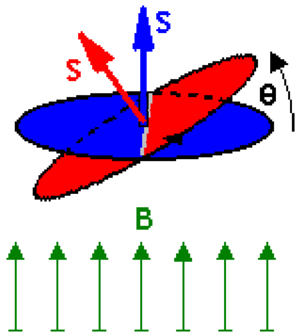
TEMA: CAMPO MAGNÉTICO

C-J-02

Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme perpendicular al eje de giro. El valor máximo de la f.e.m. inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz. Determinar el valor máximo de la f.e.m. inducida si:
a) La frecuencia es 180 Hz en presencia del mismo campo magnético.
b) La frecuencia es 120 Hz y el campo magnético es doble.

Solución:



El flujo magnético que atraviesa la espira en un instante dado es:

$$F = B.\ S.\ \cos \theta$$

si la espira gira, el ángulo varía con el tiempo: $\theta = w.\ t$

$$F = B.\ S.\ \cos w.t$$

Según la ley de Faraday, toda variación del flujo magnético induce una fuerza electromotriz que es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo:

$$\varepsilon = -\ dF/dt = -\ d/dt\ (B.\ S.\ \cos w.t\ ) = B.\ S.\ w.\ \text{sen}\ w.t$$

El sentido de esta corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo, produciendo su propio campo magnético.
El valor máximo de la f.e.m es: $e_o = B.\ S.\ w = 2.\pi\ .\ B\ .\ S\ .F$
Como en todos los casos propuestos la superficie de la espira es la misma, la relación entre el valor máximo de la f.e.m. inducida y el producto de la intensidad del campo magnético por la frecuencia es constante:

$$e_o\ /\ (B.F) = 2.\ \pi\ .\ S = \text{constante en todos los supuestos de este problema}$$

a) Si la frecuencia pasa a ser 180 Hz, con el mismo campo magnético:

$$50\ /\ (B.60) = e_o\ /\ (B.180) \qquad e_o = 50.\ B.\ 180\ /\ (B.60) = 150 \text{ Voltios}$$

b) Si la frecuencia pasa a ser 120 Hz, duplicándose el campo:

$$50\ /\ (B.60) = e_o\ /\ (2B.120) \qquad e_o = 50.2B.\ 120\ /\ (B.60) = 200 \text{ Voltios}$$

C-S-02

Un electrón se mueve con velocidad v en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razone si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga.

Solución:

Cuando un electrón entra en un campo eléctrico se ve sometido a una fuerza que lo desvía de su trayectoria. Si el campo es uniforme la trayectoria será una parábola. El electrón pasará por puntos con diferente potencial y por tanto el campo eléctrico habrá realizado un trabajo sobre el electrón. Como el campo es conservativo este trabajo dependerá de la posición inicial y final del electrón. $W = q.\ (V_1 - V_2)$

Si el electrón se mueve en el interior de un campo magnético uniforme, la trayectoria será circular, o helicoidal, según que la velocidad sea perpendicular al campo o no. En ambos casos la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, $F = q\ .\ (v \wedge B)$, por lo que en cada intervalo de tiempo el espacio recorrido es perpendicular a la fuerza y por tanto el trabajo es cero , $W = F\ .\ e\ .\ \cos 90 = 0$.

C-J-03

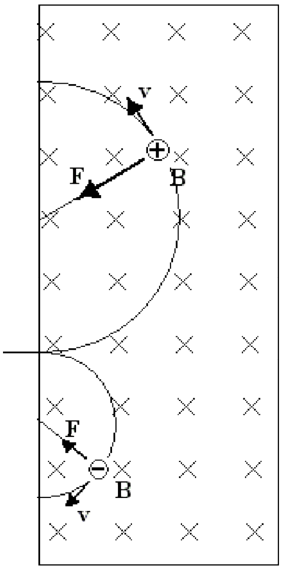
Un protón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme. Explique qué tipo de trayectoria describirá el protón si su velocidad es:

- **a) paralela al campo**
- **b) perpendicular al campo**
- **c) ¿ Qué sucede si el protón se deja en reposo en el campo magnético ?**
- **d) ¿ Y si fuera un electrón ?**

Solución:

Toda carga eléctrica en movimiento dentro de un campo magnético se ve sometida a una fuerza:

$$\mathbf{F} = q \, . \, (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



esta fuerza es perpendicular a v y a B y depende del seno del ángulo entre v y B : F = q . v . B . sen θ

El sentido de F es según v x B si la carga es positiva y opuesto si es negativa

a) si v paralelo a B à sen θ = sen 0 = 0 à F = 0

no existe fuerza por lo que la carga, sea positiva o negativa sigue con la misma velocidad en línea recta.

b) si v perpendicular a B à sen θ = sen 90 = 1 la fuerza es máxima y perpendicular a v lo que obliga a la carga a describir una circunferencia sin variar el módulo de la velocidad (no hay componente de F según la velocidad).

El radio de la circunferencia será R = m.v /(q.B)

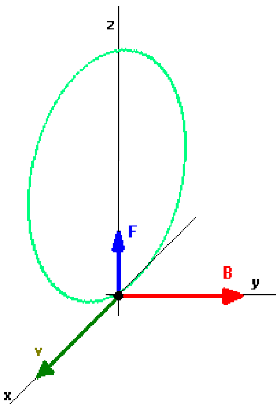
c) Si la carga se deja en reposo, v = 0, la fuerza será nula por lo que seguirá en reposo

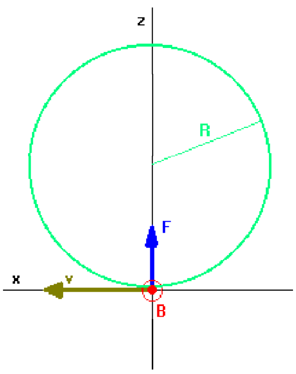
d) Si la carga es negativa la fuerza tendrá sentido opuesto a la fuerza sobre la carga positiva y la circunferencia que describiría sería simétrica, de radio menor en el caso del electrón por tener menos masa.

C-S-03

Una partícula de carga positiva q se mueve en la dirección del eje X con una velocidad constante a y entra en una región donde existe un campo magnético de dirección Y y valor constante b.

- **a) Determine la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido.**
- **b) Razone qué trayectoria seguirá la partícula y efectúe un esquema gráfico.**
- **c) ¿ Qué sucede si el protón se deja en reposo en el campo magnético ?**





Solución:

a) Toda carga eléctrica en movimiento dentro de un campo magnético se ve sometida a una fuerza:

$$\mathbf{F} = q \, . \, (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = q \, . \, (a . \, \mathbf{i} \times b . \, \mathbf{j}) = q.a.b \, \mathbf{k}$$

El módulo de la fuerza será q.a.b, dirigida según el eje z, en sentido positivo del mismo

b) Como la fuerza siempre es perpendicular a la velocidad y constante, la trayectoria será una circunferencia de radio:

R = m.v /(q.B) = m.a /(q.b)

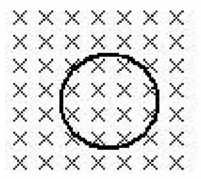
C-J-04

a) Enuncie las leyes de Faraday y de Lenz de la inducción electromagnética.

b) La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explique si existe fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:

b1) la espira se desplaza hacia la derecha;

b2) el valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo.



Solución:

La fuerza electromotriz inducida es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo.

Cualquier desplazamiento de la espira que mantenga la posición relativa de la espira respecto al campo no hace variar el flujo y por tanto no genera ninguna fuerza electromotriz.

Si el campo varía linealmente con el tiempo, $B = a + b \cdot t$, con a y b constante provocará la siguiente fuerza electromotriz:

$$\Phi = B \,.\, S \,.\, \cos 90 = (a + b \cdot t).\, S \quad \rightarrow \quad \varepsilon = - \,d\,\Phi /dt = - \,b \cdot S$$

C-S-04

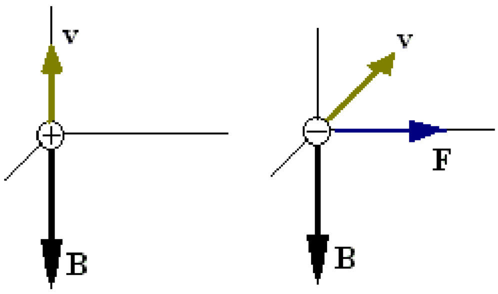
En una región del espacio existe un campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos:

a) La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z

b) La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X

Solución:

La fuerza viene dada por la expresión: $\mathbf{F} = q \,.\, (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$



En el primer caso el ángulo que forman B y v es de 180º por lo que el seno es cero, no existe fuerza alguna.

En el segundo caso el ángulo es 90º, siendo el seno 1, la fuerza es máxima; el sentido de **v ^ B** sería en el sentido negativo del eje x, pero al ser la carga negativa la fuerza resulta ser en el sentido positivo del eje x.

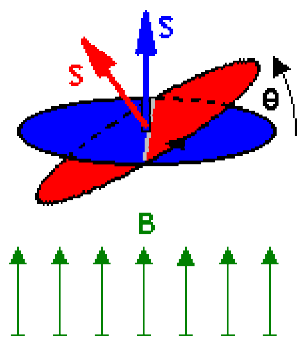
C-J-05

Una espira metálica circular, de 1 cm de radio y resistencia 10^{-2} ohmmios, gira en tomo a un eje diametral con una velocidad angular de 2n rad/s en una región donde hay un campo magnético unifonme de 0,5 T dirigido según el sentido positivo del eje Z. Si el eje de giro de la espira tiene la dirección del eje X y en el instante t=0 la espira se encuentra situada en el plano XY, deternine:

a) La expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) El valor máximo de la intensidad de la corriente que recorre la espira.

Solución:



Al girar la espira, el ángulo que forma el vector superficie y el campo magnético varía en la forma:

$\theta = w \cdot t$

El flujo magnético será:

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S \cdot \cos(w \cdot t)$

La f.e.m será:

$V = - \,d\Phi /dt = B \cdot S \cdot w \cdot \text{sen}(w \cdot t) = 0'5 \cdot (\pi \cdot 0'01^2) \cdot 2\pi \cdot \text{sen}\,(2\pi\, t)$

$V = 0'000987 \text{ sen}\,(2\pi\, t)$

$I = V / R = 0'000987 \text{ sen}\,(2\pi\, t) / 0'01 = 0'0987 \text{ sen}\,(2\pi\, t)$

$I_{maximo} = 0'0987$

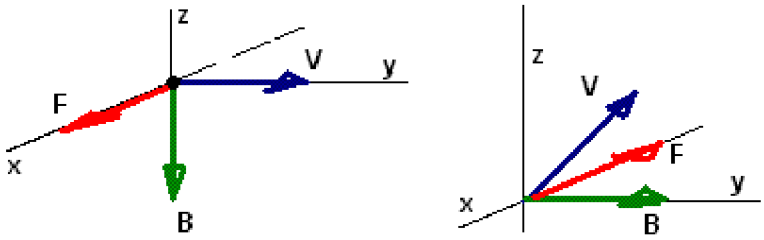
C-S-05

Una partícula cargada penetra con velocidad v en una región en la que existe un campo magnético uniforme B. Determinar la expresión de la fuerza sobre la partícula en los casos:

La carga es negativa, la velocidad es $\mathbf{v} = v_o\,\mathbf{j}$ y el campo magnético es $\mathbf{B} = -B_o\,\mathbf{k}$

La carga es positiva, la velocidad es $\mathbf{v} = v_o\,(\mathbf{j} + \mathbf{k})$ y el campo es $\mathbf{B} = B_0\,\mathbf{j}$

Solución:



La fuerza viene dada por el producto vectorial: $\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$

a) En este caso el producto vectorial $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ tiene el sentido $-\mathbf{i}$, pero al ser la carga negativa la fuerza tendrá el sentido $+\mathbf{i}$

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = -|q| \cdot [(v_o\,\mathbf{j}) \wedge (-B_o\,\mathbf{k})] = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot (\mathbf{j} \wedge \mathbf{k}) = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot \mathbf{i}$$

En este caso el sentido de la fuerza es $-\mathbf{i}$

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = |q| \cdot [v_o\,(\mathbf{j} + \mathbf{k}) \wedge (B_0\,\mathbf{j})] = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot (-\mathbf{i}) = -|q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot \mathbf{i}$$

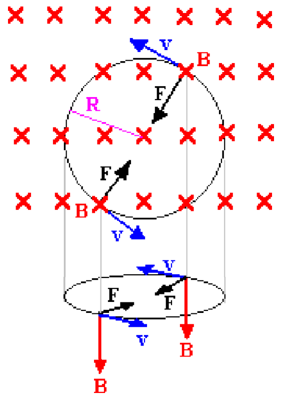
C-S-06

Un protón que se mueve con una velocidad V entra en una región en la que existe un campo magnético *B* uniforme. Explique cómo es la trayectoria que seguirá el protón:

a) Si la velocidad del protón V es paralela a B.

b) Si la velocidad del protón V es perpendicular a B.

La fuerza que actúa sobre una carga que se mueve en un campo magnético viene dada por la expresión $\mathbf{F} = q.\,(\mathbf{V} \wedge \mathbf{B})$, siendo perpendicular a V y a B



Si la Velocidad es paralela a B, forman un ángulo de 0º por lo que el valor de la fuerza también es cero: F = q . V . B . sen 0 = 0, la carga no se ve afectada y sigue con trayectoria rectilínea.

Si la velocidad es perpendicular a B, forman un ángulo de 90º por lo que existe una fuerza perpendicular a V y a B, de valor: F = q . V .B . sen 90 = q.V.B

En cualquier punto de la trayectoria la fuerza es perpendicular a la velocidad por lo que la carga no varía su velocidad, sólo se desvía, siguiendo una trayectoria circular.

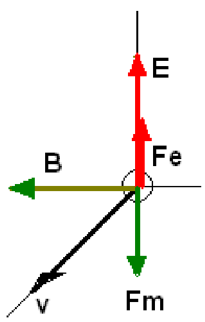
C-J-07

Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $E = 4 \times 10^5\,k$ N/C y un campo magnético $B = -2\,j$ T, siendo k , j los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y respectivamente.

a) Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.

b) En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s; Masa del protón $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg



Por ser la carga positiva la Fuerza eléctrica tiene el mismo sentido del Campo E $\rightarrow$ $F_e = q.E$

Por ser la carga positiva la Fuerza magnética tiene el sentido $-j$ $\rightarrow$ $F_m = q.v.B.\text{sen } 90 = q.v.B$

Si la carga no se desvía las dos fuerzas deben ser iguales y opuestas para que la resultante sea nula

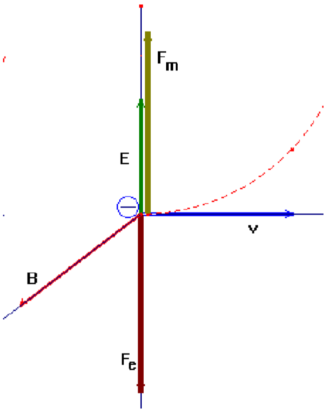
$F_e = F_m \rightarrow q.E = q.v.B \rightarrow v = E / B = 4.10^5 / 2 = 2.10^5$ m/s

La longitud de onda de De Broglie será: $\lambda = h / (m.v) = 6'63.10^{-34} / (1'67.10^{-27}.2.10^5) = 1'98.10^{-12}$ m

C-S-07

a) ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo 3,5x1O^{5} N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe? b) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?

Datos: Masa del electrón m_e =9,1 . 10^{-31} kg; Valor absoluto de la carga del electrón e=1,6.10^{-19} **C**



Si el electrón no se desvía, las fuerzas eléctricas y magnéticas tienen que ser iguales y opuestas:

F_e = q . E ,, F_m = q . (v ^ B)

F_e = F_m à q . E = q .v . B . sen 90 à v = E / B = 3’5.10^5 / 2 = 1’75.10^5 m/s

Si desaparece el campo eléctrico , el campo magnético desvía al electrón describiendo una circunferencia de radio y centro en semieje vertical:

F_c = F_m à m . v^2 / R = q .v . B . sen 90 à R = m.v / q.B = 0,0000005 m

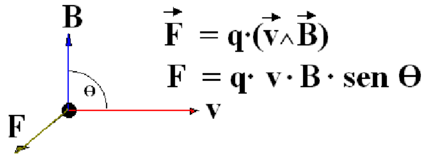
C-J-09

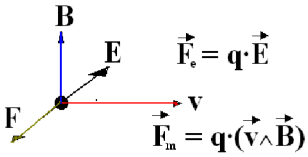
Analice si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.

b) Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza .

a) Falso: Toda carga en movimiento dentro de un campo magnético está sometida a una fuerza, ley de Lorentz, perpendicular al campo y a la velocidad por lo que no aumenta ni disminuye de velocidad, sino que se desvía describiendo una curva, pero en este caso, además la fuerza es nula por serlo el ángulo que forman la velocidad y el campo magnético:

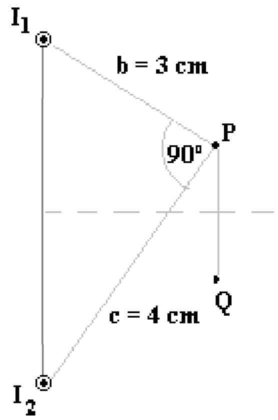




b) Cierto, siempre y cuando la fuerza eléctrica y la fuerza magnética sean iguales y opuestas con lo cual la fuerza total es nula.

P-S-02

En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e 1_2 de sentidos hacia el lector.

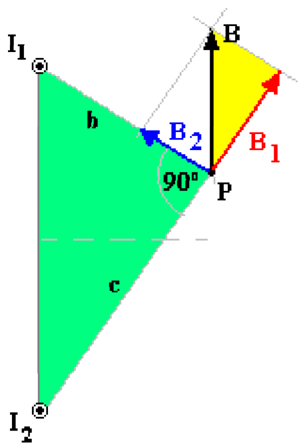


a) Determine la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético B en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.

b) Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determine la dirección del campo magnético B en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).

Solución:

Los campos magnéticos creados por hilos conductores rectilíneos en un punto son perpendiculares al plano formado por el punto y el hilo:



El campo creado por el conductor 1 tendrá la dirección de c debido a que el ángulo entre b y c es recto y su valor será:

$$B_1 = \mu \,.\, I_1 / (2\,.b)$$

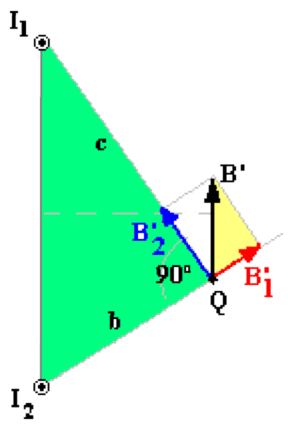
El campo creado por el conductor 2 tendrá la dirección de b por ser el ángulo entre b y c recto y su valor será:

$$B_2 = \mu \,.\, I_2 / (2\,.c)$$

Si el campo magnético resultante, suma de los campos anteriores debe ser paralelo al plano que forman los conductores se deduce que los triángulos son semejantes:

$$b / c = B_2 / B_1 \rightarrow b / c = [\mu \,.\, I_2 / (2\,.c)] / [\mu \,.\, I_1 / (2\,.b)] \rightarrow 1 = I_2 / I_1 \rightarrow I_1 = I_2$$

las intensidades deben ser iguales.



Si las intensidades son iguales, en el punto simétrico Q los campos manéticos creados por los conductores serán:

$$B'_1 = \mu \,.\, I / (2\,.c)$$

$$B'_2 = \mu \,.\, I / (2\,.b)$$

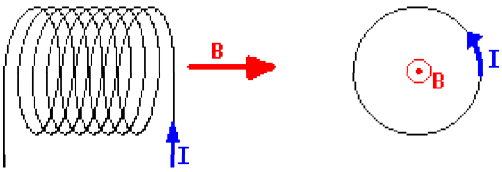
$\rightarrow B'_1 / B'_2 = b / c$ relación de semejanza, es decir los triángulos son semejantes y por tanto el campo total B es paralelo al plano que forman los conductores.

Nota: los resultados obtenidos son independientes de los valores de b y c y sólo son válidos si el ángulo entre los lados es recto.

P-S-03

Un solenoide de 20 W de resistencia está formado por 500 espiras circulares de 2'5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0'3 T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0'1 s, determinar:
a) El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la fuerza electromotriz inducida.
b) La intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo.

Solución:



El flujo inicial es: F = N. **B.S** = N **.** B.S. cosq = 500 . 0'3 . π.(0'025/2)^2 . cos0 = 0'0736 Wb

El flujo final es cero por anularse el campo magnético

E = **-** dF/dt = **-** (0 **-** 0'0736) / 0'1 = 0'736 Voltios

I = E / R = 0'736 / 20 = 0'037 Amperios

Q = I.t = 0'037 . 0'1 = 0'0037 Coulombios

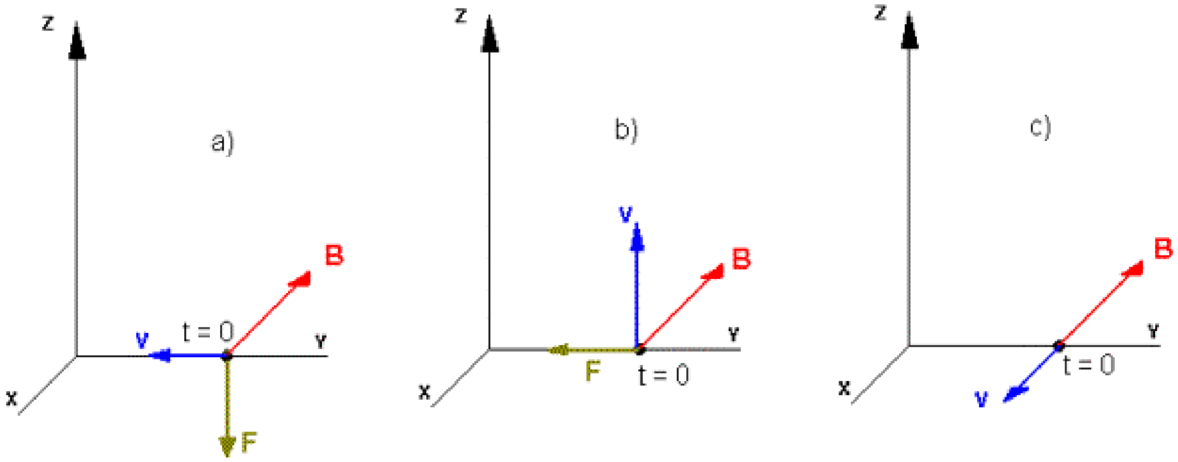
P-J-04

Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del ej e Z. Un protón, que se mueve a 2 x 10^5 m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcule el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad:

a) es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él.
b) es paralela al conductor.
c) es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados a) y b).
d) ¿En qué casos, de los tres anteriores, el protón ve modificada su energía cinética?

Datos: Permeabilidad magnética $\mu o = 4\cdot\pi\cdot10^{-7}$ Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1'6.10^{-19}$

Solución:



En todos los casos la fuerza a que se ve sometido el protón es: F = q · (v x B) , es decir , la fuerza, caso de existir, es perpendicular a la velocidad en todo instante por lo que no existe ninguna componente de la fuerza en la dirección de la velocidad que lo acelere o lo frene, la velocidad del protón es constante en módulo y por consiguiente la energía cinética del protón permanece constante.

El valor del campo magnético en el punto inicial será:

$B = \mu \cdot I / (2\cdot\pi\cdot d) = 4\cdot\pi\cdot10^{-7} \cdot 10 / (2\cdot\pi\cdot0'5) = 4.10^{-6}$ Teslas

a) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90 = 1'6.10^{-19} \cdot 2.10^{5} \cdot 4.10^{-6} = 1'28.10^{-19}$ Newton

b) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90 = 1'6.10^{-19} \cdot 2.10^{5} \cdot 4.10^{-6} = 1'28.10^{-19}$ Newton

c) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 180 = 0$ Newton

P-S-04

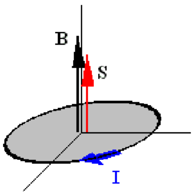
Una espira conductora circular de 4 cm de radio y 0'5 ohmmios de resistencia está situada inicialmente en el plano XY y se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B, perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z.

a) Si el campo magnético aumenta a razón de 0'6 T /s, determine la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.

b) Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de 0'8 T,y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de 10p rad/s, determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

Solución:

La f.e.m inducida es proporcional y opuesta a la variación del flujo magnético que atraviesa la espira:



V = - d f /dt   siendo el flujo   f = B.S. cosq

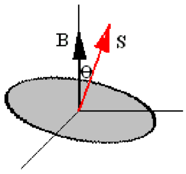
a) En este caso el ángulo que forman el vector campo magnético y el vector superficie es cero, y el campo magnético es de la forma:

$B = B_o + 0'6 . t \quad \rightarrow$

$f = (B_o + 0'6 . t).p.r^2.cos\ 0 = p.0'04^2.(B_o + 0'6 .t) = 0'005.B_o + 0'003. t$

V = - d f /dt = - 0'003 voltios $\rightarrow$ I = V / R = 0'003 / 0'5 = 0'006 Amperios

el signo menos indica que el sentido de la corriente se opone al aumento del flujo.



b) En este caso B es constante y de valor 0'8 T, pero el ángulo entre B y S varía con el tiempo: q = w.t = 10.p.t

$f = B.p.r^2.cos\ wt = 0'8 . p.0'04^2. cos\ 10.p.t = 0'004. cos\ 10.p.t$

V = - d f /dt = - (- 0'004.10.p. sen 10.p.t) = 0'126 . sen 10.p.t

siendo su valor máximo 0'126 voltios

P-J-05

Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcule el vector aceleración instantánea que experimentaría dicho electrón si:

a) Se encuentra en reposo.

b) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y.

c) Su velocidad es de l m/s según la dirección positiva del eje Z.

d) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje X.

Datos: Permeabilidad magnética $\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$

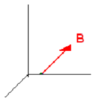
Masa electrón $m = 9'1 \cdot 10^{-31}$ kg   Carga electrón $q = 1'6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

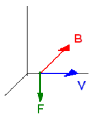
El conductor crea a su alrededor un campo magnético. Si el punto está en el semieje positico Y. el sentido del campo magnético será -X.

$$B = \mu \cdot I / (2 \cdot \pi \cdot d) = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 12 / (2 \cdot \pi \cdot 0'01) = 2'4 \cdot 10^{-4} \text{ Teslas}$$

Si en el punto se coloca una carga, aparecerá una fuerza cuyo valor es F = q· (v ^B) ; al ser la carga negativa el sentido de F será opuesto al sentido de v^B

a) 

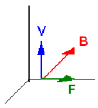
La fuerza es nula por ser cero la velocidad. Aceleración = 0

b) 

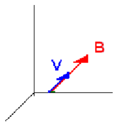
La fuerza y la aceleración tendrán el sentido -Z , y su valor será:

$F = q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 90 = 1'6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 2'4 \cdot 10^{-4} = 3'84 \cdot 10^{-23}$ Newtons

$a = F / m = 3'84 \cdot 10^{-23} / 9'1 \cdot 10^{-31} = 4'2 \cdot 10^{7}\ m /s^2$

c) 

La fuerza y la aceleración tendrán el sentido +Y, siendo su valor:

d) 

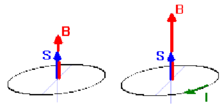
En este caso la fuerza y la aceleración son nulas por ser cero el ángulo que forman v y B

P-S-05

Una espira circular de 0’2 m de radio se sitúa en un campo magnético uniforme de 0’2 T con su eje paralelo a la dirección del campo. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la espira si en 0’1 s y de manera uniforme:
Se duplica el valor del campo.
Se reduce el valor del campo a cero.
Se invierte el sentido del campo.
Se gira la espira 90º en torno a un eje diametral perpendicular al campo.

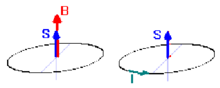
La superficie de la espira es: $S = \pi.r^2 = \pi.0’2^2 = 0’126\ m^2$
El flujo magnético que atraviesa la espira es: $\Phi_i = B.S. \cos\theta = 0’2 . 0’126 . \cos 0 = 0’025$ Wb
La fuerza electromotriz inducida es igual y opuesta a la variación del flujo magnético en la unidad de tiempo; si la variación del flujo es uniforme:

$$V = - d\Phi / dt = - (\Phi_f - \Phi_i) / t$$



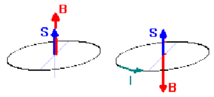
a) $\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0’4 . 0’126 . \cos 0 = 0’050$ Wb

$$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0’050 – 0’025) / 0’1 = - 0’25 \text{ Voltios}$$



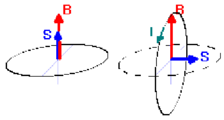
b) $\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0 . 0’126 . \cos 0 = 0$ Wb

$$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0 – 0’025) / 0’1 = 0’25 \text{ Voltios}$$



c) $\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0’2 . 0’126 . \cos 180 = - 0’025$ Wb

$$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (- 0’025 – 0’025) / 0’1 = 0’5 \text{ Voltios}$$

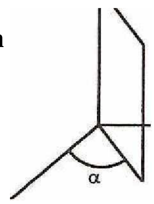


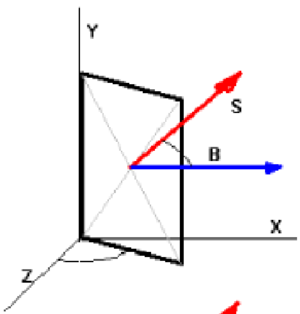
d) $\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0’2 . 0’126 . \cos 90 = 0$ Wb

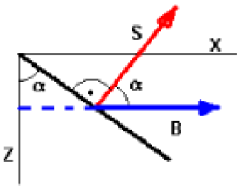
$$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0 – 0’025) / 0’1 = 0’25 \text{ Voltios}$$

P-J-06

Una espira cuadrada de 1,5 de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme B = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo Į variable con el plano YZ como se muestra en la figura.
a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo Į = /2 en el instante t=0, obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.
b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?







El ángulo α varía con el tiempo según la función:

$\alpha = w \cdot t + \alpha_0 = w \cdot t + \pi/2$
$w = 2 \cdot \pi \cdot F = 120 \cdot \pi$

El flujo magnético que atraviesa la espira es:

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot S \cdot \cos(w \cdot t + \pi/2)$
$\Phi = 0’03 \cdot 0’02^2 \cdot \cos(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 1’2.10^{-5} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$

La f.e.m. inducida será:

$E = - d\Phi/dt = B \cdot S \cdot w \cdot \text{sen}(w \cdot t + \pi/2)$

$E = 1’2.10^{-5} \cdot 120 \cdot \pi \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 4’5.10^{-3} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$ volt

Para que la corriente máxima sea de 2 mA, la f.e.m. máxima deberá ser:

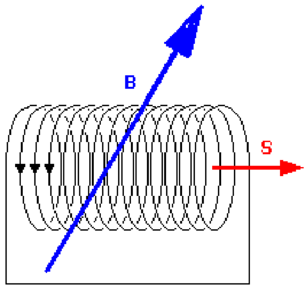
$E_{max} = I_{max} \cdot R = 0’002 \cdot 1’5 = 0’003$ Volts

Como $E_{max} = B \cdot S \cdot w \rightarrow w = E_{max} / (B \cdot S) = 0’003 / (0’03 \cdot 0’02^2) = 250$ rad/s

P-S-06

Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm. Si el campo magnético aumenta a razón de 60 *T/s*, permaneciendo constante la dirección, determine:

a) **La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo.**
b) **La fuerza electromotriz inducida en la bobina.**
c) **La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150 n.**
d) **¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado el campo magnético *disminuyera* a razón de 60 *T/s* en lugar de aumentar?**



El flujo magnético es: $\Phi = \mathbf{B}\ .\mathbf{S} = B.S.\cos\theta$

Siendo $B = B_o + 60 \cdot t$,, $S = N \cdot \pi \cdot R^2$

$\Phi = B.S.\cos\theta = (B_o + 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = 81'6$ volts

$V = -\,d\,\Phi / dt = = -\,81'6$ voltios

I = V / R = 81'6 / 150 = 0'54 Amperios, y el sentido el de la figura.

Si en vez de aumentar, disminuyera, $B = B_o - 60 \cdot t$, la f.e.m. inducida sería + 81'6 voltios

$\Phi = B.S.\cos\theta = (B_o - 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = -\,60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = -\,60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = -\,81'6$ volts

$V = -\,d\,\Phi / dt = = +\,81'6$ voltios

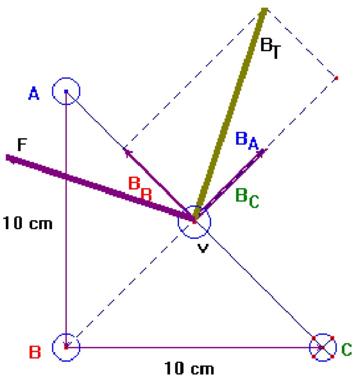
P-S-07

Tres hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen como se muestra en la figura (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es la misma, I=25 A, aunque el sentido de la corriente en el hilo C es opuesto al de los otros dos hilos.

Determine: El campo magnético en el punto *P*, punto medio del segmento *AC*.

La fuerza que actúa sobre una carga positiva $Q=1'6.10^{-19}$ C si se encuentra en el punto *P* moviéndose con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular al plano del papel y con sentido hacia fuera.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_o = 4.\pi.10^{-7}$ N A^{-2}



El triángulo es rectángulo e isósceles, por lo que el segmento BP es la altura y divide al triángulo en otros dos iguales e isósceles

$AC = (0'1^2 + 0'1^2)^{1/2} = 0'1414$ m,,, $BP = AP = CP = 0'07$ m

El Campo magnético creado por un hilo es: $B = \mu.I /(2.\pi.d)$

En el punto P los campos serán, por ser las distancias y corrientes iguales:

$B_A = B_B = B_C = \mu.I /(2.\pi.d) = 4.\pi.10^{-7}. 25 /(2.\pi.0'07) = 7'14.10^{-5}$ T

$B_{Ax} = B_{Ax} = 7'14.10^{-5}$ .sen $45 = 5'05.10^{-5}$

$\mathbf{B_A} = 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.i} + 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.\ j}$

$\mathbf{B_C} = 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.i} + 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.\ j}$

$\mathbf{B_B} = -5'05.10^{-5}\ \mathbf{.i} + 5'05.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}$

$\mathbf{B_T} = 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.i} + 15'15.10^{-5}\ \mathbf{.\ j}$

$\mathbf{F} = q.\ (\mathbf{v}\wedge\mathbf{B}) = 1'6.10^{-19}\ .[\ (10^6.\ \mathbf{k}\ ) \wedge(\ 5'05.10^{-5}\ \mathbf{.i} + 15'15.10^{-5}\ \mathbf{.\ j}\ )] = -\ 24{,}24.10^{20}\ \mathbf{i}\ + 8'08.10^{20}\ \mathbf{j}$

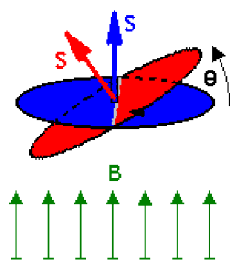
P-J-08

Una espira circular de radio r = 5 cm y resistencia 0,5 Ω se encuentra en reposo en una región del espacio con campo magnético $B = B_o . k$, siendo $B_o = 2$ T y k el vector unitario en la dirección Z. El eje normal a la espira en su centro forma 0° con el eje Z. A partir de un instante t = 0 la espira comienza a girar con velocidad angular constante w = π (rad/s) en tomo a un eje diametral. Se pide:

a) La expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo t, para t ≥ 0.

b) La expresión de la corriente inducida en la espira en función de t.

Solución:



a) El flujo magnético que atraviesa la espira en un instante dado es: $\Phi = B.\ S.\cos\theta$

si la espira gira, el ángulo varía con el tiempo: $\theta = w.\ t \quad \rightarrow$

$\Phi = B.\ S.\cos w.t \quad \rightarrow \quad \Phi = 2.\ \pi.0'05^2 \cos \pi.t = 0'0157.\cos \pi.t \quad T.m^2$

b) Según la ley de Faraday, toda variación del flujo magnético induce una fuerza electromotriz que es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo:

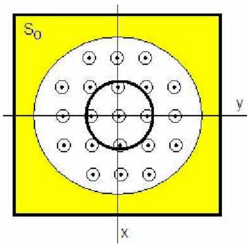
$V = -\,d\,\Phi /dt = -\,d/dt\,(0'0157.\cos \pi.t\,) = 0'0157.\ \pi\ .\ \text{sen}\ \pi.t = 0'049.\ \text{sen}\ \pi.t$ voltios

$I = V / R = 0'049.\ \text{sen}\ \pi.t\ / 0'5 = 0'0987\ .\ \text{sen}\ \pi.t$ Amperios

El sentido de esta corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo, produciendo su propio campo magnético.

P-J-09

Sea un campo magnético uniforme *B* dirigido en el sentido positivo del eje Z. El campo sólo es distinto de cero en una región cilíndrica de radio 10 cm cuyo eje es el eje Z y aumenta en los puntos de esta región a un ritmo de 10^{-3} T/s. Calcule la fuerza electromotriz inducida en una espira situada en el plano XY y efectúe un esquema gráfico indicando el sentido de la corriente inducida en los dos casos siguientes:
Espira circular de 5 cm de radio centrada en el origen de coordenadas.
Espira cuadrada de 30 cm de lado centrada en el origen de coordenadas.



El campo aumenta según la función: $B = B_o + 0'001.t$, siendo B_o una constante, B inicial
a) La espira está totalmente inmersa dentro del campo magnético

El flujo magnético será:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0 = (B_o + 0'001.t) \cdot \pi \cdot 0'05^2 = 0'007854 \cdot B_o + 7'854.10^{-6} \,.\, t$$

La f.e.m. inducida será:

$$E = - d\Phi/dt = - 7'854.10^{-6} \text{ Voltios}$$

La f.e.m. es de $7'854.10^{-6}$ voltios y el sentido de la corriente es tal que se opone al aumento del flujo, es decir en sentido horario

b) La espira rectangular abarca más del "área" magnética: area S_o más área círculo de radio 0'1 m

El flujo magnético será:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0 = 0 \cdot S_o + (B_o + 0'001.t) \cdot \pi \cdot 0'1^2 = 0'0314 \cdot B_o + 3'14.10^{-5} \,.\, t$$

La f.e.m. inducida será:

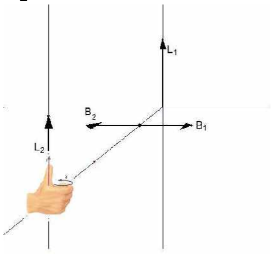
$$E = - d\Phi/dt = - 3'14.10^{-5} \text{ Voltios}$$

La f.e.m. es de $3'14.10^{-5}$ voltios y el sentido de la corriente es tal que se opone al aumento del flujo, es decir en sentido horario

P-S-09

Un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita está situado en el eje Z y transporta una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta al eje X en el punto de coordenada x = 10 cm. Determine:
a) La intensidad y el sentido de la corriente en el segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje X de coordenada x = 2 cm es nulo.
b) La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido.
Dato Permeabilidad magnética del vacío $\mu = 4\pi \,.\, 10^{-7} = N\,A^{-2}$

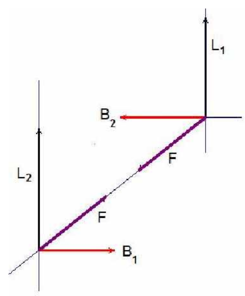
a) El hilo L_1 por el que pasan 20A crea un campo B_1 en el punto (2,0,z) con sentido +Y. Para que el campo total sea nulo, la corriente del hilo L_2 debe ser tal que el campo que cree B_2 sea opuesto e igual a B_1, por tanto la corriente en L_2 tiene el mismo sentido, +Z



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot a}$$

$$B_1 = B_2 \quad \rightarrow \quad \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot a_1} = \frac{\mu \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot a_2} \quad \rightarrow \quad \frac{20A}{2cm} = \frac{I_2}{10cm} \quad \rightarrow \quad I_2 = 100A$$

b) El campo magnético B_1 creado por el hilo L_1 en el punto donde está el otro hilo es: $B_1 = \frac{\mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot a}$



El hilo L_2 se ve sometido a una fuerza por estar dentro de un campo magnético:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{L} \wedge \vec{B}) \quad \rightarrow \quad F = I_2 \cdot L_2 \cdot B_1 \cdot \text{sen}90 = \frac{I_2 \cdot L_2 \cdot \mu \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot a} \quad \rightarrow \quad \frac{F}{L_2} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot a}$$

Por la misma razón el hilo L_1 se ve sometido a una fuerza por unidad de longitud, que debe ser igual y opuesta, principio de acción y reacción

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot a} = \frac{4 \cdot \pi 10^{-7} \cdot 20 \cdot 100}{2 \cdot \pi \cdot 0'1} = 4.10^{-3}\,\text{N/m}$$