

## ☞ 动态规划 04

### # 474. 一和零

#### 📖 题目

[力和题目链接](#)

中等 20min

给你一个二进制字符串数组 `strs` 和两个整数 `m` 和 `n`。

请你找出并返回 `strs` 的最大子集的长度，该子集中 **最多** 有 `m` 个 `0` 和 `n` 个 `1`。

如果 `x` 的所有元素也是 `y` 的元素，集合 `x` 是集合 `y` 的 **子集**。

示例 1:

```
1 输入: strs = ["10", "0001", "111001", "1", "0"], m = 5, n = 3
2 输出: 4
3 解释: 最多有 5 个 0 和 3 个 1 的最大子集是 {"10", "0001", "1", "0"}，因此答案是 4。
4 其他满足题意但较小的子集包括 {"0001", "1"} 和 {"10", "1", "0"}。{"111001"} 不满足题意，因为它含
   4 个 1，大于 n 的值 3。
```

示例 2:

```
1 输入: strs = ["10", "0", "1"], m = 1, n = 1
2 输出: 2
3 解释: 最大的子集是 {"0", "1"}，所以答案是 2。
```

提示:

- 1 ≤ `strs.length` ≤ 600
- 1 ≤ `strs[i].length` ≤ 100
- `strs[i]` 仅由 `'0'` 和 `'1'` 组成
- 1 ≤ `m`, `n` ≤ 100

#### 📖 题解

这题乍一看有两个数据，但是这俩玩意必须一起选，所以其实是两个维度的01背包问题！

一个是 `m` 一个是 `n`，而不同长度的字符串就是不同大小的待装物品。

1. 确定 `dp` 数组: `dp[i][j]`: 最多有 `i` 个 0 和 `j` 个 1 的 `strs` 的最大子集的大小为 `dp[i][j]`。

2. 确定递推公式:

`dp[i][j]` 可以由前一个 `strs` 里的字符串推导出来

计算出当前的字符串有 `zeroNum` 个 0, `oneNum` 个 1

`dp[i][j]` 就可以是 `dp[i - zeroNum][j - oneNum] + 1`

然后我们在遍历的过程中，将这个值和不考虑这个物品时的大小比较，取 $dp[i][j]$ 的最大值。

所以递推公式： $dp[i][j] = \max(dp[i][j], dp[i - zeroNum][j - oneNum] + 1)$ ;

此时大家可以回想一下01背包的递推公式： $dp[j] = \max(dp[j], dp[j - weight[i]] + value[i])$ ;

对比一下就会发现，字符串的 `zeroNum` 和 `oneNum` 相当于物品的重量 ( $weight[i]$ )，字符串本身的个数相当于物品的价值 ( $value[i]$ )。

**这就是一个典型的01背包！** 只不过物品的重量有了两个维度而已，相当于三维的01背包，压缩之后是二维的。

3.  $dp$ 数组如何初始化：01背包的 $dp$ 数组初始化为0就可以。

4. 确定遍历顺序：01背包外层for循环遍历物品，内层for循环遍历背包容量且从后向前遍历（因为压缩了数组）

那么本题也是，物品就是 `strs` 里的字符串，背包容量就是题目描述中的 `m` 和 `n`。

```
1  class Solution {
2  public:
3      int findMaxForm(vector<string>& strs, int m, int n) {
4          vector<vector<int>>> dp(m + 1, vector<int>(n + 1, 0)); // 默认初始化0
5          for (string str : strs) { // 遍历物品
6              int oneNum = 0, zeroNum = 0;
7              for (char c : str) {
8                  if (c == '0') zeroNum++;
9                  else oneNum++;
10             }
11             for (int i = m; i >= zeroNum; i--) { // 遍历背包容量且从后向前遍历!
12                 for (int j = n; j >= oneNum; j--) {
13                     dp[i][j] = max(dp[i][j], dp[i - zeroNum][j - oneNum] + 1);
14                 }
15             }
16         }
17         return dp[m][n];
18     }
19 };
```