

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

## DISCIPLINA: LABORATÓRIO DE SISTEMA DE CONTROLE

**Alunos: Carlos Bruno O. Lopes – 20510297**

**Delcio Canuto Junior – 20410290**

**Thiago de Souza Fernandes – 20510289**

**Thiago da Silva Moraes - 20210484**

### OBJETIVOS:

1. Entender os conceitos de realimentação de estados
2. Simular o sistema para verificar as especificações dadas

1º )

Matrizes do sistema original:

$$\dot{X} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$Y = C \cdot x$$

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -12 & 0 & 1 \\ 20 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C =$$

$$\begin{bmatrix} 21 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Especificação:  
Ess=0 ao degrau;  
Tempo de acomodação < 4s;  
Ovs < 10%;

Malha fechada:  
 $X' = Ax + B(Mr - Lx)$   
 $X' = (A - BL).x + BMr$

Onde Lx mexe nos pólos(posiciona polos), e Mr mexe no ganho

---

Achando o polinômio de A:

D1= poly(A)

D1 =

1.0000	-1.0000	12.0000	-20.0000
a0	a1	a2	a3

Achando a matriz Q para determinarmos a forma canônica do controlador:

$Q = [B \ A*B \ A^2*B] * [1 \ a1 \ a2; 0 \ 1 \ a1; 0 \ 0 \ 1]$

Que dará:

$Q = [B \ A*B \ A^2*B] * [1 \ -1 \ 12; 0 \ 1 \ -1; 0 \ 0 \ 1];$

Q =

0	1	1
1	0	-1
1	-1	32

Tendo isso calculamos o Q inverso que dá:

Qinv =

0.0294	0.9706	0.0294
0.9706	0.0294	-0.0294
0.0294	-0.0294	0.0294

Tendo isso calculamos o Abarra, Bbarra, Cbarra:

Abarra= inv(Q)\*A\*Q

Abarra =

1.0000	-12.0000	20.0000
1.0000	0.0000	0
0	1.0000	0

$$\text{Bbarra} = \text{inv}(Q) * B$$

$$\text{Bbarra} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Cbarra} = C * Q$$

$$\text{Cbarra} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 20 & 54 \end{bmatrix}$$

$$D2 = \Delta d(\lambda), \text{ Onde } \Delta d(\lambda) = (\lambda + \lambda 1) * (\lambda^2 + 2\zeta \omega n \lambda + \omega n^2)$$

$$\zeta = 0,6; \quad Ovs = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$ts = \frac{3,2}{\zeta \omega n} < 4$$

$$\begin{aligned} \Delta d(\lambda) &= (\lambda + 5) * (\lambda^2 + 2 * 0,6 * 4 * \lambda + 4^2) \\ &= (\lambda + 5) * (\lambda^2 + 4,8\lambda + 16) \\ &= (\lambda^3 + 9,8\lambda^2 + 40\lambda + 80) \end{aligned}$$

Logo temos D2:

$$D2 = \text{conv}([1 \ 5], [1 \ 2 * 0.6 * 4 \ 16])$$

$$D2 =$$

$$\begin{array}{cccc} 1.0000 & 9.8000 & 40.0000 & 80.0000 \\ d0 & d1 & d2 & d3 \end{array}$$

Com isso temos Lbarra que é [d1-a1 d2-a2 d3-a3]

$$\text{Lbarra} = [9.8+1 \ 40-12 \ 80+20]$$

$$\text{Lbarra} =$$

$$\begin{bmatrix} 10.8000 & 28.0000 & 100.0000 \end{bmatrix}$$

Achamos o Lbarra, então achamos L:

$$L = \text{Lbarra} * \text{inv}(Q)$$

$$L =$$

$$\begin{bmatrix} 30.4353 & 8.3647 & 2.4353 \end{bmatrix}$$

Tendo todos os parâmetros, partimos então para a simulação no simulink.

Para isso temos que setar os parâmetros de C e D;

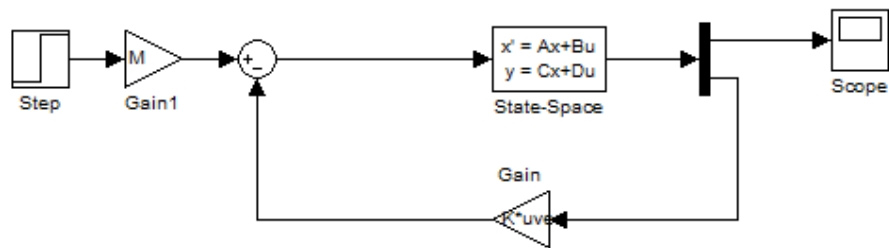
```
C= [C; eye(3)]
```

C =

$$\begin{bmatrix} 21 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
D=[0 0 0 0]'
```

D =

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$


Onde o Gain1 M é igual a 1.

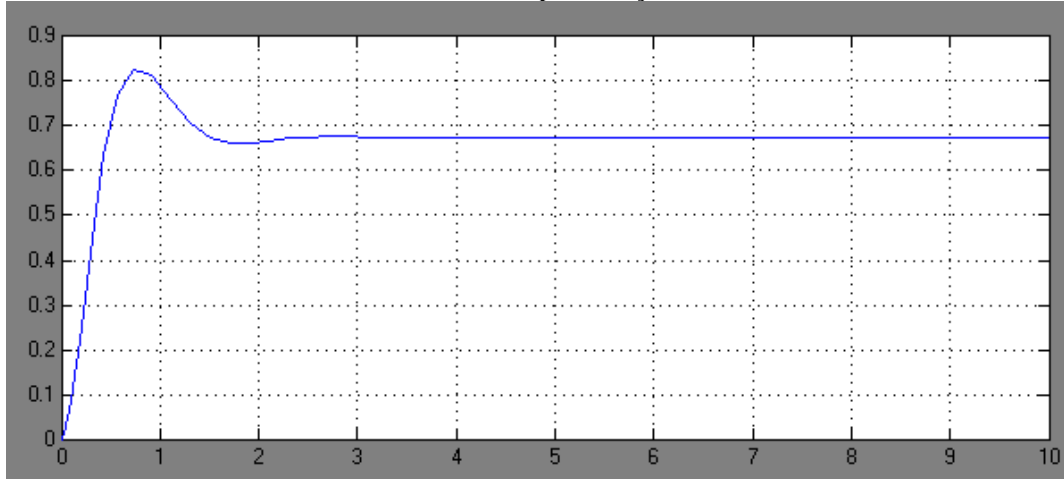
Os parâmetros do space-state são A, B, C e D. dados anteriormente.

O Gain de baixo é igual a L, onde:

L =

$$\begin{bmatrix} 30.4353 & 8.3647 & 2.4353 \end{bmatrix}$$

A saída do sistema dará de acordo com as especificações dadas.



Ovs, de +- 10%;

Com o tempo de acomodação de acordo com o especificado (menor que 4s), com mais ou menos 3s

Vimos que o Ovs deu muito alto, agora vamos tirar o efeito de zero e observar novamente o Ovs.

Com C igual a

$C = [21 \ -1 \ 1]$

E D igual a

$D = [0]$

$G = \text{TF}(\text{ss}(A, B, C, D))$

Transfer function:

$20s + 54$

$s^3 - s^2 + 12s - 20$

$G = \text{TF}(\text{ss}(A, B, C, D))$

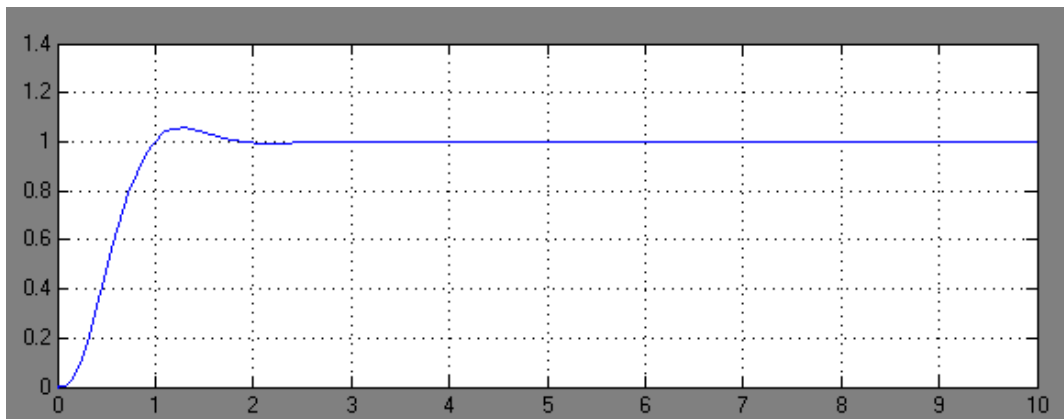
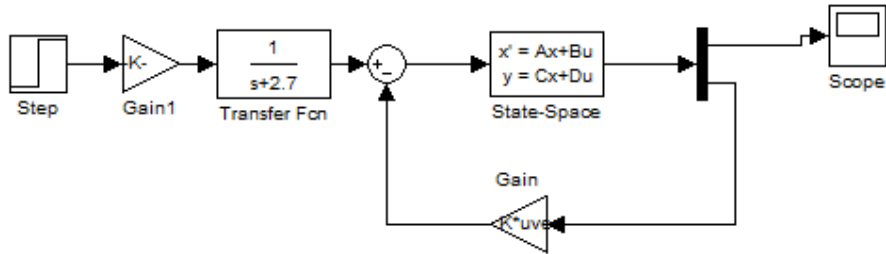
$\text{ZPK}(G)$

Zero/pole/gain:

$20(s+2.7)$

$(s-1.555)(s^2 + 0.5549s + 12.86)$

Simulando com mais um polo no zero, para diminuir o Ovs dará:



Vimos então que colocando mais um pólo no zero, o Ovs dará bem menor. Mais ou menos 6,5%.

## 2ª Questão

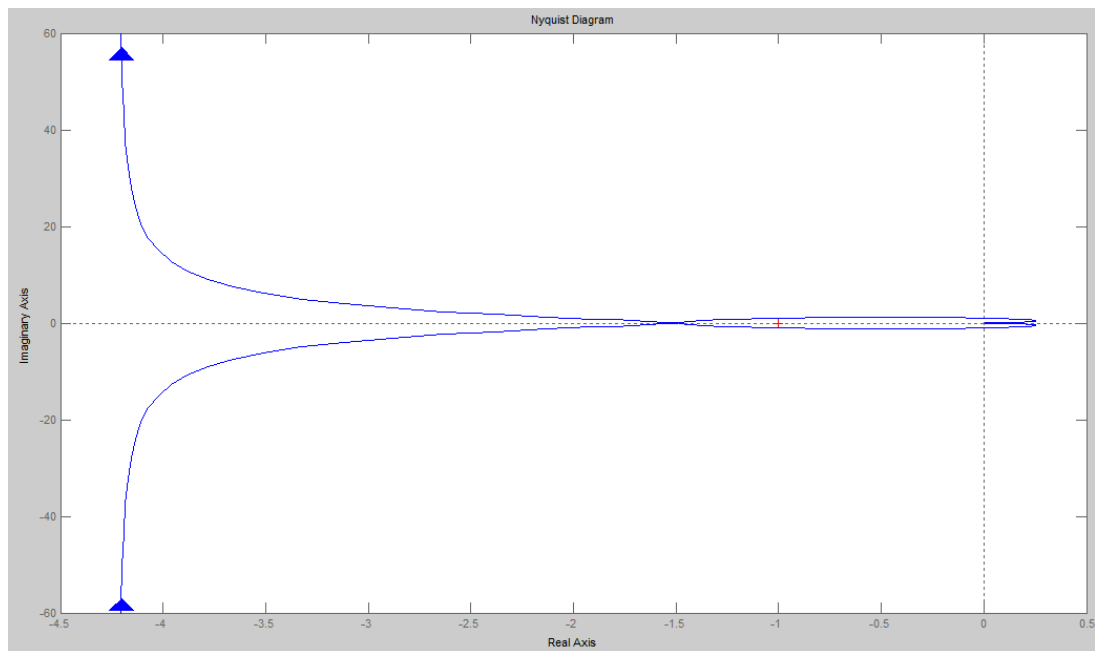
$$G(S) = \frac{30}{S^4 + 2S^3 + 9S^2 + 8S}$$

num = [30];

den = [1 2 9 8 0];

p = tf(num,den);

nyquist(p);



$$G(S) = \frac{30}{S^4 + 2S^3 + 9S^2 + 8S}$$

$$G(jw) = 30 \left[ \frac{w^2 - 9}{(w^3 - 9)^2 + (8 - 2w^2)^2} + j \frac{2w^2 - 8}{w[(w^3 - 9)^2 + (8 - 2w^2)^2]} \right]$$

$$\lim_{w \rightarrow 0^+} G(jw) = \frac{30(-9)}{64} - j = -4,21 - j$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{30/s^4}{1 + \frac{2}{s} + \frac{9}{s^2} + \frac{8}{s^3}} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{30}{s^4}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{30}{s(s^3 + 8s^2 + 9s + 8)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{15}{4s}$$

### Corte Imaginário

Trecho I

$$w = 3,03 \text{ rad/s}$$

$$G(jw) = j0,98$$

$$G = \theta \rightarrow w^2 - 9 = 0$$

$$w = 3 \text{ rad/s}$$

$$G(j3) = 30 \left( \frac{2x9 - 8}{3[(27 - 27)^2 + (8 - 2x9)^2]} \right)$$

$$G(j3) = 30 \left( \frac{10}{300} \right)$$

$$G(jw) = 1$$

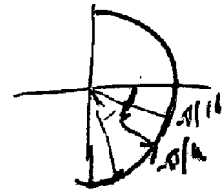
### Trecho II

$$s = r * e^{j\theta}$$

$$r \rightarrow 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{15}{4re^{j\theta}} = \infty e^{j\theta}$$

$\theta$	G
$\pi/2$	$-\pi/2$
$\pi/4$	$-\pi$
0	0
$-\pi/2$	$\pi/2$



### Trecho III

$$s = -jw \rightarrow \text{conj}(\text{trecho I})$$

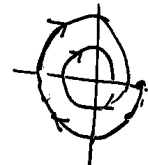
### Trecho IV

$$s = r * e^{j\theta}$$

$$r \rightarrow \infty$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{30}{(re^{j\theta})^4} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{30}{r^4 e^{j4\theta}} = 0 e^{-j4\theta}$$

$\theta$	G
$-\pi/2$	$2\pi$
$-\pi/3$	$4\pi/3$
$-\pi/4$	$\pi$
$-\pi/6$	$2\pi/3$
0	0



### Malha Aberta

$$N_0 = -2 + 1 + 1 = 0$$



$$Z = 0$$

$$N_0 = 7 - P$$

$$P = 7 - N_0$$

$$P = 0$$

### Malha Fechada

$$-1,5 * K = -1$$

$$K = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$$

$$N_0 = -2 + 1 + 1 = 0$$

$$Z = 0$$

$$N_0 = Z - P$$

$$P = Z - N_0$$

$$P = 0$$

$$0 < K < \frac{2}{3}$$

$$K > \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} * (-1,5) = -0,5$$

$$N_{-1} = 0$$

$$P = 0$$

$$Z = 0 \rightarrow \text{Estável no intervalo } 0 < K < \frac{2}{3}$$

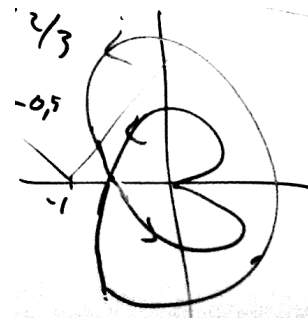
### Corte eixo real

$$2w^2 - 8 = 0 \rightarrow w^2 = 4$$

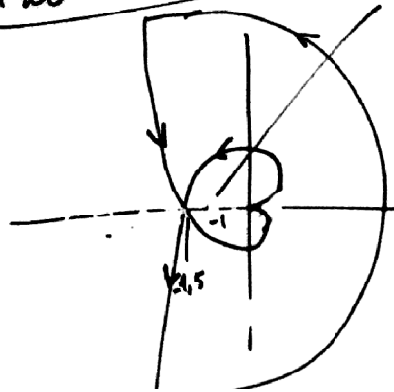
$$w = 2 \text{ rad/s}$$

$$G(j2) = \frac{30(4 - 9)}{(8 - 9x2)^2 + (8 - 2x4)^2} = -\frac{5}{10^2} x^{30}$$

$$G(j2) = -1,5$$



Math. Fuchade  $K > 0$



9

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.