

实验 2.6 金属材料杨氏模量的测定

【实验简述】

托马斯·杨(1773—1829 年)是英国医生兼物理学家,光的波动说的奠基人之一。1801 年进行了著名的杨氏干涉实验,为光的波动说奠定了基础。在对人眼感知颜色的研究领域,他建立了三原色原理。特别在对弹性力学的研究领域,他对胡克定律和弹性模量进行了卓有成效的研究,后人为了纪念杨氏的贡献,把纵向弹性模量(正应力与线应变之比)称为杨氏模量。

杨氏模量是结构材料的最基本的特性之一,用拉伸法测量材料的杨氏模量在现代工业和新材料研制中被广泛采用。本实验主要学习静态拉伸法测量金属丝杨氏模量。

【实验目的】

1. 理解杨氏模量的定义及测量原理。
2. 掌握用光杠杆法测量微小长度的原理。
3. 学习用逐差法和作图法处理实验数据。

【实验原理】

1. 杨氏模量

金属材料在外力作用下会发生形变,如果外力撤去后相应的形变也随即消失,这种形变被称为弹性形变。如果外力撤去后仍有残余形变,这种形变被称为塑性形变。

应力是指单位面积上所受到的力(记为 F/S)。发生弹性形变时,物体内部产生的企图恢复物体原状的力叫做内应力。应变是指在外力作用下的相对形变(记为 $\Delta L/L$),它反映了物体形变的大小。

若取长为 L ,截面积为 S 的均匀金属丝,在两端加外力 F ,则作用在金属丝单位面积上的力 F/S 为正应力,相对伸长 $\Delta L/L$ 定义为线应变。根据胡克定律,物体在弹性限度范围内,应力与应变成正比,其比例系数称为杨氏模量(记为 E),用公式表示为:

$$E = \frac{F \cdot L}{S \cdot \Delta L} \quad (2-6-1)$$

杨氏模量在数值上等于产生单位应变时的应力,它与金属丝的材料有关。杨氏弹性模量是材料的属性,与外力及物体的形状无关。

2. 光杠杆法测量原理

由于 ΔL 是一个微小长度变化,故实验常采用光杠杆法进行测量。本实验采用的光杠杆法属于光放大。

光杠杆镜是一块带有三足的平面镜,如图 2-6-1 所示。它的三个足尖 O_1 、 O_2 、 O_3 构成一个等腰三角形, O_1O_2 为等腰三角形的底边, O_3 到底边的垂直距离(即三角形底边上的高)记为 b 。标尺通过平面镜反射后,在望远镜中

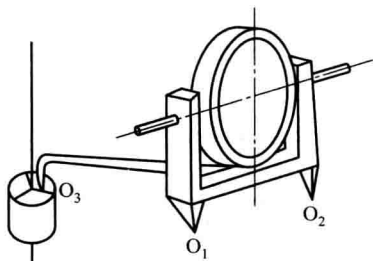


图 2-6-1

成像,则望远镜可以通过平面镜观察到标尺的像。望远镜中十字叉丝线处在标尺上的刻度初始值记为 s_0 。如果 O_1 、 O_2 在一个平台上,而 O_3 下降 ΔL ,则望远镜中十字叉丝线处在标尺上的刻度值变为 s_1 ,光路图见图 2-6-2。

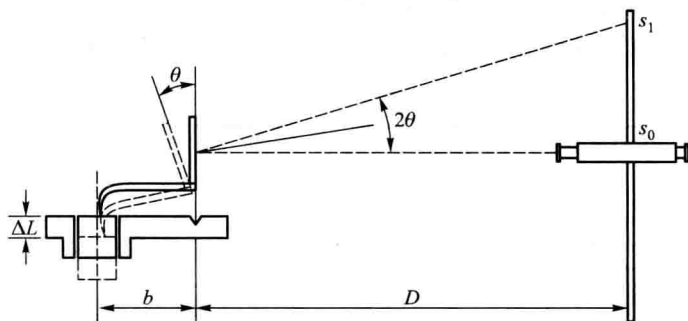


图 2-6-2

所以从望远镜中读到十字叉丝线处在标尺的刻度值的变化值为 $\Delta s = s_1 - s_0$,

又因: $\frac{\Delta s}{D} = \tan 2\theta \approx 2\theta$, $\frac{\Delta L}{b} = \tan \theta \approx \theta$, 由此可得到:

$$\Delta s = \frac{2D}{b} \Delta L \quad (2-6-2)$$

其中 D 为标尺与光杠杆镜镜面之间的距离。

随着 O_3 下降 ΔL ,光杠杆镜绕 O_1O_2 转过了 θ 角。则望远镜中标尺的像也发生移动,十字线降落在标尺的刻度为 s_1 处,由于平面镜转动 θ 角,进入望远镜的光线旋转 2θ 角。由于 $\frac{2D}{b} \gg 1$,所以望远镜中标尺读数的变化 Δs 比钢丝实际伸长量 ΔL 放大了 $2D/b$ 倍。 $2D/b$ 就称为光杠杆常数。又因为钢丝的截面积 $S = \frac{1}{4}\pi d^2$ (d 为钢丝的直径),并将(2-6-2)式代入(2-6-1)式中,最后得到

杨氏模量实验测量公式：

$$E = \frac{8DFL}{\pi d^2 b \cdot \Delta s} \quad (2-6-3)$$

另外,根据杨氏模量不确定度传递公式可以求出相对不确定度展开式:

$$E_r = \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\Delta s)}{\Delta s}\right)^2} \quad (2-6-4)$$

3. 用作图法处理实验数据

将(2-6-3)式改写成:

$$\Delta s' = \frac{8DL}{\pi d^2 b E} \cdot F \quad (2-6-5)$$

用逐差法处理实验数据, $\Delta s'_i$ 为每增加 1 kg 砝码钢丝的伸长量, 根据(2-6-5)式作 $\Delta s' - F$ 图, 采用最小二乘法线性拟合, 得一斜率为 K 的直线。直线的斜率 K 由图中得到, 由此计算得到 E 。表 2-6-1 为常用材料的杨氏模量值。

表 2-6-1

| 材料名称 | 杨氏模量 $E/10^{11} \text{ Pa}$ |
|-------|-----------------------------|
| 钢 | 1.92 ~ 2.16 |
| 铁 | 1.13 ~ 1.57 |
| 铜及其合金 | 0.73 ~ 1.27 |
| 铝及硬铝 | 0.7 |
| 玻璃 | 0.55 |

【实验装置】

杨氏模量实验总体装置示意图见图 2-6-3 所示。

1. 杨氏模量测定仪

杨氏模量测定仪的三角底座上装有两根立柱和脚螺丝, 可调整脚螺丝使立柱铅直, 并由立柱下端的水准仪来判断。金属丝的上端夹在横梁上的夹头中间, 立柱的中部有一个可以沿立柱上下移动的平台, 用来承托光杠杆镜。平台上有一个圆孔, 孔中有一个可以上下滑动的夹头, 金属丝的下端夹在夹头中。夹头下面有一个挂钩, 挂钩下有砝码托, 用来放置拉伸金属丝的砝码。

2. 光杠杆镜

光杠杆镜是利用光放大法测量微小长度变化的仪器。光杠杆镜包括光杠杆镜架和平面反射镜两部分, 光杠杆镜架如图 2-6-1 所示。

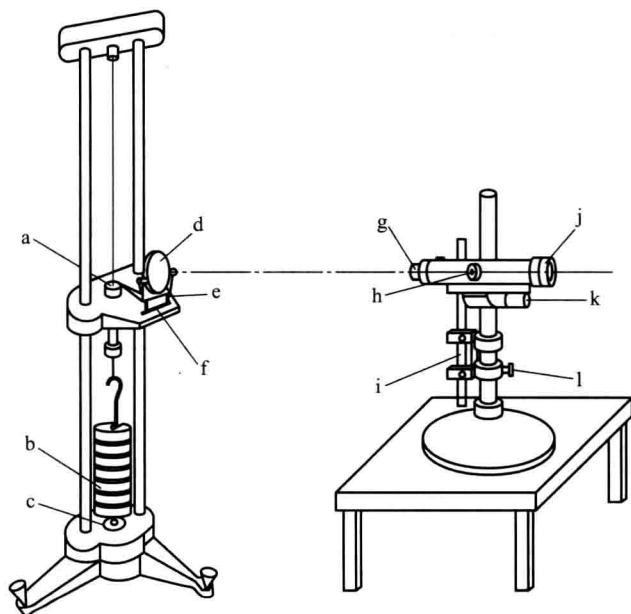


图 2-6-3

(a—平台小孔,b—砝码,c—水准仪,d—光杠杆镜,e—刀口,f—平台槽沟,g—目镜,
h—调焦手轮,i—标尺,j—物镜,k—倾角调节螺钉,l—标尺架升降螺钉)

3. 尺读望远镜

尺读望远镜由一个与被测量长度变化方向平行的标尺和尺旁的望远镜组成。望远镜主要由目镜、物镜、镜筒、分划板和调焦手轮构成。望远镜镜筒内的分划板上有十字叉丝线,测量时望远镜水平地对准光杠杆镜架上的平面反射镜,经光杠杆平面反射镜反射的标尺虚像又成实像于分划板上,以十字叉丝线为基准读出标尺像上的读数。

【实验内容】



链接图 2.6.1 仪器介绍



链接图 2.6.2 仪器操作

1. 系统调节

- (1) 调整底座上的脚螺丝,使两立柱铅直,预先加 2 kg 负荷,使钢丝拉直。
- (2) 按要求放置光杠杆镜,并使平面反射镜镜面铅直。
- (3) 将望远镜置于距光杠杆镜约 1.5 m 处,松开望远镜固定螺钉,上下移动

使得望远镜和光杠杆镜的镜面处于同等高度。调节望远镜直至从望远镜里可以看到清晰的标尺刻度为止。

2. 观测钢丝伸长量

先读取钢丝下挂 2 kg 砝码后使钢丝拉直时的标尺上的读数 s_0 , 然后每加上 1 kg 砝码, 读取一次数据, 这样依次可以得到 $s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7$, 这是钢丝拉伸过程中的读数变化值。紧接着再每次撤掉 1 kg 砝码, 读取一次数据, 依次得到 $s'_7, s'_6, s'_5, s'_4, s'_3, s'_2, s'_1, s'_0$, 这是钢丝收缩过程中的读数变化值, 填写表 2-6-2。

表 2-6-2

| 实验 次数 | 作用力 $F_i = m_i g$ | 标尺读数/mm | | | 荷重砝码相差 1 kg 时的 读数差: $\Delta s_i = (s_{i+4} - s_i)/4$ (逐差法处理实验数据) | Δs 的绝对不确定度 $\Delta(\Delta s)$ |
|----------|----------------------|---------------------------|----------------------------|---|---|---|
| | | 增 砝 码 时 s_i | 减 砝 码 时 s'_i | 平均值 $\bar{s} = \frac{s_i + s'_i}{2}$ | | |
| 0 | 2 kg | | | | $\Delta s_1 = (\bar{s}_4 - \bar{s}_0)/4$ $\Delta s_2 = (\bar{s}_5 - \bar{s}_1)/4$ $\Delta s_3 = (\bar{s}_6 - \bar{s}_2)/4$ $\Delta s_4 = (\bar{s}_7 - \bar{s}_3)/4$ $\overline{\Delta s} = (\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \Delta s_4)/4$ | $\Delta(\Delta s)_1 =$ $\Delta(\Delta s)_2 =$ $\Delta(\Delta s)_3 =$ $\Delta(\Delta s)_4 =$ $\overline{\Delta(\Delta s)} =$ |
| 1 | 3 kg | | | | | |
| 2 | 4 kg | | | | | |
| 3 | 5 kg | | | | | |
| 4 | 6 kg | | | | | |
| 5 | 7 kg | | | | | |
| 6 | 8 kg | | | | | |
| 7 | 9 kg | | | | | |

3. 测量 D 、 b 、 L 和 d

测量光杠杆镜前后脚垂直距离 b 的方法是: 把光杠杆镜的三只脚在白纸上压出凹痕, 用尺画出两前脚的连线, 再用游标卡尺读出后脚到该连线的垂直距离 b 。用米尺来测量钢丝长度。用螺旋测微计在钢丝的不同部位测量钢丝直径。用卷尺测量标尺到镜面的距离 D , 填写表 2-6-3。

表 2-6-3

| | D /mm | $\Delta D = D_i - \bar{D} $ | b /mm | $\Delta b = b_i - \bar{b} $ | L /mm | $\Delta L = L_i - \bar{L} $ | d /mm | $\Delta d = d_i - \bar{d} $ |
|-----|-------------|------------------------------|-------------|------------------------------|-------------|------------------------------|-------------|------------------------------|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| 平均值 | $\bar{D} =$ | $\overline{\Delta D} =$ | $\bar{b} =$ | $\overline{\Delta b} =$ | $\bar{L} =$ | $\overline{\Delta L} =$ | $\bar{d} =$ | $\overline{\Delta d} =$ |

4. 计算杨氏模量

根据实验测得的数据计算杨氏模量值,并求其不确定度。

【注意事项】

1. 若从望远镜中观察不到竖尺的像,则应先从望远镜筒外侧,沿轴线方向望去,能看到平面镜中竖尺的像。若看不到时,可调节望远镜的位置或方向,或平面反射镜的角度,直到找到竖尺的像为止,然后,再从望远镜中找到竖尺的像。

2. 若叉丝成像不清楚,可慢慢调节望远镜目镜,使叉丝像变清晰。

3. 实验中,加减砝码时,测得的数值重复性不好或规律性不好的原因如下:金属丝夹头未夹紧,金属丝滑动;杨氏模量仪支柱不垂直,使金属丝端的夹头与平台孔壁接触摩擦太大;加减法码时,动作不够平稳,导致光杠杆镜的足尖发生移动;可能是金属丝直径太细,加砝码时已超出弹性范围。

【思考题】

1. 伸长法测量钢丝的杨氏弹性模量中需要测量哪些物理量? 分别用什么仪器测量? 应估读到哪一位?

2. 加减砝码测量钢丝伸长量的过程中,如何及时检查所测得的数据?

3. 从光杠杆的放大倍数考虑,增大 D 与减小 b 都可以增加放大倍数,那么它们有何不同? 是否可以增大 D 从而无限制地增大放大倍数。光杠杆放大倍数增大有无限制?