4) Indépendance

Définition : deux événements A et B sont indépendants si la probabilité de réalisation de A (respectivement de B) n'est pas changée si on sait que B (respectivement A) est réalisé.

4) Indépendance

Définition : deux événements A et B sont indépendants si la probabilité de réalisation de A (respectivement de B) n'est pas changée si on sait que B (respectivement A) est réalisé. On a donc $P(A) = P_B(A)$ (respectivement $P(B) = P_A(B)$).

On a aussi $\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$.

On a aussi $\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$.

<u>Justification :</u>

$P(A) = P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ donc

On a aussi $\boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$.

Justification :

$P(A) = P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ donc

$P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.

Si A et B sont deux événements incompatibles de probabilités non nulles alors

$P(A \cap B) =$

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.
Si A et B sont deux événements incompatibles de probabilités non nulles alors
$P(A \cap B) = P(\emptyset)$

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.
Si A et B sont deux événements incompatibles de probabilités non nulles alors
$P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.

Si A et B sont deux événements incompatibles de probabilités non nulles alors $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0 \neq P(A)P(B)$

Remarque : Ne pas confondre indépendance et incompatibilité.
Si A et B sont deux événements incompatibles de probabilités non nulles alors $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0 \neq P(A)P(B)$ donc A et B ne sont pas indépendants.

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Démonstration de A et $\overline{B}$ sont indépendants :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$$

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Démonstration de A et $\overline{B}$ sont indépendants :

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$
$P(A)P(B) + P(A \cap \overline{B})$

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Démonstration de A et $\overline{B}$ sont indépendants :

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$

$P(A)P(B) + P(A \cap \overline{B})$

donc $P(A) - P(A)P(B) = P(A \cap \overline{B})$

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Démonstration de A et $\overline{B}$ sont indépendants :

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$

$P(A)P(B) + P(A \cap \overline{B})$

donc $P(A) - P(A)P(B) = P(A \cap \overline{B})$

donc $P(A)\left(1 - P(B)\right) = P(A \cap \overline{B})$

Propriété : Si A et B sont indpépendants, alors $\overline{A}$ et B, A et $\overline{B}$, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ le sont aussi.

Démonstration de A et $\overline{B}$ sont indépendants :

$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$
$P(A)P(B) + P(A \cap \overline{B})$
donc $P(A) - P(A)P(B) = P(A \cap \overline{B})$
donc $P(A)\big(1 - P(B)\big) = P(A \cap \overline{B})$
donc $P(A)P(\overline{B}) = P(A \cap \overline{B})$