

Контрольная работа

по дисциплине

ТЕОРИЯ КОДИРОВАНИЯ И СЖАТИЯ ИНФОРМАЦИИ

25.12.2023

Работы принимаются до 12:30 по Калининграду

Имя : _____

Фамилия : _____

Требования:

- Для записи ответов вы можете использовать обе стороны листов.
- Пишите **разборчиво**.
- Поясняйте свои ответы.
- Решения отправлять на почту elenakirshanova@gmail.com

Задание	1	2	3
Баллы	/ 6	/ 6	/ 9

Контрольная	Бонусы	Общая

Задание 1 (6×1 баллов)

- 1 Является ли множество C линейным кодом? Ответ поясните. Если да, опишите его длину и мин. расстояние.

$$C = \{0000, 1010, 1010, 1111\}.$$

- 2 Линейный код C над \mathbb{F}_5 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Есть ли среди ниже перечисленных векторов x кодовые слова из C ? Если да, то какие? Ответ поясните.

$$x = [0 \ 2 \ 0 \ 3 \ 2]$$

$$x = [4 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1]$$

$$x = [1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 0]$$

$$x = [0 \ 1 \ 3 \ 3 \ 0]$$

- 3 Каково максимальное число ошибок, исправляемое следующими линейными кодами?

а) $[7, 4, 3]_2$ – код Хэмминга,

б) $[2^r, r, 2^{r-1}]$ – код Адамара,

с) Код Рида-Соломона над \mathbb{F}_{11} длины $n = |\mathbb{F}_{11}^*|$, размерности $k = 4$.

4 Линейный код C задан параметрами $[10, 5, 4]$. Каковы длина и размерность C^\perp – дуального к C кода?

5 Линейный код над \mathbb{F}_2 задан проверочной матрицей

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Опишите порождающую матрицу для этого кода.

6 Пусть $C = \mathbb{F}^n$ – линейный код. Опишите проверочную и порождающую матрицы кода, а также его минимальное расстояние. Сколько ошибок может исправить этот код?

Задание 2 (6 баллов)

Пусть C — $[5, 2]$ -линейный код над \mathbb{F}_2 , заданный проверочной матрицей

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найдите порождающую матрицу кода.
2. Определите минимальное расстояние кода с помощью проверочной матрицы.
3. Какое количество ошибок может исправить этот код?
4. Какие вектора $y \in \mathbb{F}_2^5$ не получится однозначно декодировать этим кодом?
5. Опишите проверочную и порождающую матрицы кода, дуального к C .
6. С помощью тождества МакВильямса постройте весовую функцию дуального кода.
7. С помощью декодирования по синдрому декодируйте y : найдите кодовый слово и сообщение.

Нецветайлов	$y = (0, 1, 1, 1, 0)$
Коршунов	$y = (0, 0, 0, 1, 1)$
Затирахин	$y = (0, 1, 0, 1, 1)$
Винников	$y = (1, 1, 1, 0, 1)$
Гервятович	$y = (0, 1, 1, 1, 0)$
Уткин	$y = (1, 1, 1, 1, 1)$
Флягин	$y = (1, 1, 0, 1, 1)$
Борзенко	$y = (1, 0, 1, 1, 1)$
Попков	$y = (1, 1, 0, 0, 0)$
Кулигин	$y = (1, 1, 1, 0, 1)$
Куртев	$y = (1, 0, 0, 1, 0)$
Орлов	$y = (0, 1, 1, 0, 0)$
Бакиновский	$y = (1, 1, 1, 0, 0)$

Задание 3 (9 баллов)

Списочный алгоритм декодирования для кода Рида-Соломона

Рассмотрим код Рида-Соломона размерности $k = 2$, заданный над \mathbb{F}_7 , где в качестве множества S взято $\mathbb{F}^* = \langle 3 \rangle$, т.е. $S = \{1, 3^1 = 3, 3^2 = 2, 3^3 = 6, 3^4 = 4, 3^5 = 5\}$.

1. Каковы длина и минимальное расстояние кода? Сколько ошибок может декодировать этот код?
2. Покажите на **своем** примере, что количество допустимых ошибок может увеличено на 1, применяя алгоритм списочного декодирования к своему вектору y .

Бакиновский	$y = (1, 0, 0, 1, 4, 1)$
Уткин	$y = (0, 3, 3, 5, 3, 0)$
Орлов	$y = (3, 4, 4, 1, 3, 2)$
Флягин	$y = (6, 1, 1, 2, 1, 1)$
Нецветайлов	$y = (1, 6, 3, 0, 5, 5)$
Гервятович	$y = (4, 3, 4, 0, 0, 4)$
Коршунов	$y = (3, 1, 3, 5, 4, 3)$
Кулигин	$y = (0, 2, 6, 1, 4, 5)$
Борзенко	$y = (0, 5, 4, 6, 0, 2)$
Затирахин	$y = (3, 4, 2, 2, 4, 2)$
Винников	$y = (1, 1, 5, 3, 3, 2)$
Попков	$y = (3, 6, 2, 1, 4, 5)$
Куртев	$y = (5, 0, 0, 5, 6, 5)$