Национальный исследовательский институт

«Высшая школа экономики»



Оптика

Отчёт о выполнении практической работы

«Дифракция Фраунгофера»

Выполнил:

Илюшкин Егор, БФ3224

Москва, 11.05.2024

**Оглавление**

[1 Первое задание 3](#_Toc163729725)

[1.1 Первый подпункт 3](#_Toc163729726)

# Дифракция

## Явление дифракции

*Дифракция волн* – явление огибания волнами препятствий, в широком смысле любое *отклонение от законов* *геометрической оптики* при распространении волн. Она представляет собой универсальное волновое явление и характеризуется одними и теми же законами при наблюдении волновых полей разной природы. Частный случай дифракции – огибание волной препятствия и её проникновение в область *геометрической тени*.

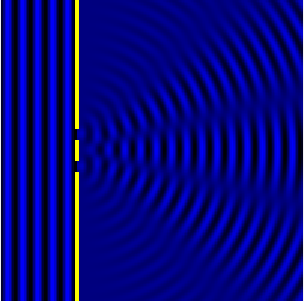


Рисунок 1. Колебания поля в пространстве при дифракции на двух щелях

Основными параметрами, существенно определяющими характер дифракционных явлений, являются *длина волны* , *размер отверстия* и *расстояние до плоскости наблюдения* . Характер дифракционных явлений определяется значением *волнового параметра* .

Область значений волнового параметра является областью применимости приближения *геометрической оптики*. Область значений называется областью *дифракции Фраунгофера* (или *дальней волновой зоной*). Промежуточная область – областью *дифракции Френеля* (или *ближней волновой зоной*).

## Принцип Гюйгенса-Френеля

Рассмотрим задачу об электромагнитной волне, падающей на *непрозрачный экран* с *отверстием*. Определим оси , , лежащие в *плоскости наблюдения*, , , лежащие в плоскости экрана и ось , расположенную перпендикулярно, другим осям.

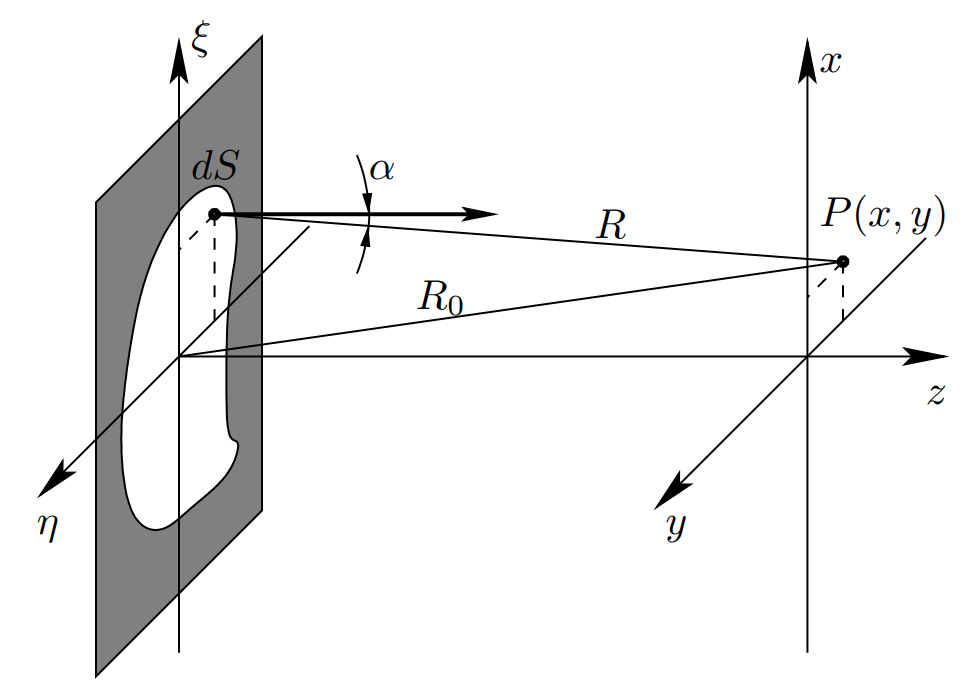


Рисунок 2. Геометрия задачи расчёта дифракционной картины в точке P

Определим *граничные условия* следующим образом: в той части плоскости , которая затенена экраном, граничное поле полагается равным нулю. На открытой части волнового фронта (т. е. в области отверстия) граничное поле полагается равным полю сторонних источников . Итак, граничное поле определяется следующим равенством:

Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля*, каждая точка волнового фронта является *вторичным источником* сферических волн. Пусть волна света, пришедшая из области , достигла плоскости . Световое поле при равно: . В области световое колебание рассматривается как результат *интерференции* вторичных волн.

Рассмотрим *элементарную площадку* , лежащую в плоскости . Подобно точечному источнику, она излучает колеблющееся поле . При вычислении вклада, который даёт это колебание в *точке наблюдения P*, нужно учесть *ослабление амплитуды* , *набег фазы* и *видимый размер площадки* из точки наблюдения .

Можно показать, что нормировочный коэффициент пропорциональности равен . Таким образом, *количественная формулировка* принципа Гюйгенса-Френеля принимает вид:

## Приближенные формулировки принципа Гюйгенса-Френеля

При условии, что *размер отверстия мал* *по сравнению с расстоянием*  до точки наблюдения, амплитудный множитель , учитывающий уменьшение амплитуды в сферической волне по мере удаления от вторичного источника , можно заменить постоянной величиной , а считать приближенно равным единице, в этом приближении:

Точное выражение для расстояния от вторичного источника до точки наблюдения (см. рис. 2) равно:

Вычисляя величину , входящую в фазовый множитель , мы не можем довольствоваться грубой оценкой *,* поскольку ошибка при вычислении фазы колебаний должна быть мала по сравнению с и, следовательно, ошибка в вычислении должна быть мала по сравнению с . Точное выражение не подходит из-за сложности аналитического вычисления интеграла в .

Для различных значений волнового параметра можно использовать разные *приближения значения* . Если предположить, что поправка под знаком радикала мала по сравнению с 1, можем воспользоваться формулой Тейлора, при этом оставим только два члена разложения в ряд. Такое приближение называется *френелевским*:

Предположение соответствует , что само по себе ничего не говорит о характере дифракционной картины. Но если дополнительно предположить, что ширина отверстия и мы рассматриваем изображение на небольшом расстоянии от оси , т.е. , то и мы имеем дело с *дифракцией Френеля*. Принцип Гюйгенса-Френеля для этого случая будет иметь вид:

Рассмотрим теперь приближение, всегда справедливое для дальней волновой зоны.

Предположим, что поправка к под знаком радикала мала, получим приближение:

Теперь допустим, что выполняется *условие Фраунгофера*:

Тогда последним слагаемым в R можно пренебречь:

Принцип Гюйгенса-Френеля для *дифракции Фраунгофера* запишется в виде:

Введя переменные , :

получим

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 3. Одномерный случай дифракции Фраунгофера | Рисунок 4. Разность хода |

Эта формула показывает, что поле в плоскости наблюдения есть (с точностью до постоянного множителя) двумерное преобразование Фурье граничного поля .

## Одномерный случай дифракции Фраунгофера

Формула, полученная выше для становится особенно наглядной, если граничное поле описывается функцией одной переменной : . Тогда с точностью до несущественного постоянного множителя

Таким образом, в данном случае картина дифракции Фраунгофера представляет собой преобразование Фурье граничного поля .

Определим разность хода волн , приходящих к удалённой точке наблюдения от двух вторичных источников, один из которых находится в точке с координатой , а второй – в точке (рис. 3). Удалённость точки позволяет считать направления волн, идущих из этих точек практически параллельными (рис. 4), следовательно, разность их хода равна:

где – направление на удалённую точку наблюдения, имеющую координату . Соответственно, разность фаз колебаний равна:

Таким образом, , то есть дифракционная картина в общем зависит от направления на точку наблюдения , а не от расстояния .

Полученные формулы для , полностью аналогичны соотношению

где – спектр (преобразование Фурье) процесса . Эта аналогия позволяет назвать величину *пространственной частотой* – аналог частоты в спектре колебательного процесса .

Ещё раз подчеркнём, что положение точки наблюдения при условии определяется углом . Если точка наблюдения смещается вдоль фиксированного направления, приближаясь или удаляясь, так что угол остаётся неизменным: (и при этом остаётся справедливо неравенство ), то значение интеграла остаётся неизменным. В этом случае картину дифракции можно характеризовать распределением интенсивности света (потока энергии) по углам :

Распределение , заданное в полярных координатах, называют *диаграммой направленности* дифракционной картины.

# Дифракция Фраунгофера на щели

## Расчёт дифракционной картины

Пусть щель шириной освещается слева плоской нормально падающей волной. Граничное поле имеет вид, изображённый на рисунке 5. Согласно полученной выше формуле для , для нахождения картины фраунгоферовой дифракции необходимо найти преобразование Фурье этой функции (эта задача полностью аналогична нахождению спектра прямоугольного импульса – роль длительности импульса здесь играет ширина щели , а роль частоты – пространственная частота ). Мы получаем

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 5. Поле на щели | Рисунок 6. Угловое распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели |

Распределение интенсивности показано на рисунке 6. Ближайшие к направлению направления, в которых обращается в нуль, определяются условием , откуда находим

Как показывает анализ функции , в угловом конусе сосредоточена подавляющая величина потока энергии. Этот угловой конус (интервал углов от до ) называют *главным максимумом* дифракционной картины.