1. Classifique os seguintes sistemas. Justifique as respostas.

   (a) $\frac{dy(t)}{dt} + ty(t) = u(t)$

   Resposta:

   Tomando-se $T = t + \tau$ (cte) $\rightarrow dT = dt$ temos $dy(T)/dT = dy(T)/dt$

$$\frac{dy(T)}{dT} + (T - \tau)y(T) = u(T) =$$

$$\frac{dy(T)}{dt} + Ty(T) = u(T) + \tau y(T),$$

   o que mostra que o sistema depende do tempo.

   (b) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{(t-\tau)^2} u(\tau) d\tau$

   Resposta:

   O sistem é linear, pois

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{(t-\tau)^2}(u_1(\tau)+u_2(\tau))d\tau = \int_{-\infty}^{t} e^{(t-\tau)^2} u_1(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{t} e^{(t-\tau)^2} u_2(\tau)d\tau,$$

   pela linearidade da integral. Como

$$y(t) = (e^{t^2}) * u(t)$$

   vemos que a função de transferência do sistema $h(t) = e^{t^2}$ depende do tempo, logo o sistema tambem.

   (c) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{t^2-\tau^2} u(\tau) d\tau$

   Resposta:

   O sistema é linear, pelo mesmo motivo apresentado acima.

   (d) $y(t) = \sin(u(t))$

   Resposta:

   O sistema não tem memoria, pois ao anularmos a entrada $u(t) = 0$ a saída tambem é anulada.

   (e) $y(k-2) - \frac{5}{6}y(k-1) + \frac{1}{6}y(k) = u(k-1) + \frac{1}{2}u(k)$

   Resposta:

   O sistema é de tempo discreto.

2. A resposta ao impulso unitário de um sistema linear e invariante no tempo é mostrado na figura abaixo a esqueda. Determine a respota ao sinal $u(t)$ mostrado na figura abaixo a direita.

   Resposta:

   A resposta ao degrau de um sinal é a integral da resposta deste sinal ao impulso no tempo observador, ou seja, se a resposta do sistema ao impulso é

$$y_{\text{impulso}}(t) = t\delta_{-1}(t) - 2(t-1)\delta_{-1}(t-1) + (t-2)\delta_{-1}(t-2)$$

   então sua resposta ao degrau é

$$y_{\text{degrau}}(t) = \frac{t^2}{2}\delta_{-1}(t) - (t-1)^2\delta_{-1}(t-1) + \frac{(t-2)^2}{2}\delta_{-1}(t-2).$$

Como o sistema é invariante e linear no tempo a resposta requerida é

$$y_{\text{degrau}}(t)\delta_{-1}(t) - 2y_{\text{degrau}}(t)\delta_{-1}(t-1),$$

pois o sinal de entrada é

$$\delta_{-1}(t) - 2\delta_{-1}(t-1).$$

Logo temos

$$R(t) =$$

3. Determine a transformada de Laplace dos sinais definidos nos itens a seguir para $t \geq 0$.

   (a) $u(t) = (t-1)e^{-3(t+1)}$

   <u>Resposta:</u>

   Produto por t

$$\mathcal{L}\{tf(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} tf(t)e^{-st}dt = -\frac{\partial}{\partial s}\int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt = -\frac{\partial}{\partial s}\mathcal{L}\{f(t)\}$$

$$\int_{0^-}^{-\infty}(t-1)e^{-3(t+1)}e^{-st}dt = e^{-3}\left(\frac{\partial}{\partial s}\frac{1}{s+3} - \frac{1}{s+3}\right) = e^{-3}\left(-\frac{1}{(s+3)^2} - \frac{1}{s+3}\right)$$

$$= -e^{-3}\frac{s+4}{(s+3)^2}$$

   (b) $u(t) = 2te^{-2t}\cos 3t$

$$\mathcal{L}(u(t) = -2\frac{\partial}{\partial s}\frac{s+2}{(s+2)^2+9} = -2\left(\frac{1}{s^2+4s+13} - \frac{s+2}{(s^2+4s+13)^2}\right) =$$

$$= -2\frac{s^2+3s+11}{(s^2+4s+13)^2}$$

   (c) $u(t) = \sin 2t \cdot \cos 2t \Rightarrow u(t) = \frac{\sin(4t)}{2}$

$$\mathcal{L}\{u\} = \frac{1}{2}\frac{4}{s^2+16}$$

   (d) $u(t) = 3(1-e^{-3t})$

$$\mathcal{L}\{u\} = \frac{3}{s} - 3\frac{1}{s+3} = 3\frac{3}{s+3}$$

4. Determine a transformada de Laplace inversa dos sinais definidos nos itens a seguir.

(a) $U(s) = \dfrac{10}{(s+4)(s^2+4)}$

$$U(s) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s+4} - \frac{s-4}{(s^2+4)}\right)$$

$$u(t) = \frac{e^{-4t}}{2} - \frac{\cos(2t)}{2} + \sin(2t)$$

(b) $U(s) = \dfrac{1}{(s+1)^3}$

$$u(t) = \frac{t^2}{2}e^{-t}$$

(c) $U(s) = \frac{10(s+2)}{s(s+1)(s^2+2s+2)}$

$$U(s) = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1} - \frac{10}{(s+1)^2+1} \Rightarrow$$

$$u(t) = 10 - 10e^{-t} - 10\sin(t)e^{-t}$$

(d) $U(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2(s+2)}$

$$\mathcal{L}\{f(t-t_0\delta_{-1}(t-t_0)\} = \mathcal{L}\{f(t)\}e^{-t_0 s}$$

$$U(s) = e^{-2s}\left(\frac{1}{4}\frac{1}{s+2} - \frac{1}{2}\frac{1}{s^2} + \frac{1}{4}\frac{1}{s}\right) \Rightarrow$$

$$u(t) = \frac{1}{4}e^{-2(t+2)}$$