

Домашнее задание №8

А. Нестеренко

Можно начинать стараться прилично оформлять рисунки: регулировать шрифты, толщины и др.

Задание 1. Симметричный генетический триггер Жакоба-Моно

Генетический триггер Жакоба и Моно устроен следующим образом: в клетке действуют два гена, каждый из которых экспрессирует белок, ингибирующий транскрипцию с промотора другого гена. Уровень экспрессии каждого гена обозначается как x и y . Параметр L отвечает за “интенсивность” ингибирования гена-антагониста.

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = -x + \frac{L}{1+y^2} \\ \frac{\partial y}{\partial t} = -y + \frac{L}{1+x^2} \end{cases}$$

Поскольку данная система симметрична, у нее имеется симметричный стационар.

Необходимо:

1. Подберите параметры, при которых симметричный стационар устойчив. Постройте собственные вектора вблизи стационара. Проведите устойчивые траектории, касающиеся собственных векторов.
2. Подберите параметры, при которых симметричный стационар седлового типа. Постройте собственные вектора вблизи стационара. Проведите устойчивые и неустойчивые сепаратрисы — траектории, касающиеся собственных векторов.
Указание: для проведения траекторий, касающихся собственных векторов, сместите стационар на собственный вектор (оч. маленький по длине) и запустите численное интегрирование.
3. Постройте диаграмму устойчивости: зависимость действительной части собственных чисел симметричного стационара от параметра L . Используйте для этого код, разработанный нами на последнем практикуме.

Задание 2. Модель хищник-жертва

Хорошо известная модель хищник-жертва очень плохо отражает происходящее в реальных системах из-за того, что имеет бифуркационный фазовый портрет (центр), распадающийся при малейшем шевелении правой части.

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = \alpha_x x - d_x x y \\ \frac{\partial y}{\partial t} = d_y x y - \beta_y y \end{cases}$$

1. Постройте свой вариант модели хищник-жертва, используя материалы лекции о популяционных моделях и ваш опыт в дизайне моделей из предыдущего ДЗ. Вы можете дать хищнику нелинейную рождаемость, зависящую не только от съеденных жертв. Можете дать хищникам и жертвам внутривидовую конкуренцию какого-либо вида. Единственное условие: **ваша модель должна быть глобально устойчивой (не улетать на бесконечность)**. У каждого из вас модель должна быть разной.
2. Поясните конструкцию вашей новой модели. Просто написать уравнение не достаточно.
3. Постройте фазовый портрет вашей модели при выбранных параметрах. Исследований проводить не нужно.