

Technika Regulacji	
Kierunek <i>Informatyczne Systemy Automatyki</i>	Termin <i>Poniedziałek 15¹⁵ – 16⁵⁵</i>
Imię, nazwisko, numer albumu <i>Piotr Brajer 272538 Michał Lipiec 264491</i>	Data <i>02.05.2024</i>
Temat Projekt 1 – Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe obiektów z czasem ciągłym	



Sprawozdanie – Projekt 1

Zadanie 1

$$f_1(t) = 8te^{-t}$$

$$f_2(t) = 8 - e^{-2t}(\sin(t-1) - \cos(t-1) + \sin(t-9)\cos(t-9))$$

Aby obliczyć transformatę Laplacea powyższych funkcji w MatLab na początku je definiujemy

```
f1 = 8*t*exp(-1*t);
f2 = 8-exp(-2*t)*sin(t-1)-cos(t-1)+sin(t-9)*cos(t-9);
```

Następnie wykonujemy transformatę za pomocą funkcji `laplace()` wykorzystując wcześniej zdefiniowaną funkcję i zmienne symboliczne

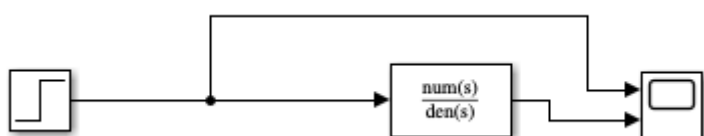
```
L1 = laplace(f1, t, s);
L2 = laplace(f2, t, s);
```

Na końcu wyniki upraszczamy funkcją `simplify()` dzięki czemu otrzymamy ostateczne wyniki:

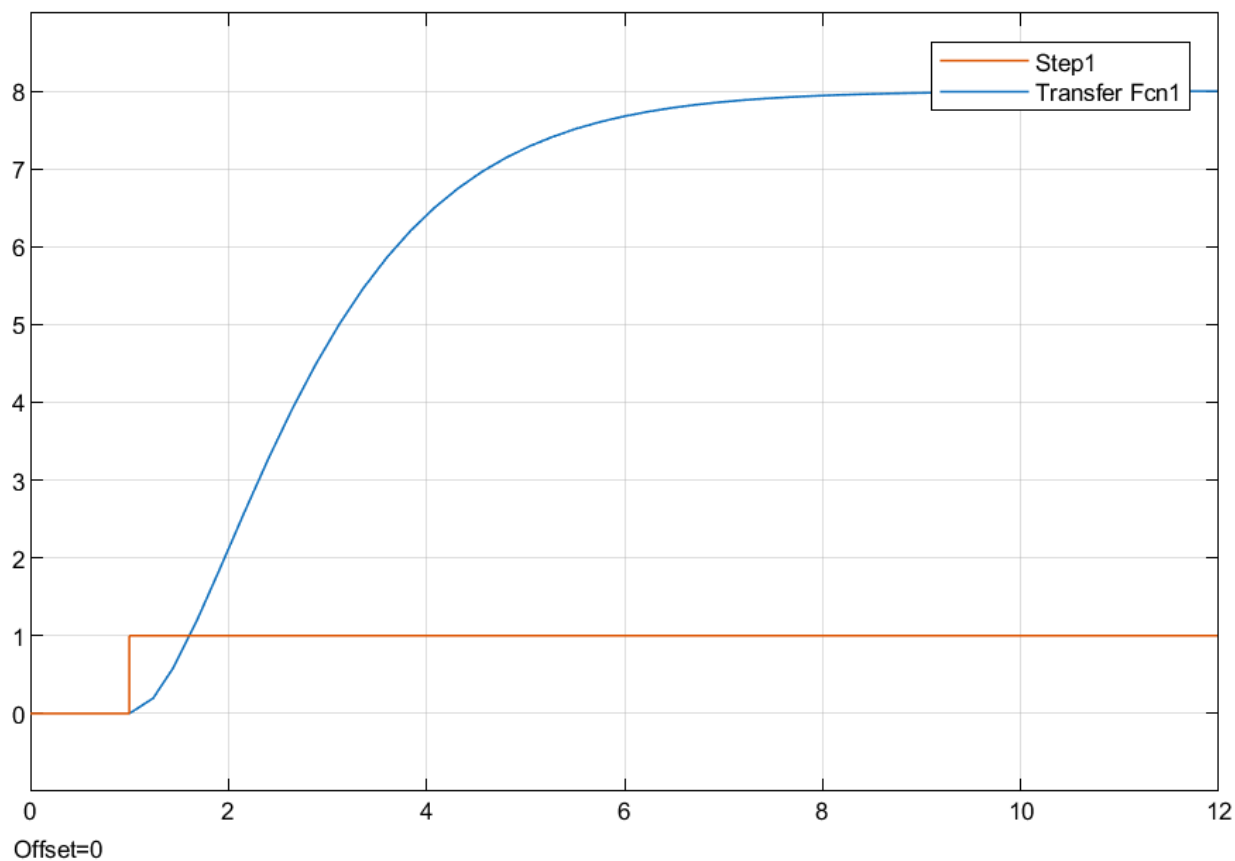
$$\mathcal{L}\{f_1(t)\} = \frac{8}{(s+1)^2}$$

$$\mathcal{L}\{f_2(t)\} = \frac{\cos(9)\left(\frac{2\cos(9)-s\sin(9)}{2(s^2+4)}+\sin(9)\right)-\sin(9)\left(\frac{2\sin(9)+s\cos(9)}{2(s^2+4)}+\cos(9)\right)-\cos(1)}{(s+2)^2+1} + \frac{8}{s} - \frac{\sin(1)+s\cos(1)}{s^2+1} + \frac{\sin(1)(s+2)}{(s+2)^2+1}$$

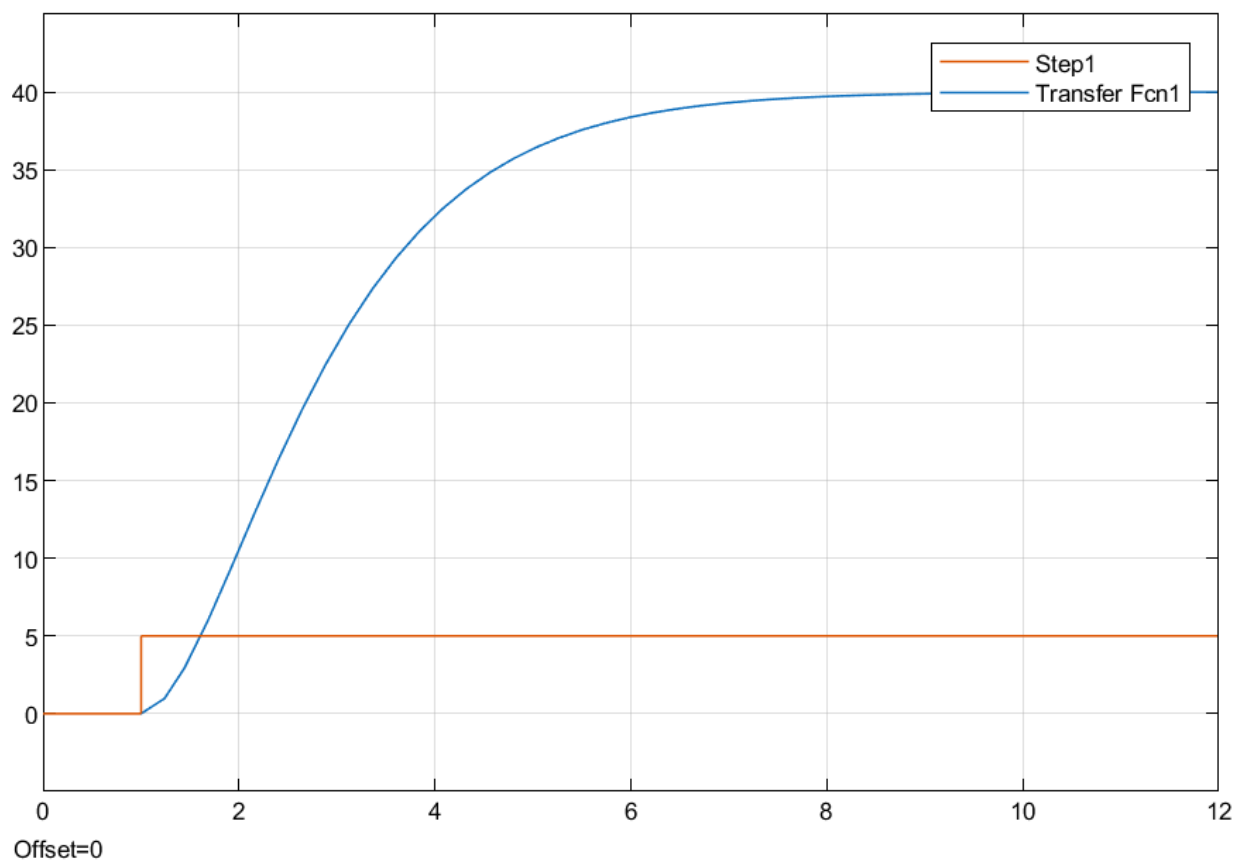
Teraz jak już otrzymaliśmy wynik transformaty funkcji f_1 można go wprowadzić do układu środowiska simulink



Parameters
Numerator coefficients:
[8]
Denominator coefficients:
[1 2 1]

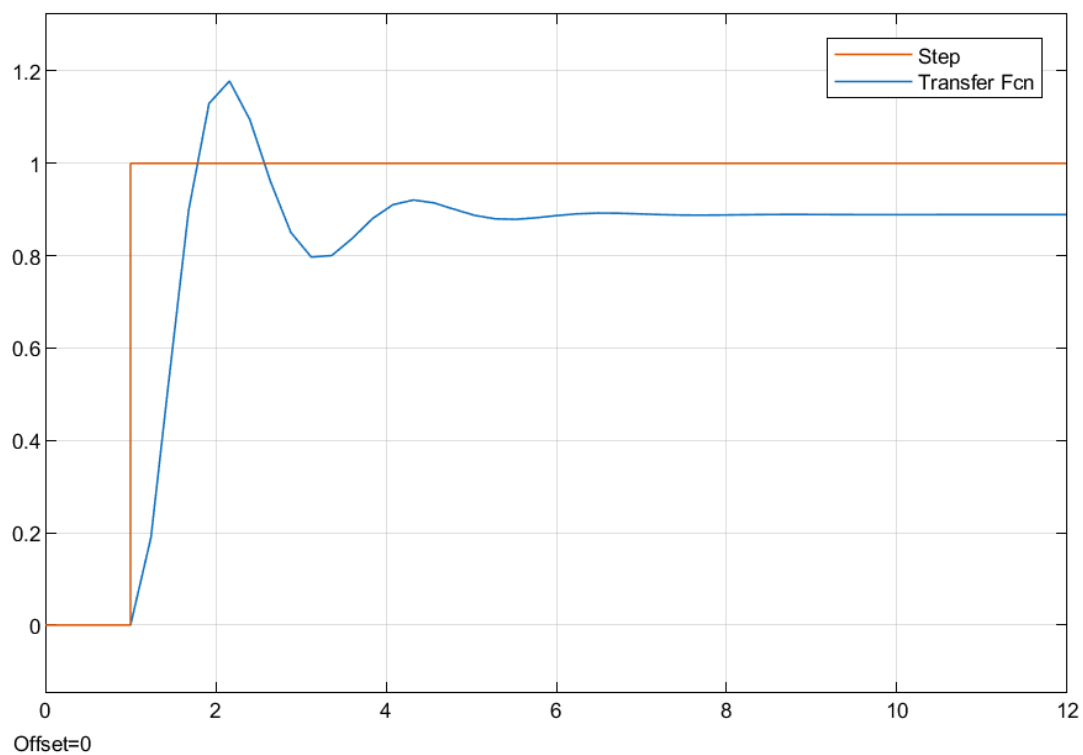
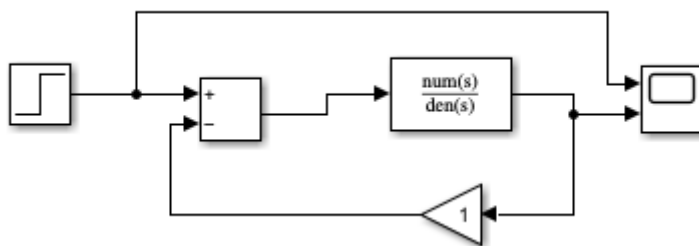


Wykres 2 Step Response dla amplitudy 1

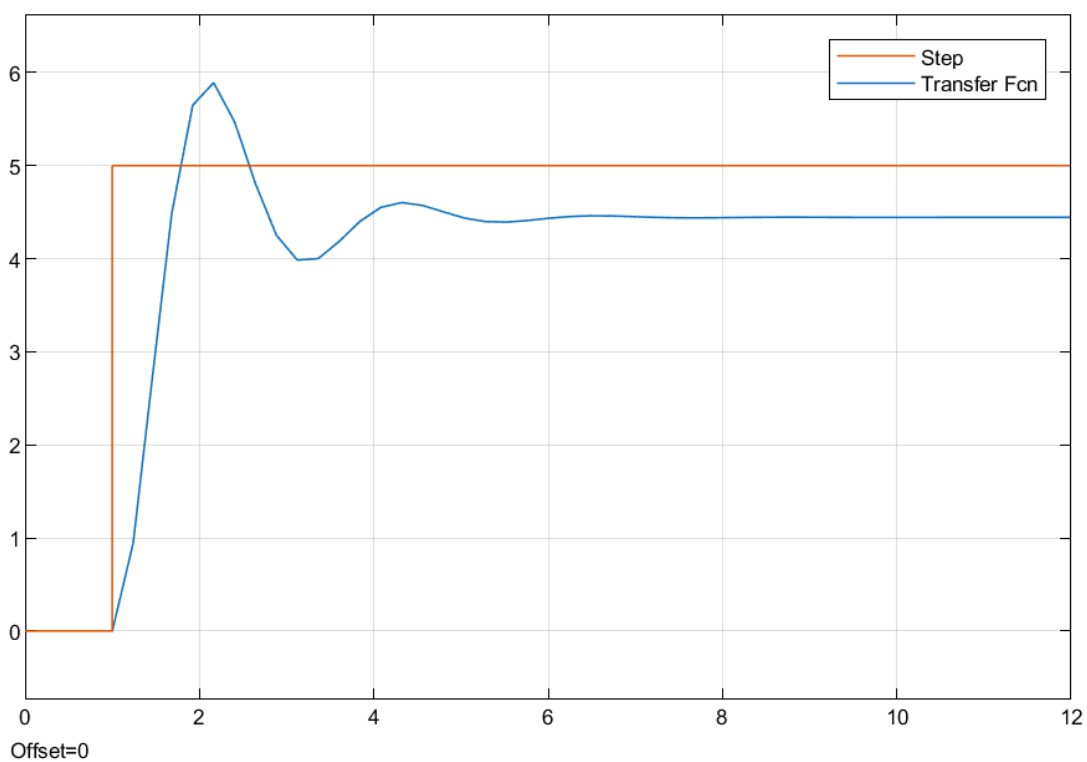


Wykres 2 Step Response dla amplitudy 5

Jeśli do istniejącego układu dodamy bloki wzrostu i odejmowania



Wykres 3 Step Response dla amplitudy 1



Wykres 4 Step Response dla amplitudy 5

Wnioski:

Za pomocą wykresów można zauważyć kilka charakterystyk funkcji f_1 :

- System wymaga tylko +- 7 sekund od zmiany wartości do zakończenia procesu stabilizacji,
- system odpowiada natychmiastowo,
- wzrost jest drastyczny zajmujący tylko +- 15% całego procesu,
- za pomocą wykresów 3 i 4 można zauważyć, że system dokonuje przeregulowania (overshoot) wynoszącą +-20% wartości kroku,
- proces stabilizacji kończy się na 90% wartości kroku co skutkuje błędem stanu stabilnego wynoszący 10%

Zadanie 2

$$F(s) = \frac{(s^3 + 4 * s^2 + 6 * s + 5)}{(s + 8) * (s^2 + 8 * s + 3) * (s^2 + 5 * s + 7)}$$

Aby obliczyć odwrotną transformatę Laplace'a powyższej funkcji w MatLab na początku ją definiujemy:

```
numerator = s^3 + 4*s^2 + 6*s + 5;  
denominator = (s + 8)*(s^2 + 8*s + 3)*(s^2 + 5*s + 7);  
L = numerator /denominator ;
```

Następnie wykonujemy transformatę za pomocą funkcji `ilaplace()` wykorzystując wcześniej zdefiniowaną funkcję i zmienne symboliczne

```
f = ilaplace(L);
```

Na końcu wyniki upraszczamy funkcją `simplify()` dzięki czemu otrzymamy ostateczne wyniki:

$$\frac{1367 \exp(-4t) \left(\cosh\left(\frac{1}{132}t\right) - \frac{4895 \cdot 132 \sinh\left(\frac{1}{132}t\right)}{17771} \right)}{417} - \frac{272 \exp\left(-\frac{5t}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{1}{32}t\right) + \frac{29 \cdot 32 \sin\left(\frac{1}{32}t\right)}{102} \right)}{4309} - \frac{299 \exp(-8t)}{93}$$

Teraz jak już posiadamy wynik odwrotnej transformaty możemy wykonać wykres czasu dla wektora $t[0,50]$.

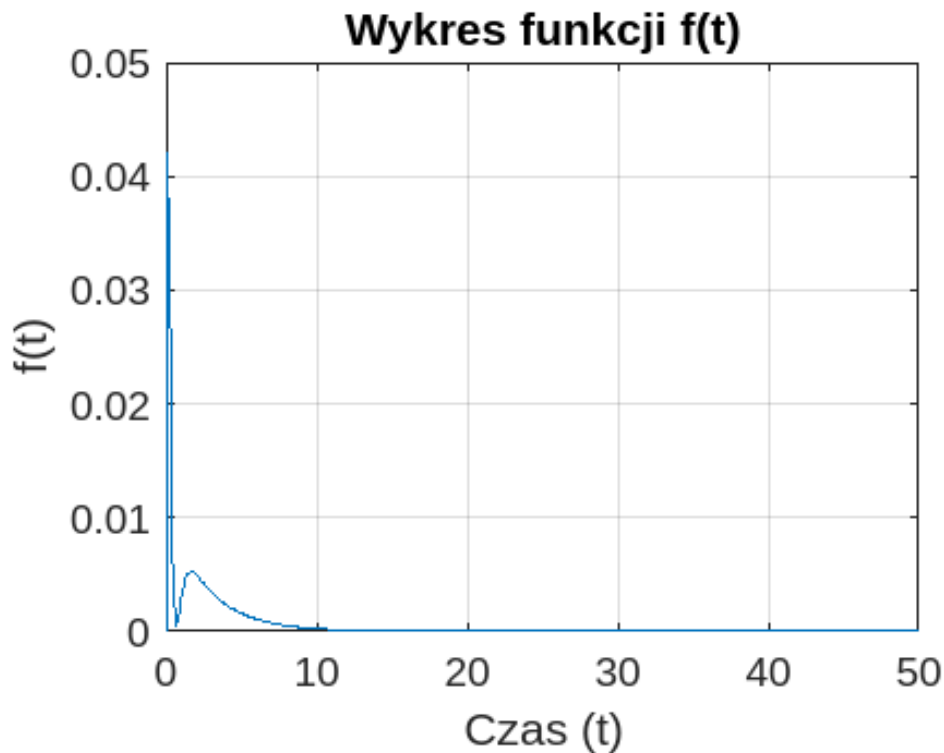
Aby dokonać tego najpierw definiujemy wektor:

```
tv = 0:0.1:50;
```

Następnie wykonujemy Ocenę odwrotnej transformaty Laplace'a względem wektora:

```
wynik = double(subs(f, t, tv));
```

Na Końcu pozostało tylko przeniesienie wyników na wykres za pomocą plot() otrzymując:



Wykres 5 wykres funkcji f(t) dla zad.2

Wnioski:

Odwrotna transformata Laplace'a wypełnia lukę między dziedziną częstotliwości a dziedziną czasu, umożliwiając analizę i zrozumienie dynamicznego zachowania systemu w rzeczywistych zastosowaniach, w tym przypadku za pomocą wykresu 5 jesteśmy w stanie stwierdzić, że:

- System ma możliwość byciem stabilnym,
- Gwałtowny skok na początku wykresu sugeruje silną reakcję przejściową.

Zadanie 3

$$5\ddot{x}(t) + \frac{1}{9}\dot{x}(t) + 2x(t) = 8 + \sin(t)$$

a)Definicja przedziału czasu:

```
Tend = 500; % Koniec przedziału czasowego  
dt = 0.01; % Krok czasowy  
t = 0:dt:Tend; % Wektor czasu
```

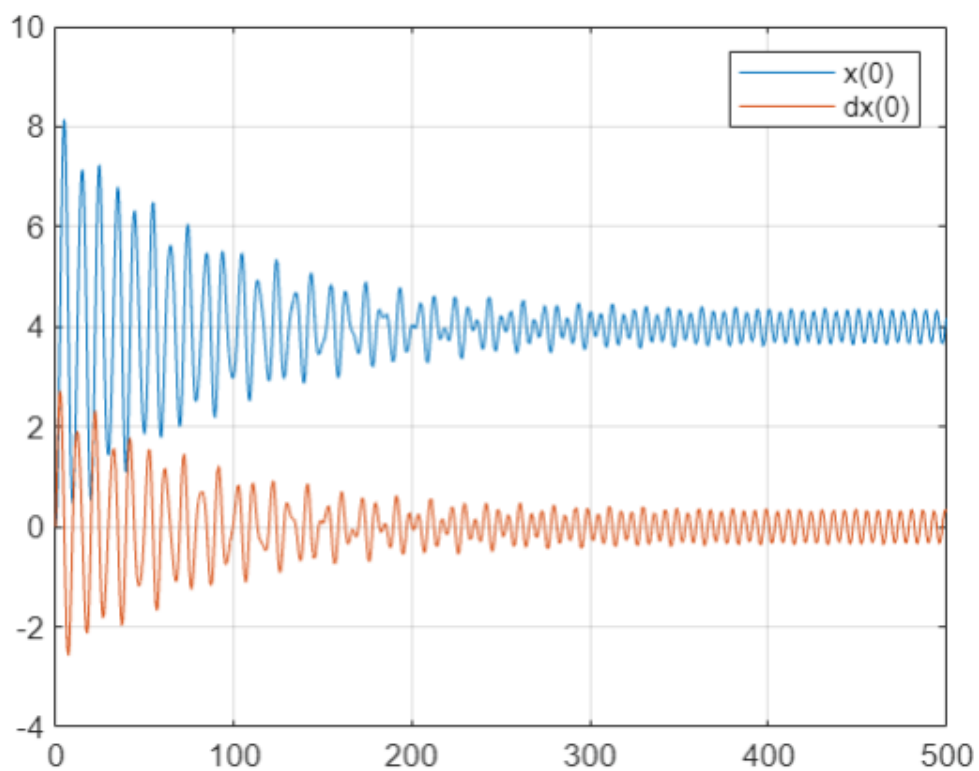
b)rozwiązanie numeryczne dla zerowych wartości:

definiujemy funkcję:

```
odefun = @(t, y) [y(2); -2/5*y(1) - 1/45*y(2) + 8/5 + 1/5*sin(t)];
```

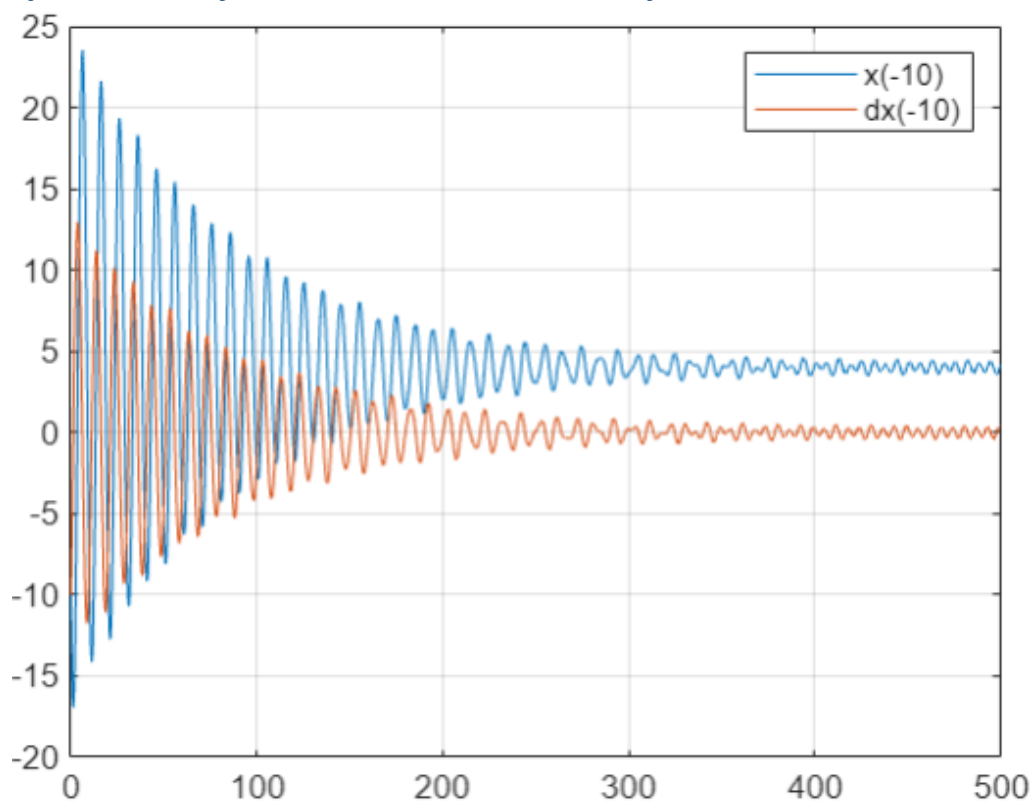
Po tym rozwiązujemy i generujemy wykres:

```
[t, x] = ode45(odefun, t, [0;0]);  
figure(1);  
plot(t, x);  
grid on  
legend x(0) dx(0)
```

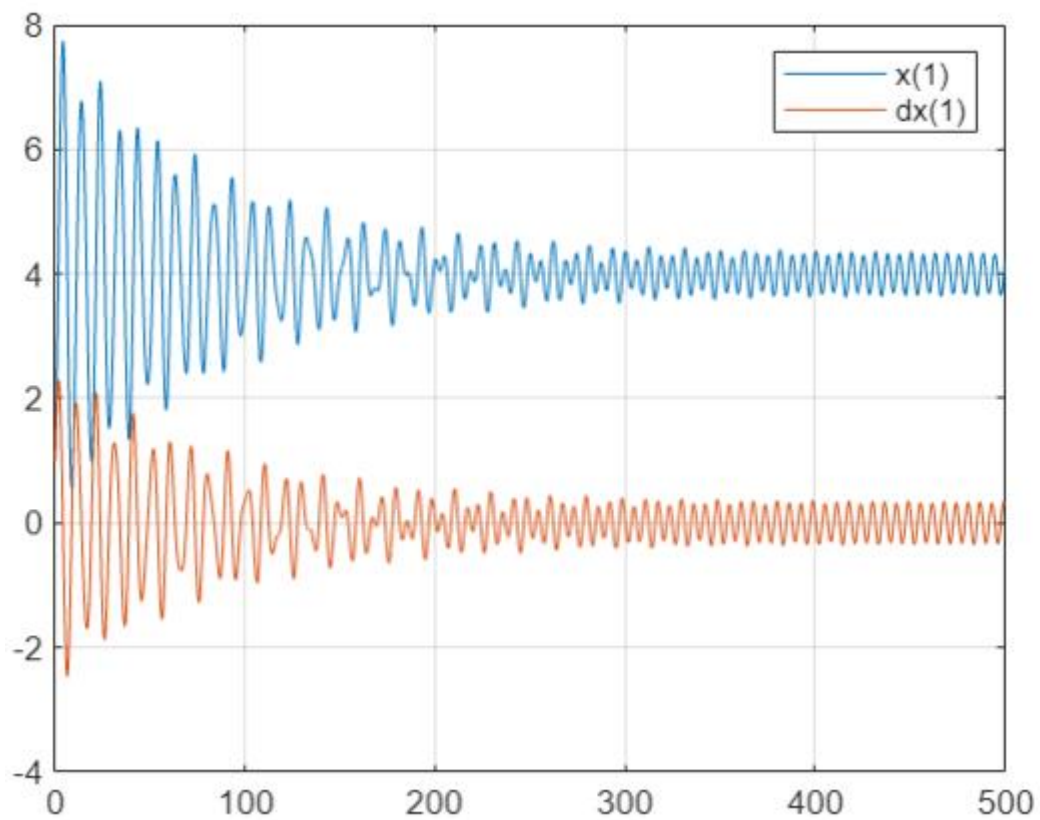


Wykres 6 Rozwiązanie numeryczne dla $x(0)$ i $dx(0)$

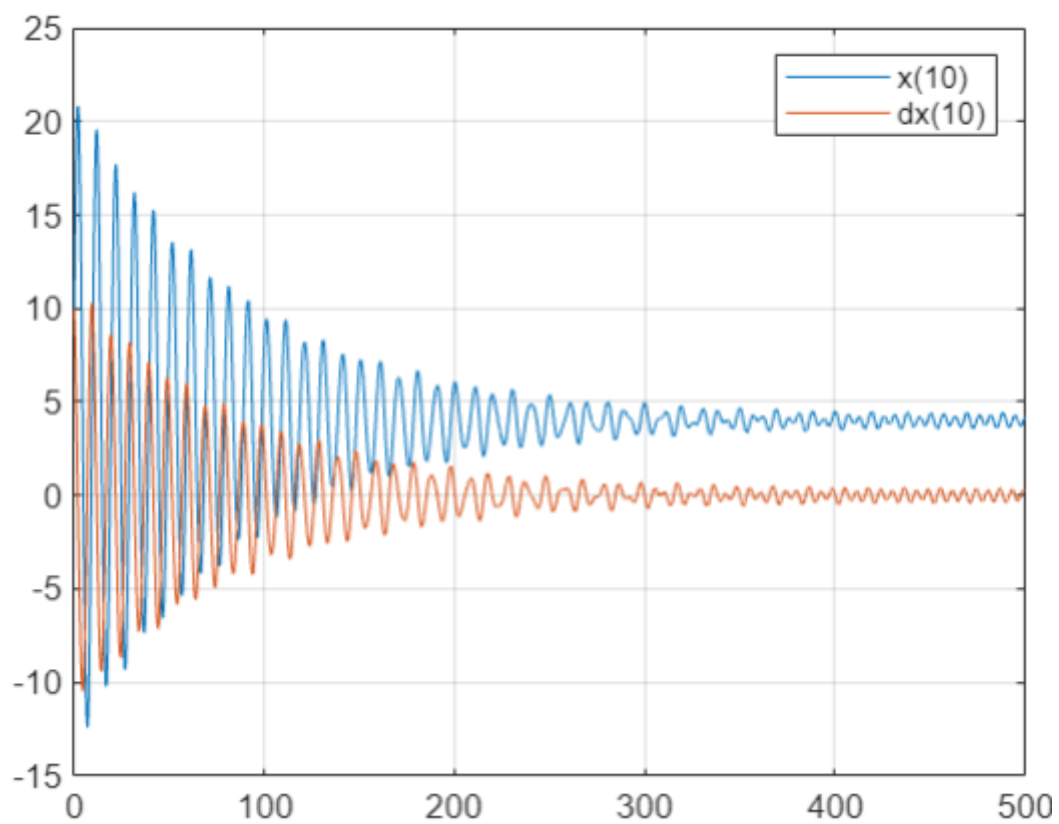
c)rozwiązania numeryczne dla wartości nie zerowych:



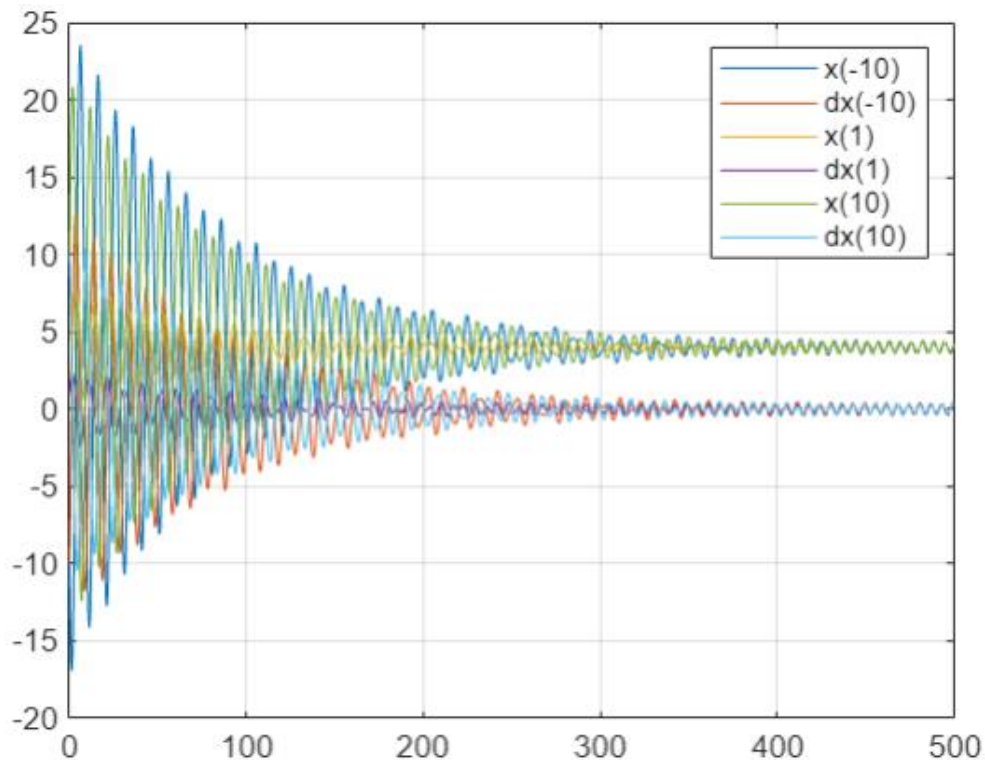
Wykres 7 Rozwiązanie numeryczne dla $x(-10)$ i $dx(-10)$



Wykres 8 Rozwiązanie numeryczne dla $x(1)$ i $dx(1)$



Wykres 9 Rozwiązanie numeryczne dla $x(10)$ i $dx(10)$



Wykres 10 Wszystkie rozwiązania numeryczne nie zerowe

Wnioski:

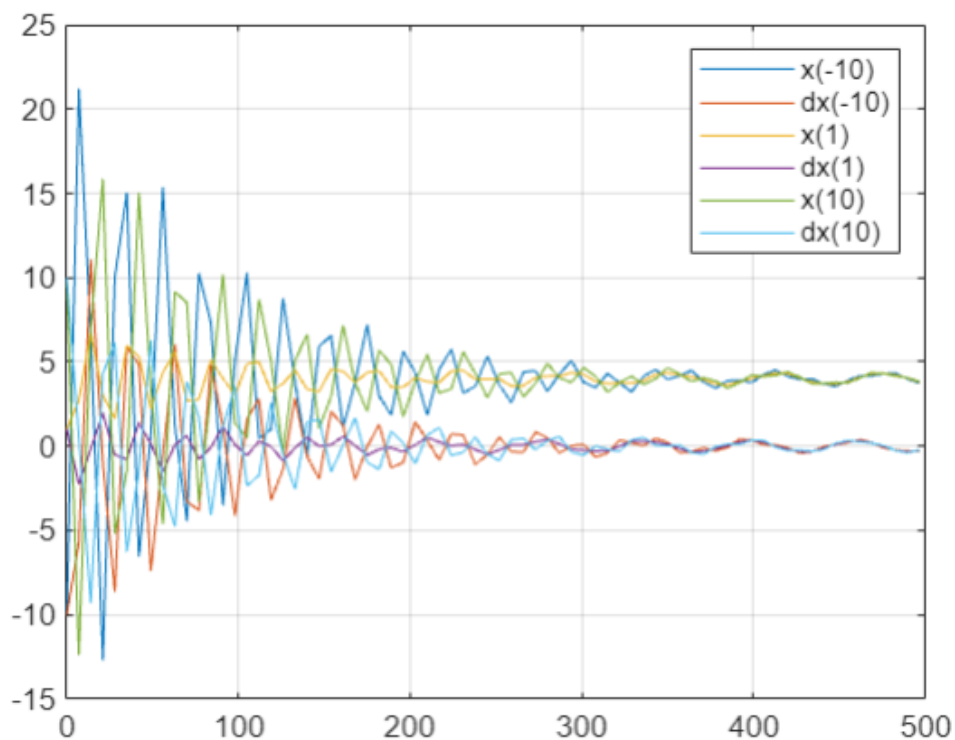
Dzięki temu, że wektor czasu został ustawiony na $[0,500]$ na wykresach mamy możliwość do zaobserwowania zachowanie równania dla różnych wartości:

Dla każdej wartości $x(t)$ funkcja dąży do sinusoidy wokół 4 a dla każdej wartości $dx(t)$ do 0

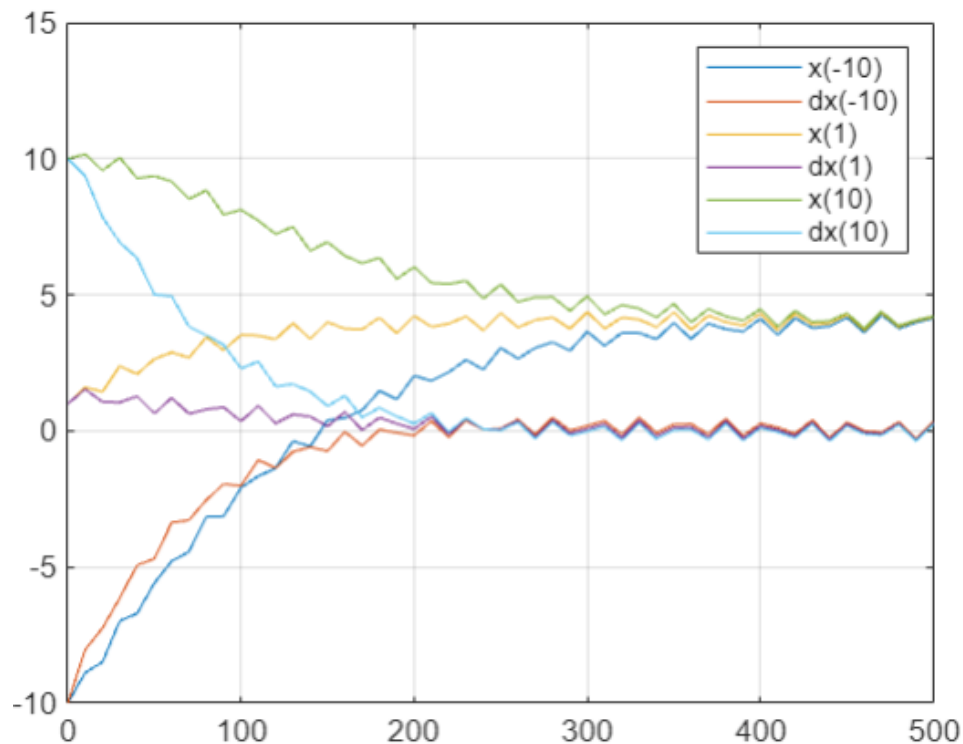
Pomimo bardzo różnorodnych amplitud na początku wykresu każda wartość w okresie 400 dąży do prawie identycznej amplitudy funkcji

Za pomocą wykresów można stwierdzić, że równania różniczkowe ułatwiają systemy kontroli ze sprzężeniem zwrotnym, utrzymując stabilność i wydajność systemu. Umożliwiają organom regulacyjnym przewidywanie zachowania systemu i odpowiednie dostosowywanie parametrów.

d)wpływ Δt na wyniki:



Wykres 11 Wszystkie rozwiązania numeryczne nie zerowe dla $\Delta t = 7$



Wykres 12 Wszystkie rozwiązania numeryczne nie zerowe dla $\Delta t = 10$

Wnioski:

Gdy zmienimy wartość Δt z 0,01 na 7 można zauważyć że nasze wyniki na wykresie stają się nie dokładne, jednak gdy zmienimy na 10 nasze wyniki nie tylko stają się nie dokładne lecz można zauważyć, że funkcja dąży do wyrównania szybciej.

Pomimo drastycznej zmiany Δt system utrzymuje swoją formułę i model

Zatem można stwierdzić że za pomocą wartości Δt można ustalić jak szybko można dążyć do wymaganych rozwiązań kosztem dokładności systemu.

e) Rozwiązanie analityczne:

$$\frac{8}{s(s^2 + \frac{1}{9}s + 2)}$$

$$\frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + \frac{1}{9}s + 2}$$

$$As^2 + \frac{1}{9}As + 2A$$

$$Bs^2 + Cs$$

$$A = 4$$

$$As + B = 0 \rightarrow B = -20$$

$$\frac{1}{9}A + C = 0 \rightarrow C = -\frac{4}{9}$$

$$2 \cdot \left[\frac{4}{s} + \frac{-20s - \frac{4}{9}}{s^2 + \frac{1}{9}s + 2} \right]$$

$$\frac{1}{(s^2 + \frac{1}{9}s + 2)(s^2 + 1)}$$

$$\frac{A s^3 + B s^2 + C s + D}{s^2 + \frac{1}{9}s + 2} + \frac{Cs + D}{s^2 + 1}$$

~~$$65x^4 + 63x^3 + 28x^2 + 28x + 1$$~~

~~$$A s^3 + B s^2 + C s + D + \frac{1}{9} C s + \frac{1}{9} D$$~~

$$+ \frac{1}{9} C s + \frac{1}{9} D + 2D$$

$$A s^3 + 5 C s^3$$

$$B s^2 + \frac{1}{9} C s^2 + 5 D s^2$$

$$A s + 2 C s + \frac{1}{9} D s = 0$$

$$B + 2 D = 1$$

$$A = \frac{9}{146}$$

$$B = \frac{608}{365}$$

$$C = -\frac{9}{730}$$

$$D = -\frac{243}{730}$$

$$\begin{aligned}
 X(s) = & 4 - \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{80}s} \cos\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right) + \frac{4}{\sqrt{3239}} e^{-\frac{1}{80}s} \sin\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right) \\
 & + \frac{9}{730} e^{-\frac{1}{50}s} \cos\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right) - \frac{1}{7300} \cdot \frac{30}{\sqrt{3239}} e^{-\frac{1}{50}s} \sin\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right) \\
 & + \frac{608}{5386} \cdot \frac{30}{\sqrt{3239}} e^{-\frac{1}{50}s} \sin\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right) \\
 & - \frac{9}{730} \cos t - \frac{243}{730} \sin t \\
 & + \frac{30}{\sqrt{3239}} e^{-\frac{1}{50}s} \sin\left(\frac{\sqrt{3239}}{8100}t\right)
 \end{aligned}$$

untitled.m			
1	b = [8 0];	1	b = [1];
2	a = [5 1/9 2];	2	a = [5 1/9 7 1/9 2];
3	[r,p,k] = residue(b,a)	3	[r,p,k] = residue(b,a)

Command Window		Command Window	
r =		r =	
	0.8000 + 0.0141i		-0.0062 + 0.1664i
	0.8000 - 0.0141i		-0.0062 - 0.1664i
			0.0062 - 0.2633i
			0.0062 + 0.2633i
p =		p =	
	-0.0111 + 0.6324i		0.0000 + 1.0000i
	-0.0111 - 0.6324i		0.0000 - 1.0000i
			-0.0111 + 0.6324i
			-0.0111 - 0.6324i

Zadanie 4

$$4 - \frac{243 * \sin(t)}{730} - \frac{2911 * \exp\left(-\frac{t}{90}\right) * \left(\cos\left(\frac{3239^{\frac{1}{2}} * t}{90}\right) - \frac{18959 * 3239^{\frac{1}{2}} * \sin\left(\frac{3239^{\frac{1}{2}} * t}{90}\right)}{9428729}\right)}{730} - \frac{9 * \cos(t)}{730}$$