

Домашнее задание №2

Задания необходимо оформлять. Оси нужно подписывать, на рисунках нужно отмечать важные места при помощи `pyplot.scatter` можно ставить маркеры, при помощи `pyplot.text` можно подписывать места. Можно импортировать графики в векторный редактор и подписывать там. Указывайте используемые вами формулы не в питон-стиле. Если сдаете блокнотом — желательно подключить `latex`-модуль и вы сможете оформлять текстовые блоки красиво и с формулами. Если это сложно, хотя бы ставьте `markdown`-подзаголовки, и пишите текст пояснений к графикам с форматированием. Не копируйте скриншоты из WolframAlpha, если используете его при решении. Если сдаете в `ipynb`, то возьмите формулы и перепишите их в блокнот используя `TeX`-нотацию. Она обычно работает даже в `markdown`-режиме.

1 Интегрирование простых ODE

Для уравнения Ферхюльста:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = y - y^2 \quad (1)$$

и уравнения взрывного роста:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = y^2 - y \quad (2)$$

Номер варианта соответствует номеру уравнения. Для вашего уравнения необходимо выполнить все три пункта.

1. постройте точное решение (найдите в WolframAlpha). Используйте несколько вариантов начальных условий;
2. постройте решение одним из явных методов (например *RK45*), зафиксируйте шаг, используя крупные значения параметров *atol*, *rtol*;
3. постройте решение одним из неявных методов (например *BDF*), используя такие же параметры шага, покажите разницу между явной и неявной схемами.

2 Анализ поведения модели Олли

Популяционная модель Олли задается следующим уравнением:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) (N - l) \quad (3)$$

при этом предполагается, что $0 < l < K$ и $r > 0$.

1. Зафиксируйте начальные условия в наиболее интересном месте. Постройте пучки решений варьируя параметр l . Объясните результат.
2. Постройте пучки решений варьируя начальные условия. Варьируйте их таким образом, чтобы получить принципиально различные кривые. Объясните результат.
3. Постройте график правой части и объясните поведение решений, получаемых от различных начальных условий.
4. Варьируя l , постройте серию графиков для скорости прироста от численности (т.е. правой части уравнения (3)), покажите, как смещаются стационарные точки модели.

Варианты:

- (1) Пункты 1, 3

(2) Пункты 2, 3

(3) Пункты 1, 4

3 Построение неавтономной модели

Добавьте к правой части уравнения (**вариант**) произвольный член $F(N, t)$, зависящий от времени *явно* и *ограниченный*, т.е. $|F| < a = \text{const}$. Изобразите и объясните полученные решения измененной модели.

(1) Используйте уравнение (1).

(2) Используйте уравнение (2). Сделайте время-зависимый член отрицательным, иначе кроме еще большего “взрыва” вы ничего не увидите.

(3) Используйте уравнение (3).