UCLouvain

LELEC1755

Partie « Lignes de transmission »

CM4

Lignes de transmission

Régime sinusoïdal

Matière traitée dans le 4e module LELEC1755

1. Quadripôle équivalent

- ⇨ mise en équations d'un circuit distribué
- ⇨ matrice de transmission (ABCD)
- ⇨ impédance d'entrée

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

- ⇨ ondes progressives et stationnaires
- ⇨ facteur de réflexion aux accès et le long de la ligne
- ⇨ taux d'onde stationnaire (lignes sans pertes)

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

- ⇨ transmission de puissance
- ⇨ abaque de Smith
- ⇨ techniques d'adaptation

0. Rappel: circuit équivalent d'une ligne de transmission

Une structure dont les dimensions sont grandes par rapport à la longueur d'ondes

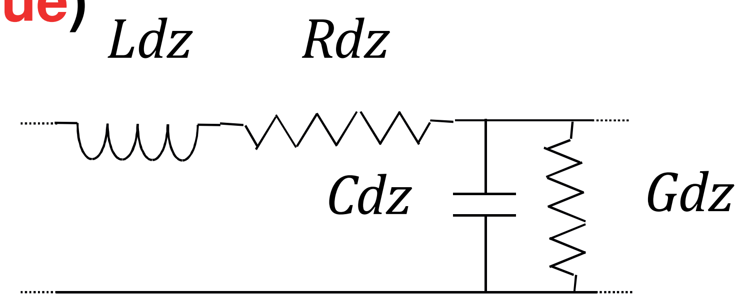
- **ne peut plus être représentée par des éléments de circuits localisés (R, L, C discrets)**
- **est le siège d'une onde de tension** $V(z,t) = f_V(\omega t \pm \beta z) \neq V(t)$ **et d'une onde de courant** $I(z,t) = f_I(\omega t \pm \beta z) \neq I(t)$

Circuit équivalent d'une ligne TEM

onde TEM	→	**L, C**
pertes milieu	→	**G (généralement faible)**
pertes conducteurs	→	**R (généralement faible)**

Circuit équivalent infinitésimal (= circuit distribué)

→ pour une longueur dz



Ceci n'est pas un filtre !!!

0. Rappel: circuit équivalent d'une ligne de transmission

Lien entre les paramètres linéiques et les paramètres fondamentaux

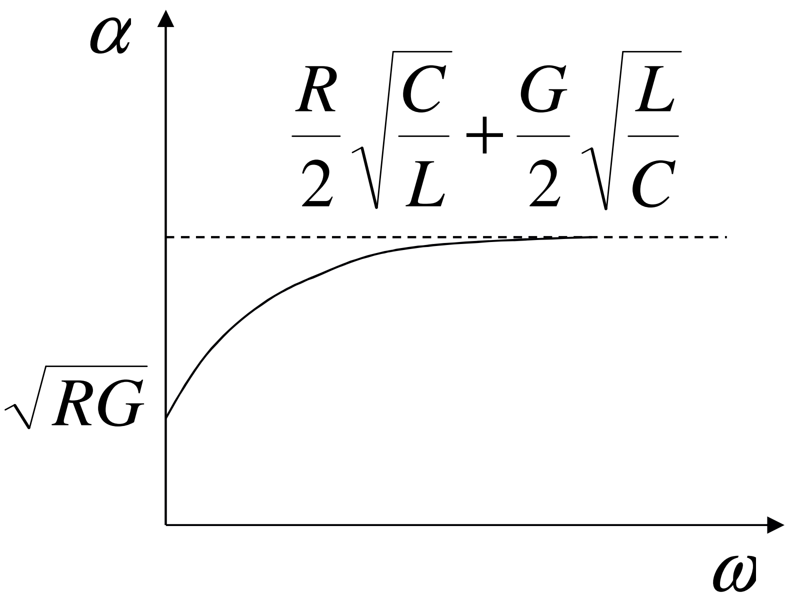
Lignes sans pertes	→	**Lignes avec pertes**
$Z_c = \sqrt{L/C}$	$Z_c = \sqrt{Z/Y}$	$Z_c = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$
$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
$\gamma = j\beta = \omega\sqrt{LC}$	$\gamma = \sqrt{ZY}$	$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$

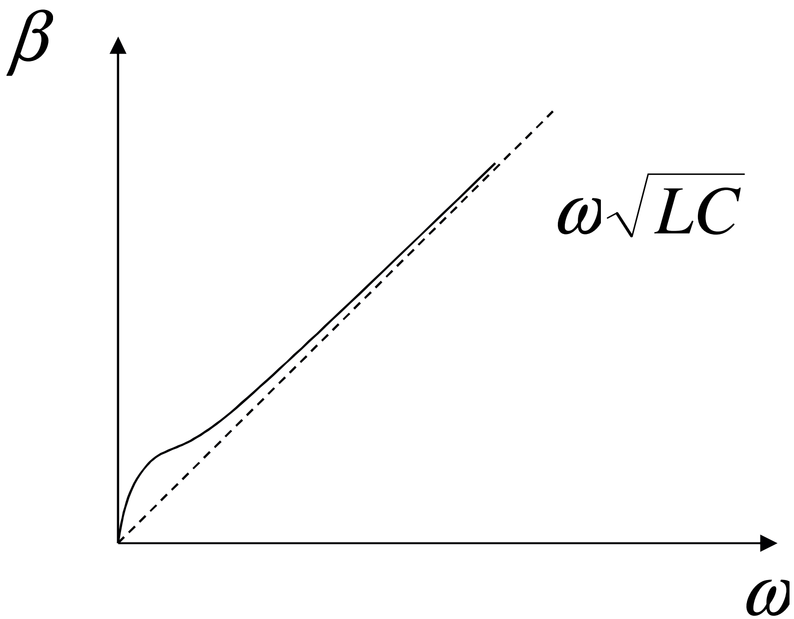
0. Rappel: circuit équivalent d'une ligne de transmission

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \sqrt{(1/2)\left[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + RG - LC\omega^2\right]}$$

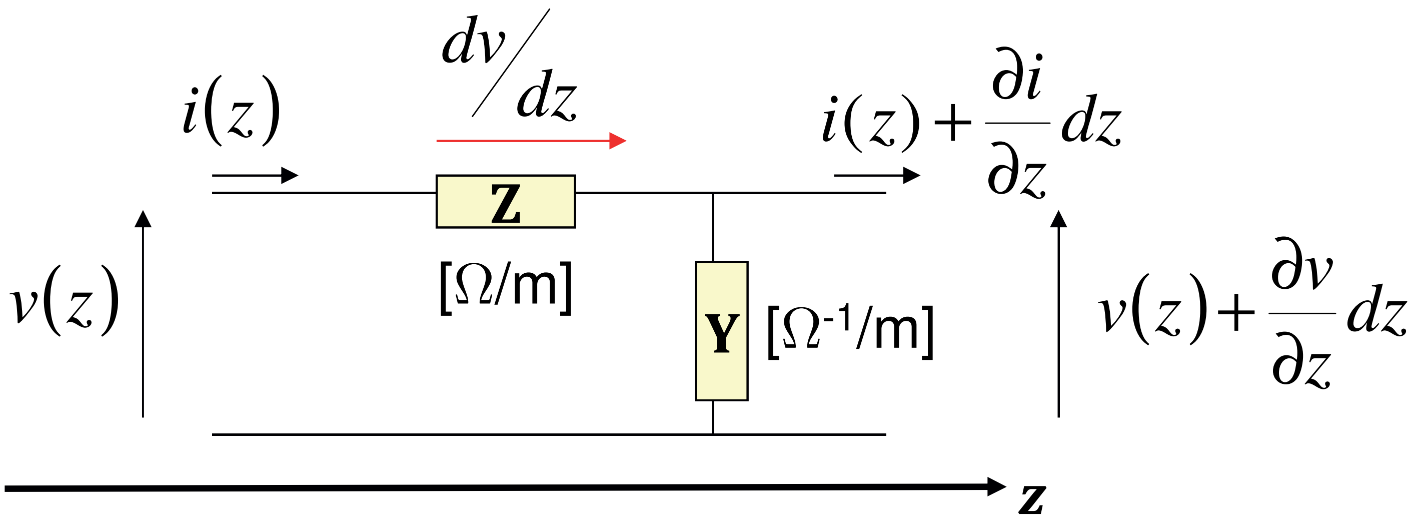
$$\beta = \sqrt{(1/2)\left[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - RG + LC\omega^2\right]}$$





Variations de α et de β en fonction de la fréquence

1. Quadripôle équivalent



Lignes uniformes (Z, Y constantes)

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L$$

$$\mathbf{Y} = G + j\omega C$$

Z, Y complexes → domaine de Laplace

$$\begin{cases} -\dfrac{dV(z,p)}{dz} = Z\,I(z,p) \\ -\dfrac{dI(z,p)}{dz} = Y\,V(z,p) \end{cases}$$

On dérive →

$$\begin{cases} -\dfrac{d^2V(z,p)}{dz^2} = Z\,\dfrac{dI(z,p)}{dz} \\ -\dfrac{dI^2(z,p)}{dz^2} = Y\,\dfrac{dV(z,p)}{dz} \end{cases}$$

Équation des télégraphistes

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{d^2V}{dz^2} = ZYV \\ \dfrac{d^2I}{dz^2} = ZYI \end{cases}}$$

Solution générale

$$\boxed{\begin{aligned} V(z) &= V_+ \, e^{-\sqrt{ZY}\, z} + V_- \, e^{\sqrt{ZY}\, z} \\ I(z) &= I_+ \, e^{-\sqrt{ZY}\, z} + I_- \, e^{\sqrt{ZY}\, z} \end{aligned}}$$

$$I_+ = \sqrt{\frac{Y}{Z}}\, V_+ \qquad I_- = -\sqrt{\frac{Y}{Z}}\, V_-$$

car

$$\begin{cases} -\dfrac{dV(z,p)}{dz} = Z\, I(z,p) \\ -\dfrac{dI(z,p)}{dz} = Y\, V(z,p) \end{cases}$$

Impédance caractéristique et exposant de propagation

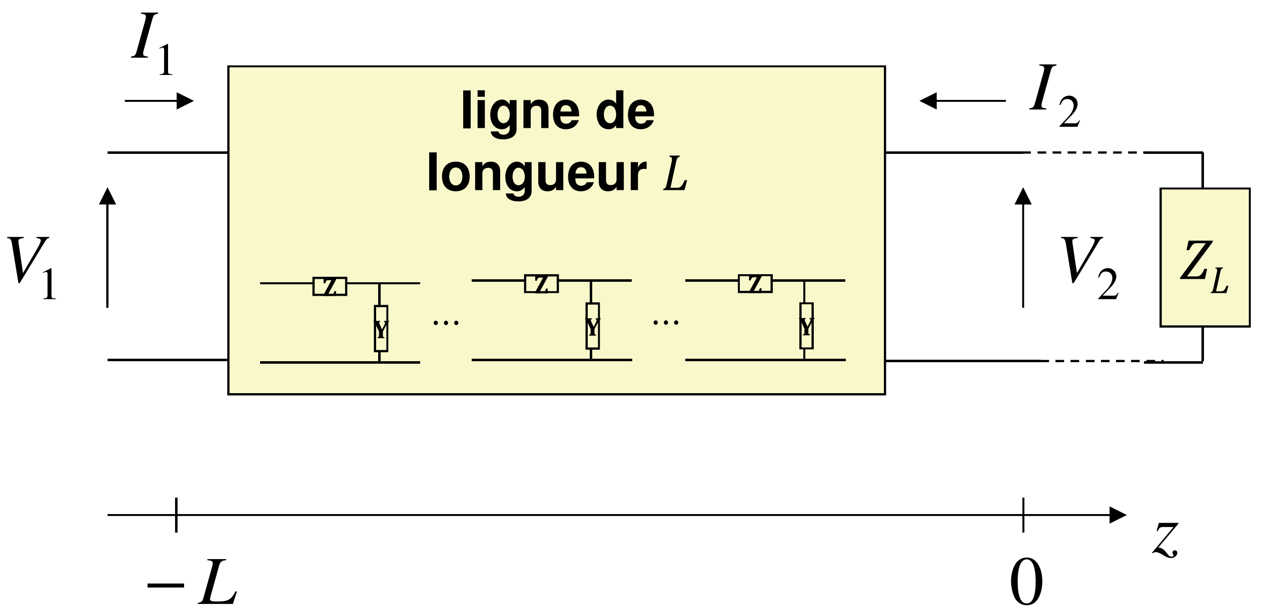
$$\boxed{Z_c \triangleq \sqrt{\frac{Z}{Y}} = R_c + jX_c} \qquad \boxed{\gamma \triangleq \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} + V_- \, e^{\gamma z} \\ Z_c \, I(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} - V_- \, e^{\gamma z} \end{cases}$$

1. Quadripôle équivalent

$$\begin{cases} V(z) = V_+\, e^{-\gamma z} + V_-\, e^{\gamma z} \\ I(z) = Y_c \left[V_+\, e^{-\gamma z} - V_-\, e^{\gamma z} \right] \end{cases}$$

Conditions aux accès



$$V_2 = -Z_L I_2$$

$$V_1 = V(-L) \quad ; \quad I_1 = I(-L)$$

$$V_2 = V(0) \quad ; \quad I_2 = -I(0)$$

$$\boxed{\begin{cases} V(z) = V_+\, e^{-\gamma z} + V_-\, e^{\gamma z} \\ I(z) = Y_c \left[V_+\, e^{-\gamma z} - V_-\, e^{\gamma z} \right] \end{cases}}$$

En $z = 0$
$$\begin{cases} V_2 = V_+ + V_- \\ I_2 = -Y_c (V_+ - V_-) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_+ = (V_2 - Z_c I_2)/2 \\ V_- = (V_2 + Z_c I_2)/2 \end{cases}$$

En $z = -L$
$$\begin{cases} V_1 = V_+\, e^{\gamma L} + V_-\, e^{-\gamma L} \\ I_1 = Y_c \left(V_+\, e^{\gamma L} - V_-\, e^{-\gamma L} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mathbf{A} & \qquad\qquad \mathbf{B} \end{array} \\ \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma L & Z_c \operatorname{sh} \gamma L \\ Y_c \operatorname{sh} \gamma L & \operatorname{ch} \gamma L \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cc} \mathbf{C} & \qquad\qquad \mathbf{D} \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

matrice de transmission (cfr. LELEC1370)

1. Quadripôle équivalent

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ch}\,\gamma L & Z_c \mathrm{sh}\gamma L \\ Y_c\ \mathrm{sh}\gamma L & \mathrm{ch}\,\gamma L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

matrice de transmission (cfr. LELEC1370)

16.4 Transmission Parameters

The final parameters we will discuss are called the *transmission parameters*. They are defined by the equations

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= \mathbf{A}\mathbf{V}_2 - \mathbf{B}\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_1 &= \mathbf{C}\mathbf{V}_2 - \mathbf{D}\mathbf{I}_2 \end{aligned} \qquad 16.10$$

or in matrix form,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \qquad 16.11$$

These parameters are very useful in the analysis of circuits connected in cascade, as we will demonstrate later. The parameters are determined via the following equations:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left.\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \\ \mathbf{B} &= \left.\frac{\mathbf{V}_1}{-\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_2=0} \\ \mathbf{C} &= \left.\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2}\right|_{\mathbf{I}_2=0} \\ \mathbf{D} &= \left.\frac{\mathbf{I}_1}{-\mathbf{I}_2}\right|_{\mathbf{V}_2=0} \end{aligned} \qquad 16.12$$

A, **B**, **C**, and **D** represent the *open-circuit voltage ratio*, the *negative short-circuit transfer impedance*, the *open-circuit transfer admittance*, and the *negative short-circuit current ratio*, respectively. For obvious reasons, the transmission parameters are commonly referred to as the *ABCD parameters*.

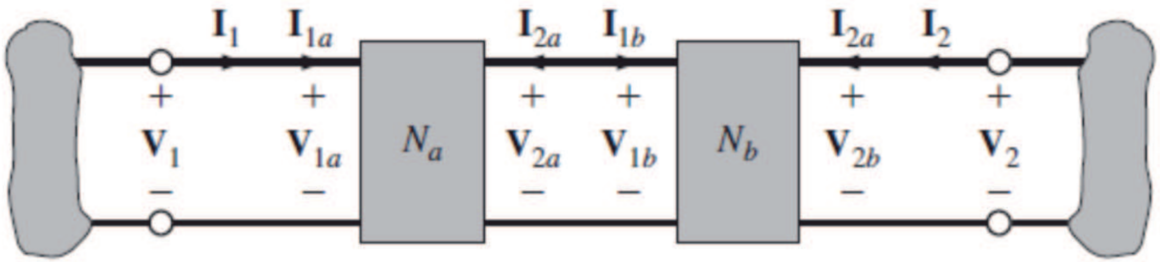
1. Quadripôle équivalent

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch } \gamma L & Z_c \text{sh} \gamma L \\ Y_c \text{ sh} \gamma L & \text{ch } \gamma L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

matrice de transmission (cfr. LELEC1370)

Figure 16.9

Cascade interconnection of networks.



Finally, if a two-port N is composed of a cascade interconnection of N_a and N_b, as shown in Fig. 16.9, the equations for the total network are

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{B}_a \\ \mathbf{C}_a & \mathbf{D}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_b & \mathbf{B}_b \\ \mathbf{C}_b & \mathbf{D}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \qquad 16.15$$

Hence, the transmission parameters for the total network are derived by matrix multiplication as indicated previously. The order of the matrix multiplication is important and is performed in the order in which the networks are interconnected.

Impédance d'entrée (cfr. LELEC1370)

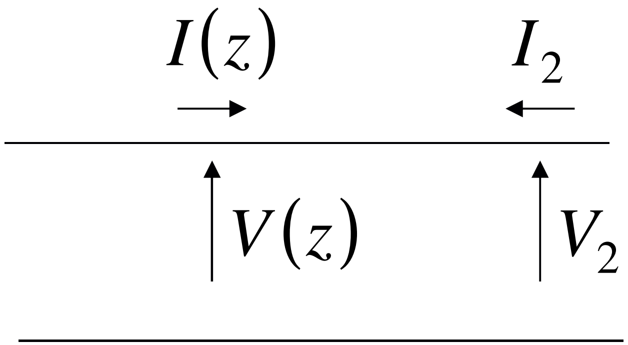
$$Z_{in} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{Z_L} = \frac{B + A Z_L}{D + C Z_L}$$

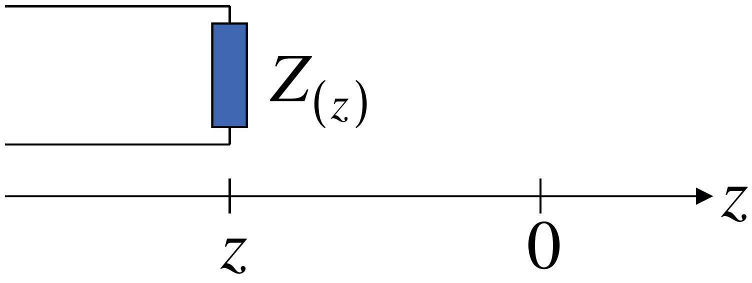
$$\boxed{Z_{in} = Z_c \frac{Z_c + Z_L \coth \gamma L}{Z_L + Z_c \coth \gamma L}}$$

- **Ligne ouverte** $Z_L = \infty \Rightarrow Z_{in} = Z_c \coth \gamma L$
- **Ligne court-circuitée** $Z_L = 0 \Rightarrow Z_{in} = Z_c \operatorname{th} \gamma L$
- **Ligne « adaptée »** $Z_L = Z_c \Rightarrow Z_{in} = Z_c$

Tension, courant, impédance le long de la ligne

$$\begin{cases} V(z) = V_2 \operatorname{ch}\gamma z + Z_c I_2 \operatorname{sh}\gamma z \\ I(z) = -\,Y_c V_2 \operatorname{sh}\gamma z - I_2 \operatorname{ch}\gamma z \end{cases}$$





$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = -\frac{V_2 \operatorname{ch}\gamma z + Z_c I_2 \operatorname{sh}\gamma z}{Y_c V_2 \operatorname{sh}\gamma z + I_2 \operatorname{ch}\gamma z}$$

Si $V_2 = -Z_L I_2$

$$\boxed{Z(z) = Z_c \frac{Z_c - Z_L \coth \gamma z}{Z_L - Z_c \coth \gamma z}}$$

A l'entrée, en $z = -L \rightarrow Z_{in}$

$$\boxed{Z_{in} = Z_c \frac{Z_c + Z_L \coth \gamma L}{Z_L + Z_c \coth \gamma L}}$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Onde progressive

$$\boxed{\begin{cases} V(z) = V_+\, e^{-\gamma z} + V_-\, e^{\gamma z} \\ I(z) = Y_c \left[V_+\, e^{-\gamma z} - V_-\, e^{\gamma z} \right] \end{cases}}$$

La solution générale des équations est constituée de deux ondes progressives, l'une vers les $z > 0$, l'autre vers les $z < 0$

Pour une ligne de longueur infinite (ou pour une ligne "adaptée", $Z_L = Z_c$), alimentée à l'entrée, $V_- = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} V(z) = V_+\, e^{-\gamma z} \\ Z_c I(z) = V_+\, e^{-\gamma z} \end{cases} \Rightarrow Z(z) = Z_c$$

Réponse en régime sinusoïdal

$$\begin{cases} v(z,t) = \mathrm{Re}\left[V(z) e^{j\omega t} \right] \\ i(z,t) = \mathrm{Re}\left[I(z) e^{j\omega t} \right] \end{cases}$$

$$\gamma \triangleq \alpha + j\beta$$

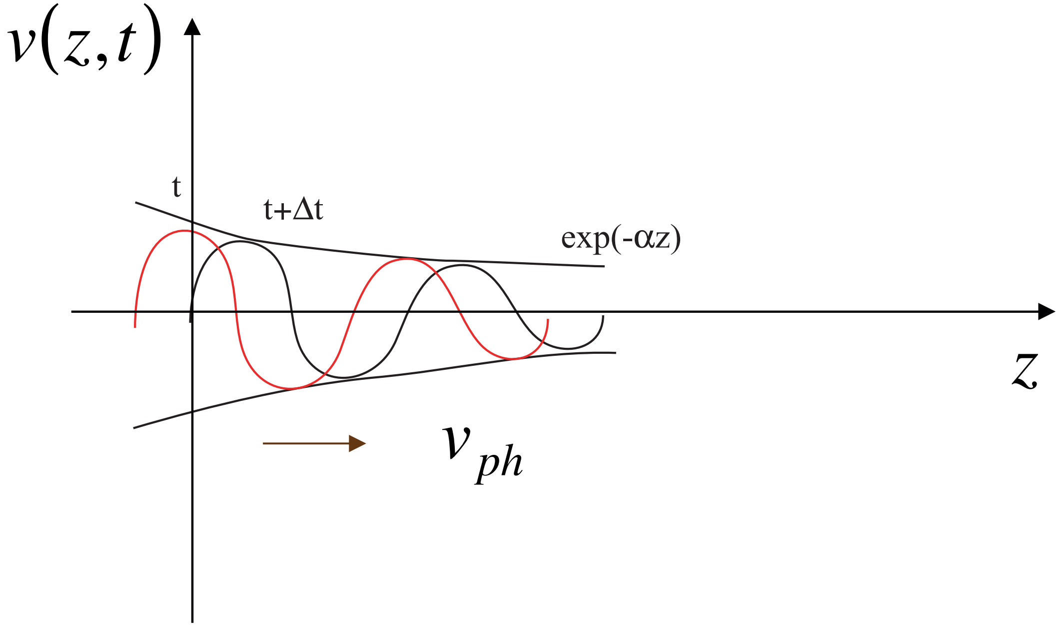
$$V_+ \triangleq |V_+|\, e^{j\phi_+}$$

$$Z_c \triangleq |Z_c|\, e^{j\phi_c}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v(z,t) = |V_+|\, e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_+) \\ i(z,t) = |Y_c|\, |V_+| e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + (\phi_+ - \phi_c)) \end{cases}$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Onde progressive



$$\omega t - \beta z + \phi_t = c^{ste}$$

(→ dérivée nulle)

Ligne non dispersive $\beta = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ $\quad v_{ph} = cst$ $\quad \boxed{v_{ph} = \frac{\omega}{\beta}}$ $\quad z > 0$

Ligne dispersive $v_{ph} = f(\omega)$

Si $V_+ = 0$, l'onde progressive se déplace de droite vers la gauche (vers les $z < 0$), et on obtient (cas non-dispersif)

$$\boxed{v_{ph} = -\frac{\omega}{\beta}} \quad z < 0$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Cas général

$$V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} \quad + \quad V_- \, e^{\gamma z}$$

onde incidente + onde réfléchie

1. Ligne ouverte à son extrémité $\Rightarrow I_2 = 0 = V_+ - V_- \qquad hyp : \phi_+ = 0$

$$V_+ = V_-$$

$$V(z) = V_+ \left(e^{-j\beta z} + e^{j\beta z} \right)$$

$$v(z,t) = V_+ \left[\cos(\omega t - \beta z) + \cos(\omega t + \beta z) \right]$$

$$\boxed{= 2\, V_+ \cos \omega t \cos \beta z}$$

apparition d'une onde purement stationnaire

$$i(z,t) = 2Y_c \, V_+ \sin \omega t \sin \beta z$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Cas général

$$V(z) = V_+\, e^{-\gamma z} \quad + \quad V_-\, e^{\gamma z}$$

onde incidente + onde réfléchie

2. Ligne court-circuitée à son extrémité $\Rightarrow V_2 = 0 = V_+ + V_- \quad hyp : \phi_+ = 0$

$$V_+ = -V_-$$

$$V(z) = V_+ \left(e^{-j\beta z} - e^{j\beta z}\right)$$

$$v(z,t) = V_+ \left[\cos(\omega t - \beta z) - \cos(\omega t + \beta z)\right]$$

$$\boxed{= 2\, V_+ \sin\, \omega t\, \sin\, \beta z}$$

apparition d'une onde <u>purement</u> stationnaire

$$i(z,t) = 2 Y_c\, V_+ \cos\, \omega t \cos\, \beta z$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Cas général

$$V(z) = \underbrace{V_+ \, e^{-\gamma z}}_{\text{onde incidente}} + \underbrace{V_- \, e^{\gamma z}}_{\text{onde réfléchie}}$$

3. Ligne chargée à son extrémité $\Rightarrow V_2 = -Z_L I_2$ $\quad hyp : \phi_+ = 0$

On définit un facteur de réflexion en tout z

onde réfléchie

$$\boxed{\Gamma(z) \triangleq \frac{V_- \, e^{\gamma z}}{V_+ \, e^{-\gamma z}} = \frac{V_-}{V_+} \, e^{2\gamma z}}$$

onde incidente

$$\Rightarrow \begin{cases} V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} \, [1 + \Gamma(z)] \\ I(z) = Y_c \, V_+ \, e^{-\gamma z} \, [1 - \Gamma(z)] \end{cases} \Rightarrow Z(z) = Z_c \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = \frac{V(z)}{I(z)}$$

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Cas général

$$V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} \quad + \quad V_- \, e^{\gamma z}$$

onde incidente + onde réfléchie

3. Ligne chargée à son extrémité $\Rightarrow \boxed{V_2 = -Z_L I_2}$ $\qquad hyp : \phi_+ = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} \, [1 + \Gamma(z)] \\ I(z) = Y_c \, V_+ \, e^{-\gamma z} \, [1 - \Gamma(z)] \end{cases} \Rightarrow \quad Z(z) = Z_c \, \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} = \frac{V(z)}{I(z)}$$

Lien avec la charge Z_L **en** $z = 0$

$$\Gamma(0) = \Gamma_L = \frac{V_-}{V_+}$$

or, $V(0) = V_2 = V_+ + V_-$ **et** $I(0) = I_2 = Y_c(V_+ - V_-)$

$$\Rightarrow \quad \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

3. Ligne chargée à son extrémité: la ligne est le siège d'une onde dont l'enveloppe est stationnaire

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} \quad \Leftrightarrow \quad Z_L = Z_C \frac{1+\Gamma_L}{1-\Gamma_L}$$

$$\begin{cases} V(z) = V_+ \, e^{-\gamma z} \left[1 + \Gamma(z)\right] \\ I(z) = Y_c \, V_+ \, e^{-\gamma z} \left[1 - \Gamma(z)\right] \end{cases}$$

$$Z(z) = Z_c \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} = \frac{V(z)}{I(z)}$$

$$\left|V(z')\right| = e^{-\alpha z} \left|V_+\right| \left|1 + \Gamma(z')\right|$$

$$\left|I(z)\right| = e^{-\alpha z} \left|Y_C\right| \left|V_+\right| \left|1 - \Gamma(z)\right|$$

→ **l'amplitude de la tension est maximale aux positions z telles que $\Gamma(z)$ est réel positif**

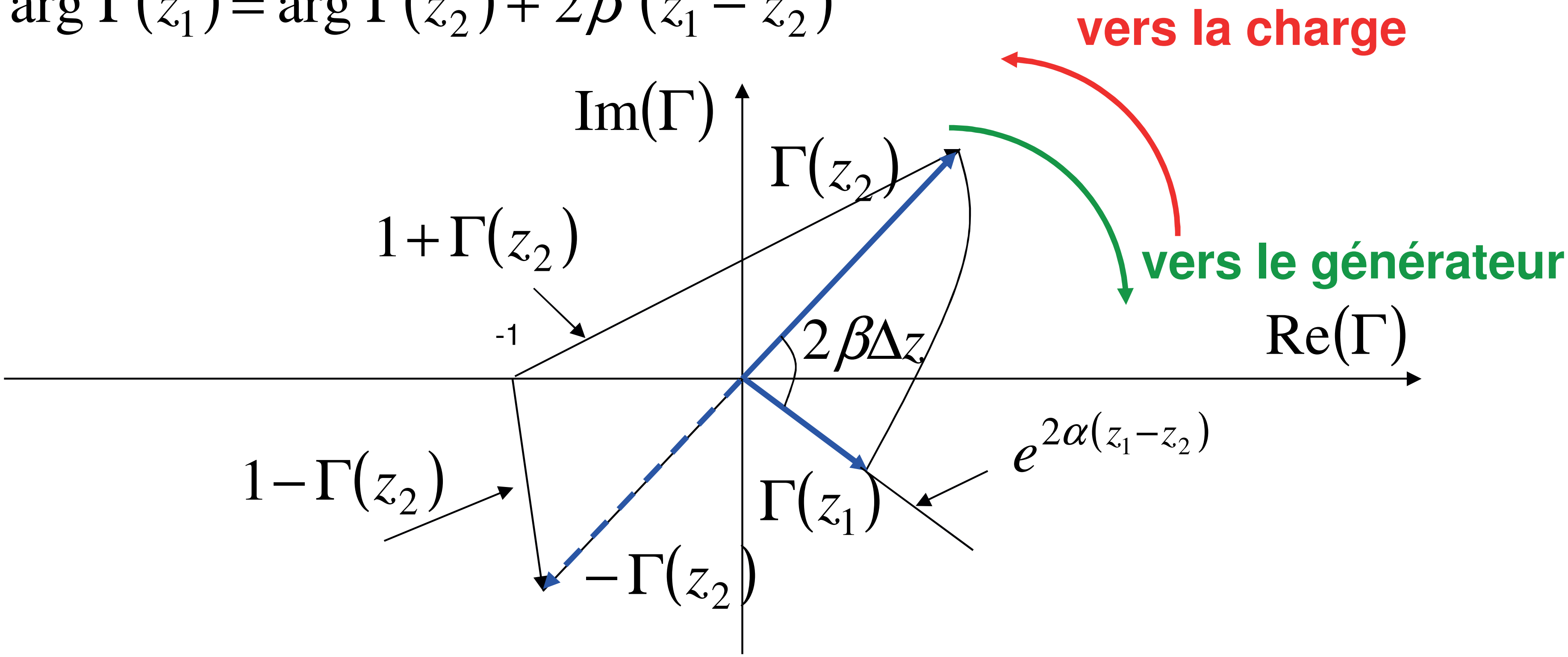
→ **l'amplitude de la tension est minimale aux positions z telles que $\Gamma(z)$ est réel négatif**

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

Facteur de réflexion le long de la ligne

$$\left|\Gamma(z_1)\right| = \left|\Gamma(z_2)\right| e^{2\alpha(z_1 - z_2)}$$

$$\arg \Gamma(z_1) = \arg \Gamma(z_2) + 2\beta\,(z_1 - z_2)$$



$$2\beta\Delta z = 2\pi \longrightarrow \Delta z = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{2}$$ le long de la ligne

2. Réflexion et taux d'ondes stationnaires

En l'absence de pertes, l'amplitude de $\Gamma(z)$ est constante

$$|V(z)| = |V_+|\,|1+\Gamma(z)|$$

$$|I(z)| = |I_+|\,|1-\Gamma(z)|$$

$$\Rightarrow \quad |V(z)|_{\max} = |V_+|\,\left(1+|\Gamma(z)|\right)$$

$$|V(z)|_{\min} = |V_+|\,\left(1-|\Gamma(z)|\right)$$

$$\boxed{TOS \quad \text{ou} \quad \underset{\text{(anglais)}}{VSWR} \;\triangleq\; \frac{|V(z)|_{\max}}{|V(z)|_{\min}} = \frac{1+|\Gamma(z)|}{1-|\Gamma(z)|} = s}$$

$$|\Gamma(z)| = \frac{s-1}{s+1}$$

$$\boxed{\begin{aligned} P &= (1/2)\,VI^* \\ &= (1/2)\,V_+\,e^{-\gamma z}\,[1+\Gamma(z)]\,Y_c^{\;*}\,V_+^{\;*}\,e^{-\gamma^* z}\,[1-\Gamma^*(z)] \\ &= (1/2)\,|V_+|^2\,Y_c^{\,*}\,e^{-2\alpha z}\left(1-|\Gamma|^2+2j\,\mathrm{Im}\,\Gamma\right) \end{aligned}}$$

$$\boxed{\mathrm{Re}(P) = \frac{1}{2}|V_+|^2\,\mathrm{Re}\,Y_c\;e^{-2\alpha z}\left(1-|\Gamma|^2+2\,\mathrm{Im}\,\Gamma\,\frac{\mathrm{Im}\,Y_c}{\mathrm{Re}\,Y_c}\right)}$$

P_+ $\quad$ P_- $\quad$ **Interaction entre onde incidente et réfléchie**

Interaction nulle si Y_c est réelle et aux points où Γ est réel

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Pour une ligne sans pertes, on peut écrire

$$V(z) = V_+ \, e^{-j\beta z} + V_- \, e^{j\beta z}$$

$$R_c \, I(z) = V_+ \, e^{-j\beta z} - V_- \, e^{j\beta z}$$

$$Z(z) = R_c \, \frac{Z_L - jR_c \, tg\beta z}{R_c - jZ_L \, tg\beta z}$$

$$\Gamma(z) = \frac{V_-}{V_+} \, e^{2j\beta z} = \Gamma_L \, e^{2j\beta z}$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L / Z_c - 1}{Z_L / Z_c + 1} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - R_c}{Z(z) + R_c}$$

$$V(z) = V_+ \, e^{-j\beta z} \, [1 + \Gamma(z)]$$

$$R_c I(z) = V_+ \, e^{-j\beta z} \, [1 - \Gamma(z)]$$

$$R_e(P) = \frac{1}{2} \left| V_+ \right|^2 \underbrace{\left(1 - \left| \Gamma \right|^2 \right)}_{> 0} / R_c$$

$\Rightarrow \left| \Gamma_L \right|^2 \leq 1$ **en tout point de la ligne**

$$\Rightarrow \left| \Gamma_L \right| \leq 1$$

→ **cercle dans le plan complexe**

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Le facteur de réflexion Γ est un intermédiaire de calcul adéquat

- **Lien direct avec l'impédance en tout point de la ligne**

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - R_c}{Z(z) + R_c}$$

- **Déplacement le long de la ligne: rotation de Γ dans un plan complexe**

$$|\Gamma(z_1)| = |\Gamma(z_2)|\, e^{2\alpha(z_1 - z_2)}$$

$$\arg\Gamma(z_1) = \arg\Gamma(z_2) + 2\beta\,(z_1 - z_2)$$

… alors que le lien avec l'impédance lorsqu'on se déplace le long de la ligne est moins intuitif

$$Z(z) = R_c\,\frac{Z_L - jR_c\,tg\beta\,z}{R_c - jZ_L\,tg\beta\,z}$$

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Le facteur de réflexion Γ est un intermédiaire de calcul adéquat

$$\frac{Z(z)}{R_c} = R + jX \quad ; \quad \Gamma(z) = a + jb$$

La relation entre $\Gamma(z)$ et $Z(z)$ est une transformée bilinéaire (d'un plan complexe à un autre plan complexe)

$$\frac{Z(z)}{R_c} = \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} \qquad \Gamma(z) = \frac{Z(z)/R_c - 1}{Z(z)/R_c + 1}$$

$$R + jX = \frac{[(1+a)+jb][(1-a)+jb]}{[(1-a)-jb][(1-a)+jb]}$$

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Equations des lieux $R = R_1$ et $X = X_1$

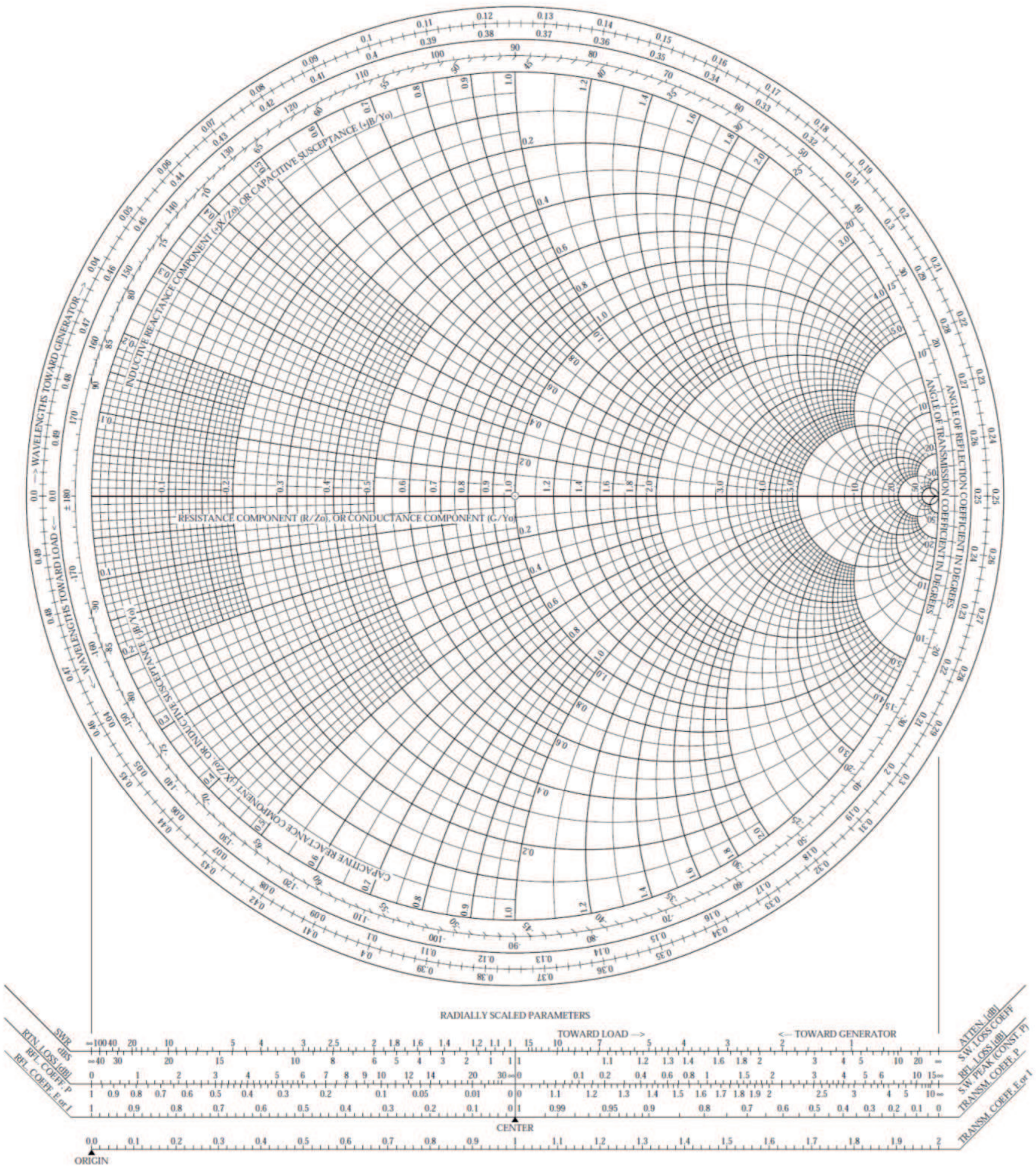
$$\left(a - \frac{R_1}{R_1 + 1}\right)^2 + b^2 = \left(\frac{1}{R_1 + 1}\right)^2$$

$$(a-1)^2 + \left(b - \frac{1}{X_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{X_1}\right)^2$$

→ ce sont les équations de deux cercles dans le plan complexe de Γ, autrement dit le plan (a, b)

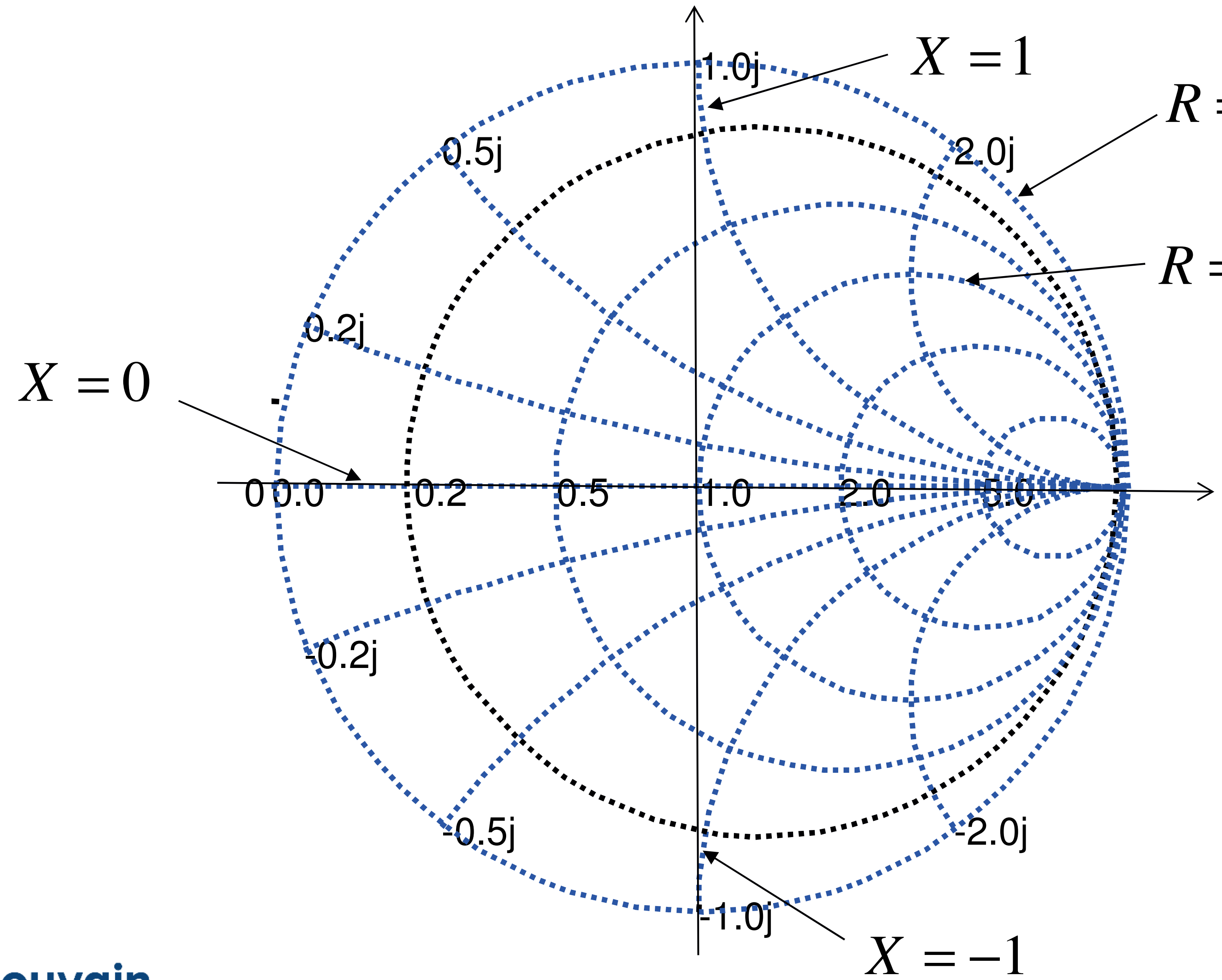
3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Abaque de Smith

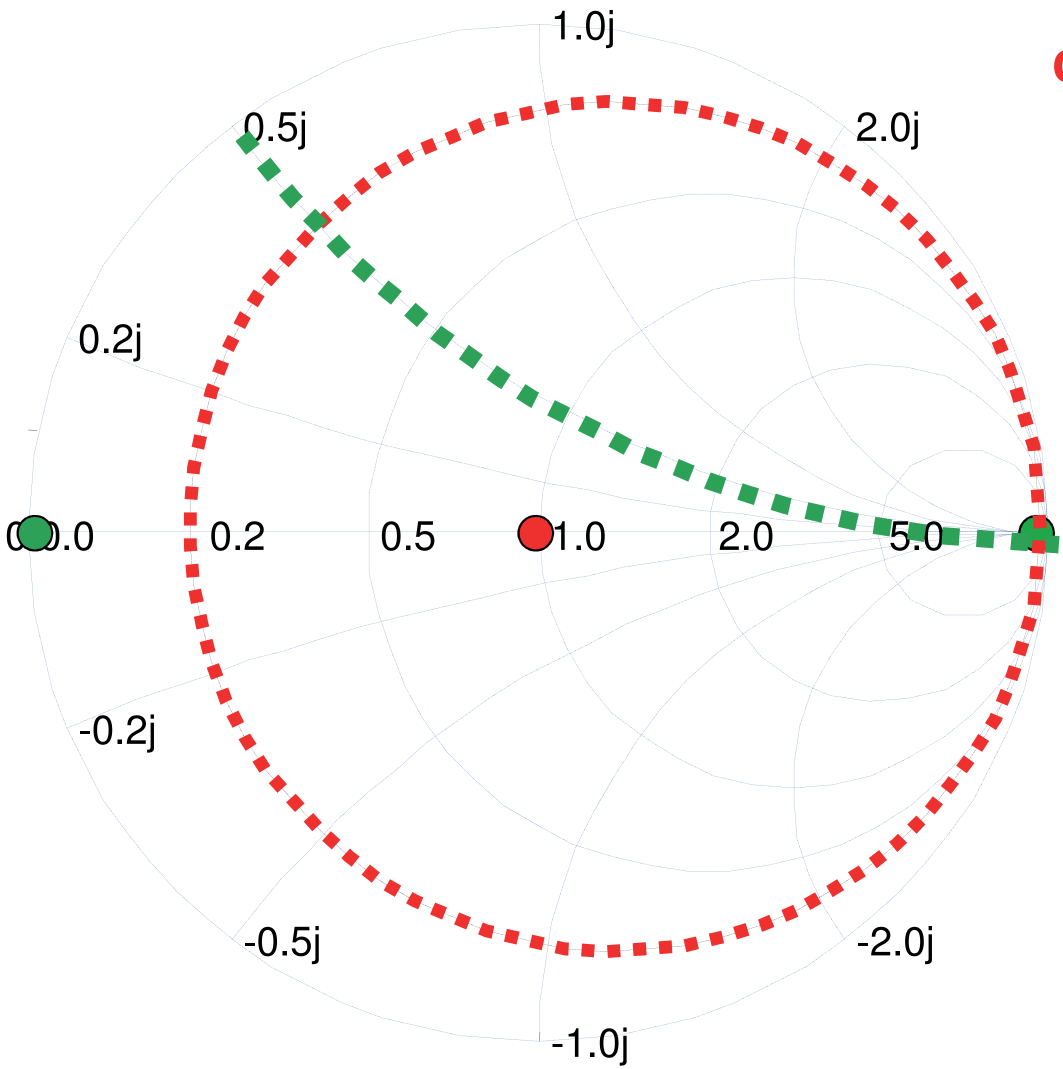


UCLouvain

3. Adaptation au sens des lignes de transmission



3. Adaptation au sens des lignes de transmission



charge adaptée

court-circuit

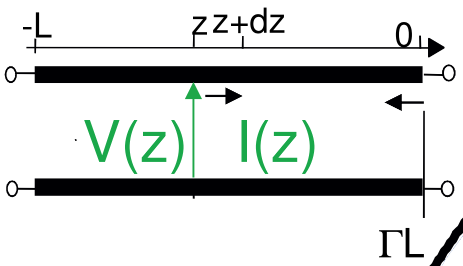
circuit ouvert

Re(Z) = cste

Im(Z) = cste

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

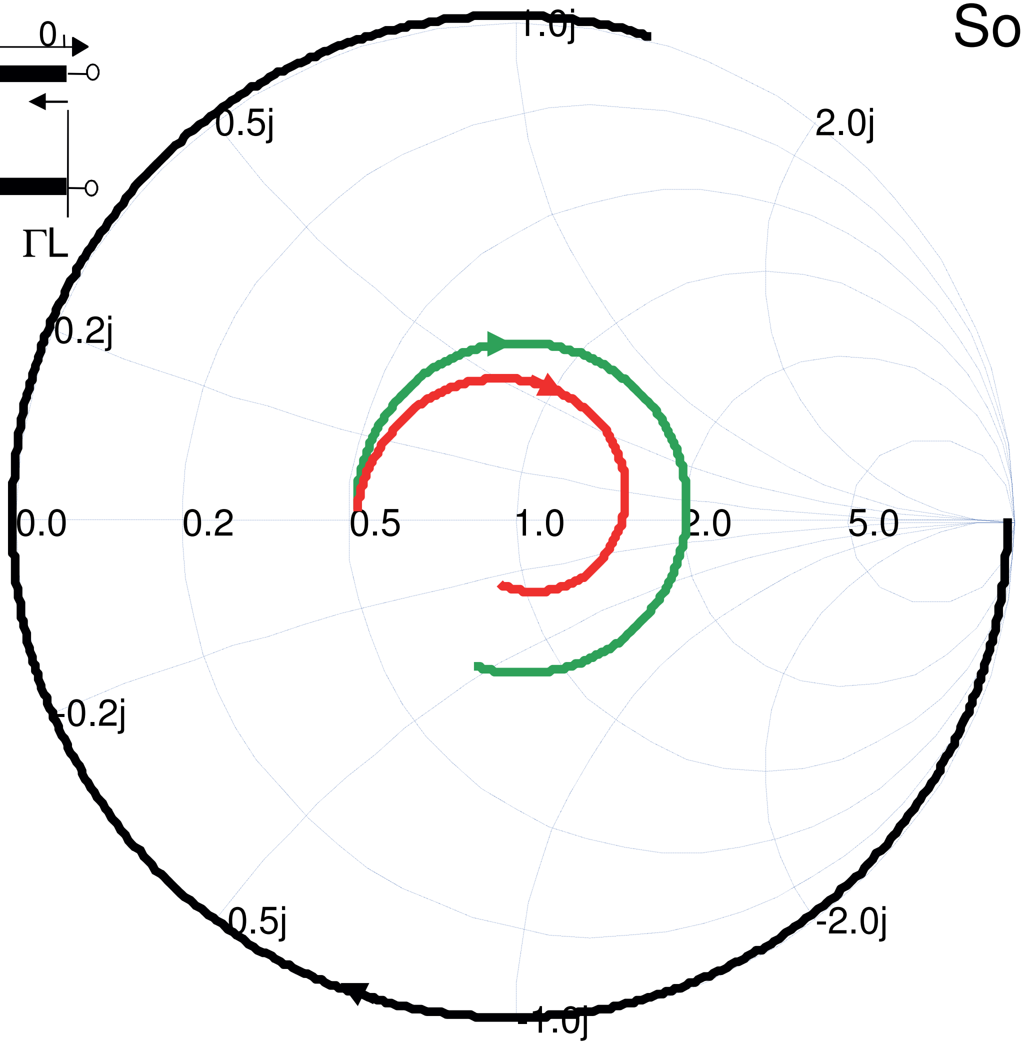
$$\Gamma(z_1) = \Gamma_L e^{2\gamma z_1} \qquad \Gamma(z_2) = \Gamma(z_1)\; e^{2\gamma(z_2 - z_1)} \qquad z_2 < z_1 < 0$$



Soit $z_1 = 0 \Rightarrow z_2 = -L$

L= 5 mm

$Z_c = 50\ \Omega$



Si β =500 m^{-1}
$\alpha = 0$
Z_L= 25 Ω

Si β =500 m^{-1}
$\alpha = 75$
Z_L= 25 Ω

Si β =500 m^{-1}
$\alpha = 0$
Y_L= 0 Ω

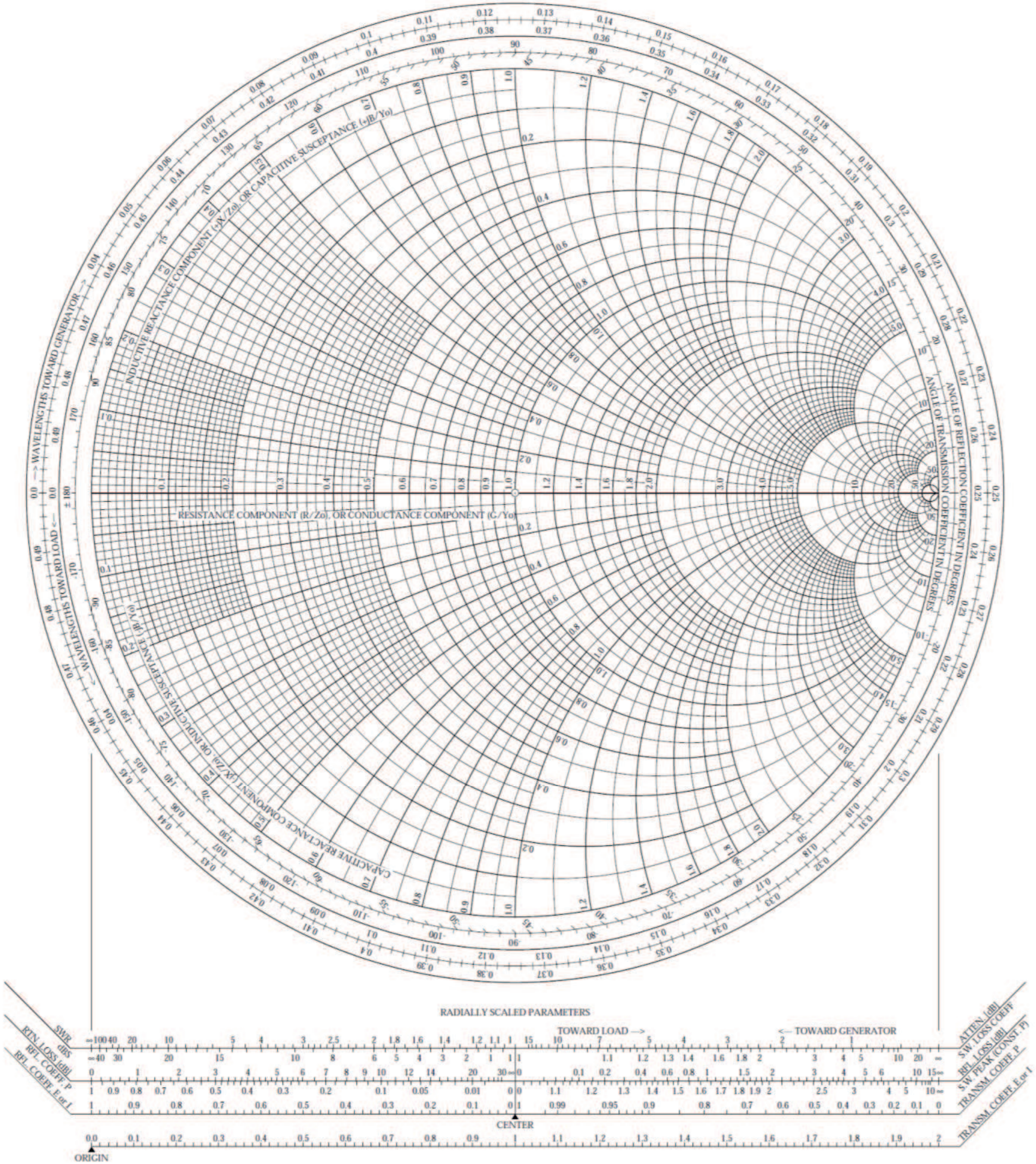
Utilisation de l'abaque en admittance: voir exercices

$$\Gamma(z) = \frac{Z(z) - Z_c}{Z(z) + Z_c}$$

$$-\Gamma(z) = \frac{Y(z) - Y_c}{Y(z) + Y_c}$$

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Abaque de Smith



3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Echelles

- $|\Gamma|$ **échelle linéaire de l'axe REFL. COEFF.**
- **échelle circulaire en arg** Γ $(-180°, 180°)$
- **échelles circulaires en fraction de** λ
- **échelle en** $|\Gamma|^2$**, facteur de réflexion en puissance**
- **échelles de TOS (VOL. RATIO) en valeur numérique et en dB**
- **échelles exponentielles (TRANSM. LOSSES) permettant l'évaluation de l'atténuation, en valeur numérique et en dB**
- **échelle RETURN LOSS in dB, rapport de la puissance réfléchie sur la puissance incidente**
- **échelle REFLECTION LOSS, rapport entre la puissance réfléchie et la différence entre la puissance incidente et réfléchie**

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

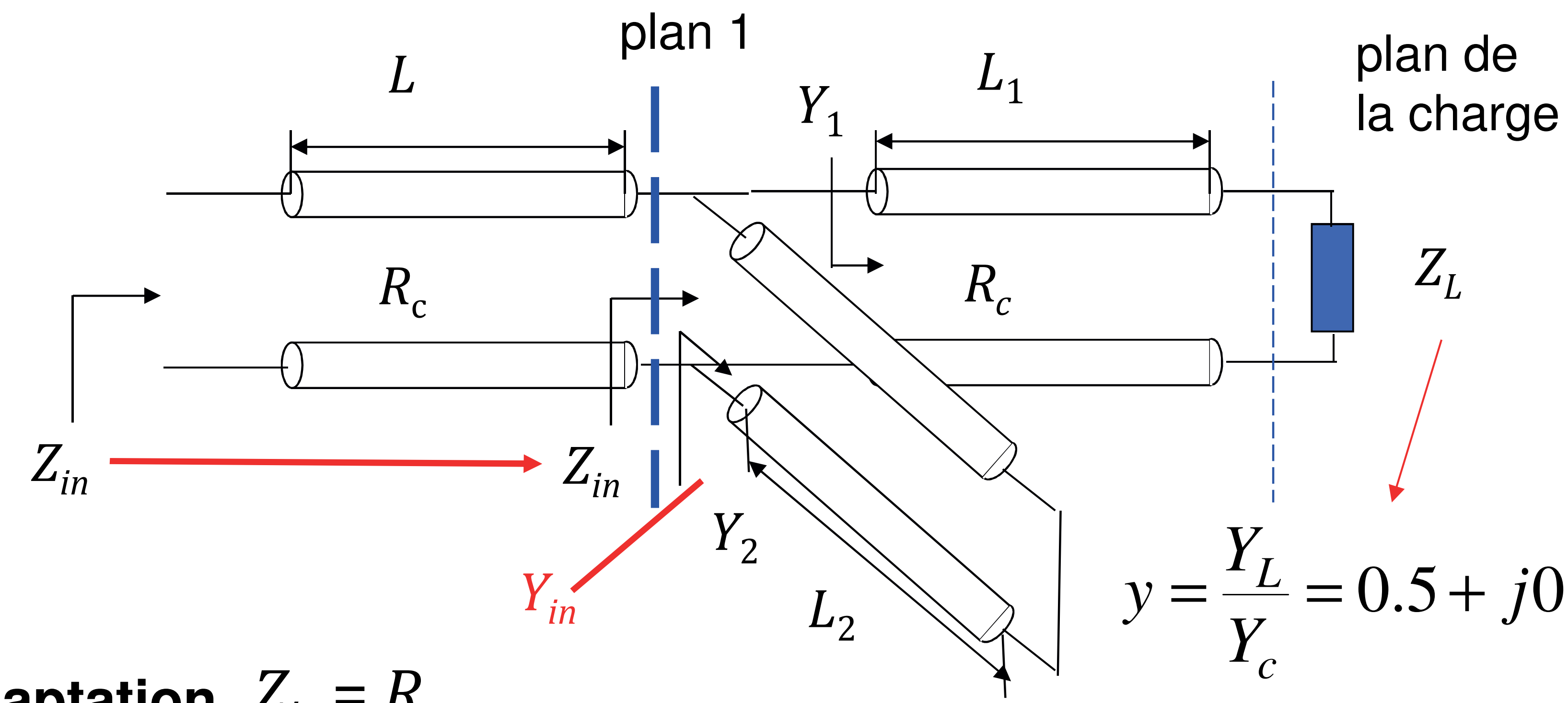
Objectif(s) de l'adaptation

- **annuler le coéfficient de réflexion à l'entrée de la ligne, de manière à ce que le maximum de puissance soit délivré à la charge**
- **au contraire de l'adaptation conjuguée (cfr. LELEC1370), l'adaptation au sens des lignes donne des meilleurs résultats pour des systèmes large bande (comportant des lignes)**

Techniques d'adaptation

- **rajouter entre l'entrée et la charge une ligne court-circuitée ou ouverte en série ou en parallèle**
- **insérer une ligne quart d'onde**
- **etc. → voir séances d'exercices**

3. Adaptation au sens des lignes de transmission



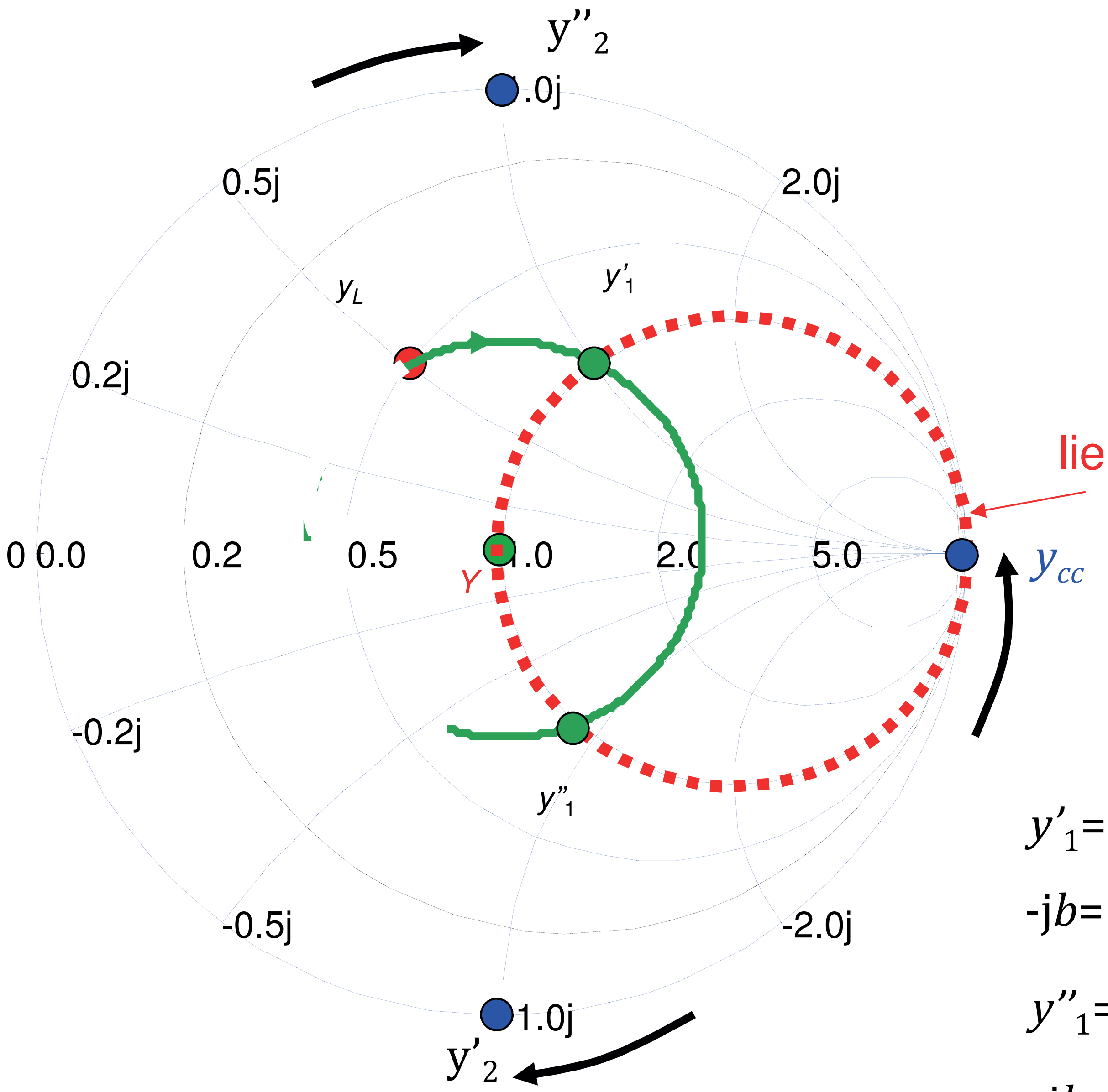
$$y = \frac{Y_L}{Y_c} = 0.5 + j0.5$$

Adaptation $Z_{in} = R_c$

- **Longueur** L **quelconque, on travaille en 1**
- **Lignes en parallèle, on travaille en admittance,** $Y_{in} = 1/R_c$

3. Adaptation au sens des lignes de transmission

Adaptation par simple court-circuit



$y = y_1 + y_2 = 1$

$y_1 + jb = 1 = y$

$y_1 = 1 - jb$

$y'_1 = 1 + j1$

$-jb = j1 = -y'_2$

$y''_1 = 1 - j1$

$-jb = -j1 = -y''_2$

UCLouvain