
Практика № 5
9.10.23

1 Лемма из лекции

Докажите Лемму 1 из лекции: для любого линейного бинарного кода C справедливо

$$\sum_{c \in C} (-1)^{\alpha c} = \begin{cases} |C|, & \alpha \in C^\perp \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

2 Обобщенный код Хэмминга

Напомним, что обобщённый код Хэмминга Ham_r с параметрами $[2^r - 1, 2^r - r - 1, 3]_2$ задаётся проверочной матрицей $r \times 2^r - 1$, столбцами которой являются все ненулевые строки длины r . Пусть W_i – количество кодовых слов веса i в Ham_r .

1. Пусть $c \in \text{Ham}_r$ – кодовое слово веса t . Для каждого из следующих i , найдите число слов из $\{0, 1\}^n$ веса i , которые будут декодированы к c :

1. $i = t - 1$
2. $i = t + 1$
3. $i = t$.

2. Докажите, что

$$(i+1)W_{i+1} + W_i + (n-i+1)W_{i-1} = \binom{n}{i},$$

где $W_1 = 0, W_0 = 1$.

3. Вычислите W_3 .

3 Минимальное расстояние совершенного кода

Докажите, что минимальное расстояние совершенного кода обязательно нечётно. Напоминание: q -арный код C длины n называется совершенным, если $|C| = \frac{q^n}{\sum_{i=0}^{\lfloor(d-1)/2\rfloor} \binom{n}{i} (q-1)^i}$.