

La massa del neutrino

ELENA GRAMELLINI

Dipartimento di Fisica Università di Bologna, Via Irnerio 46 - 40126 Bologna, Italy

Summary. — A partire da un breve excursus storico sulla particella neutrino, in questo lavoro si delinea la formulazione teorica del neutrino a massa nulla nel modello standard e del neutrino massivo nelle teorie di Dirac e di Majorana; viene inoltre sottolineata la possibilità di distinguere fra queste tre teorie attraverso gli esperimenti sulle oscillazione di neutrini e sul doppio decadimento β senza ν . Sono infine riportati i limiti sperimentali più stringenti sul valore delle masse ottenuti dalla misurazione diretta.

1. – Excursus storico sul neutrino

Nel Modello Standard il neutrino è un leptone neutro di spin $\frac{1}{2}$ e di massa nulla, presente nei tre autostati di sapore, corrispondenti ai tre leptoni carichi.

Al contrario di come vengono generalmente scoperte le particelle, negli esperimenti, il neutrino fu postulato prima in teoria da W. Pauli, nel 1930, come “disperato tentativo” di salvare la conservazione dell’energia e del momento angolare totale nel fenomeno del decadimento β [1].

Infatti, dopo l’ossevuazione degli spettri discreti dei decadimenti α e γ , quando nel 1914 J. Chadwick scoprì lo spettro continuo dell’energia nel decadimento β , la corretta interpretazione del processo fu controversa: l’emissione primaria di elettroni con spettro continuo fu proposta da C.D. Ellis.

La dimostrazione che l’energia mancante non potesse essere imputata alla produzione di γ , dovuta a L. Meitner, portò Pauli all’idea che tale energia potesse essere sottratta da un fermione neutro debolmente interagente, con una massa simile a quella dell’elettrone e “potere penetrante uguale o dieci volte maggiore a quello dei raggi γ ” [1]: Pauli chiamò la particella “neutrone”. Tuttavia erano state proposte teorie alternative, benché meno soddisfacenti, ed i dubbi sull’esistenza della particella erano molti⁽¹⁾.

Con la scoperta dell’attuale “neutrone” nel 1932, la comprensione del decadimento β cambiò rapidamente, portando E. Fermi allo sviluppo della teoria del decadimento β , in

⁽¹⁾ Lo stesso Pauli quando nel Giugno del 1931 presentò per la prima volta la sua idea durante un meeting della *American Physical Society* non pubblicò il suo intervento.

analogia con la QED. Fermi superò l'errata concezione della presenza all'interno del nucleo padre dei prodotti finali del decadimento e introdusse una nuova scala di energia (la scala "elettrodebole") nel contesto di un modello in grado di predire l'accoppiamento del neutrino⁽²⁾. Nonostante la teoria di Fermi lasciasse pochi dubbi sull'esistenza del neutrino, esso non era stato ancora direttamente osservato, in parte anche a causa dell'errato calcolo della sezione d'urto di interazione di H. Bethe e R. Peierls, i quali dichiararono nel 1934 l'eventualità che il neutrino potesse non essere mai osservato [2]. Il neutrino fu infine osservato nel 1956 da C.L. Cowan e F. Reines, mentre nel 1958 venne misurata la sua elicità.

Nel 1956, quando nel famoso esperimento di C.S. Wu fu osservata la violazione della parità nel decadimento β , fu necessario aggiungere alla lagrangiana debole gli accoppiamenti che violano la parità oltre a quelli che la conservano. La complessa situazione fu fortemente semplificata nella forma della teoria V-A, formulata nel 1958 da R.P. Feynman e M. Gell-Mann, E.C.G. Sudarshan, R.E. Marshak e J.J. Sakurai. L'introduzione di un neutrino sinistrorso e un antineutrino destrorso non massivi portano automaticamente in questa teoria all'accoppiamento V-A.

La diversità del neutrino emesso nel decadimento β e quello emesso nel decadimento di pione fu sottolineata per la prima volta da B. Pontecorvo nel 1959. Nel 1962 fu confermato sperimentalmente che ν_e e ν_μ sono particelle distinte. Il terzo sapore di neutrino, il ν_τ , è stato scoperto nel 2002 nell'esperimento DONUT al Fermilab. La misura della larghezza di risonanza della Z^0 effettuata a LEP vincola il numero dei neutrini leggeri ($m_\nu < m_{Z^0}/2$) a tre.

In analogia con l'oscillazione $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, nel 1957 Pontecorvo introdusse il concetto di oscillazione $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$, considerati all'epoca spinori di Majorana. Uno scenario più realistico si delineò assumendo che il ν_e ed il ν_μ fossero combinazioni lineari di autostati di massa. Nel 1962 "trasmutazioni virtuali" $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ sono citate in un lavoro di Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata [3], mentre nel 1967 Pontecorvo presentò un primo modello intuitivo del *mixing* a due sapori.

Seguendo un'indicazione dello stesso Pontecorvo, i neutrini provenienti dal sole furono i primi ad essere investigati; nonostante l'incertezza iniziale nell'interpretazione dei dati sperimentali, il deficit di neutrini solari è stato infine imputato all'oscillazione $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu, \nu_\tau$ nel sole grazie all'effetto di conversione di risonanza MSW (Mikheev–Smirnov–Wolfenstein). Ad oggi gli esperimenti sui neutrini solari come Homestake, GNO/GALLEX, Kamiokande, SNO confermano il fenomeno delle oscillazioni e forniscono precise informazioni sul valore dei parametri $\Delta m_{12}^2, \theta_{sol}$. Analogamente, i risultati degli esperimenti sui neutrini atmosferici, come SuperKamiokande, Macro, Soudan2, sono ben spiegati dalle oscillazioni di neutrino nell'ambito del più semplice modello di *mixing* a tre sapori. Questi esperimenti hanno misurato il valore di $\Delta m_{13}^2, \Delta m_{23}^2, \theta_{23}$. Non si è ancora stimato con precisione il valore di θ_{13} , delle fasi legate alla violazione di CP nel settore leptonic e della scala assoluta delle masse.

Una questione aperta e fondamentale è la natura del neutrino, che potrebbe essere o una particella di Dirac o di Majorana; l'indagine del decadimento β senza neutrini sembra essere la via più promettente per determinarne la natura. Al momento il limite superiore alla massa effettiva di Majorana, ottenuto nell'esperimento Heidelberg–Moscow ^{76}Ge , è dell'ordine di un eV.

⁽²⁾ A seguito di uno scherzo di E. Amaldi, il "neutrone" di Pauli fu ribattezzato appunto "neutrino".

Nessun esperimento condotto finora ha mostrato deviazioni conclusive dal Modello Standard, eccetto gli esperimenti sulle oscillazioni di neutrino, che mostrano neutrini massivi e non-conservazione del numero leptonico di sapore. La comprensione di come i neutrini acquistano piccole masse e di come come effettuano il *mixing* è una sfida che si spinge oltre il MS.

2. – Modello Standard e massa nulla del neutrino

L'equazione di Dirac

$$(1) \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

per un campo fermionico

$$(2) \quad \psi = \psi_L + \psi_R$$

è equivalente alle equazioni

$$(3) \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m\psi_R,$$

$$(4) \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = m\psi_L,$$

per i campi chirali ψ_L e ψ_R , la cui evoluzione spazio-temporale è accoppiata dalla massa m . Ovviamente se il fermione non è dotato di massa i campi chirali si disaccoppiano; pertanto un fermione a massa nulla può essere descritto da un singolo campo chirale, chiamato spinore di Weyl, con sole due componenti indipendenti.

La possibilità che una particella fisica sia descrivibile tramite uno spinore di Weyl fu in un primo momento rigettata da Pauli poiché tale possibilità comporta una violazione della parità; infatti poiché l'inversione spaziale manda $\psi_L \leftrightarrow \psi_R$, la conservazione della parità richiede l'esistenza simultanea di entrambe le componenti chirali. Tuttavia se si lascia cadere il vincolo di conservazione della parità, come avvenne dopo l'esperimento di Wu, è possibile descrivere i neutrini non massivi come spinori di Weyl. In particolare, poiché non c'erano indicazioni della presenza di una massa e poiché era probabile che il neutrino partecipasse alle interazioni deboli solo tramite la componente sinistrorsa, nel Modello Standard il neutrino fu introdotto come uno spinore di Weyl sinistro.

Il Modello Standard è una teoria rinormalizzabile che descrive le interazioni forti, elettromagnetiche e deboli delle particelle elementari nell'ambito della teoria dei campi quantizzati. Esso è una teoria di gauge basata sulla simmetria locale $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, dove i pedici C, L⁽³⁾ e Y indicano rispettivamente colore, chiralità sinistrorsa e ipercarica. Il gruppo di gauge determina univocamente le interazioni e il numero di bosoni vettori che corrispondono ai generatori del gruppo: 8 gluoni a massa nulla relativi a $SU(3)_C$ per l'interazione forte, 3 bosoni di gauge massivi (W^\pm , Z^0) relativi a $SU(2)_L$ e un bosone a massa nulla (γ) relativo a $U(1)_Y$ per l'interazione elettrodebole.

⁽³⁾ E' significativo notare che il pedice L in $SU(2)_L$ indica che gli elementi del gruppo agiscono in maniera non banale solo sulle componenti sinistrorse dei campi fermionici, mentre le componenti destrorse sono singoletti sotto le trasformazioni di isospin debole.

Il gruppo di simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ è il solo che interessa le interazioni di neutrino⁽⁴⁾. La lagrangiana elettrodebole del MS è la più generale lagrangiana rinormalizzabile invariante sotto la simmetria locale del gruppo $SU(2)_L \times U(1)_Y$; essa è scritta in termini di campi fermionici, ovvero dei doppietti di spin isotopico debole

$$(5) \quad L'_{eL} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\mu L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\tau L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix},$$

$$(6) \quad Q'_{1L} \equiv \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{2L} \equiv \begin{pmatrix} c'_L \\ s'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{3L} \equiv \begin{pmatrix} t'_L \\ b'_L \end{pmatrix},$$

e dei singoletti di spin isotopico debole

$$(7) \quad l'_{eR} \equiv e'_R, \quad l'_{\mu R} \equiv \mu'_R, \quad l'_{\tau R} \equiv \tau'_R,$$

$$(8) \quad q'^U_{uR} \equiv u'_R, \quad q'^U_{cR} \equiv c'_R, \quad q'^U_{tR} \equiv t'_R,$$

$$(9) \quad q'^D_{dR} \equiv d'_R, \quad q'^D_{sR} \equiv s'_R, \quad q'^D_{bR} \equiv b'_R,$$

di campi dei bosoni di gauge, A^μ_a ($a = 1, 2, 3$) e B^μ , e del doppietto dell'Higgs, $\Phi(x)$:
NON C'E LA PARTE DI ACCOPPIAMENTO COL W E Z!!!!!!!!!!!!!!

$$(10) \quad \begin{aligned} \mathcal{L} = & i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{L}'_{\alpha L} \not{D} L'_{\alpha L} + i \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}'_{\alpha L} \not{D} Q'_{\alpha L} \\ & + i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}'_{\alpha R} \not{D} l'_{\alpha R} + i \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}'^D_{\alpha R} \not{D} q'^D_{\alpha R} + i \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}'^U_{\alpha R} \not{D} q'^U_{\alpha R} \\ & - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + (D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \\ & - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} \left(Y_{\alpha\beta}^l \bar{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + Y_{\alpha\beta}^{l*} \bar{l}'_{\beta R} \Phi^\dagger L'_{\alpha L} \right) \\ & - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=d,s,b} \left(Y_{\alpha\beta}^D \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'^D_{\beta R} + Y_{\alpha\beta}^{D*} \bar{q}'^D_{\beta R} \Phi^\dagger Q'_{\alpha L} \right) \\ & - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=u,c,t} \left(Y_{\alpha\beta}^U \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'^U_{\beta R} + Y_{\alpha\beta}^{U*} \bar{q}'^U_{\beta R} \Phi^\dagger Q'_{\alpha L} \right). \end{aligned}$$

Le prime due righe della lagrangiana riassumono i termini cinetici dei campi fermionici ed i loro accoppiamenti con i bosoni di gauge A^μ_a , $B^{\mu\nu}$ ⁽⁵⁾. La terza riga contiene i termini cinetici e di auto accoppiamento dei bosoni di gauge; la quarta riga è la lagrangiana del

⁽⁴⁾ Nel MS le interazioni elettrodeboli possono essere studiate separatamente da quelle forti perché la simmetria sotto il gruppo $SU(3)_C$ non è rotta e non c'è mixing fra il settore $SU(3)_C$ e $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

⁽⁵⁾ Nelle teorie di gauge la derivata ordinaria ∂_μ è sostituita dalla derivata covariante D_μ , in questo caso con

$$D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu \cdot I + ig' B_\mu \frac{Y}{2},$$

dove I e Y sono rispettivamente i generatori di $SU(2)_L$ e di $U(1)_Y$.

campo di Higgs che dà luogo alla rottura spontanea della simmetria, mentre le ultime tre righe rappresentano l'accoppiamento, tramite le matrici Y di Yukawa, del campo di Higgs e dei fermioni che genera la massa di questi ultimi.

Il termine di massa per i fermioni si genera dall'accoppiamento fra i campi sinistrorsi e destrorsi. Nel MS, seguendo la teoria a due componenti di Landau, Salam, Lee e Yang⁽⁶⁾, si assume che il campo di neutrino abbia solo componenti sinistrorse, risultando di necessità a massa nulla. Poiché qualunque combinazione lineare di campi a massa nulla è un campo a massa nulla, nel MS gli autostati di sapore per il neutrino sono anche autostati di massa.

3. – Massa di Dirac: estensione minimale del MS

Il campo di neutrino può acquistare massa se si estende il MS attraverso l'introduzione della componente destrorsa del campo $\nu_{\alpha R}$ ($\alpha = e, \mu, \tau$)⁽⁷⁾.

Nel caso del neutrino come nel caso degli altri fermioni carichi, il meccanismo di generazione della massa è il meccanismo di Higgs del MS. Esattamente come gli altri fermioni, il neutrino è visto in questo caso come uno spinore di Dirac a quattro componenti.

Poiché i campi destrorsi di neutrino sono singoletti di $SU(3)_C \times SU(2)_L$ e hanno ipercarica $Y=0$, non partecipano a nessuna interazione tranne quella gravitazionale e sono chiamati perciò *neutrini sterili*. Il numero di neutrini sterili non è vincolato dalla teoria in quanto la loro presenza non influenza le proprietà degli altri fermioni: in linea teorica sarebbe possibile introdurre anche un solo campo di neutrino destrorso.

Con l'introduzione dei tre neutrini sterili, uno per sapore, la lagrangiana elettrodebole del MS per l'accoppiamento di Yukawa fra l'Higgs e i leptoni diventa:

$$(11) \quad \mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}} = - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \Phi'_{\beta R} - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'^{\nu}_{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \tilde{\Phi} \nu'_{\beta R} + H.c. ,$$

in cui Y'^{ν} è una nuova matrice dell'accoppiamento di Yukawa.

Nel gauge unitario, in cui vengono esplicitati gli stati fisici della teoria ed il doppietto dell'Higgs è

$$(12) \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix},$$

la lagrangiana $\mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}}$ assume la forma

$$(13) \quad \mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}} = - \left(\frac{v + H}{\sqrt{2}} \right) \left[\bar{l}'_L Y'' l'_R + \bar{\nu}'_L Y'^{\nu} \nu'_R \right] + H.c. ;$$

in quest'ultima formulazione il nuovo vettore del neutrino destrorso

⁽⁶⁾ E' possibile usare il formalismo a quattro componenti per il neutrino ottenendo comunque gli stessi risultati della teoria a due componenti. Si veda [4].

⁽⁷⁾ Tale modello è chiamato a volte *estensione minimale del MS* perché, pur rappresentando un ampliamento del MS, il gruppo di simmetria su cui si basa non cambia; in questa teoria si elimina l'asimmetria del MS fra il settore leptonico e adronico

$$(14) \quad \boldsymbol{\nu}'_R = \begin{pmatrix} \nu'_{eR} \\ \nu'_{\mu R} \\ \nu'_{\tau R} \end{pmatrix}$$

si aggiunge al vettore dei leptoni carichi e a quello del neutrino sinistrorso⁽⁸⁾. La matrice Y^l dell'accoppiamento di Yukawa per i leptoni carichi può essere diagonalizzata nel seguente modo

$$(15) \quad V_L^{l\dagger} Y^l V_R^l = Y^l, \quad Y_{\alpha\beta}^l = y_{\alpha\beta}^l \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau; \quad y_{\alpha}^l \in \mathbb{R}^+),$$

dove V_L^l e V_R^l sono due appropriate matrici unitarie 3×3 ; analogamente la diagonalizzazione per la matrice Y^ν di accoppiamento per i neutrini è

$$(16) \quad V_L^{\nu\dagger} Y^\nu V_R^\nu = Y^\nu, \quad Y_{j,k}^\nu = y_{jk}^\nu \delta_{jk} \quad (j, k = 1, 2, 3; \quad y_j^\nu \in \mathbb{R}^+),$$

con V_L^ν e V_R^ν matrici unitarie 3×3 . Dopo aver definito i vettori dei neutrini massivi come

$$(17) \quad \mathbf{n}_L = V_L^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n}_R = V_R^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix}$$

e i vettori dei leptoni carichi massivi a chiralità definita come

$$(18) \quad \mathbf{l}_L = V_L^{l\dagger} \mathbf{l}'_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{l}_R = V_R^{l\dagger} \mathbf{l}'_R \equiv \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix},$$

la lagrangiana diagonalizzata $\mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}}$ diventa

$$(19) \quad \begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}} &= - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[\bar{\mathbf{l}}_L Y^l \mathbf{l}_R + \bar{\boldsymbol{\nu}}_L Y^\nu \boldsymbol{\nu}_R \right] + H.c. \\ &= - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[\sum_{\alpha=e,\mu,\tau} y_{\alpha}^l \bar{l}_{\alpha L} l_{\alpha R} + \sum_{k=1,2,3} y_k^\nu \bar{\nu}_{kL} \nu_{kR} \right] + H.c. \end{aligned}$$

Sostituendo infine gli autostati di massa per i neutrini e per i leptoni carichi,

$$(20) \quad \nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR} \quad (k = 1, 2, 3) \quad l_{\alpha} = l_{\alpha L} + l_{\alpha R} \quad (\alpha = e, \mu, \tau),$$

si ottiene

$$(21) \quad \mathcal{L}_{\mathcal{H},\mathcal{L}} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l H}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k.$$

⁽⁸⁾ Per brevità nella lagrangiana si è utilizzata la notazione vettoriale.

	L_e	L_μ	L_τ		L_e	L_μ	L_τ
(ν_e, e^-)	+1	0	0	$(\bar{\nu}_e, e^+)$	-1	0	0
(ν_μ, μ^-)	0	+1	0	$(\bar{\nu}_\mu, \mu^+)$	0	-1	0
(ν_τ, τ^-)	0	0	+1	$(\bar{\nu}_\tau, \tau^+)$	0	0	-1

TABELLA I. – Assegnazione del numero leptonico di sapore

Le masse dei neutrini sono quindi date da

$$(22) \quad m_k = \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \quad (k = 1, 2, 3)$$

e l'accoppiamento fra i neutrini di Dirac massivi ed il campo di Higgs è dato dall'ultimo termine nell'equazione (21).

Si noti che le masse dei neutrini ottenute attraverso questo meccanismo sono proporzionali a v , ovvero al valore di aspettazione del vuoto dell'Higgs, esattamente come le masse degli altri fermioni fondamentali. Sperimentalmente però le masse dei neutrini sono molto più piccole rispetto a quelle degli altri fermioni; tale piccolezza, imputabile solo ad un piccolo valore di y_k^ν , autovalore della matrice di Yukawa per l'accoppiamento Higgs-neutrino, non è spiegata dal meccanismo di Higgs nel MS.

L'enigma dell'origine del valore delle masse porta a credere che il MS debba essere considerato come una teoria efficace ottenuta come il limite a basse energie di una teoria più completa. La piccolezza delle masse dei neutrini è un vincolo molto forte che le nuove teorie dovranno soddisfare [5].

3.1. Numero leptonico. – La definizione dei campi sinistrorsi di neutrino come

$$(23) \quad \nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}$$

è utile per specificare i numeri leptonici di sapore esattamente come nel MS, si veda Tab. I.

La conservazione del numero leptonico di sapore è rispettata nelle interazioni deboli, ma è in generale violata dalla parte dell'accoppiamento di Yukawa della lagrangiana elettrodebole del MS esteso.

La corrente debole carica,

$$(24) \quad j_{W,L}^\rho = 2\bar{\nu}_L \gamma^\rho \mathbf{1}_L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L}$$

è invariante per trasformazioni di gauge globale U(1)

$$(25) \quad \nu_{\alpha L} \rightarrow e^{i\varphi_\alpha} \nu_{\alpha L}, \quad l_{\alpha L} \rightarrow e^{i\varphi_\alpha} l_{\alpha L} \quad (\alpha = e, \mu, \tau),$$

con fasi diverse per ogni sapore, ma non è possibile trovare una trasformazione per i campi di neutrino destrorso che lasci simultaneamente invariata la parte cinetica e quella di accoppiamento con l'Higgs della lagrangiana. Il numero leptonico di sapore non si conserva, portando, come vedremo in seguito, al fenomeno delle oscillazioni; l'unica eccezione si presenta nel caso gli tutte le costanti di accoppiamento di y_k^ν siano identiche, i.e. le tre masse dei neutrini siano uguali e la matrice U di *mixing* sia l'unità.

Anche per neutrini di Dirac massivi tuttavia il numero totale dei leptoni si conserva poiché la lagrangiana elettrodebole del MS esteso è invariante sotto trasformazioni di $U(1)$

$$(26) \quad l_{\alpha L} \rightarrow e^{i\varphi} l_{\alpha L}, \quad l_{\alpha R} \rightarrow e^{i\varphi} l_{\alpha R} \quad (\alpha = e, \mu, \tau),$$

$$(27) \quad \nu_{kL} \rightarrow e^{i\varphi} \nu_{kL}, \quad \nu_{kR} \rightarrow e^{i\varphi} \nu_{kR} \quad (k = 1, 2, 3),$$

con la stessa fase φ per i tre neutrini ed i tre leptoni carichi.

3'2. *Mixing*. – Come nel caso della matrice CKM di mixing fra quark, la matrice di mixing dei neutrini di Dirac dipende da quattro parametri fisici: tre angoli di mixing e una fase di violazione di CP.

Poiché gli osservabili fisici sono indipendenti dalla parametrizzazione della matrice di mixing, è possibile lavorare solamente con quantità invarianti sotto tale riparametrizzazione; pertanto la violazione di CP nelle oscillazioni di neutrino può essere quantificata in modo invariante per trasformazioni di fase, in termini dell'invariante di Jarlskog, J ,

$$(28) \quad J = \Im[U_{\mu 3} U_{e 2} U_{\mu 2}^* U_{e 3}^*]$$

dove $U_{\alpha k}$ sono gli elementi della matrice di mixing e $U_{\alpha k}^*$ quelli dell'hermitiana coniugata.

Come nel caso dei quark, nel caso di mixing a tre neutrini tutte le parti immaginarie del prodotto $U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*$ sono uguali a meno di un segno,

$$(29) \quad \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] = s_{\alpha\beta;kj} J$$

ed i coefficienti $s_{\alpha\beta;kj} = \pm 1$ sono antisimmetrici nello scambio $\alpha \leftrightarrow \beta$, $k \leftrightarrow j$.

Una parametrizzazione conveniente della matrice di mixing per i neutrini di Dirac è

$$(30) \quad U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

dove $c_{ab} \equiv \cos \theta_{ab}$ e $s_{ab} \equiv \sin \theta_{ab}$. I tre angoli di mixing θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} sono compresi fra $0 \leq \theta_{ab} \leq \pi/2$ e δ_{13} , la fase di violazione di CP, ha valori compresi fra 0 e 2π .

Una questione interessante è domandarsi perché il mixing è sempre applicato ai neutrini, mentre i leptoni carichi sono sempre trattati come particelle a massa definita: la

motivazione è che il sapore dei leptoni carichi è determinato dalla misura della massa, unica caratteristica che li distingue. Al contrario i neutrini possono essere identificati solo indirettamente tramite la particella carica prodotta dell'interazione debole e il sapore del neutrino è per definizione il sapore associato al leptone carico. Non si richiede perciò che il neutrino abbia massa definita ed il mixing implica che gli autostati di sapore siano sovrapposizioni di neutrini a massa definita.

4. – Spinori di Majorana

Majorana dimostrò nel 1937 che non è necessaria l'introduzione di uno spinore a quattro componenti per descrivere il campo di un fermione massivo, ψ ; è sufficiente infatti una teoria a due componenti indipendenti, se si assume che le componenti chirali ψ_R e ψ_L siano correlate. Ovviamente la relazione fra ψ_R e ψ_L deve essere compatibile con le equazioni (3) e (4), quindi le due equazioni devono essere due modi di scrivere la stessa equazione per un campo indipendente, diciamo ψ_L . Facendo l'hermitiano coniugato dell'equazione (4), moltiplicando a destra per γ^0 e sfruttando le proprietà delle matrici di Dirac si ha

$$(31) \quad -i\partial_\mu \bar{\psi}_R \gamma^\mu = m\bar{\psi}_L.$$

Per riprodurre la stessa struttura dell'equazione (3), si prende il trasposto dell'equazione (31) e si moltiplica a sinistra per la matrice di coniugazione di carica \mathcal{C} , ottenendo

$$(32) \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \mathcal{C} \bar{\psi}_R^T = m\mathcal{C} \bar{\psi}_L^T,$$

ovvero esattamente

$$(33) \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m\psi_R,$$

se si pone

$$(34) \quad \psi_R = \mathcal{C} \bar{\psi}_L^T.$$

L'equazione (34) è la relazione di Majorana fra ψ_R e ψ_L cercata. Da notare che essa è sensata poiché $\mathcal{C} \bar{\psi}_L^T$ è uno spinore destrorso.

Dalle equazioni (33) e (34) discende l'equazione di Majorana per ψ_L :

$$(35) \quad i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m\mathcal{C} \bar{\psi}_L^T.$$

Grazie alla relazione (34), si può dire che

$$(36) \quad \psi = \psi_L + \psi_R = \psi_L + \mathcal{C} \bar{\psi}_L^T = \mathcal{C} \bar{\psi}_R^T + \mathcal{C} \bar{\psi}_L^T = \mathcal{C} \bar{\psi}^T.$$

Il campo $\mathcal{C} \bar{\psi}^T$ è uguale al coniugato di carica ψ^C , a meno di un fattore di fase che non ha significato fisico per campi neutri [6], quindi

$$(37) \quad \psi = \psi^C.$$

Tale condizione implica l'uguaglianza fra la particella e l'antiparticella, quindi solo fermioni neutri possono essere descritti da campi di Majorana. Fra tutti i fermioni fondamentali noti solo i neutrini sono neutri e sono eleggibili a particelle di Majorana.

Si consideri il termine di massa della lagrangiana di Dirac, espresso per semplicità con un solo campo di neutrino ν , $\nu = \nu_L + \nu_R$,

$$(38) \quad \mathcal{L}_{mass}^D = -m\bar{\nu}\nu = -m(\bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_L\nu_R) = -m\bar{\nu}_R\nu_L + H.c.^{(9)}.$$

Usando le relazione di Majorana (34) e definendo il coniugato di carica di ν_L , $\nu_L^C = \mathcal{C}\bar{\nu}_L^T$, si ha che $\nu_R = \mathcal{C}\bar{\nu}_L^T = \nu_L^C$ e la lagrangiana diventa

$$(39) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2}m\bar{\nu}_L^C\nu_L + H.c..$$

La lagrangiana di Majorana completa è quindi

$$(40) \quad \mathcal{L}^M = \frac{1}{2}[\bar{\nu}_L i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \nu_L + \bar{\nu}_L^C i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \nu_L^C - m(\bar{\nu}_L^C \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^C)].$$

Nelle ultime due equazioni il fattore $\frac{1}{2}$ è introdotto per evitare il doppio conteggio dovuto al fatto che $\bar{\nu}_L$ e ν_L^C non sono indipendenti.

Per derivare le equazioni di campo tramite le equazioni di Eulero Lagrange (C.5) è utile esprimere ν_L^C e, di conseguenza \mathcal{L}^M , in termini di ν_L ,

$$(41) \quad \bar{\nu}_L^C = (\mathcal{C}\bar{\nu}_L^T)^\dagger \gamma^0 = \nu_L^T (\gamma^0)^T \mathcal{C}^\dagger \gamma^0 = -\nu_L^T \mathcal{C}^\dagger,$$

$$(42) \quad \mathcal{L}^M = \frac{1}{2}[\bar{\nu}_L i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \nu_L + \nu_L^T i \overleftrightarrow{\not{\partial}} \bar{\nu}_L^T - m(-\nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + \bar{\nu}_L \mathcal{C} \bar{\nu}_L^T)].$$

Di conseguenza le equazioni di Eulero Lagrange per il campo di Majorana sono

$$(43) \quad i\not{\partial}\nu_L = m\mathcal{C}\bar{\nu}_L^T,$$

mentre la parte massiva della lagrangiana può essere scritta come

$$(44) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = \frac{m}{2}(\nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + \nu_L^\dagger \mathcal{C} \nu_L^*),$$

applicando le proprietà della matrice di coniugazione di carica (D.4) e (D.5).

E' conveniente scrivere il campo di Majorana come

$$(45) \quad \nu = \nu_L + \nu_L^C$$

in modo che la condizione di Majorana sia soddisfatta.

⁽⁹⁾ Gli accoppiamenti $\bar{\nu}_L\nu_L$ e $\bar{\nu}_R\nu_R$ si dimostrano essere nulli.

4'1. *Numero Leptonico.* – La lagrangiana (44) non è invariante per la trasformazione globale U(1)

$$(46) \quad \nu_L \rightarrow e^{i\varphi} \nu_L,$$

infatti si ha che

$$(47) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = \frac{m}{2}(\nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + \nu_L^\dagger \mathcal{C} \nu_L^*) \rightarrow \mathcal{L}_{mass}^M = \frac{m}{2}(e^{2i\varphi} \nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + e^{-2i\varphi} \nu_L^\dagger \mathcal{C} \nu_L^*);$$

il numero leptonico totale non quindi è conservato. Si potrebbe pensare che, considerando il campo ν e non solo la componente chirale ν_L , sia possibile trovare una trasformazione di U(1) del tipo $\nu \rightarrow e^{i\varphi} \nu$ che lasci invariata la lagrangiana; una trasformazione del genere è, però, incompatibile con la condizione di Majorana (37) poiché $\nu^C \rightarrow e^{-i\varphi} \nu^C$.

Tuttavia, poiché le masse dei neutrini sono molto piccole e, escluso il termine di massa, la lagrangiana di Majorana è invariante per trasformazioni di U(1), è possibile assegnare ai leptoni carichi ed ai neutrini un numero leptonico totale effettivo che si conserva in tutti processi non sensibili alle masse di Majorana dei neutrini. In questi processi si considera valida l'approssimazione di neutrini a massa nulla. Ai neutrini con elicità negativa viene assegnato $L_{eff} = +1$, mentre ai neutrini con elicità positiva $L_{eff} = -1$.

Se il termine di massa della lagrangiana di Majorana è trattato come una perturbazione della lagrangiana non massiva, esso genera transizioni con

$$(48) \quad \Delta L_{eff} = \pm 2;$$

sarebbe possibile osservare una transizione di questo tipo nel fenomeno del doppio decadimento β senza neutrini.

4'2. *Massa di Majorana effettiva.* – CHIEDI A SOLDATI DELUCIDAZIONI

Esattamente come nel MS, la teoria di Majorana considera per il neutrino il solo campo chirale ν_L . Si potrebbe quindi tentare di introdurre nell'ambito del MS i neutrini di Majorana,

costruendo con i leptoni del MS e rispettandone le simmetrie, un termine della lagrangiana che generi la massa di Majorana per il neutrino.

Considerando per semplicità una sola generazione, il termine della lagrangiana con dimensione più bassa con le suddette caratteristiche è il termine di violazione del numero leptonico

$$(49) \quad \mathcal{L}_5 = \frac{g}{\mathcal{M}}(L_L^T \tau_2 \Phi) \mathcal{C}^\dagger (\Phi^T \tau_2 L_L) + H.c. ,$$

dove g è un coefficiente di accoppiamento numerico, \mathcal{M} una costante con le dimensioni di una massa, L_L è il doppietto leptonico di prima generazione del MS (si veda appendice B) e con τ sono indicate le matrici di Pauli.

Nel gauge unitario per l'Higgs (12), \mathcal{L}_5 genera il termine di massa di Majorana per ν_L ,

$$(50) \quad \mathcal{L}_5 = \frac{1}{2} \frac{gv^2}{\mathcal{M}} \nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + H.c. ,$$

Comparando l'equazione (50) e l'equazione (44), è chiaro che

$$(51) \quad m = \frac{gv^2}{\mathcal{M}}.$$

La lagrangiana \mathcal{L}_5 , però, non è accettabile nel contesto del MS: essa contiene un prodotto di campi con le dimensioni di un'energia alla quinta, caratteristica che la esclude dai criteri di rinormalizzazione.

Se si vede il MS come una teoria efficace in una scala di basse energie, manifestazione della rottura di simmetria di una teoria unificata ad alte energie, e non come una teoria definitiva, diventa plausibile l'esistenza di termini non rinormalizzabili nella lagrangiana effettiva; tali termini devono comunque rispettare le simmetrie del MS perché la teoria ad alta energia da cui sono generati deve includere le simmetrie di gauge del MS, in quanto essa si riduce a basse energie al MS stesso.

Ogni termine della lagrangiana deve avere la dimensione totale di $[E]^4$, quindi un prodotto di campi di dimensione $[E]^d$ con $d > 4$ deve essere accoppiato ad una costante proporzionale a \mathcal{M}^{4-d} , dove \mathcal{M} è la massa caratteristica della scala di rottura della simmetria della teoria unificata ad alta energia.

La proporzionalità a \mathcal{M}^{4-d} della costante di accoppiamento rappresenta un forte fattore di soppressione che limita la possibilità di osservazione degli effetti a bassa energia della fisica oltre il MS. La difficoltà di osservare degli effetti cresce rapidamente con l'aumentare di d . La dimensione d del prodotto dei campi nella lagrangiana di generazione della massa di Majorana (49) è 5, ovvero la dimensione minima per un termine non rinormalizzabile: è fondato quindi aspettarsi che lo studio delle masse di neutrino sia lo strumento più conveniente a basse energie per accedere alla nuova fisica oltre il MS.

E' importante notare come la lagrangiana \mathcal{L}_5 generi un neutrino di Majorana con massa proporzionale a v^2/\mathcal{M} . Poiché v è la scala di rottura della simmetria elettrodebole, esso determina la scala delle masse dei fermioni di Dirac generate tramite il meccanismo di Higgs. Infatti l'equazione (51) può essere scritta come

$$(52) \quad m \propto \frac{m_D^2}{\mathcal{M}},$$

dove m_D è una tipica massa di Dirac, che potrebbe essere dello stesso ordine dei leptoni carichi o dei quark della stessa generazione. La relazione (52) ha la stessa struttura che si ottiene tramite il meccanismo *see-saw* che sarà discusso nella sezione 5.1. Il meccanismo *see-saw* ("altalena") è così chiamato a causa della massa più pesante \mathcal{M} e di quella più leggera m del neutrino. La relazione (52) può spiegare la piccolezza delle masse dei neutrini. Per esempio, se si prende $m_D \sim v \sim 10^2 \text{ GeV}$ e $\mathcal{M} \sim 10^{15} \text{ GeV}$, che è una scala di grande unificazione plausibile, si trova $m \sim 10^{-2} \text{ eV}$, valore possibile per la scala delle masse di neutrino secondo i limiti fissati dagli esperimenti, si veda la sezione 7.

4.3. *Mixing*. – Si considerino ora tre generazioni di neutrini di Majorana massivi. Dal vettore degli autostati di sapore dei neutrini sinistrorsi

$$(53) \quad \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix},$$

si può costruire il termine di massa di Majorana

$$(54) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = \frac{1}{2} \boldsymbol{\nu}'_L{}^T \mathcal{C}^\dagger M^L \boldsymbol{\nu}'_L + H.c. = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \nu'^T_{\alpha L} \mathcal{C}^\dagger M^L_{\alpha\beta} \nu'_{\beta L} + H.c. ,$$

dove la matrice delle masse M^L è in generale una matrice complessa simmetrica.

In analogia col caso dei neutrini di Dirac, gli autostati di massa per i neutrini di Majorana sono ottenuti diagonalizzando la matrice M^L tramite le trasformazioni

$$(55) \quad (V_L^\nu)^T M^L V_L^\nu = M, \quad M_{kj} = m_k \delta_{kj} \quad (k, j = 1, 2, 3; \quad m_k \in \mathbb{R}^+),$$

dove V_L^ν è una matrice unitaria. La diagonalizzazione si ottiene esprimendo gli autostati di sapore come combinazioni lineari degli autostati di massa:

$$(56) \quad \boldsymbol{\nu}'_L = V_L^\nu \mathbf{n}_L \quad \text{con} \quad \mathbf{n}_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}.$$

Dopo la diagonalizzazione (55) il termine di massa di Majorana assume la forma

$$(57) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = \frac{1}{2} \mathbf{n}_L^T \mathcal{C}^\dagger M \mathbf{n}_L + H.c. = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 m_k \nu_{kL}^T \mathcal{C}^\dagger \nu_{kL} + H.c. ,$$

che applicando le proprietà della matrice di coniugazione di carica e la definizione di coniugato di carica diventa

$$(58) \quad \mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{n}}_L^C M \mathbf{n}_L + H.c. = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 m_k \bar{\nu}_{kL}^C \nu_{kL} + H.c. ,$$

I neutrini di Majorana massivi, $\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C$, soddisfano la condizione di Majorana $\nu_k = \nu_k^C$ e permettono di scrivere la lagrangiana di Majorana per le tre generazioni di neutrino

$$(59) \quad \mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \bar{\nu}_k (i \overleftrightarrow{\not{D}} - m_k) \nu_k \quad \text{con} \quad k = 1, 2, 3.$$

Si considerino gli effetti delle relazioni di mixing nelle equazioni (56) sulla corrente leptonica debole carica. Come nel caso dei neutrini di Dirac, la corrente debole è

$$(60) \quad j_{W,L}^\rho = 2 \bar{\mathbf{n}}_L U^\dagger \gamma^\rho \mathbf{1}_L,$$

con $U = V_L^{l\dagger} V_L^\nu$ matrice di mixing.

I campi di neutrino sinistrorsi, autostati di sapore, sono convenzionalmente definiti come

$$(61) \quad \boldsymbol{\nu}_L = U \mathbf{n}_L = V_L^{l\dagger} \boldsymbol{\nu}' \quad \text{con} \quad \boldsymbol{\nu}_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix},$$

in modo da scrivere la corrente leptonica debole carica come nel MS,

$$(62) \quad j_{W,L}^\rho = 2\bar{\nu}_L \gamma^\rho l_L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L}$$

La teoria del *mixing* per i neutrini di Majorana prevede l'introduzione di tre fasi fisiche di violazione di CP, al contrario della teoria di Dirac che ne prevede solo una; questa importante differenza è dovuta al fatto che il termine di massa dell'equazione (44) non è invariante sotto trasformazioni di gauge di U(1), quindi non è possibile trovare una trasformazione di fase per i neutrini tale da fattorizzare queste due fasi alla destra della matrice di *mixing* ed eliminarle.

La matrice unitaria di *mixing* di Majorana dipende quindi da sei parametri fisici: tre angoli di *mixing* e tre fasi di violazione di CP; essa si può scrivere come il prodotto di una matrice di *mixing* alla Dirac, U^D , dipendente da tre angoli e una fase, e di una matrice diagonale unitaria D^M con due fasi indipendenti: $U = U^D U^M$.

La matrice U^D ha le proprietà illustrate in 3'2; una parametrizzazione conveniente per U^D è identica a quella mostrata nell'equazione (30) per i neutrini di Dirac. La matrice D^M può essere scritta come

$$(63) \quad D^M = \text{diag}(e^{i\lambda_1}, e^{i\lambda_2}, e^{i\lambda_3}), \quad \text{con} \quad \lambda_1 = 0,$$

dove λ_2 e λ_3 sono le fasi fisiche di Majorana. Poiché tutte le quantità fisiche misurabili dipendono solo dalla differenza delle fasi di Majorana, la scelta di $\lambda_1 = 0$ risulta conveniente e dal punto di vista fisico altre scelte sono equivalenti.

4'4. Doppio decadimento β senza ν . – Le teorie di Majorana e di Dirac hanno effetti diversi solo nel caso in cui i neutrini abbiano massa. Dal punto di vista cinematico, però, i neutrini di Dirac e quelli di Majorana soddisfano la stessa relazione di dispersione di energia-impulso, quindi l'identificazione della vera natura del neutrino non può avvenire attraverso lo studio di effetti cinematici: ad esempio, il fenomeno delle oscillazioni non aggiunge informazioni in merito.

Il modo più promettente per capire se il neutrino è una particella di Majorana è cercare sperimentalmente il doppio decadimento β senza neutrini.

Il doppio decadimento β

$$(64) \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (2\nu\beta\beta),$$

può avvenire quando è cinematicamente proibito il singolo decadimento β . Ad esempio, il nucleo ^{76}Ge ($Z=32$) non può decadere β in ^{76}As ($Z=33$) perché quest'ultimo ha

una massa di 0.4 MeV maggiore; può invece decadere con doppio decadimento β in ^{76}Se ($Z=34$) che è 3.05 MeV più leggero.

A livello fondamentale il processo (64) è la transizione di due quark d in due quark u con l'emissione di due e^- e due $\bar{\nu}_e$, come mostrato nella parte (a) della figura 1; il $(2\nu\beta\beta)$ è un processo del secondo ordine nella costante di accoppiamento debole, perciò il *rate* di decadimento è molto basso, caratterizzato da una vita media $T > 10^{19}$ anni.

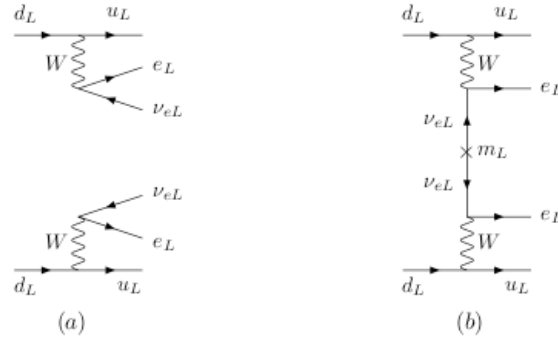


Figura 1. – Diagrammi di Feynman del doppio decadimento β . Il diagramma (a) mostra il processo standard in cui sono emessi i due neutrini; il diagramma (b) mostra il doppio decadimento β senza neutrini.

Il *leading order* del doppio decadimento β senza neutrini, $(0\nu\beta\beta)$, è mostrato nella parte (b) della figura 1; si può vedere questo processo come un decadimento β seguito dall'assorbimento, da parte di un differente neutrone del nucleo, dell'anti-neutrino emesso.

Solo nel caso il neutrino sia una particella di Majorana, il doppio decadimento β può avvenire senza l'emissione di neutrini; infatti il neutrino virtuale nel diagramma (b) della figura 1 è emesso come $\bar{\nu}_e$ ed assorbito come ν_e , quindi di necessità coincide con la sua antiparticella. E' chiaro inoltre che tale processo viola il numero leptonico di due unità.

Sperimentalmente la segnatura di questo processo è molto chiara: al contrario di quanto avviene per il $2\nu\beta\beta$, dove lo spettro degli e^- emessi è continuo, in questo caso la somma delle energie dei due elettroni è esattamente il Q-valore della reazione.

Al momento il miglior limite alla possibilità del $(0\nu\beta\beta)$ è dato all'esperimento di Heidelberg-Moscow sul $(2\nu\beta\beta)$ del ^{76}Ge [7].

Con questo esperimento si è misurato il limite inferiore al tempo di dimezzamento per il processo $(0\nu\beta\beta)$, ovvero $T_{1/2}^{0\nu} \geq 1.9 \times 10^{25}$ y con 90% CL, da cui si può estrarre il limite superiore alla massa effettiva del ν_e , $m_{eff} \leq 0.35$ eV con 90% CL.

I risultati dell'esperimento di Heidelberg-Moscow sono stati anche interpretati come un'evidenza positiva dell'esistenza del decadimento β senza neutrini [8]; questa interpretazione, che resta al momento piuttosto controversa, implicherebbe che la massa effettiva del ν_e si circa 0.4 eV.

5. – Termine di massa di Dirac-Majorana

Sappiamo che il campo chirale ν_L esiste poiché partecipa alle interazioni deboli, mentre non sappiamo di il campo ν_R esista, benché sia permesso dalle simmetrie del MS. Se il campo ν_R esiste il ν è una particella di Dirac, se non esiste di Majorana.

In generale, considerando per semplicità una sola generazione, è possibile scrivere una lagrangiana di Dirac-Majorana per la massa dei neutrini includendo i contributi della lagrangiana di Dirac,

$$(65) \quad \mathcal{L}_{mass}^D = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L + H.c. ,$$

di quella di Majorana per i neutrini sinistrorsi,

$$(66) \quad \mathcal{L}_{mass}^L = \frac{1}{2} m_L \nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + H.c. ,$$

e di quella di Majorana per i neutrini destrorsi, \mathcal{L}_{mass}^R , analoga alla (66). La lagrangiana risultante è quindi

$$(67) \quad \mathcal{L}_{mass}^{D+M} = \mathcal{L}_{mass}^D + \mathcal{L}_{mass}^L + \mathcal{L}_{mass}^R.$$

Questa lagrangiana porta alla violazione del numero leptonico tramite i termini di Majorana; il termine nella lagrangiana (66) non è permesso dalle simmetrie del MS, invece l'analogo termine nella lagrangiana \mathcal{L}_{mass}^R è permesso, poiché ν_R è un singoletto di $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Il termine di Dirac-Majorana è quindi permesso dalle simmetrie del MS se $m_L = 0$.

La massa di Majorana m_R può essere scelta in modo tale da essere reale e positiva tramite un'appropriata trasformazione di fase di ν_R ; una volta fissata la fase per ν_R , la massa m_D può essere scelta reale e positiva tramite un'appropriata trasformazione di ν_L . Una volta fissate le due fasi, non ci sono altri parametri possibili da scegliere, quindi un'eventuale fase complessa della massa di Majorana m_L non potrà essere eliminata. La convenzione scelta nel resto della trattazione è $m_D, m_R \in \mathbb{R}^+$ e $m_L \in \mathbb{C}$.

E' utile definire la matrice colonna dei campi chirali sinistrorsi

$$(68) \quad N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \mathcal{C} \bar{\nu}_R^T \end{pmatrix} ,$$

in modo da poter scrivere

$$(69) \quad \mathcal{L}_{mass}^{D+M} = \frac{1}{2} N_L^T \mathcal{C}^\dagger M N_L + H.c. ,$$

dove M è la matrice simmetrica di massa

$$(70) \quad M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} .$$

Dall'equazione (69) è chiaro che i campi ν_R e ν_L non hanno massa definita, poiché M non è una matrice diagonale; per trovare gli autostati di massa è necessario quindi diagonalizzare la matrice M tramite una trasformazione unitaria dei campi chirali

$$(71) \quad N_L = U n_L \quad \text{con} \quad n_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix},$$

autostati sinistrorsi di massa.

La matrice U deve essere tale che

$$(72) \quad U^T M U = M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad m_1, m_2 \in \mathbb{R}.$$

Con la trasformazione (71) la lagrangiana di Dirac-Majorana diventa

$$(73) \quad \mathcal{L}_{mass}^{D+M} = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \nu_{kL}^T \mathcal{C}^\dagger \nu_{kL} + H.c. = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\nu}_k \nu_k,$$

definendo il campo massivo di Majorana $\nu_k = \nu_k + \nu_{kL}^C$. Il termine di massa di Dirac-Majorana implica che i neutrini massivi sono particelle di Majorana. L'equazione (71) rende possibile il *mixing*, quindi il fenomeno delle oscillazioni, fra neutrini ν_L e ν_R^C , ovvero fra neutrini attivi e neutrini sterili.

5.1. Meccanismo See-Saw. – Un caso molto interessante si presenta se $m_D \ll m_R$ e $m_L = 0$.

Dall'equazione 6.256 DEL GIUNTI si ottiene che

$$(74) \quad m'_1 \simeq -\frac{m_D^2}{m_R}, \quad m'_2 \simeq m_R.$$

Poiché m'_1 è negativo, si ha che $\rho_1^2 = -1$, $m_1 \simeq \frac{m_D^2}{m_R}$ e $m_2 \simeq m_R$; ν_2 è quindi pesante come m_R , mentre ν_1 è molto leggero, poiché la sua massa è soppressa rispetto a m_D dalla piccola frazione m_D/m_R . Questo è il famoso meccanismo *see-saw*: la massa pesante m_2 di ν_2 è responsabile per la leggerezza di ν_1 .

L'angolo di *mixing* in questo caso è molto piccolo,

$$(75) \quad \tan 2\theta = 2 \frac{m_D}{m_R} \ll 1,$$

ciò significa che ν_1 è composto principalmente dal neutrino attivo ν_L , mentre ν_2 da quello sterile ν_R ,

$$(76) \quad \nu_{1L} \simeq -i\nu_L, \quad \nu_{2L} \simeq \nu_R^C.$$

Il meccanismo *see-saw* è molto importante perché fornisce una spiegazione molto plausibile della piccolezza delle masse di neutrino rispetto agli altri fermioni fondamentali, si veda fig.2. L'assunzione di $m_L = 0$ è naturale, poiché il termine di Majorana per i campi chirali sinistrorsi è vietato dalle simmetrie e dalla rinormalizzazione nel MS. La

massa m_D , generata dal meccanismo di Higgs, si presume sia dell'ordine delle masse dei leptoni della stessa generazione o comunque non molto maggiore della scala elettrodebole (10^2 GeV). La ragione è che il termine di massa di Dirac è permesso solo come conseguenza della rottura di simmetria, esattamente come per le altre particelle nel MS: m_D è quindi proporzionale a v , scala di rottura della simmetria.

Il termine destrorso di Majorana è invece un singoletto delle simmetrie del MS, quindi è possibile che la massa m_R sia generata da nuova fisica oltre il MS è che il campo ν_R appartenga ad un multipletto non banale delle simmetrie della teoria ad alta energia; in questo caso m_R sarebbe proporzionale alla scala di rottura della simmetria della teoria ad alta energia, che potrebbe essere anche dell'ordine di 10^{14} - 10^{16} GeV.

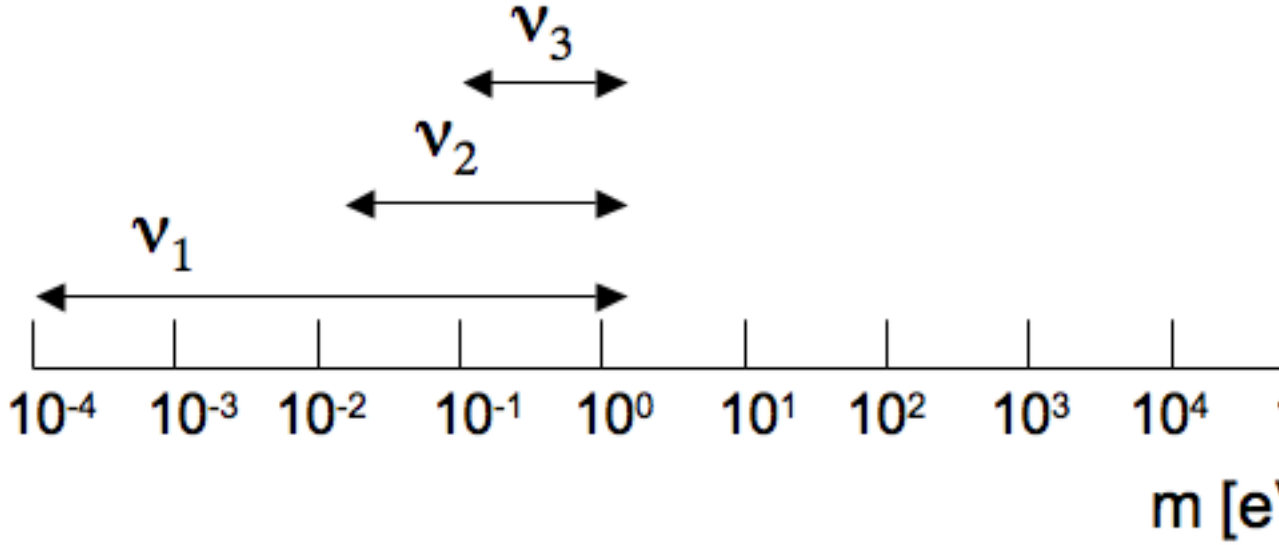


Figura 2. – Scala delle masse dei fermioni fondamentali

Si noti anche che l'espressione per la massa leggera m_1 data dal meccanismo *see-saw* ha la stessa struttura di quella data dall'equazione di Majorana (52), ottenuta con la lagrangiana effettiva \mathcal{L}_5 , se si identifica con m_2 la massa \mathcal{M} . Non è una coincidenza, infatti si può dimostrare che il meccanismo *see-saw* corrisponde ad un caso particolare dell'operatore 5-dimensionale \mathcal{L}_5 .

6. – Esperimenti di oscillazione

L'oscillazione dei neutrini è un fenomeno quantistico per cui un neutrino cambia sapore durante la propagazione dal punto di produzione a quello di osservazione; la possibilità che il neutrino cambi sapore esiste solo nel momento in cui gli autostati di sapore non coincidono con quelli di massa: la probabilità di oscillazione è, infatti, determinata dal *mixing*, predetto esattamente nello stesso modo dalla teoria di Dirac e da quella di Majorana.

Poiché il *mixing* può avvenire solamente per neutrini massivi, al momento, i risultati degli esperimenti di oscillazione dei neutrini sono la più forte indicazione del fatto che i neutrini abbiano massa. Gli esperimenti di oscillazione, tuttavia misurano gli angoli di *mixing* e le differenze di massa al quadrato dei neutrini, non la massa.

Le prime evidenze sperimentali del fenomeno delle oscillazioni furono riscontrate nell'osservazione dei neutrini solari.

Il primo deficit di ν_e provenienti dal sole fu osservato da Davis [13], nel 1968, usando un bersaglio di cloro. In un secondo gruppo di esperimenti si utilizzò un bersaglio di gallio, dove l'energia di soglia per la reazione è minore.

L'esperimento Kamiokande del 1983 utilizzava rivelatori Cherenkov ad acqua, rivelando la luce Cherenkov prodotta dall'elettrone a seguito della reazione:

$$(77) \quad \nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- .$$

Questi esperimenti, sebbene utilizzassero strumentazioni diverse, concordarono sulla discrepanza fra teoria ed esperimento: il flusso di ν_e dal sole era significativamente inferiore al flusso aspettato secondo il Modello Solare Standard.

Da queste osservazioni sperimentali si ottiene per i neutrini solari un angolo di *mixing* $\theta_{12} \approx 400$ mrad ed una differenza delle masse al quadrato pari a $\Delta m_{12}^2 = 7 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$, che corrisponde alla soluzione di *Large Mixing Angle* (LMA) [14].

Evidenze conclusive circa l'oscillazione dei neutrini solari sono state fornite dagli esperimenti SNO (2002) [15] e KamLAND (2003) [16].

Il fenomeno dell'oscillazione ha ottenuto la piena evidenza sperimentale nell'ambito dei neutrini atmosferici. Questi sono prodotti nei decadimenti dei mesoni carichi negli sciami dei raggi cosmici, in seguito all'interazione fra i raggi cosmici primari con i nuclei dell'alta atmosfera.

Gli esperimenti SuperKamiokande [18], MACRO [19] e Soudan2 [20] hanno confermato la scomparsa del sapore del ν_μ , interpretandola in termini di oscillazione dei neutrini atmosferici. Tutti i risultati ottenuti da questi esperimenti, seppure con strumentazioni diverse, sono consistenti con l'oscillazione $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ con parametri $\Delta m_{23}^2 \simeq 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{23} \simeq 1$.

L'anomalia atmosferica fu investigata anche da Chooz (2003), esperimento che utilizzava un fascio di $\bar{\nu}_e$ prodotto artificialmente da un reattore in Francia. Il maggior risultato dell'esperimento fu evidenziare che il deficit di neutrini atmosferici non è imputabile all'oscillazione $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ [17].

L'ipotesi di oscillazione dei neutrini si è rafforzata ulteriormente grazie all'esperimento K2K, esperimento nel quale i ν_μ erano prodotti da un fascio artificiale con le stesse caratteristiche dei neutrini atmosferici. Ancora una volta fu osservata la scomparsa dei ν_μ e fu misurato un $\Delta m_{23}^2 \simeq 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ [21], nell'ipotesi che il *mixing* avvenga solo fra due sapori.

alla materia oscura delle galassie, essi devono essere gravitazionalmente legati alle galassie stesse, ovvero la loro velocità deve essere minore della velocità di fuga. Il momento massimo del neutrino legato è perciò $p_{max} = m_\nu v_f$; la velocità di fuga si può derivare dalla massa e dalle dimensioni lineari della galassia, mentre p_{max} può essere derivato considerando il sistema dei neutrini come un gas di Fermi della densità tipica della materia oscura nella galassia. Sotto assunzioni plausibili sulla densità dei neutrini e sulle dimensioni della galassia si ottiene il limite inferiore $m_\nu > 1$ eV.

Misure dirette sulla massa dei neutrini, tuttavia, sono ottenibili grazie agli esperimenti di laboratorio.

Dalla trattazione teorica è chiaro che gli autostati di sapore di neutrino sono combinazioni lineari di autostati di massa: non hanno quindi massa definita; tuttavia, seguendo la trattazione tradizionale dovuta agli esperimenti sulla misura diretta massa dei neutrini, in questo capitolo si tratteranno gli autostati di sapore come autostati di massa.

7.1. Neutrino dell'elettrone. – Il metodo più sensibile per misurare la massa del ν_e è l'osservazione dello spettro dell'elettrone nel decadimento β :

$$(78) \quad \mathcal{N}(A, Z) \rightarrow \mathcal{N}(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Il nucleo finale è molto più pesante dei leptoni finali, quindi la sua energia cinetica è trascurabile; l'energia finale dei leptoni è data dalla differenza di massa fra il nucleo iniziale e quello finale.

L'energia del neutrino è data da

$$(79) \quad E_\nu = Q_\beta - T,$$

dove $T = E_e - m_e$ è l'energia cinetica dell'elettrone e Q_β è il Q-valore del processo, $Q_\beta = M_i - M_f - m_e$.

Considerando un neutrino massivo, la massima energia cinetica dell'elettrone è $T_{max} = Q_\beta - m_{\nu_e}$. Se il neutrino ha massa, essa è comunque molto piccola, quindi gli effetti di tale massa sullo spettro dell'elettrone sono massimi all'*end-point* dello spettro, ovvero dove T è vicina a T_{max} e $Q_\beta - T \sim m_{\nu_e}$; sperimentalmente questa caratteristica è un problema perché gli eventi vicino all'*end-point* sono rari.

Il numero di eventi interessanti aumenta se il Q-valore della reazione diminuisce, quindi negli esperimenti di misura della massa del ν_e viene tipicamente sfruttata la reazione

$$(80) \quad {}^3H \rightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e,$$

che ha $Q_\beta = 18.574$ keV, fra i più bassi tra tutti i decadimenti β noti.

Nello studio dello spettro di emissione dell'elettrone è utile definire una funzione, detta funzione Kurie che è sensibile all'energia cinetica dell'elettrone e alla massa del neutrino. Lo studio della forma della funzione Kurie permette in linea teorica di determinare se il neutrino ha massa ed, eventualmente il suo valore: nel caso di neutrino a massa nulla la funzione è lineare, mentre nel caso di neutrino massivo essa presenta una distorsione dalla linearità vicino alla regione relativa all'*end-point*.

Usando la tecnica della funzione Kurie, l'esperimento al trizio di Mainz e Troitzk ha ottenuto i limiti più stringenti alla massa del neutrino dell'elettrone:

$$(81) \quad m_{\nu_e} < 2.3 \text{ eV} \quad (95\% \text{CL})[9],$$

$$(82) \quad m_{\nu_e} < 2.5 \text{ eV} \quad (95\% \text{CL})[10].$$

7.2. Neutrino del muone. – Il decadimento del π^+ in due corpi è il fenomeno in cui si può determinare in maniera più semplice un limite superiore alla massa del ν_μ ; il processo esaminato è il seguente:

$$(83) \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu.$$

Nel sistema di riferimento in cui il pione è a riposo, la massa del neutrino è data da

$$(84) \quad m_{\nu_\mu}^2 = m_{\pi^+}^2 + m_{\mu^+}^2 - 2m_{\pi^+} \sqrt{p_{\mu^+}^2 + m_{\mu^+}^2}.$$

La precisione della misura di $m_{\nu_\mu}^2$ dipende dall'accuratezza della massa del pione, della massa e dal momento del muone; poiché la misura delle masse del pione e del muone è nota con buona precisione, la misura del momento del muone è determinante in questo tipo di esperimenti.

L'ultima misura del decadimento del π è stata effettuata al Paul-Scherrer Institute ed ha fissato il limite superiore per la massa del ν_μ a 170 keV con 90% CL [11].

7.3. Neutrino del tau. – Il ν_τ è stato scoperto nel 2002 nell'esperimento DONUT di Fermilab. Scopo dell'esperimento era osservare la reazione in corrente carica

$$(85) \quad \nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X.$$

Si rendeva necessario quindi utilizzare un fascio di ν_τ , ottenuto dal decadimento dei mesoni D_S ,

$$(86) \quad D_S \rightarrow \tau \nu_\tau \quad (BR = 6.4 \pm 1.5\%) \quad \text{e} \quad \tau \rightarrow \nu_\tau + X.$$

I mesoni D_S erano in primo luogo prodotti della collisione fra protoni ed un bersaglio di tungsteno.

Tutte le misure della massa del ν_τ sono state ottenute in collisionatori e^+e^- , sfruttando la reazione $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$; in questi esperimenti l'energia del τ è determinata ed è uguale a metà dell'energia nel centro di massa, $E_\tau = \sqrt{s}/2$.

Il canale di decadimento che viene principalmente considerato è $\tau \rightarrow \nu_\tau + 5\pi^\pm(\pi^0)$, pertanto si ha che

$$(87) \quad m_\nu \leq \sqrt{s}/2 - E_{\pi s}$$

dove con $E_{\pi s}$ si intende l'energia dei pioni ed è, ovviamente, il parametro di più difficile misurazione.

Il limite più stringente alla massa del ν_τ è stato fornito dall'esperimento ALEPH [12] a LEP ed è

$$(88) \qquad m_{\nu_\tau} \leq 18.2 \text{ MeV con } 95\% \text{ } CL.$$

Un miglioramento di questa misura si potrebbe ottenere proprio con lo studio del decadimento leptonic del mesone D_S^+ che ha reso possibile l'osservazione del ν_τ .

8. – Conclusioni

APPENDIX A.

Notazioni

$$(A.1) \quad \not{D} = \gamma^\mu D_\mu$$

APPENDIX B.

Schema delle particelle elementari secondo il MS

Nelle seguenti tabelle sono riportati i valori di isospin debole, ipercarica e carica elettrica di dei fermioni fondamentali e del doppietto del campo di Higgs nel MS.

		I	I ₃	Y	Q
doppietto leptonico	$L_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	1/2	$\begin{matrix} 1/2 \\ -1/2 \end{matrix}$	-1	$\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$
singoletto leptonico	e_R	0	0	-2	-2
doppietto adronico	$Q_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	1/2	$\begin{matrix} 1/2 \\ -1/2 \end{matrix}$	1/3	$\begin{matrix} 2/3 \\ -1/3 \end{matrix}$
singoletti adronici	$\begin{matrix} u_R \\ d_R \end{matrix}$	0	0	$\begin{matrix} 4/3 \\ -2/3 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2/3 \\ -1/3 \end{matrix}$

TABELLA II. – Autovalori dell'isospin debole I , della sua terza componente I_3 , dell'ipercarica Y e della carica $Q = I_3 + Y/2$ per i doppietti ed i singoletti fermionici

		I	I ₃	Y	Q
Doppietto dell'Higgs	$\Phi(x) \equiv \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}$	1/2	$\begin{matrix} 1/2 \\ -1/2 \end{matrix}$	+1	$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$

TABELLA III. – Autovalori dell'isospin debole I , della sua terza componente I_3 , dell'ipercarica Y e della carica $Q = I_3 + Y/2$ per il doppietto del campo di Higgs

APPENDIX C.

Principio di minima azioni ed equazioni di Eulero Lagrange

Sia $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ il generico punto nello spazio di Minkowski, sia u un generico campo di componenti u_A , $A = 1, 2, \dots, N$ a funzioni reali su tale spazio e sia \mathcal{L} la lagrangiana che regola la dinamica del campo u .

L'azione, S , è definita come

$$(C.1) \quad S = \int d^4x \mathcal{L}(u_A(x), \partial_\mu u_A(x)).$$

Secondo il principio variazionale, il campo deve essere tale da rendere l'azione stazionaria, perciò

$$(C.2) \quad \delta S = 0.$$

La variazione dell'azione δS si esprime attraverso la variazione della lagrangiana rispetto al campo e alla derivata del campo

$$(C.3) \quad \begin{aligned} \delta S &= \int d^4x \sum_A \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_A} \delta u_A + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu u_A)} \delta (\partial_\mu u_A) \right] \\ &= \int d^4x \sum_A \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_A} \delta u_A + \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu u_A)} \delta u_A \right) - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu u_A)} \right) \delta u_A \right]. \end{aligned}$$

Applicando il teorema di Gauss, il secondo termine dell'equazione (C.3) si annulla e si ha

$$(C.4) \quad 0 = \delta S = \int d^4x \sum_A \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_A} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu u_A)} \right) \right] \delta u_A.$$

Poiché la variazione è arbitraria ed indipendente da A i campi devono soddisfare, per ottenere un'azione stazionaria, le equazioni di Eulero-Lagrange

$$(C.5) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_A} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu u_A)} = 0 \quad (A = 1, 2, \dots, N).$$

APPENDIX D.

Proprietà della matrice di coniugazione di carica

Sotto coniugazione di carica gli spinori ψ e $\bar{\psi}$ si trasformano come

$$(D.1) \quad \psi(x) \xrightarrow{C} \psi^C(x) = \xi_C \mathcal{C} \bar{\psi}^T(x) = -\xi_C \gamma^0 \mathcal{C} \psi^*(x)$$

$$(D.2) \quad \bar{\psi}(x) \xrightarrow{C} \bar{\psi}^C(x) = -\xi_C^* \psi^T \mathcal{C}^\dagger(x)$$

dove \mathcal{C} è la matrice di coniugazione di carica ed è tale che

$$(D.3) \quad \mathcal{C}\gamma_\mu^T\mathcal{C}^{-1} = -\gamma_\mu,$$

$$(D.4) \quad \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^{-1},$$

$$(D.5) \quad \mathcal{C}^T = -\mathcal{C}.$$

Nella rappresentazione di Dirac delle matrici γ la matrice di coniugazione di carica è

$$(D.6) \quad \mathcal{C}_D = i\gamma_D^2\gamma_D^0 = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix},$$

mentre nella rappresentazione chirale essa è

$$(D.7) \quad \mathcal{C}_C = i\gamma_C^2\gamma_C^0 = -i \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & -\sigma^2 \end{pmatrix}.$$

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] W. Pauli, letter to a physicist's gathering at Tübingen, December 4, 1930. Reprinted in Wolfgang Pauli, *Collected Scientific Papers*, ed. R. Kronig and V. Weisskopf, Vol 2, p. 1313 (Interscience: New York, 1964).
- [2] H. Bethe and R. Peierls, *Nature*, 133, 532, 1934.
- [3] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* 28 (1962) 870.
- [4] T. D. Lee and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, 105, 1671, 1957.
- [5] C. Giunti, C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press (2007)
- [6] C. Giunti, C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford, 190.
- [7] H.V. Klapdor-Kleingrothaus *et al.*, hep-ph/0103062.
- [8] H.V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Dietz, H.L. Harney and I.V. Krivosheina, *Mod. Phys. Lett. A*16. (2002) 2409, [hep-ph/0201231].
- [9] C. Kraus *et al.*, *Eur. Phys. J.*, 40, 447, 2005, hep-ex/0412056.
- [10] R. E. Lopez, S. Dodelson, A. Heckler, and M. S. Turner, *Phys. Rev. Lett.*, 82, 3952–3955, 1999, astro-ph/9803095.
- [11] Assamagan K *et al* 1996 *Phys. Rev. D* 53 6065
- [12] Barate R *et al.* 1998 ALEPH-coll. *Eur. Phys. J. C* 2 395
- [13] B. T. Cleveland *et al.*, *Astrophys. J.* 496 (1998) 505.
- [14] A. Strumia and F. Vissani, hep-ph/0606054 (2008).
- [15] Q. R. Ahmad *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 89 (2002) 011301.
- [16] K. Eguchi *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 021802.
- [17] M. Apollonio *et al.*, *Eur. Phys. J. C* 27 (2003) 331.
- [18] Y. Fukuda *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998) 1562.
- [19] M. Ambrosio *et al.*, *Phys. Lett. B*, 566 (2003) 35.
- [20] W. W. M. Allison *et al.*, *Phys. Lett. B* 449 (1999) 137; *Phys. Lett. B*, 464 (1999) 352; M. Sanchez *et al.*, *Phys. Rev. D*, 68 (2003) 113004.
- [21] M. H. Ahn *et al.*, *Phys. Rev. D*, 74 (2006) 072003.
- [22] M. Guler *et al.*, experiment proposal (2000) 265pp, CERN/SPSC 2000-028, SPSC/P318, LNGS P25/2000.