

C. Exercice : Décomposition binaire

Pour déterminer l'écriture binaire d'un entier naturel n , il suffit de le diviser par 2, de noter le reste et recommencer sur le quotient, tant que cela est possible.

Par exemple pour $n = 22$:

- lorsque l'on divise 22 par 2 : le quotient est 11 et le reste 0
- lorsque l'on divise 11 par 2 : le quotient est 5 et le reste 1
- lorsque l'on divise 5 par 2 : le quotient est 2 et le reste 1
- lorsque l'on divise 2 par 2 : le quotient est 1 et le reste 0
- lorsque l'on divise 1 par 2 : le quotient est 0 et le reste 1
- on s'arrête car le dernier quotient est 0.
- l'écriture binaire de 22 est 10110 (de bas en haut).

Écrivez un sous-programme « `public String binaire(int n)` » qui prend un argument entier n puis retourne une chaîne de caractères contenant sa décomposition binaire. Par exemple `binaire(22)` retourne « 10110 ».

Indication : L'opérateur % retourne le reste d'une division euclidienne. $11 \% 3 = 2$

D. Suite numérique (sous-programme - complexité)

Soit la suite réursive U définie par :

- $U_0 = 2$
- $U_n = 3 * U_{n-1} - 25$

Ecrivez le sous-programme U capable de calculer le $n^{\text{ième}}$ terme de cette suite.

Combien de tours de boucle doivent être exécutés pour calculer U_3 , U_5 , U_n ?

Ecrivez le programme principal qui demande à l'utilisateur de saisir un nombre a , et qui calcule puis affiche la valeur de U_a .

Soit la suite S définie par $S_n = \sum_{i=0}^n U_i$ c'est-à-dire $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

Ecrivez la fonction S qui renvoie la valeur du $n^{\text{ième}}$ terme de cette suite.

Complétez le programme principal afin de tester le fonctionnement de ce sous-programme.

Lorsque notre programme calcule la valeur de S_5 , combien de fois calcule-t-il la valeur de U_2 ?

Finalement, pour calculer la valeur de S_n , combien de tours de boucle sont-ils nécessaires ?

Proposez une version du sous-programme S , qui n'utilise pas la fonction U et dont l'efficacité sera meilleure.

Dans cette version du programme, combien de tours de boucle sont nécessaires pour calculer la valeur de S_n ?