

ЛЕКЦИЯ №3.

ДЕКОДИРОВАНИЕ ПО СИНДРОМУ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ Синдромом для $y \in \mathbb{F}_q^n$ - это вектор $s \in \mathbb{F}_2^{n-k}$, т.ч.

$$s = H \cdot y$$

↑

ПРОВЕРКА МАТРИЦЫ.

$C \subseteq C \Leftrightarrow H \cdot c = 0$ (исходные слова обладают нулевым синдромом)

$$\forall y_1, y_2 \in \mathbb{F}_q^n \quad y_1 - y_2 \in C \Leftrightarrow H y_1 = H y_2$$

y_1, y_2 лежат в одном классе симметрии (\Leftrightarrow их синдромы совпадают).

т.е. для $y = c + e$: $H \cdot y = H(c + e) = \underbrace{H \cdot c}_{=0} + H \cdot e = H \cdot e$

Алгоритм декодирования по синдрому

ШАГ.1 Построить таблицу синдромов для всех лидеров классов симметрии

ШАГ.2 Посчитать $s = H \cdot y$ для полученного y

ШАГ.3 Найти e в таблице синдромов, т.ч. $H \cdot e = s$.

Такой e - вектор ошибок в y .

Пример $C = [4, 2, 3]_2$ - код с порождающей матрицей

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad y = 0111$$

$$H = \left[\begin{array}{c|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right];$$

e	$H \cdot e$	
$\vec{0}$	(0)	
0001	(1)	$H \cdot y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
0010	(0)	$\Rightarrow e = (0010)$
1001	(1)	
		$c = y - e =$
		= 0101

Замечание

1) Алг-м декодирования по синдрому быстрее
Алг-ма декод-я по спискам классов симметрии;

2) Таблица синдромов строится

2.1. №е, т.ч. $\text{wt}(e) \leq \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$ подавляем

(e, He) в список синдромов
(если He ещё не занято)

2.2. Сортируем список по значениям He

Все возможных $e: \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor} \binom{n}{i} (q-1)^i = M$ - память

$T = O(M \cdot \lg M)$ - время.