Национальный исследовательский институт

«Высшая школа экономики»



Оптика

Отчёт о выполнении практической работы

«Дифракция Фраунгофера»

Выполнил:

Илюшкин Егор, БФ3224

Москва, 11.05.2024

**Оглавление**

[1. Дифракция 3](#_Toc169358115)

[1.1. Явление дифракции 3](#_Toc169358116)

[1.2. Принцип Гюйгенса-Френеля 4](#_Toc169358117)

[1.3. Приближенные формулировки принципа Гюйгенса-Френеля 5](#_Toc169358118)

[1.4. Одномерный случай дифракции Фраунгофера 7](#_Toc169358119)

[2. Дифракция Фраунгофера на щели 9](#_Toc169358120)

[2.1. Расчёт дифракционной картины 9](#_Toc169358121)

[2.2. Наблюдение дифракции света зелёного лазера на щели 10](#_Toc169358122)

[2.3. Определение ширины щели b 12](#_Toc169358123)

[3. Дифракция Фраунгофера на двух щелях 15](#_Toc169358124)

[3.1. Расчёт дифракционной картины 15](#_Toc169358125)

[3.2. Наблюдение дифракции света красного лазера на двух щелях 16](#_Toc169358126)

[3.3. Определение параметров двухщелевого экрана d и b 17](#_Toc169358127)

# Дифракция

## Явление дифракции

*Дифракция волн* – явление огибания волнами препятствий, в широком смысле любое *отклонение от законов* *геометрической оптики* при распространении волн. Она представляет собой универсальное волновое явление и характеризуется одними и теми же законами при наблюдении волновых полей разной природы. Частный случай дифракции – огибание волной препятствия и её проникновение в область *геометрической тени*.

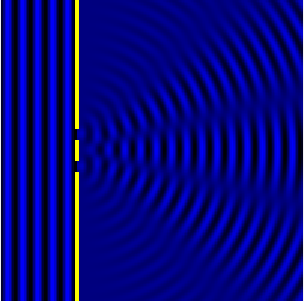


Рисунок 1. Колебания поля в пространстве при дифракции на двух щелях

Основными параметрами, существенно определяющими характер дифракционных явлений, являются *длина волны* , *размер отверстия* и *расстояние до плоскости наблюдения* . Характер дифракционных явлений определяется значением *волнового параметра* .

Область значений волнового параметра является областью применимости приближения *геометрической оптики*. Область значений называется областью *дифракции Фраунгофера* (или *дальней волновой зоной*). Промежуточная область – областью *дифракции Френеля* (или *ближней волновой зоной*).

## Принцип Гюйгенса-Френеля

Рассмотрим задачу об электромагнитной волне, падающей на *непрозрачный экран* с *отверстием*. Определим оси , , лежащие в *плоскости наблюдения*, , , лежащие в плоскости экрана и ось , расположенную перпендикулярно, другим осям.

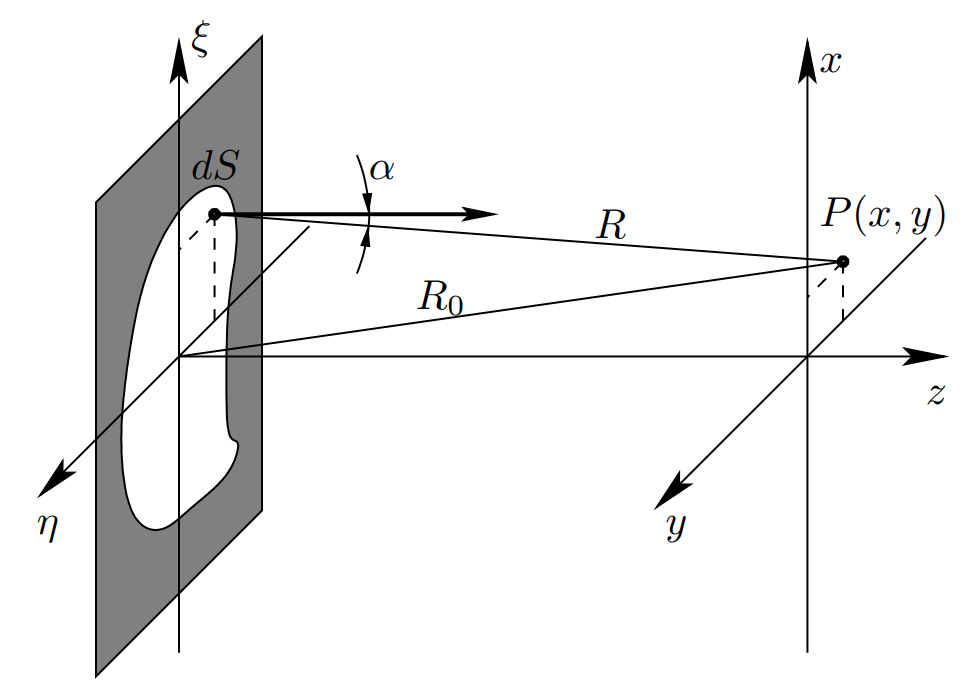


Рисунок 2. Геометрия задачи расчёта дифракционной картины в точке P

Определим *граничные условия* следующим образом: в той части плоскости , которая затенена экраном, граничное поле полагается равным нулю. На открытой части волнового фронта (т. е. в области отверстия) граничное поле полагается равным полю сторонних источников . Итак, граничное поле определяется следующим равенством:

Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля*, каждая точка волнового фронта является *вторичным источником* сферических волн. Пусть волна света, пришедшая из области , достигла плоскости . Световое поле при равно: . В области световое колебание рассматривается как результат *интерференции* вторичных волн.

Рассмотрим *элементарную площадку* , лежащую в плоскости . Подобно точечному источнику, она излучает колеблющееся поле . При вычислении вклада, который даёт это колебание в *точке наблюдения P*, нужно учесть *ослабление амплитуды* , *набег фазы* и *видимый размер площадки* из точки наблюдения .

Можно показать, что нормировочный коэффициент пропорциональности равен . Таким образом, *количественная формулировка* принципа Гюйгенса-Френеля принимает вид:

## Приближенные формулировки принципа Гюйгенса-Френеля

При условии, что *размер отверстия мал* *по сравнению с расстоянием*  до точки наблюдения, амплитудный множитель , учитывающий уменьшение амплитуды в сферической волне по мере удаления от вторичного источника , можно заменить постоянной величиной , а считать приближенно равным единице, в этом приближении:

Точное выражение для расстояния от вторичного источника до точки наблюдения (см. рис. 2) равно:

Вычисляя величину , входящую в фазовый множитель , мы не можем довольствоваться грубой оценкой *,* поскольку ошибка при вычислении фазы колебаний должна быть мала по сравнению с и, следовательно, ошибка в вычислении должна быть мала по сравнению с . Точное выражение не подходит из-за сложности аналитического вычисления интеграла в выражении для .

Для различных значений волнового параметра можно использовать разные *приближения значения* . Если предположить, что поправка под знаком радикала мала по сравнению с 1, можем воспользоваться формулой Тейлора, при этом оставим только два члена разложения в ряд. Такое приближение называется *френелевским*:

Предположение соответствует , что само по себе ничего не говорит о характере дифракционной картины. Но если дополнительно предположить, что ширина отверстия и мы рассматриваем изображение на небольшом расстоянии от оси , т.е. , то и мы имеем дело с *дифракцией Френеля*. Принцип Гюйгенса-Френеля для этого случая будет иметь вид:

Рассмотрим теперь приближение, всегда справедливое для дальней волновой зоны.

Предположим, что поправка к под знаком радикала мала, получим приближение:

Теперь допустим, что выполняется *условие Фраунгофера*:

Тогда последним слагаемым в R можно пренебречь:

Принцип Гюйгенса-Френеля для *дифракции Фраунгофера* запишется в виде:

Введя переменные , , получим:

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 3. Одномерный случай дифракции Фраунгофера | Рисунок 4. Разность хода |

Эта формула показывает, что поле в плоскости наблюдения есть (с точностью до постоянного множителя) двумерное преобразование Фурье граничного поля .

## Одномерный случай дифракции Фраунгофера

Формула, полученная выше для становится особенно наглядной, если граничное поле описывается функцией одной переменной : . Тогда с точностью до несущественного постоянного множителя

Таким образом, в данном случае картина дифракции Фраунгофера представляет собой преобразование Фурье граничного поля .

Определим разность хода волн , приходящих к удалённой точке наблюдения от двух вторичных источников, один из которых находится в точке с координатой , а второй – в точке (рис. 3). Удалённость точки позволяет считать направления волн, идущих из этих точек практически параллельными (рис. 4), следовательно, разность их хода равна:

где – направление на удалённую точку наблюдения, имеющую координату . Соответственно, разность фаз колебаний равна:

Таким образом, , то есть дифракционная картина в общем зависит от направления на точку наблюдения , а не от расстояния .

Полученные формулы для , полностью аналогичны соотношению

где – спектр (преобразование Фурье) процесса . Эта аналогия позволяет назвать величину *пространственной частотой* – аналог частоты в спектре .

Ещё раз подчеркнём, что положение точки наблюдения при условии определяется углом . Если точка наблюдения смещается вдоль фиксированного направления, приближаясь или удаляясь, так что угол остаётся неизменным: (и при этом остаётся справедливо неравенство ), то значение интеграла остаётся неизменным. В этом случае картину дифракции можно характеризовать распределением интенсивности света (потока энергии) по углам :

Распределение , заданное в полярных координатах, называют *диаграммой направленности* дифракционной картины.

# Дифракция Фраунгофера на щели

## Расчёт дифракционной картины

Пусть щель шириной освещается слева плоской нормально падающей волной. Граничное поле имеет вид, изображённый на рисунке 5. Согласно полученной выше формуле для , для нахождения картины фраунгоферовой дифракции необходимо найти преобразование Фурье этой функции (эта задача полностью аналогична нахождению спектра прямоугольного импульса – роль длительности импульса здесь играет ширина щели , а роль частоты – пространственная частота ). Мы получаем

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 5. Поле на щели | Рисунок 6. Диаграмма направленности при дифракции Фраунгофера на одной щели |

Распределение интенсивности показано на рисунке 6. Ближайшие к направлению направления, в которых обращается в нуль, определяются условием , откуда находим

Как показывает анализ функции , в угловом конусе сосредоточена подавляющая величина потока энергии. Этот угловой конус (интервал углов от до ) называют *главным максимумом* дифракционной картины.

## Наблюдение дифракции света зелёного лазера на щели

Прежде всего мы при помощи *стеклянных фильтров*, отсекающих лишнюю интенсивность, приходящуюся на главный максимум, убедились, что диаграмма направленности излучения по внешнему виду совпадает с ожидаемой (ожидаем увидеть картину, аналогичную рис. 6).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рисунок 7. Диаграмма направленности ослабленного фильтром света

Как видно по графику, использование светофильтров для последующих наблюдений неоправданно, так как они, хотя и позволяют с большей детализацией зафиксировать второй и последующие максимумы, но также сильно рассеивают свет, в результате чего картина дифракции получается сильно зашумлённой и непригодной для детального анализа.

Мы произвели *серию наблюдений дифракции*, регистрируя интерференционную картину при помощи *цифровой камеры*. В серии мы варьировали параметр – расстояние между экраном с щелью и матрицей камеры. Дифрагирующий на щели свет лазерного источника считаем приближенно монохроматическим, когерентным; волновой фронт – плоским. Щель была расположена вертикально, следовательно развёртку интерференционной картины мы регистрировали в горизонтальной плоскости. Существенные параметры оборудования отмечены ниже:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Прибор | Характеристика | Величина |
| Цифровая окулярная камера  **ToupCam SCMOS00350KPA** | Размер пикселя | 5,6 мкм |
| Отношение сигнал/шу | 45 дБ |
| Горизонтальное разрешение | 640 |
| Разрядность датчика | 256 |
| Рабочий спектральный диапазон | 380-560 нм |
| Зелёный лазерный модуль  **KLM-A532-1-5** | Длина волны излучения | 532 нм |
| Апертурный диаметр пучка | 8 мм |

Таблица 1. Характеристики оборудования при наблюдении дифракции на щели

В результате опыта мы получили несколько (20) массивов цифровых данных, отражающих горизонтальное распределение яркости на матрице камеры. При этом абсолютная величина интенсивности света нас не интересует, важен лишь характер распределения вдоль оси наблюдения. Непосредственно в опыте измерялась зависимость *относительной интенсивности* от порядкового номера пикселя матрицы, регистрирующего соответствующую интенсивность, .

## Определение ширины щели b

Используя выражение, полученное выше для распределения при дифракции Фраунгофера на щели, получим в явном виде зависимость :

* – пространственное горизонтальное разрешение датчика;
* – длина волны света;
* – расстояние между матрицей и экраном в нуле координат;
* – смещение камеры от начала координат вдоль оси в измерении ;
* – максимальная яркость при текущей экспозиции;
* – яркость фоновых источников, рассеянного в объективе света;
* – порядковый номер пикселя, являющегося центром интерференционной картины;
* – ширина щели в экране.

Параметры , , , полагаем известными (все величины даны в мм):

Параметры , , , подлежат определению. Параметр представляет для нас особый интерес, так как представляет собой измеримую прямыми методами физическую величину. Во всех 20 наблюдениях ширина щели оставалось постоянной величиной, поэтому ожидаем, что параметр должен совпасть для всех в некоторых пределах погрешности.

Прежде чем приступать к оценке , , , необходимо преодолеть проблему, связанную с регулярной *засветкой матрицы* в области главного максимума дифракционной картины. Как упоминалось ранее (см. рисунок 6), в окрестности главного максимума дифракционной картины сосредоточена основная величина потока энергии, падающего на матрицу. Во втором максимуме интенсивность составляет лишь 4,7% от интенсивности главного максимума, в третьем 1,6% и так далее. Это создаёт проблему, так как при автоматической настройке экспозиции камера стремится подобрать яркость таким образом, чтобы второй и последующие максимумы были хорошо различимы, в результате чего в окрестности главного максимума формируется область из некорректных, заниженных, значений . Для исключения влияния этого дефекта в данных, мы искусственно «экранируем» область главного максимума, где значение датчика превышает пороговое значение , обнулив значения эксперимента и предсказывающую его функцию в этом диапазоне. Если же значение превышено в других максимумах функции, положим в их окрестностях . Иными словами, мы переопределим функцию таким образом:

Определим параметры , , , с помощью методов числовой оптимизации, задав диапазоны значений и приблизительные оценки параметров для каждого наблюдения, функции и . При помощи модуля scipy.optimizeминимизируем семейство функций потерь .

где , – массив экспериментальных данных.

В результате оптимизации мы получили семейство функций и соответствующие им параметры, , , . Изобразим их графически, учтя цифровой шум.



Рисунок 8. Графики функций для каждого наблюдения.

Значения , как и ожидалось, лежат в узком диапазоне (). Наконец, можем дать оценку :

# Дифракция Фраунгофера на двух щелях

## Расчёт дифракционной картины

Пусть рядом со щелью шириной расположена параллельно ещё одна щель равной ширины на расстоянии от первой (рисунок 9). Поле первой щели в точке наблюдения , как мы выяснили выше, описывается функцией

Расстояние от второй щели до точки наблюдения на величину меньше расстояния между первой щелью и этой точкой. Соответствующая волне от второй щели фаза колебания в отличается на величину

Поэтому амплитуда волны, созданной второй щелью в точке наблюдения, описывается функцией . Волны, посылаемые в точку наблюдения двумя щелями, интерферируют. Амплитуда суммарного колебательного процесса в точке наблюдения есть

а интенсивность, соответственно

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 9. Разность хода при дифракции на двух щелях | Рисунок 10. Диаграмма направленности при дифракции Фраунгофера на двух щелях |

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок 11. Дифракционная картина от экрана с широкими щелями () (виден только главный максимум компоненты ) | Рисунок 12. Дифракционая картина от экрана с узкими щелями () (виден первый вторичный max компоненты ) |

Расстояние между максимумами находим из условия , откуда

## Наблюдение дифракции света красного лазера на двух щелях

Мы наблюдали дифракцию света красного лазера с длиной волны на двух различных экранах с различными же параметрами и . Для наблюдения экрана с бóльшим расстоянием между щелями было выбрано заведомо большое расстояние , так как угловое расстояние между максимумами обратно пропорционально .

## Определение параметров двухщелевого экрана d и b

Используя выражение, полученное выше для распределения при дифракции Фраунгофера на двух щелях, получим в явном виде зависимость относительной интенсивности :

Параметры , , , , , , , носят тот же смысл, что и ранее в случае с дифракцией на одной щели. Параметр входит в число параметров оптимизации функций ошибок . Параметр , в отличие от дифракции на щели, различный для функций .

Для минимизации ущерба модели от засветки матрицы (подробнее см пункт 2.3) исключим из рассмотрения оптимизатора промежутки, на которых значение функции .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рисунок 13. Оптимизированные функции