1-97\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}-101 & -101\\ -100 & -98\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-303 & -303\\ -300 & -294\end{pmatrix}$

③ $\lambda^2 A=3^2\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & -1\end{pmatrix}=9\begin{pmatrix}-1 & -2\\ -2 & -1\end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix}-3 & -6\\ -6 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9 & -18\\ -18 & -9\end{pmatrix}$