

Домашнее задание №3

А. Нестеренко

Дискретное задание можно сделать в юпитерианском блокноте целиком, не забывая подписывать ячейки.
Вспышку численности необходимо оформить.

1 Построения по хаотическому дискретному отображению

Отображение Рикера (1), как известно, имеет хаотический режим.

$$x_{n+1} = x_n e^{r(1-x_n/K)} \quad (1)$$

На самом деле хаотическим режимом обладают многие отображения. Вот некоторые из них:

$$x_{n+1} = rx_n \ln(x_n/K) + x_n \quad (2)$$

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n/K) + x_n \quad (3)$$

Для одного из данных уравнений согласно вашему **варианту**, сделайте следующее:

1. Найдите выражение для неподвижной точки (точек) от параметров. Определите, какой параметр характеризует устойчивость неподвижной точки.
2. Постройте несколько графиков $x_{n+1}(x_n)$ при разных значениях параметров, проведите на нем прямую под углом 45° и покажите неподвижные точки на пересечении
3. Проанализируйте устойчивость стационарной точки (точек) от r .
4. Перестройте графики из п.2, так, чтобы они демонстрировали потерю устойчивости неподвижной точки.
5. **СТАБИЛЬНОСТЬ**. Выберите параметры, при которых система устойчива. Постройте графики $x(t)$ (кинетики), осуществляя итерационные вычисления каждой следующей точки ряда по формуле модели.
6. **ХАОС**. Варьируя параметр r в области неустойчивости, постройте кинетики двух-, четырех- и восьмиточечного циклов. Также постройте хаотический режим. Для каждого режима постройте гистограмму по массиву всех значений численности, полученному на протяжении достаточно протяженной кинетики. В чем особенность гистограммы хаотического режима?

2 Вспышка численности насекомых

Пусть численность насекомых подчиняется следующему закону:

$$\frac{dy}{dt} = ry\left(1 - \frac{y}{K}\right) - \frac{y^2}{1 + y^2} \quad (4)$$

1. Зафиксируйте $K = 15$ (высокая ёмкость экологической ниши)
2. Постройте фазопараметрическую диаграмму для параметра r , определите области с различным числом стационарных точек. Найдите точки бифуркации.
3. Постройте графики $y'(y)$, соответственно каждой области. *И в точках бифуркации!*
4. Постройте финальную фазопараметрическую диаграмму с обозначением устойчивых и неустойчивых ветвей

5. Постройте серию кинетик $y(t)$, стартующих из достаточно высокого y_0 , для параметра r ,двигающегося от больших значений к меньшим и проходящим левую току бифуркации. Продемонстрируйте резкое вымирание.
6. Постройте серию кинетик $y(t)$, стартующих из достаточно низкой начальной численности, для параметра r ,двигающегося от меньших значений к большим и проходящим правую току бифуркации. Продемонстрируйте резкую вспышку численности.
7. Постройте трехмерную фазопараметрическую диаграмму, варьируя K в области от 1 до 15. Покажите значение K , в котором точки бифуркации по r пропадают.

По результатам решения данного задания вы поймете, почему модель называется “модель вспышки численности насекомых”.