ELEC1755 : Formulaire

Les équations de Maxwell temporelles

	Equations intégrales	Equations temporelles	Conditions limites
Gauss :	$\oint \vec{D} \cdot \vec{dS} = \int_{in} \rho dV$	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\hat{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S$
	$\oint \vec{B} \cdot \vec{dS} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$
Faraday :	$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{in} \vec{B} \cdot \vec{dS}$	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$
Ampère :	$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{in} \vec{D} \cdot \vec{dS} + \int_{in} \vec{J} \cdot \vec{dS}$	$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_{tot} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{K}$

avec
- Champ de déplacement électrique (milieu linéaire isotrope) : $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$
- Champ d'induction magnétique (milieu linéaire isotrope) : $\vec{B} = \mu \vec{H}$
- Courant induit (milieu linéaire isotrope) : $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Conservation de la charge : $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

Vecteur de poynting : $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

Conditions limites : $\hat{n} \cdot \left(\vec{J}_1 - \vec{J}_2\right) + \nabla \cdot \vec{K} + \frac{\partial \rho_S}{\partial t} = 0$

Electrostatique

Loi de coulomb : $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{u}_r$ Champ électrique : $\vec{E} \triangleq \frac{\vec{F}}{q}$ $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ (ε_r : permittivité relative)

Potentiel électrique : $\vec{E} = -\nabla V$ $\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}$

Loi de Gauss : $\oint_{\delta\Omega} \vec{D} \cdot \vec{dS} = \int_\Omega \rho dV = Q_{in}$

Loi de Poisson : $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}$

<u>Courant</u>

Intensité : $I \triangleq \frac{dQ}{dt}$ Densité de courant : $\vec{J} = \frac{\Delta I}{\Delta S}\hat{u}_n$ $I = \int_S \vec{J} \cdot \vec{dS}$

Conductivité : σ Résistivité : $\rho = \sigma^{-1}$ Loi d'Ohm : $V = RI$

Résistance : $R \triangleq \frac{V}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl}}{\oint_S \sigma \vec{E} \cdot \vec{dS}}$ Puissance dissipée : $P = VI = RI^2$

Conducteur de section constante parcouru par un courant uniformément réparti : $R = \frac{\rho l}{S}$

<u>Capacité</u> : $C \triangleq \frac{Q}{V} = \frac{\oint \vec{D} \cdot \vec{dS}}{\int \vec{E} \cdot \vec{dl}}$ Energie potentielle : $U = \frac{QV}{2} = \frac{CV^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$

Energie potentielle (formes intégrales en temporel) : $U = \int_{vol} \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dv = \frac{1}{2} \int_{vol} V\rho \, dv$

relation courant-tension : $I = C\frac{dV}{dt}$

Magnétostatique

Loi de Biot-Savart : $\overrightarrow{H} = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\overrightarrow{J} \times \hat{u}_r}{R^2} dV$ Force de Lorentz : $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} + q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$

Force sur un courant : $\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{B}$ Flux : $\Phi = \int_S \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS}$

Moment magnétique d'une spire de surface S : $\overrightarrow{m} = SI\hat{n}$ Couple sur une spire : $\overrightarrow{T} = \overrightarrow{m} \times \overrightarrow{B}$

Milieu magnétique linéaire isotrope : $\overrightarrow{B} = \mu\overrightarrow{H}$ $\mu = \mu_r\mu_0$ (μ_r : perméabilité relative)

Circuits magnétiques

Force magnétomotrice : $\mathcal{F} = NI$ Loi d'Hopkinson : $\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$

Reluctance : $\mathcal{R} = \frac{\oint \overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{dl}}{\int \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS}}$

Induction

Force électromotrice induite : $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl}$

Relation courant-tension dans un inductance : $V = L\frac{dI}{dt}$

Inductance propre : $L \triangleq \frac{\Phi_{tot}}{I}$

Inductance mutuelle : $M \triangleq \frac{\Phi_{2,1,tot}}{I_1} = \frac{\Phi_{1,2,tot}}{I_2}$ Transformateur idéal : $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

Energie potentielle magnétique : $dU = -Id\Phi$ $U = \frac{LI^2}{2}$

Sous forme intégrale (et dans un milieu linéaire) : $U = \int_{vol} \frac{\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{H}}{2} dV$

Lignes de transmission

Solution des équations des télégraphistes $\begin{cases} V_s = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \\ I_s Z_0 = V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{\gamma z} \end{cases}$ avec $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$, $Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$

Coefficient de réflexion en z pour une ligne sans pertes d'impédance caractéristique Z_0 : $\Gamma(z) = \frac{V_0^- e^{j\beta z}}{V_0^+ e^{-j\beta z}} = \frac{Z(z) - Z_0}{Z(z) + Z_0}$

Taux d'onde stationnaire : $\text{VSWR} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$

Impédance d'entrée d'une ligne sans pertes en régime harmonique : $Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cos(\beta l) + jZ_0 \sin(\beta l)}{Z_0 \cos(\beta l) + jZ_L \sin(\beta l)}$