

Практика № 3
24.09.20

1 Граница Синглтона

Докажите, что для $q > 1$, $n, d \in \mathbb{N}$, таких что $1 \leq d \leq n$, выполняется

$$A_q(n, d) \leq q^{n-d+1}.$$

2 Коды с максимальным расстоянием

Пусть C -линейный $[n, k, d]$ -код с проверочной матрицей H . Докажите, что C – код с максимальным расстоянием тогда и только тогда, когда C^\perp – код с максимальным расстоянием.

3 Количество порождающих матриц

Покажите, что для $[n, k]_q$ -линейного кода C (q – простое), количество различных порождающих матриц равно

$$\prod_{i=0}^{k-1} (q^k - q^i).$$

4 Альтернативное доказательство Теоремы 4

Пусть q – простое, $n, k, d \in \mathbb{N}$, такие что $k \leq n - d + 1$. Рассмотрим множество матриц над \mathbb{F}_q вида

$$H = [A | I_{n-k}] \in \mathbb{F}_q^{n-k \times n}$$

и зададим распределение на этом множестве через равномерное распределение над $(n - k \times k)$ матрицами A над \mathbb{F}_q .

1. Докажите, что для любого ненулевого вектора $y \in \mathbb{F}_q^n$

$$\Pr_{\substack{H \xleftarrow{\$} \mathbb{F}_q^{n-k \times n}}} [Hy = 0] = \begin{cases} 0, & \text{первые } k \text{ позиций } y \text{ нулевые} \\ q^{k-n}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

2. Докажите, что

$$\Pr_{\substack{H \xleftarrow{\$} \mathbb{F}_q^{n-k \times n}}} [H \text{ содержит } d-1 \text{ лин. завис. столбцов}] \leq \rho,$$

где

$$\rho = q^{k-n} \cdot \frac{\text{Vol}_q^n(d-1) - \text{Vol}_q^{n-k}(d-1)}{q-1}.$$