
Практика № 1
05.09.22

1 Порождающие матрицы кодов

Напишите порождающие и проверочные матрицы для $[n, n - 1, 2]_2$ – кода проверки на четность и для $[n, 1, n]_2$ кода с повторением.

2 Минимальное расстояние кода

Покажите, что минимальное расстояние любого линейного кода C равно минимальному весу Хэмминга ненулевого слова в C , т.е.,

$$\Delta(C) = \min_{c \in C, c \neq 0} \text{wt}(c).$$

3 Систематическая форма

Пусть $G = [I_k | A] \in \mathbb{F}_q^{k \times n}$ – порождающая матрица $[n, k]_q$ -кода C в систематической форме, где I_k – единичная матрица $k \times k$, $A \in \mathbb{F}_q^{k \times n-k}$. Опишите проверочную матрицу для C .

4 Дуальный код

Дуальный код для кода C был определяется как

$$C^\perp = \{x \in \mathbb{F}_q : \langle x, c \rangle = 0 \forall c \in C\}.$$

1. Пусть G – порождающая матрица C . Докажите эквивалентность второго определения:

$$C^\perp = \{x \in \mathbb{F}_q : xG^t = 0\}.$$

Вывод: G – проверочная матрица C^\perp , C^\perp – линейный $[n, n - k]_q$ -код для C – линейного $[n, k]_q$ -кода.

2. Эквивалентное утверждение: любая образующая матрица H дуального кода C^\perp является проверочной матрицей кода C . Вывод: $(C^\perp)^\perp = C$.
3. Постройте код, дуальный к $[n, 1, n]_2$ коду с повторением.

5 Количество порождающих матриц

Покажите, что для $[n, k]_q$ -линейного кода C (q – простое), количество различных порождающих матриц равно

$$\prod_{i=0}^{k-1} (q^k - q^i).$$