UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

DISCIPLINA: LABORATÓRIO DE SISTEMA DE CONTROLE

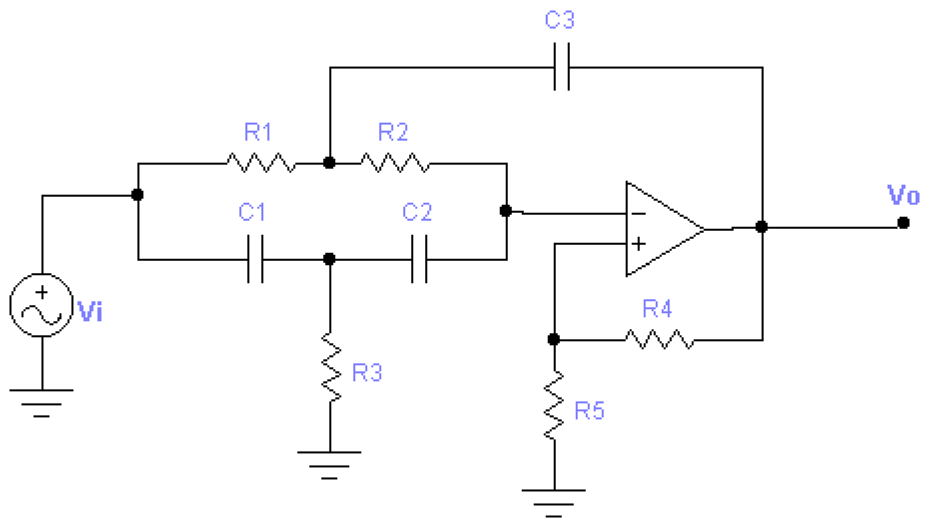
ENSAIO 067: CONTROLABILIDADE

OBJETIVOS:

1. Entender os conceitos de controlabilidade
2. Representar nas formas canônicas de controlabilidade e do controlador
3. Identificar formas canônicas e retirar propriedades explícitas.
4. Fazer a decomposição de um sistema em partes controláveis e não-controláveis.

Formulação do Problema: Um sistema dinâmico é modelado por

12ª) Um filtro do tipo noch é mostrado na figura . R1=R2=R, R3=R/2 C1=C2=C e C3=2C



Adotando-se $x^T = [V_{c1} \quad V_{c2} \quad V_{c3}]$ como variáveis de estado, o filtro é modelado por

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC}\left(2-\frac{R_4}{R_5}\right) & \frac{1}{RC}\cdot\frac{R_4}{R_5} & -\frac{1}{RC} \\ \frac{1}{RC}\cdot\frac{R_4}{R_5} & \frac{1}{RC}\cdot\frac{R_4}{R_5} & -\frac{1}{RC} \\ \frac{1}{2RC}\cdot\left(1+\frac{2R_4}{R_5}\right) & \frac{1}{2RC}\left(1+\frac{2R_4}{R_5}\right) & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{RC}\left(2-\frac{R_4}{R_5}\right) \\ -\frac{1}{RC}\cdot\frac{R_4}{R_5} \\ -\frac{1}{RC}\cdot\frac{R_4}{R_5} \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} -\left(1+\frac{R_4}{R_5}\right) & -\left(1+\frac{R_4}{R_5}\right) & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1+\frac{R_4}{R_5} \end{bmatrix} u(t)$$

Faça uma realização no simulimk parametrizada em termos de RC e $K = \frac{R_4}{R_5}$

1ª) Para RC=2 e $\frac{R_4}{R_5} = \frac{1}{2}$ faça simulação mostrando os estados em um único scope e as projeções nos eixos (X1, X2), (X1,X3) e (X2,X3) usando XY graph.

a) Simule para u(t) = 1+ sen4t e x(0)=0
b) Determine a matriz de controlabilidade e verifique a controlabilidade do sistema..
c) Determine o subespaço controlável do sistema.
d) Caso o sistema seja controlável represente-o nas formas canônicas de controlabilidade e do controlador
e) Determine o polinômio característico e a função de transferência do sistema
f) Simule para u(t) = sen(0,5t)
g) Simule para u(t)=0 e x(0)= $[4\ -3\ \ 8]^T$, qual o valor de x(4)? Verifique usando a função expm() do matlab.
h) Justifique os resultados obtidos nos itens **e** e **f.**

2ª) Para RC=2 e $\frac{R_4}{R_5} = 1$ faça simulação mostrando os estados em um único scope e as projeções nos eixos (X1, X2), (X1,X3) e (X2,X3) usando XY graph.

a) Simule novamente para u(t) = 1+ sen5t e x(0)=0 .
b) Determine a matriz de controlabilidade e verifique a controlabilidade do sistema.
c) Determine o subespaço controlável do sistema.
d) Determine os autovalores do sistema e verifique quais são controláveis
e) Determine a função de transferência na forma de pólos, zeros e ganho
f) Simule para u(t) = sen(0,5t)
g) Caso o sistema seja não-controlável faça a decomposição em partes controlável e não-controlável.
h) Confrontando os resultados dos itens a da 1ª e da 2ª questões.interprete os resultados das simulações
i) Simule o sistema de ordem mínima – mostre estados e saídas.
j) Faça a projeção do estado na base original para a base nova x_1 em scope e x_2 e x_3 em xygraph.. Interprete os resultados.

Fundamentação Teórica

Representação da forma canônica de controlabilidade

$$Q = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-2}B & A^{m-1}B \end{bmatrix}$$

Desde que o sistema seja mono variável e $\rho(Q) = n$

Representação da forma canônica do controlador. A matriz de transformação de base $x = Q\bar{x}$ é dada

por $Q = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-2}B & A^{m-1}B \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ 0 & 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 1 & a_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

onde a_i são os coeficientes do polinômio característico

$$\Delta(\lambda) = \det(\lambda I - A) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_{n-2}\lambda^2 + a_{n-1}\lambda + a_n$$

Decomposição de Kalman (Separar controlável de não controlável)

$$\mathcal{X} = \mathcal{V}_c \oplus \mathcal{W}$$

$\mathcal{V}_c = \beta + A\beta + A^2\beta + \cdots + A^{n-1}\beta$ e $\mathcal{W}$ é um subespaço complementar de $\mathcal{V}_c$

Q=[$\mathbf{V_c}$ | W]