

ЛЕКЦИЯ №3.

ДЕКОДИРОВАНИЕ ПО СИНДРОМУ.

Опр-ие Синдромом для $y \in \mathbb{F}_q^n$ - это вектор $s \in \mathbb{F}_q^{n-k}$, т.ч.

$$s = H \cdot y$$

↑
проверочная матр.

$c \in C \Leftrightarrow H \cdot c = 0$ (кодированные слова обладают нулевым синдромом)

$$\forall y_1, y_2 \in \mathbb{F}_q^n \quad y_1 - y_2 \in C \Leftrightarrow H y_1 = H y_2$$

y_1, y_2 лежат в одном классе смежности (\Leftrightarrow) их синдромы совпадают.

Т.е. для $y = c + e$: $H \cdot y = H(c + e) = \underbrace{H \cdot c}_0 + H \cdot e = H \cdot e$

Алгоритм декодирования по синдрому

Шаг 1 Построить таблицу синдромов для всех лидеров классов смежности

Шаг 2 Посчитать $s = H \cdot y$ для полученной y

Шаг 3 Найти e в таблице синдромов, т.ч. $H \cdot e = s$.
Такой e - вектор ошибки в y .

Пример $C = [4, 2, 3]_2$ -код
с порождающей матрицей

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, y = 0111$$

$$H = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right];$$

e	$H \cdot e$
$\vec{0}$	(0)
0001	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
0010	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
1000	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$H \cdot y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow e = (0010)$$

$$c = y - e =$$

$$= 0101$$

Замечание

1) Алг-м декодирования по синдрому быстрее
Алг-ма декод-ча по списку классов смежности;

2) Таблица синдромов строится

2.1. $\forall e$, т.ч. $wt(e) \leq \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$ добавляем

(e, He) в список синдромов

(если He ещё не занят)

2.2. сортируем список по значениям He

Всёвозможных e : $\sum_{i=0}^{\lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor} \binom{n}{i} (q-1)^i = M$ - память

$T = O(n \cdot \lg M)$ - время.