Séance 10

Solutions - Laplace I

Exercice 1

Le calcul de la fonction de transfert du circuit se réalise de manière analogue aux séances 4 et 5, en considérant l'amplificateur opérationnel comme étant idéal. Une loi des noeuds à la borne d'entrée négative de l'amplificateur donne

$$\frac{V_{in}}{\left(R+\frac{1}{sC}\right)}+\frac{V_{out}}{10R}=0.$$

En réarrangeant les termes, on obtient la fonction de transfert du montage

$$H(s)=\frac{V_{out}}{V_{in}}(s)=-10\frac{sRC}{1+sRC}.$$

Sachant que la tension d'entrée du circuit est un échelon unitaire appliqué en $t=0$, à savoir $v_{in}(t)=u(t)$, sa transformée de Laplace est donnée par $V_{in}(s)=\mathscr{L}\{u(t)\}=\frac{1}{s}$. On obtient donc que la transformée de Laplace de la tension de sortie vaut

$$V_{out}(s)=H(s)V_{in}(s)=-10\frac{RC}{1+sRC}=-10\frac{1}{s+\frac{1}{RC}}.$$

On peut finalement utiliser les tables pour calculer la transformée de Laplace inverse de $V_{out}(s)$ et revenir dans le domaine temporel, ce qui donne

$$v_{out}(t)=-10e^{-\frac{t}{RC}}u(t)=\begin{cases}-10e^{-\frac{t}{RC}} & \text{si } t\geq 0,\\ 0 & \text{ailleurs.}\end{cases}$$

Exercice 2

Soit $V_x(s)$ la tension en sortie du premier amplificateur opérationnel du circuit. Par une loi des noeuds à la borne d'entrée négative de chaque amplificateur, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases}\frac{V_{in}(s)}{R} &= -V_x(s)(\frac{1}{R}+sC),\\ \frac{V_x(s)}{2R} &= -V_{out}(s)(\frac{1}{2R}+sC).\end{cases}$$

En combinant ces deux équations afin d'éliminer V_x et en réarrangeant les termes, on obtient

$$H(s)=\frac{V_{out}}{V_{in}}(s)=\frac{1}{(1+sRC)(1+2sRC)}.$$

En utilisant les tables, on obtient pour un échelon d'amplitude V_s appliqué en $t=t_s$ que

$$V_{in}(s)=\mathscr{L}\{v_{in}(t)\}=\mathscr{L}\{V_s\,u(t-t_s)\}=\frac{V_s\,e^{-st_s}}{s}.$$

A noter qu'un décalage t_s dans le domaine temporel se traduit par une exponentielle e^{-st_s} dans le domaine de Laplace. La transformée de Laplace de la tension de sortie est dès lors donnée par

$$V_{out}(s)=V_s\,e^{-st_s}\frac{1}{s(1+sRC)(1+2sRC)}=V_s\,e^{-st_s}\left(\frac{1}{2(RC)^2}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s+\frac{1}{2RC}\right)}\right). \tag{10.1}$$

On calcule ensuite la transformée de Laplace inverse en utilisant les tables. Il faut au préalable effectuer la décomposition en fractions simples suivante

$$V_{out}(s)=V_s\,e^{-st_s}\left(\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+\frac{1}{RC}}+\frac{A_3}{s+\frac{1}{2RC}}\right). \tag{10.2}$$

En multipliant les expressions (10.1) et (10.2) par le dénominateur de la fraction simple dont on souhaite trouver le coefficient, et en évaluant le résultat pour s égal à la racine de ce dénominateur, on trouve

$$\begin{aligned}
A_1 &= \left.\frac{1}{2(RC)^2}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s+\frac{1}{2RC}\right)}\right|_{s=0} = 1,\\
A_2 &= \left.\frac{1}{2(RC)^2}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{2RC}\right)}\right|_{s=-\frac{1}{RC}} = 1,\\
A_3 &= \left.\frac{1}{2(RC)^2}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)}\right|_{s=-\frac{1}{2RC}} = -2.
\end{aligned}$$

Dès lors, la transformée de Laplace de la tension de sortie $V_{out}(s)$ se réécrit comme

$$V_{out}(s) = V_s\, e^{-st_s}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+\frac{1}{RC}}-\frac{2}{s+\frac{1}{2RC}}\right)$$

et, par application de la transformée de Laplace inverse, nous trouvons finalement

$$v_{out}(t) = V_s\left(1+e^{-\frac{t-t_s}{RC}}-2e^{-\frac{t-t_s}{2RC}}\right)u(t-t_s) = \begin{cases} V_s\left(1+e^{-\frac{t-t_s}{RC}}-2e^{-\frac{t-t_s}{2RC}}\right) & \text{si } t \geq t_s,\\ 0 & \text{ailleurs.}\end{cases}$$

Exercice 3

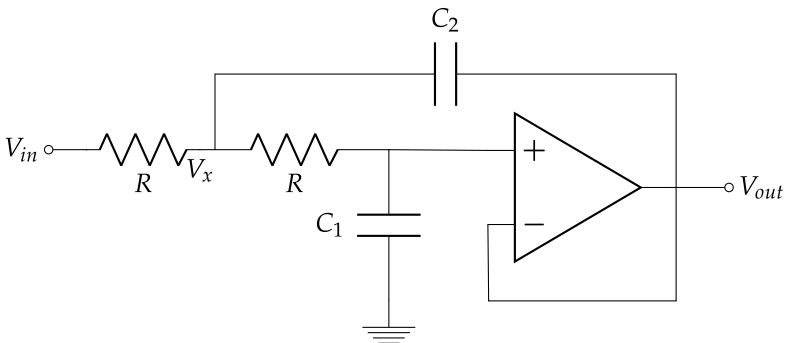


Fig. 10.1 – Schéma du circuit de l'exercice 3.

La fonction de transfert du circuit est obtenue en écrivant deux lois des noeuds, l'une au noeud V_x et l'autre à la borne d'entrée positive de l'amplificateur opérationnel, ce qui donne

$$\begin{cases} \dfrac{V_{in}-V_x}{R} = \dfrac{V_x-V_{out}}{R} + (V_x - V_{out})\, sC_2,\\ \dfrac{V_x-V_{out}}{R} = V_{out}\, sC_1. \end{cases}$$

En résolvant ce système d'équations, on trouve la fonction de transfert

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{1}{1+2sRC_1+s^2R^2C_1C_2}. \tag{10.3}$$

La réponse à un échelon de tension d'amplitude V_s dans le domaine de Laplace est donc

$$V_{out}(s) = \frac{V_s}{s}\frac{1}{1+2sRC_1+s^2R^2C_1C_2}.$$

Afin de calculer la réponse temporelle, il faut décomposer cette expression en fractions simples ; le polynôme du second degré au dénominateur de la fonction de transfert doit donc être factorisé. Connaissant la forme canonique d'une fonction du second ordre, la fonction de transfert $H(s)$ se factorise comme suit

$$H(s) = \frac{1}{1 + 2\xi\left(\frac{s}{s_0}\right) + \left(\frac{s}{s_0}\right)^2} = \frac{s_0^2}{(s+s_1)(s+s_2)}$$

avec les racines du dénominateur données par $-s_{1,2} = -s_0\left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$.
Par identification avec (10.3), on trouve la fréquence de résonance s_0 et le facteur d'amortissement ξ comme étant

$$s_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}.$$

En fonction de la valeur du facteur d'amortissement ξ, on aura trois formes de fonction de transfert et donc trois réponses temporelles différentes :

- Cas sous-amorti ou résonant ($\xi < 1$) : Le polynôme du second degré a deux racines complexes conjuguées, ce qui donne lieu à des oscillations dans le domaine temporel.
- Cas critiquement amorti ($\xi = 1$) : Le polynôme du second degré a une racine réelle double.
- Cas suramorti ou non-résonant ($\xi > 1$) : Le polynôme du second degré a deux racines réelles distinctes.

Cas sous-amorti ou résonant ($\xi < 1$)

Lorsque $C_1 < C_2$, on a un facteur d'amortissement $\xi < 1$ et on observe un pic dans la réponse du circuit à la fréquence de résonance dans le domaine fréquentiel. Dans ce cas, les racines complexes conjuguées du dénominateur peuvent s'écrire comme

$$s_{1,2} = s_0\left(\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2}\right) = \frac{1}{RC_2}\left(1 \pm j\sqrt{\frac{C_2}{C_1} - 1}\right) = s_R \pm js_I,$$

avec $s_R = \frac{1}{RC_2}$ et $s_I = \frac{1}{RC_2}\sqrt{\frac{C_2}{C_1} - 1}$. On peut dès lors exprimer la tension de sortie dans le domaine de Laplace comme étant

$$V_{out}(s) = \frac{V_s}{s}\frac{s_0^2}{(s+s_1)(s+s_2)} = \frac{V_s}{s}\frac{s_0^2}{(s+s_R)^2 + s_I^2} \tag{10.4}$$

A ce stade, deux méthodes de résolution sont possibles. Soit résoudre sur base de la première expression de $V_{out}(s)$ dans (10.4) et passer par des fractions simples avec un dénominateur du premier ordre faisant respectivement intervenir les racines complexes conjuguées s_1 et s_2, soit résoudre sur base de la seconde expression dans (10.4) et travailler directement avec des fractions simples conduisant à des $\cos(s_I t)e^{-s_R t}$ et $\sin(s_I t)e^{-s_R t}$ en utilisant leur transformée de Laplace dans la décomposition en fractions simples. Les deux méthodes conduisent à la même solution, mais la première méthode est plus fastidieuse car les coefficients obtenus dans la décomposition en fractions simples sont complexes et il faut ensuite regrouper les exponentielles complexes dans le domaine temporel pour obtenir des cosinus et des sinus.

Si on suit d'abord la **première méthode**, qui consiste à effectuer la décomposition en fractions simples avec les racines complexes conjuguées s_1 et s_2, on obtient la décomposition suivante

$$V_{out}(s) = V_s\left[\frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+s_1} + \frac{A_3}{s+s2}\right]$$

où les coefficients A_1, A_2 et A_3 sont calculés comme suit

$$\begin{aligned}
A_1 &= \left.\frac{s_0^2}{(s+s_1)(s+s_2)}\right|_{s=0} = 1,\\
A_2 &= \left.\frac{s_0^2}{s(s+s_2)}\right|_{s=-s_1} = -\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right),\\
A_3 &= \left.\frac{s_0^2}{s(s+s_1)}\right|_{s=-s_2} = -\frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right).
\end{aligned}$$

On remarquera que les coefficients A_2 et A_3 sont des complexes conjugués, ce qui permettra bien de faire apparaitre des cosinus et des sinus dans le domaine temporel. La transformée de Laplace de la tension de sortie peut donc s'écrire comme

$$V_{out}(s) = V_s\left[1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right)\frac{1}{s+(s_R+js_I)} - \frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right)\frac{1}{s+(s_R-js_I)}\right]$$

et, en appliquant la transformée de Laplace inverse, la réponse temporelle est donnée par

$$\begin{aligned}
v_{out}(t) &= V_s\left[1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right)e^{-(s_R+js_I)t} - \frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{j\sqrt{1-\xi^2}}\right)e^{-(s_R-js_I)t}\right]u(t),\\
&= V_s\left[1-e^{-s_Rt}\frac{e^{js_It}+e^{-js_It}}{2} - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\frac{e^{js_It}-e^{-js_It}}{2j}\right]u(t),\\
&= V_s\left[1-e^{-s_Rt}\cos(s_It) - \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-s_Rt}\sin(s_It)\right]u(t),\\
&= V_s\left[1-e^{-s_Rt}\cos(s_It) - \sqrt{\frac{C_1}{C_2-C_1}}e^{-s_Rt}\sin(s_It)\right]u(t).
\end{aligned}$$

Si on suit maintenant la **seconde méthode**, qui consiste à utiliser directement la transformée de Laplace des termes en $\cos(s_It)e^{-s_Rt}$ et $\sin(s_It)e^{-s_Rt}$ dans la décomposition en fractions simples, on obtient la décomposition suivante

$$\begin{aligned}
V_{out}(s) &= V_s\left[\frac{A_1}{s} + \frac{A_2(s+s_R)}{(s+s_R)^2+s_I^2} + \frac{A_3s_I}{(s+s_R)^2+s_I^2}\right],\\
&= V_s\left[\frac{(A_2+1)s^2+(A_2s_R+A_3s_I+2s_R)s+A_1(s_R^2+s_I^2)}{s\left((s+s_R)^2+s_I^2\right)}\right].
\end{aligned}$$

Par identification avec (10.4), le système d'équations à résoudre pour trouver les coefficients de la décomposition en fractions simples est

$$\begin{cases}
(A_2+1) = 0,\\
(A_2s_R+A_3s_I+2s_R) = 0,\\
A_1(s_R^2+s_I^2) = s_0^2.
\end{cases}$$

En se rappelant que $(s_R^2+s_I^2) = s_0^2$, la résolution du système donne

$$A_1 = 1, \quad A_2 = -1, \quad A_3 = -\frac{s_R}{s_I}$$

et la transformée de Laplace de la tension de sortie peut donc s'écrire comme

$$V_{out}(s) = V_s\left[\frac{1}{s} - \frac{(s+s_R)}{(s+s_R)^2+s_I^2} - \frac{s_R}{s_I}\frac{s_I}{(s+s_R)^2+s_I^2}\right].$$

En appliquant la transformée de Laplace inverse, on obtient l'expression de la réponse temporelle du circuit dans le cas résonant, à savoir

$$\begin{aligned} v_{out}(t) &= V_s \left[1 - e^{-s_R t}\cos(s_I t) - \frac{s_R}{s_I} e^{-s_R t}\sin(s_I t)\right] u(t), \\ &= V_s \left[1 - e^{-s_R t}\cos(s_I t) - \sqrt{\frac{C_1}{C_2 - C_1}} e^{-s_R t}\sin(s_I t)\right] u(t). \end{aligned}$$

Cas critiquement amorti ($\xi = 1$)

Lorsque $C_1 = C_2 = C$, on a un facteur d'amortissement $\xi = 1$ et la racine double du dénominateur peut s'écrire comme

$$s_{1,2} = s_0 = \frac{1}{RC}.$$

Dans ce cas, la transformée de Laplace de la tension de sortie vaut alors

$$V_{out}(s) = V_s \frac{s_0^2}{s(s+s_0)^2}$$

et la décomposition en fractions simples se fait sous la forme suivante

$$\begin{aligned} V_{out}(s) &= V_s \left[\frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{(s+s_0)} + \frac{A_3}{(s+s_0)^2}\right], \\ &= \frac{(A_1 + A_2)s^2 + (2A_1 s_0 + A_2 s_0 + A_3)s + A_1 s_0^2}{s(s+s_0)^2}. \end{aligned}$$

Les coefficients de la décomposition sont trouvés en résolvant le système suivant

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0, \\ (2A_1 s_0 + A_2 s_0 + A_3) = 0, \\ A_1 s_0^2 = s_0^2. \end{cases}$$

ce qui donne

$$A_1 = 1,\ A_2 = -1,\ A_3 = -s_0.$$

Dès lors, la transformée de Laplace de la tension de sortie peut s'écrire comme

$$V_{out}(s) = V_s \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{(s+s_0)} - s_0 \frac{s}{(s+s_0)^2}\right]$$

et, en appliquant la transformée de Laplace inverse, la réponse temporelle du circuit est donnée par

$$\begin{aligned} v_{out}(t) &= V_s \left[1 - e^{-s_0 t} - s_0 t e^{-s_0 t}\right] u(t), \\ &= V_s \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{t}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}\right] u(t). \end{aligned}$$

Cas suramorti ou non-résonant ($\xi > 1$)

Si $C_1 > C_2$, on a un facteur d'amortissement $\xi > 1$ et les racines seront purement réelles et distinctes. On peut donc ramener cette réponse à celle de deux passe-bas du premier ordre en cascade ; autrement dit, la fonction peut se factoriser en deux pôles simples dont les racines sont

$$s_{1,2} = s_0 \left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right) = \frac{1}{RC_2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{C_2}{C_1}}\right).$$

On trouve alors la décomposition en fractions simples suivante

$$V_{out}(s) = V_s \left[\frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+s_1} + \frac{A_3}{s+s_2}\right]$$

avec les constantes

$$A_1 = \left.\frac{s_0^2}{(s+s_1)(s+s_2)}\right|_{s=0} = 1,$$
$$A_2 = \left.\frac{s_0^2}{s(s+s_2)}\right|_{s=-s_1} = -\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right),$$
$$A_3 = \left.\frac{s_0^2}{s(s+s_1)}\right|_{s=-s_2} = -\frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right).$$

La transformée de Laplace de la tension de sortie peut donc s'écrire comme

$$V_{out}(s) = V_s\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right)\frac{1}{s+s1} - \frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right)\frac{1}{s+s2}\right]$$

et, en appliquant la transformée de Laplace inverse, la réponse temporelle vaut

$$v_{out}(t) = V_s\left[1 - \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{C_1}{C_1-C_2}}\right)e^{-\frac{t\left(1+\sqrt{1-\frac{C_2}{C_1}}\right)}{RC_2}} - \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{\frac{C_1}{C_1-C_2}}\right)e^{-\frac{t\left(1-\sqrt{1-\frac{C_2}{C_1}}\right)}{RC_2}}\right]u(t).$$

Représentation graphique

Dans le cas particulier où V_s = 1V et R = 1kΩ, on représente les réponses indicielles du circuit dans les trois cas traités plus haut dans Matlab : la réponse sous-amortie à la Figure 10.2, la réponse critiquement amortie à la Figure 10.3a et la réponse suramortie à la Figure 10.3b.

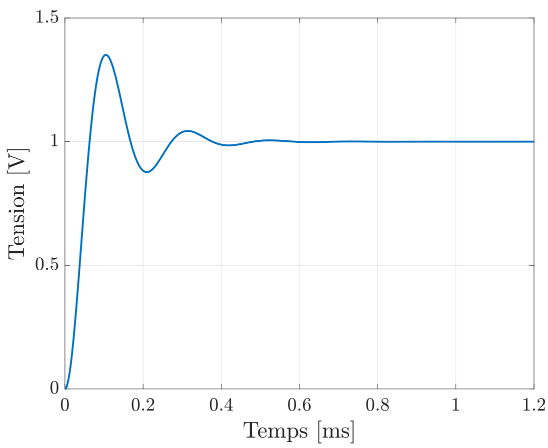
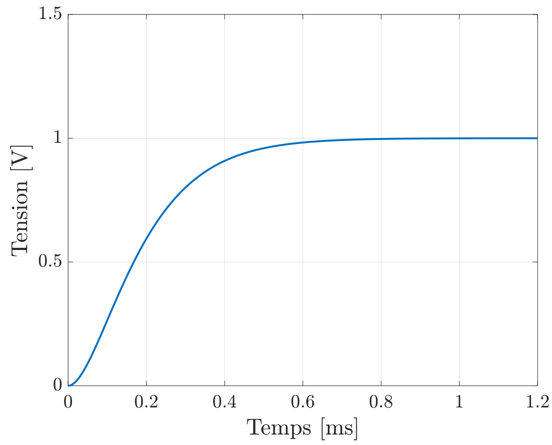
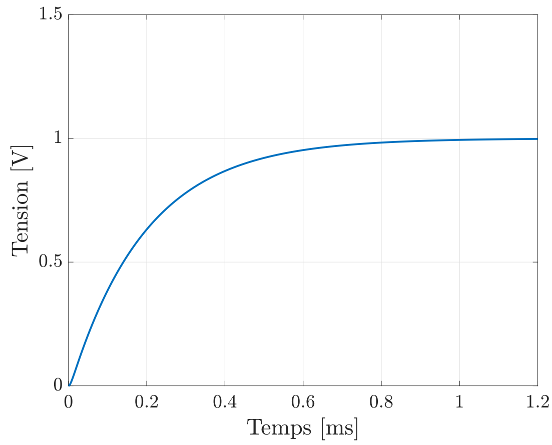


Fig. 10.2 – Réponse indicielle sous-amortie ou résonante (C_1 = 10nF et C_2 = 100nF).



(a) Réponse indicielle critiquement amortie ($C_1 = C_2 = C = 100$nF).



(b) Réponse indicielle suramortie ou non-résonante ($C_1 = 100$nF et $C_2 = 10$nF).

Fig. 10.3 – Réponses indicielles non-résonantes.

Exercice 4

Pour déterminer la fonction de transfert du circuit, on écrit une loi de noeuds à la borne d'entrée négative de l'amplificateur opérationnel, ce qui donne

$$\frac{V_{in}}{R + \frac{1}{sC}} = -V_{out}\left(\frac{1}{10R} + sC\right).$$

En réarrangeant les termes, on obtient la fonction de transfert

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{-10sRC}{(1+sRC)(1+10sRC)}.$$

1. Pour une tension d'entrée donnée par $v_{in}(t) = V_s\, u(t)$, à savoir un échelon de tension d'amplitude V_s, on a dans le domaine de Laplace $V_{in}(s) = \mathscr{L}\{V_s\, u(t)\} = \frac{V_s}{s}$. L'expression de la transformée de Laplace de la tension de sortie est donc donnée par

$$V_{out}(s) = -V_s\frac{10RC}{(1+sRC)(1+10sRC)} = -\frac{V_s}{RC}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}$$
$$= V_s\left(\frac{A_1}{s+\frac{1}{RC}} + \frac{A_2}{s+\frac{1}{10RC}}\right)$$

où les coefficients A_1 et A_2 sont donnés par

$$A_1 = -\frac{1}{RC}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{RC}} = \frac{10}{9},$$
$$A_2 = -\frac{1}{RC}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{10RC}} = -\frac{10}{9}.$$

On peut donc écrire la transformée de Laplace de la tension de sortie comme étant

$$V_{out}(s) = V_s\left(\frac{10}{9}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)} - \frac{10}{9}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}\right)$$

et, en appliquant la transformée de Laplace inverse, on trouve la réponse temporelle du circuit

$$v_{out}(t) = \frac{10}{9}V_s\left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{10RC}}\right)u(t).$$

2. Pour une tension d'entrée donnée par $v_{in}(t) = r(t) \triangleq tu(t)$, à savoir une rampe de pente 1V/s, on a dans le domaine de Laplace $V_{in}(s) = \mathscr{L}\{tu(t)\} = \frac{1}{s^2}$. L'expression de la transformée de Laplace de la tension de sortie est donc donnée par

$$\begin{aligned} V_{out}(s) &= \frac{-10RC}{s(1+sRC)(1+10sRC)} = -\frac{1}{RC}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}, \\ &= \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{s+\frac{1}{RC}} + \frac{A_3}{s+\frac{1}{10RC}} \end{aligned}$$

où les coefficients A_1, A_2 et A_3 sont donnés par

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{1}{RC}\frac{1}{\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}\Bigg|_{s=0} = -10RC, \\ A_2 &= -\frac{1}{RC}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{10RC}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{RC}} = -\frac{10}{9}RC, \\ A_3 &= -\frac{1}{RC}\frac{1}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{10RC}} = \frac{100}{9}RC. \end{aligned}$$

On peut donc écrire la transformée de Laplace de la tension de sortie comme étant

$$V_{out}(s) = -10RC\frac{1}{s} - \frac{10}{9}RC\frac{1}{s+\frac{1}{RC}} + \frac{100}{9}RC\frac{1}{s+\frac{1}{10RC}}$$

et, en appliquant la transformée de Laplace inverse, on trouve la réponse temporelle du circuit

$$v_{out}(t) = -10RC\left(1+\frac{1}{9}e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{10}{9}e^{-\frac{t}{10RC}}\right)u(t).$$

Exercice 5

La Figure 10.4 montre le schéma LTSpice utilisé dans le cadre de cet exercice. Les sources de tension V1 et V2 sont respectivement utilisées pour la première et deuxième simulation. Les Figures 10.5a et 10.5b montrent les résultats de ces simulations.

Échelon de tension : Pour rappel, l'expression temporelle de la tension de sortie est reprise ci-dessous (pour $V_s = 1V$).

$$v_{out}(t) = \frac{10}{9}\left(e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\frac{t}{10RC}}\right)u(t).$$

Il n'y a pas de terme indépendant, c'est-à-dire un terme qui ne serait pas multiplié par une exponentielle, la tension de sortie va donc tendre vers 0V. Le temps de réponse peut être approximé par la constante de temps du pôle le plus lent. Dans ce cas-ci il s'agit de τ = 10RC = 100ms. Une règle de bonne pratique consiste à regarder la signal après 3τ = 300ms, il devrait alors atteindre environ 95% de sa valeur de régime.

Rampe de tension : Pour rappel, l'expression temporelle de la tension de sortie est reprise ci-dessous.

$$v_{out}(t) = -10RC\left(1+\frac{1}{9}e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{10}{9}e^{-\frac{t}{10RC}}\right)u(t).$$

Ici, il y a présence d'un terme indépendant, qui va forcer la tension à atteindre une valeur non-nulle en régime. Le même raisonnement peut être appliqué pour le temps de réponse du signal.

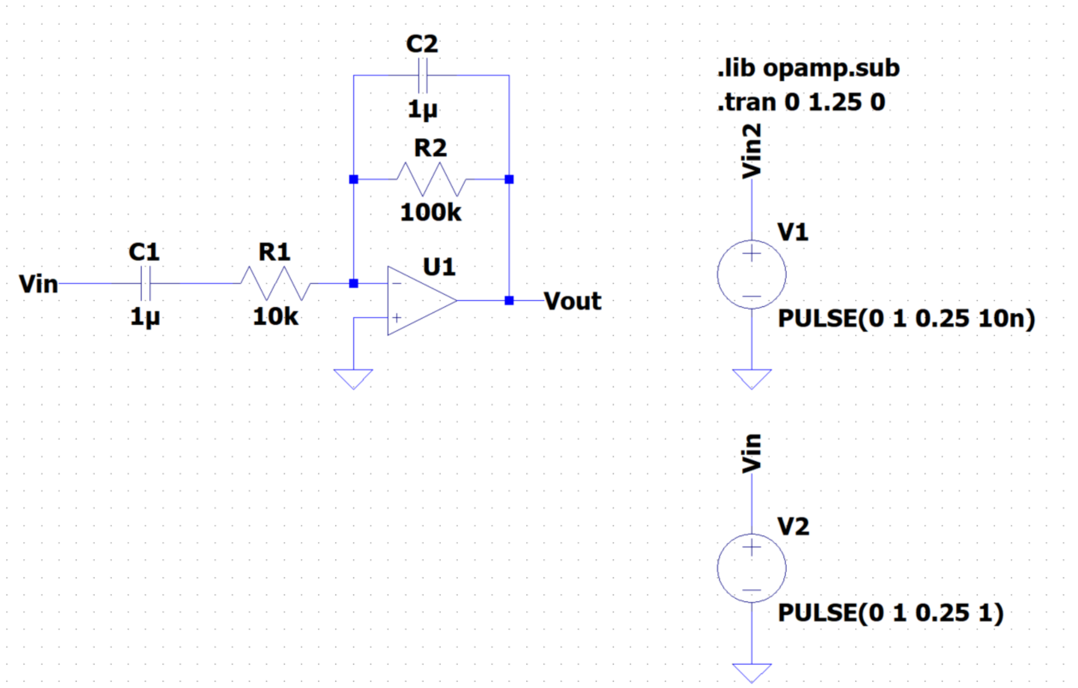
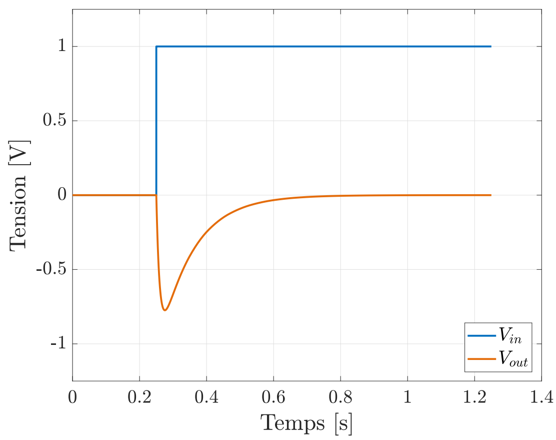
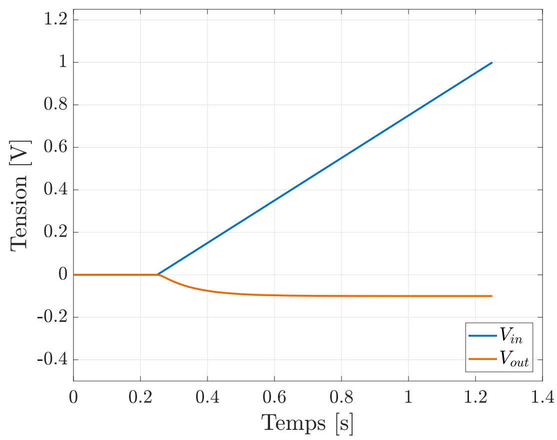


Fig. 10.4 – Circuit de l'exercice 5 sur LTSpice.



(a) Echelon.



(b) Rampe.

Fig. 10.5 – Réponse temporelle du circuit pour différentes tensions d'entrée.