

Interpoliavimas

III praktikos užduotys

Pagal eilės numerį pasiimkite funkciją ir intervalą. Intervalą išdalinkite į 10 (nebent prašo kitaip) vienodo ilgio intervaliukų - gausite 11 vienodai nutolusių interpoliavimo mazgų. Juose suskaičiuokite funkcijos reikšmę ir gausite savo reikšmių lentelę. Toliau interpoliavimui ir paklaidų skaičiavimui naudokite ją. Atsiskaitydami mokėkite keisti intervalą ir mazgų skaičių.

Nr.	Užduotys	Funkcija	Intervalas	Nr.	Užduotys	Funkcija	Intervalas
1	1, 6	$e^{0.5x \cos x}$	[-5, 5]	26	1, 7	$\frac{1}{1+25x^2}$	[-2, 3]
2	2, 7	$e^{-\sin x} \cos x$	[-2, 4]	27	2, 8	$x \sin(\frac{20}{x})$	[1, 2]
3	3, 8	$x^2 \cos(2x)$	[2, 8]	28	3, 9	$e^{-x}(x^3 + 1)$	[-2, 2]
4	4, 9	$\sqrt{x} + \cos^2 x$	[0, 5]	29	4, 6	$\frac{\sin(x)}{x^2+2}$	[-4, 4]
5	5, 6	$x^{1.5} \cos x$	[2, 10]	30	5, 7	$x^2 \sin(\frac{10}{x})$	[1, 5]
6	1, 7	$\frac{1+x^2}{7+x^3}$	[-1, 4]	31	1, 8	$\frac{x^2}{2+\cos(2x)}$	[-10, 0]
7	2, 8	$\frac{1+2 \sin(x)}{1+x^2}$	[-3, 4]	32	2, 9	$x^2 \cos(\pi x)$	[0, 4]
8	3, 9	$\frac{x}{2+\sin(2x-1)}$	[-1, 4]	33	3, 6	$\frac{x}{3+\cos(2x)}$	[0, 10]
9	4, 6	$e^{-x}(x^3 - 2x - 1)$	[0, 5]	34	4, 7	$x \cos(\pi x)$	[0, 6]
10	5, 7	$(1+x) \sin(2x)$	[-1, 2]	35	5, 8	$\tan(0.3x) + 2 \cos(x)$	[0, 5]
11	1, 8	$\sin(\frac{10}{x})$	[1, 5]	36	1, 9	$x \sin(\frac{100}{x})$	[2, 4]
12	2, 9	$\frac{1}{1+4x^2}$	[-3, 3]	37	2, 6	$\sqrt{x} + \sin^2 x$	[0, 6]
13	3, 6	$e^{-x}(x^2 - 1)$	[-1, 5]	38	3, 7	$e^x \sin(3x)$	[-1, 3]
14	4, 7	$\sqrt{x} + \sin^2 x$	[0, 6]	39	4, 8	$\sqrt{x} \sin(\frac{100}{x})$	[2, 4]
15	5, 8	$\sin(\frac{100}{x})$	[2, 4]	40	5, 9	$x + 4 \cos^2 x$	[-3, 3]
16	1, 9	$e^{-x}(x^3 + 2)$	[-1, 3]	41	1, 7	$e^{-x}(x^2 - 2)$	[0, 6]
17	2, 6	$x \sin(\pi x)$	[0, 4]	42	2, 8	$\frac{1}{1+9x^2}$	[-5, 3]
18	3, 7	$\frac{x}{3+\sin(2x)}$	[0, 10]	43	3, 9	$\ln(x) \sin(\frac{10}{x})$	[2, 6]
19	4, 8	$x \cos(\pi x)$	[0, 5]	44	4, 6	$(2+x) \sin(2x)$	[-2, 4]
20	5, 9	$\frac{x^2}{2+\sin(2x)}$	[-10, 0]	45	5, 7	$e^{0.2x \sin x}$	[-2, 4]
21	1, 6	$\sin(\frac{10}{x})$	[1, 5]	46	1, 8	$e^{-\cos x} \sin x$	[-1, 5]
22	2, 7	$\frac{\sin(x)}{x^2+1}$	[-4, 4]	47	2, 9	$x^3 \cos(2x)$	[1, 5]
23	3, 8	$e^{-x}(x^3 + 1)$	[-1, 3]	48	3, 6	$\tan(0.5x) + \sin^2 x$	[-2, 3]
24	4, 9	$\sin(\frac{20}{x})$	[1, 2]	49	4, 7	$x^{2.5} \sin x$	[4, 12]
25	5, 6	$\frac{1}{1+16x^2}$	[-2, 2]	50	2, 8	$\frac{1+2 \cos(x)}{3+x^2}$	[-2, 5]

Užduočių sąrašas:

1. Parašykite programą tiesiniam interpoliaciniam polinomui rasti. Nubraižykite jį pažymėdami interpoliavimo taškus. Palyginkite grafiką su duotos funkcijos grafiku. Paskaičiuokite interpoliavimo paklaidos įvertį naudodami baigtinius skirtumus bet kuriame taške iš intervalo. Palyginkite įvertį tame taške su paklaida nuo tikros funkcijos reikšmės.
2. Parašykite programą kvadratiniam interpoliaciniam polinomui rasti. Nubraižykite jį pažymėdami interpoliavimo taškus. Palyginkite grafiką su duotos funkcijos grafiku. Paskaičiuokite interpoliavimo paklaidos įvertį naudodami baigtinius skirtumus bet kuriame taške iš intervalo. Palyginkite įvertį tame taške su paklaida nuo tikros funkcijos reikšmės.
3. Parašykite programą 4-osios eilės Niutono interpoliaciniam polinomui rasti, kai intervalas dalinamas į 20 intervaliukų. Nubraižykite jį pažymėdami interpoliavimo taškus ir palyginkite grafiką su duotos funkcijos grafiku. Paskaičiuokite paklaidą nuo tikrosios funkcijos reikšmės bet kuriam taškui intervale.
4. Parašykite programą 5-osios eilės Niutono interpoliaciniam polinomui rasti, kai intervalas dalinamas į 20 intervaliukų. Nubraižykite jį pažymėdami interpoliavimo taškus ir palyginkite grafiką su duotos funkcijos grafiku. Paskaičiuokite paklaidą nuo tikrosios funkcijos reikšmės bet kuriam taškui intervale.
5. Parašykite programą n -osios eilės Niutono interpoliaciniam polinomui rasti, kai intervalas dalinamas į n intervaliukų. Nubraižykite jį pažymėdami interpoliavimo taškus ir palyginkite grafiką su duotos funkcijos grafiku. Išstirkite pagal grafikus, ar padidinus n interpoliuoja tiksčiau.
6. Raskite kvadratinio splaino koeficientus naudodami natūralią (nulinę) kraštinę sąlygą. Nubraižykite gautą splainą ir palyginkite su duotos funkcijos grafiku.
7. Raskite kvadratinio splaino koeficientus naudodami išvestinės taške x_0 kraštinę sąlygą, kai išvestinė gaunama iš baigtinių skirtumų. Nubraižykite gautą splainą ir palyginkite su duotos funkcijos grafiku.
8. Raskite kubinio splaino koeficientus sprendami lygčių sistemą panaudodami metodą iš II praktikos užduoties "tiesinių lygčių sistemos". Naudokite natūralias (nulines) kraštines sąlygas. Nubraižykite gautą splainą ir palyginkite su duotos funkcijos grafiku.
9. Raskite kubinio splaino koeficientus sprendami lygčių sistemą panaudodami metodą iš II praktikos užduoties "tiesinių lygčių sistemos". Kraštines sąlygas imkite lygias antrajai išvestinei taške x_0 ir x_n , randamas iš baigtinių skirtumų. Nubraižykite gautą splainą ir palyginkite su duotos funkcijos grafiku.

Pastabos

1. Išvestinės įverčiui gauti pagal baigtinius skirtumus naudokite tokias formules:

$$M_2 = f''(x) \approx 2f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}), \quad \text{kai } x \in [x_i, x_{i+2}];$$

$$M_3 = f'''(x) \approx 6f(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}), \quad \text{kai } x \in [x_i, x_{i+3}];$$

2. Interpoliavimui, splineų radimui ir išvestinių skaičiavimui funkcijos turi būti suprogramuotos pačių, bet patikrinimui gali praversti MATLAB funkcijos:

interp1 - viendimensinių duomenų (lentelės) interpoliavimas įvairiais metodais.

spline - interpoliavimas kubiniais splineais.