

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

---

КАФЕДРА №22

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ\_\_\_\_\_

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Профессор

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Волков В.Ю.

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2

ОБНАРУЖЕНИЕ И ЛОКАЛИЗАЦИЯ ОБЪЕКТОВ НА ФОНЕ ШУМА С  
ГАУССОВСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

по курсу: Основы радиотоники

СТУДЕНТ ГР. № 2221

номер группы

подпись, дата

Е.Ю. Дройзман

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург  
2024

Дано: программа для моделирования обнаружения объектов на Гауссовском фоне с использованием алгоритмов Неймана-Пирсона и максимального правдоподобия.

Задача: исследовать зависимость суммарной вероятности ошибки от значений одностороннего порога. Выделить значения порогов Неймана-Пирсона и максимального правдоподобия.

Алгоритм решения задачи:

1. Изучение математических зависимостей изучаемых параметров.
2. Моделирование процессов обнаружения объектов в среде MATLAB.
3. Анализ полученных данных и сопоставление с теоретическими предсказаниями.

## **1 Математическое описание задачи**

В критерии Неймана-Пирсона порог определяется на основе заданной вероятности ложной тревоги, которая представляет собой риск отклонения истинной нулевой гипотезы. Когда мы устанавливаем порог, мы стремимся минимизировать количество ложных тревог, т.е. случайных отклонений нулевой гипотезы, когда она на самом деле верна. Это делается путем выбора такого уровня значимости ложной тревоги, который устанавливает границу между принятиями и отклонениями нулевой гипотезы. При более строгом (нижнем) уровне, мы уменьшаем вероятность ложной тревоги, но это может увеличить вероятность пропусков — случаев, когда мы не отвергаем ложную нулевую гипотезу.

Порог по критерию Неймана-Пирсона рассчитывается следующим образом:

$$Y_{NP} = \frac{c_F \cdot \sigma_0}{N}, \quad (1)$$

где  $c_F$  - процентная точка,  $\sigma_0$  - дисперсия,  $N$  – количество независимых значений.

Порог максимального правдоподобия можно интерпретировать как порог, который считает гипотезы допустимыми, если их вероятность (или правдоподобие) превышает определенное значение. В отличие от критерия Неймана-Пирсона, где порог определяется через заданные вероятности ошибок, в

методе максимального правдоподобия порог часто устанавливается исходя из максимальных значений правдоподобия.

При увеличении дефлексии решающей статистики (т.е. различия между значениями, используемыми для принятия решений) сигнал становится более различимым от шума, что ведет к более точному обнаружению. Этот порог помогает сделать более четкое различие между гипотезами и показывает, насколько определенная модель описывает данные лучше, чем альтернативные модели.

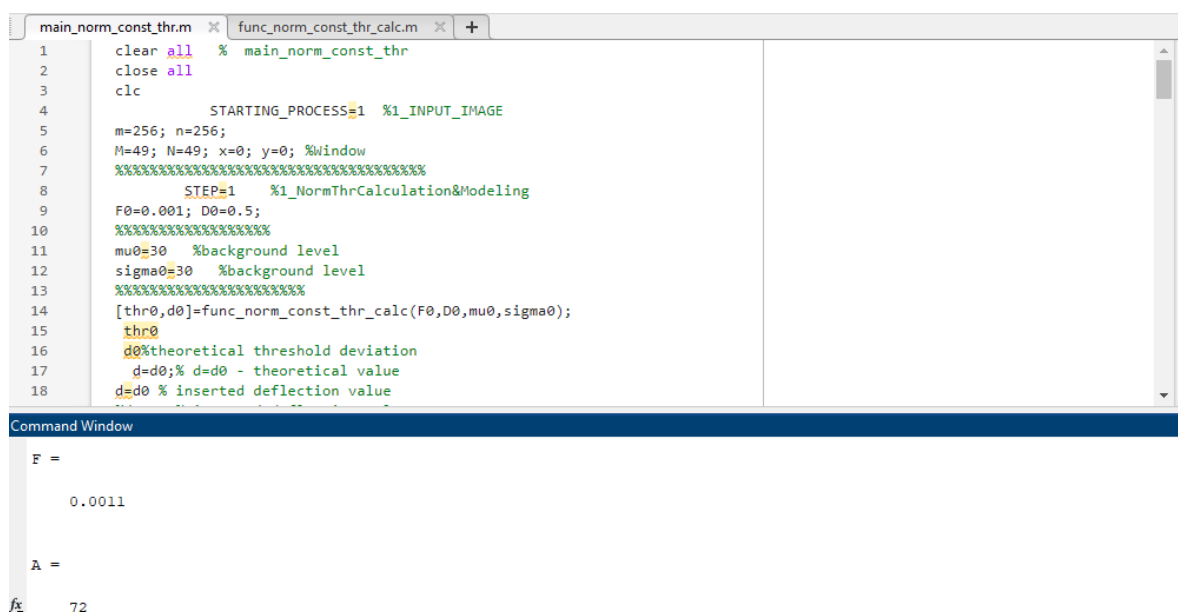
Порог для максимального правдоподобия имеет вид:

$$U_{ML} = \frac{d_N}{2}, \quad (2)$$

где  $d_N$  - дефлексия решающей статистики.

## 2 Анализ полученных при моделировании результатов

1) При установленном значении вероятности ложной тревоги  $F0 = 0.001$ , было 72 превышения порога, что соответствует ожидаемому количеству ложных тревог согласно критерию Неймана-Пирсона. Это согласие подтверждает адекватность выбранного порога и корректность модели в контексте установленных параметров. На рисунке 1 изображен результат работы кода.



```
main_norm_const_thr.m  func_norm_const_thr_calc.m  +
1 clear all % main_norm_const_thr
2 close all
3 clc
4 STARTING_PROCESS=1 %1_INPUT_IMAGE
5 m=256; n=256;
6 M=49; N=49; x=0; y=0; %Window
7 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
8 STEP=1 %1_NormThrCalculation&Modeling
9 F0=0.001; D0=0.5;
10 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
11 mu0=30 %background level
12 sigma0=30 %background level
13 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14 [thr0,d0]=func_norm_const_thr_calc(F0,D0,mu0,sigma0);
15 thr0
16 d0%theoretical threshold deviation
17 d=d0;% d=d0 - theoretical value
18 d=d0 % inserted deflection value
```

```
Command Window
F =
    0.0011

A =
    72
```

Рисунок 1 – Результат работы кода

2) При значении дефлексии равном 2,326, количество ложных тревог по критерию Неймана-Пирсона получился равным 89, а по критерию максимального правдоподобия получился 8085.

Увеличим значение дефлексии до 15 и получим, что количество ложных тревог по критерию Неймана-Пирсона получился равным 63, а по критерию максимального правдоподобия 0.

Можно сделать вывод, что с увеличением значения дефлексии оба критерия становятся более точными в выявлении истинной гипотезы, однако критерий максимального правдоподобия показывает более резкое улучшение в снижении ложных тревог, вероятно, благодаря своей природе (природа критерия максимального правдоподобия заключается в его способности учитывать данные более активно и точно, особенно в ситуациях, когда различия между гипотезами становятся более выраженными, что приводит к снижению числа ложных тревог).

### 3) Вероятности суммарной ошибки

Установим значение дефлексии = 2,326; вероятность ложной тревоги – 0,01. При моделировании получаем результаты обнаружения для алгоритмов Неймана-Пирсона (рисунок 2) и максимального правдоподобия (рисунок 3).

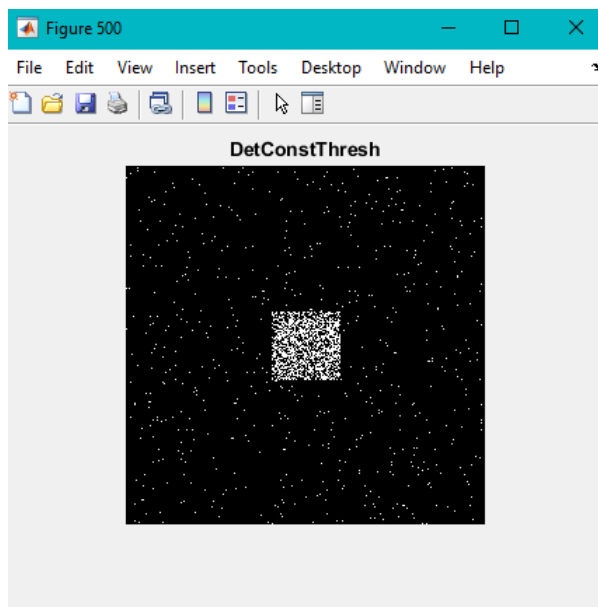


Рисунок 2 – Результат обнаружения для алгоритма Неймана-Пирсона

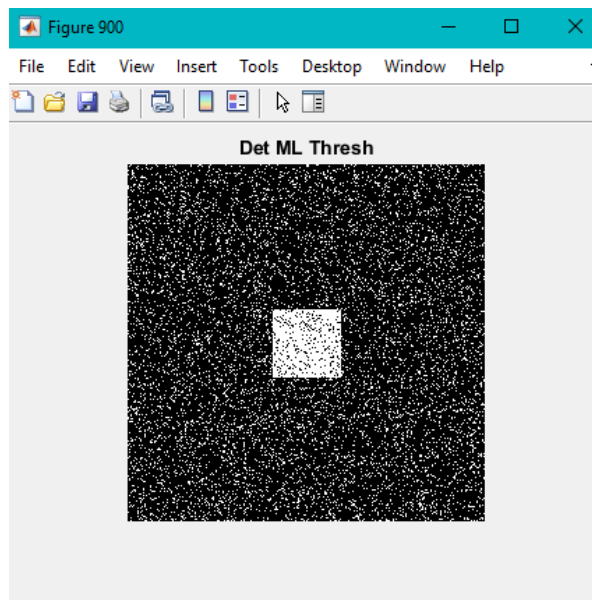


Рисунок 3 - Результат обнаружения для алгоритма максимального правдоподобия

Из рисунков можно увидеть, что результаты содержат ложные тревоги и пропуски. Общие ошибки для указанных параметров составили:

- 1) Для критерия Неймана-Пирсона – 0,2531;
- 2) Для критерия максимального правдоподобия – 0,1223.

Пороговое значение по критерию Неймана-Пирсона для заданных вероятностей ложной тревоги и обнаружения составило 99,7904, в то время как порог для критерия максимального правдоподобия составил 64,8900. Теперь необходимо повысить оба порога и проверить полученные результаты. Результаты моделирования обнаружения для алгоритмов Неймана-Пирсона и максимального правдоподобия при значениях дефлексии = 15 и вероятности ложной тревоги = 0,05 представлены на рисунках 4-5.

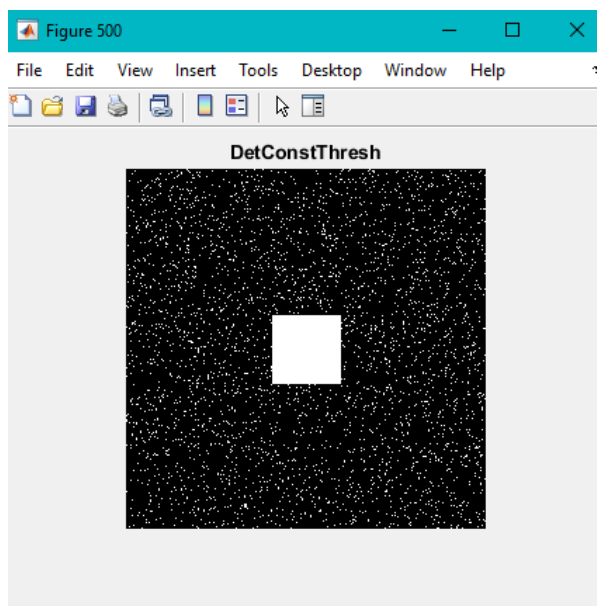


Рисунок 4 - Результат обнаружения для алгоритма Неймана-Пирсона

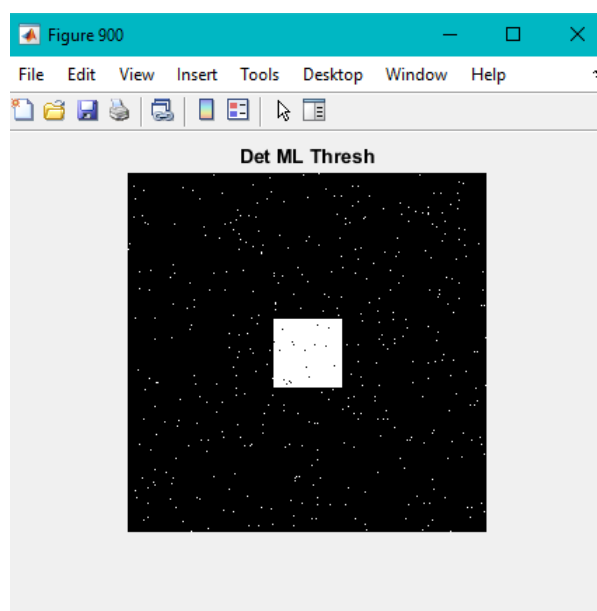


Рисунок 5 – Результат обнаружения для алгоритма максимального правдоподобия

Вероятности суммарной ошибки для критериев:

- 1) Неймана-Пирсона – 0,00535;
- 2) Максимального правдоподобия – 0,00545.

Порог по критерию Неймана-Пирсона в данных условиях равен 107,2749, а порог по критерию максимального правдоподобия равен 105.

В результате увеличения значения дефлексии с 2,326 до 5 и повышения вероятности ложной тревоги с 0,01 до 0,05 было отмечено значительное улучшение в вероятности правильного обнаружения по сравнению с ранее

зафиксированными показателями. При этом наблюдается снижение как количества ложных тревог, так и пропусков. Кроме того, экспериментально было подтверждено, что изменение дефлексии не оказывает воздействия на порог Неймана-Пирсона, а также что изменение вероятности ложной тревоги не влияет на порог максимального правдоподобия, что согласуется с теоретическими данными.

## **Вывод**

Экспериментально подтверждено, что увеличение значения дефлексии приводит к существенному повышению вероятности правильного обнаружения. При этом наблюдается значительное снижение как количества ложных тревог, так и пропусков, что свидетельствует о более сбалансированном подходе к обработке сигналов в условиях шумовой среды.

Увеличение дефлексии также способствует смещению порога максимального правдоподобия, что в свою очередь повышает точность обнаружения объектов и снижает вероятность суммарной ошибки. Аналогичным образом, уменьшение вероятности ложной тревоги приводит к увеличению порога Неймана-Пирсона, что дополнительно улучшает результаты обнаружения за счет снижения числа ошибок.

Также были подтверждены теоретические положения о том, что дефлексия не оказывает влияния на порог Неймана-Пирсона, а заранее установленные значения вероятности ложной тревоги не затрагивают порог максимального правдоподобия. Для обоих проведенных экспериментов минимальная вероятность суммарной ошибки была достигнута при использовании критерия максимального правдоподобия