MODELOS DE COMPUTACIÓN
Práctica 5: Gramáticas libres de contexto.

Elena María Gómez Ríos

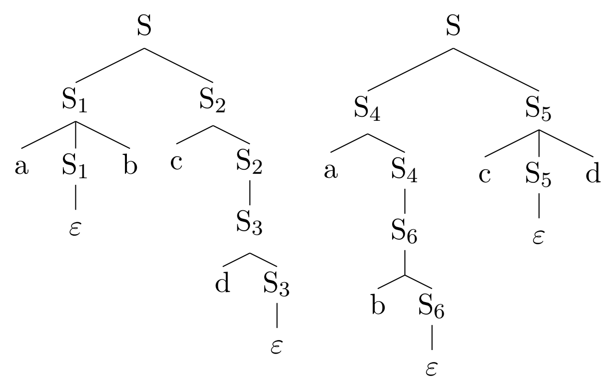
16 de diciembre de 2016

1. Demuestra que la siguiente gramática libre de contexto es ambigua.

$S \to S_1S_2$	$S \to S_4S_5$
$S_1 \to aS_1b \mid \varepsilon$	$S_4 \to aS_4 \mid S_6$
$S_2 \to cS_2 \mid S_3$	$S_6 \to bS_6 \mid \varepsilon$
$S_3 \to dS_3 \mid \varepsilon$	$S_5 \to cS_5d \mid \varepsilon$

Solución:

Podemos comprobar que la gramática es ambigua puesto que podemos formar dos arboles distintos para una misma palabra. Por ejemplo la palabra $abcd$:



a) Determina el lenguaje que genera esta gramática.

El lenguaje que genera esta gramática es:

$$L = \{a^ib^ic^jd^k : i, j, k \geq 0\} \cup \{a^ib^jc^kd^k : i, j, k \geq 0\}$$

b) Encuentra una gramática no ambigua que genere el lenguaje.

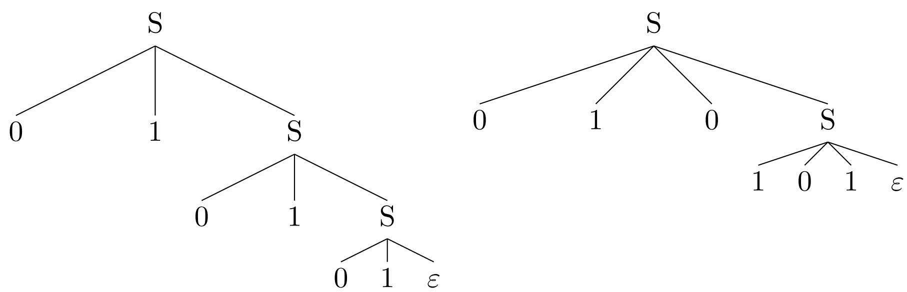
$S \to S_1S_2$	$S \to S_5S_6$	$S \to S_9S_{10}$
$S_1 \to aS_1b \mid \varepsilon$	$S_5 \to aS_5b \mid S_7 \mid S_8$	$S_9 \to aS_9b \mid \varepsilon$
$S_2 \to cS_2d \mid S_3 \mid S_4$	$S_6 \to cS_6d \mid \varepsilon$	$S_{10} \to cS_{10}d \mid \varepsilon$
$S_3 \to cS_3 \mid c$	$S_7 \to aS_7 \mid a$	
$S_4 \to dS_4 \mid d$	$S_8 \to bS_8 \mid b$	

2. Dada la gramática:

$S \rightarrow 01S$, $S \rightarrow 010S$, $S \rightarrow 101S$, $S \rightarrow \varepsilon$

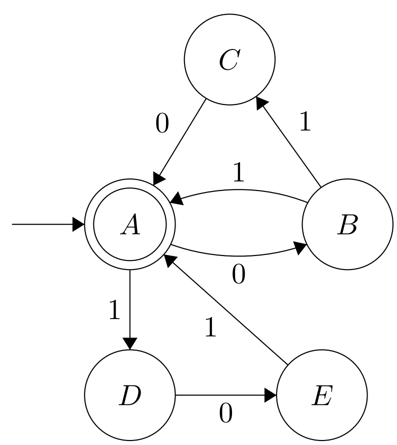
a) Determina si es ambigua.

La gramática es ambigua puesto que podemos representar con dos árboles distintos la palabra 010101:

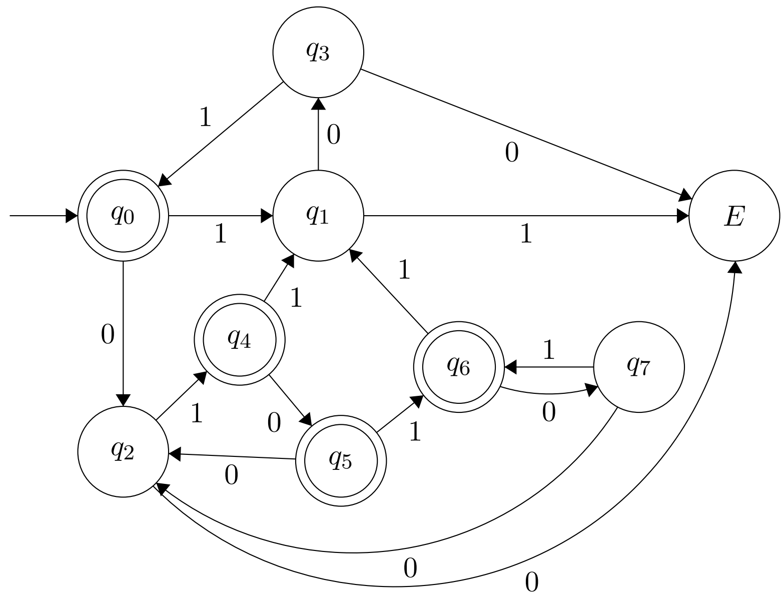


b) ¿Eres capaz de encontrar una gramática regular que genere este lenguaje y que sea no ambigua?.

Representamos la gramática con un autómata finito no determinista:



Luego lo convertimos en un autómata finito determinista y obtenemos su gramática:



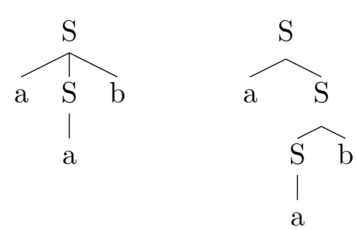
Por lo tanto la gramática regular no ambigua es:

$S \to 0S_1 \mid 1S_2 \mid \varepsilon$
$S_1 \to 1S_3$
$S_2 \to 0S_7$
$S_3 \to 0S_4 \mid \mid 1S_2 \mid \varepsilon$
$S_4 \to 0S_1 \mid 1S_5 \mid \varepsilon$
$S_5 \to 0S_6 \mid 1S_2 \mid \varepsilon$
$S_6 \to 0S_1 \mid 1S_5 \mid \varepsilon$
$S_7 \to 1S$

3. Determinar cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas y, en su caso, comprobar si los lenguajes generados son inherentemente ambiguos:

a) $S \to aSb \mid Sb \mid aS \mid a$

La gramática es ambigua puesto que podemos representar con dos árboles distintos la palabra aab:



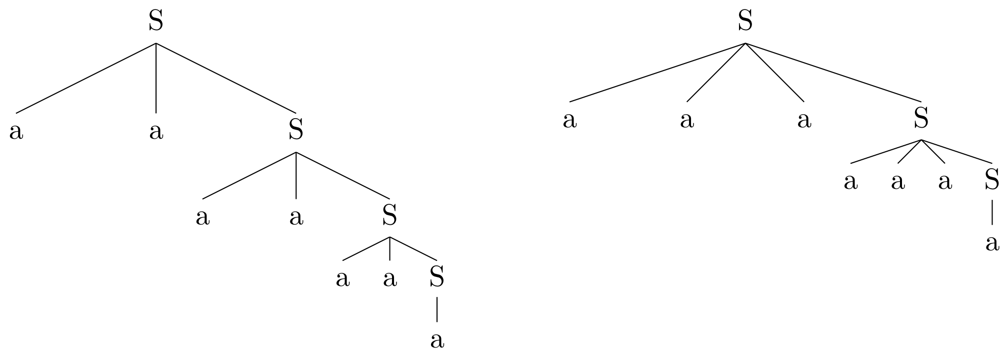
El lenguaje generado por la gramática es: $L = \{a^i b^j \mid i \geq 1, j \geq 0\}$

El lenguaje no es inherentemente ambiguo ya que se puede expresar con la siguiente gramática no ambigua:

$S \to aS_1$
$S_1 \to aS_1 \mid S_1b \mid \varepsilon$

b) $S \to aaS \mid aaaS \mid a$

La gramática es ambigua puesto que podemos representar con dos árboles distintos la palabra $aaaaaaa$:



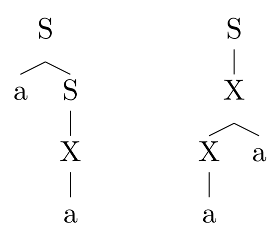
El lenguaje generado por la gramática es: $L = \{a^i \mid i \in \mathbb{N} \setminus 2\}$

El lenguaje no es inherentemente ambiguo ya que se puede expresar con la siguiente gramática no ambigua:

$S \to aS_1$
$S_1 \to aS_2 \mid \varepsilon$
$S_2 \to aS_2 \mid a$

c) $S \to aS \mid aSb \mid X$
$X \to Xa \mid a$

La gramática es ambigua puesto que podemos representar con dos árboles distintos la palabra aa:



El lenguaje generado por la gramática es: $L = \{a^ib^j \mid i \geq 1; j \geq 0; i > j\}$

El lenguaje no es inherentemente ambiguo ya que se puede expresar con la siguiente gramática no ambigua:

$S \to aS_1$
$S_1 \to aS_1 \mid aS_1b \mid \varepsilon$

4. Pasa a Forma Normal de Chomsky la siguiente gramática libre de contexto:

$S \to A \mid BCa \mid aDcd \mid EDF$
$A \to aAb \mid c$
$B \to CD \mid ECd \mid Ad \mid \varepsilon$
$C \to Cc \mid Bb \mid AaE \mid c$
$D \to aDd \mid Dd \mid \varepsilon$
$E \to aaEB \mid EFG$
$F \to aFd \mid d$

En primer lugar buscamos las producciones inútiles, para ello buscamos las producciones con símbolos terminales.
$V_t = \{\emptyset\}, V_t = \{A, B, C, D, F\}, V_t = \{S, A, B, C, D, F\}$

Eliminamos las producciones de E:
$S \to A \mid BCa \mid aDcd$
$A \to aAb \mid c$
$B \to CD \mid Ad \mid \varepsilon$
$C \to Cc \mid Bb \mid c$
$D \to aDd \mid Dd \mid \varepsilon$
$F \to aFd \mid d$

Ahora eliminamos los estados con símbolos inaccesibles:
$J = \{S\}, V_s = \{S\}, T_s = \{\emptyset\}$
$J = \{A, B, C, D\}, V_s = \{S, A, B, C, D\}, T_s = \{a, c, d\}$
$J = \{B, C, D\}, V_s = \{S, A, B, C, D\}, T_s = \{a, b, c, d\}$
$J = \{C, D\}, V_s = \{S, A, B, C, D\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$
$J = \{D\}, V_s = \{S, A, B, C, D\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$
$J = \{\emptyset\}, V_s = \{S, A, B, C, D\}, T_s = \{a, b, c, d, \varepsilon\}$

Por lo que podemos eliminar la producción F:
$S \to A \mid BCa \mid aDcd$
$A \to aAb \mid c$
$B \to CD \mid Ad|\varepsilon$
$C \to Cc \mid Bb \mid c$
$D \to aDd \mid Dd \mid \varepsilon$

Ahora eliminamos las producciones nulas:
$H = \{\emptyset\}, H = \{BD\}, H = \{BD\}$

Por lo que obtenemos:
$S \to A \mid BCa \mid Ca \mid aDcd \mid acd$
$A \to aAb \mid c$
$B \to CD \mid C \mid Ad$
$C \to Cc \mid Bb \mid b \mid c$
$D \to aDd \mid ad \mid Dd \mid d$

Ahora eliminamos las producciones unitarias:
$S \to aAb \mid c \mid BCa \mid Ca \mid aDcd \mid acd$

$A \to aAb \mid c$
$B \to CD \mid Cc \mid S_2b \mid b \mid c \mid Ad$
$C \to Cc \mid Bb \mid b \mid c$
$D \to aDd \mid ad \mid Dd \mid d$

Finalmente lo ajustamos para ponerlo en la **Forma Normal de Chomsky**:
$C_a \to a \quad C_b \to b \quad C_c \to c \quad C_d \to d$
$S \to C_aD_1 \mid c \mid BD_2 \mid CC_a \mid C_aD_3 \mid C_aD_4$
$D_1 \to AC_b \quad D_2 \to DD_5 \quad D_3 \to CC_a \quad D_4 \to C_cC_d \quad D_5 \to C_cC_d$
$A \to C_aF_1 \mid c$
$F_1 \to AC_d$
$B \to CD \mid CC_c \mid BC_b \mid b \mid c \mid AC_d$
$C \to CC_c \mid BC_b \mid C_b \mid C_c$
$D \to C_aJ_1 \mid C_aC_d \mid DC_d \mid d$
$J_1 \to DC_d$