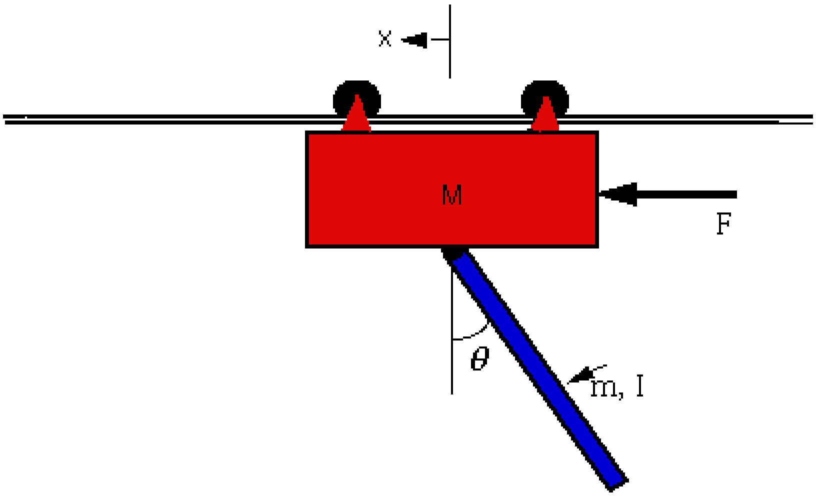
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

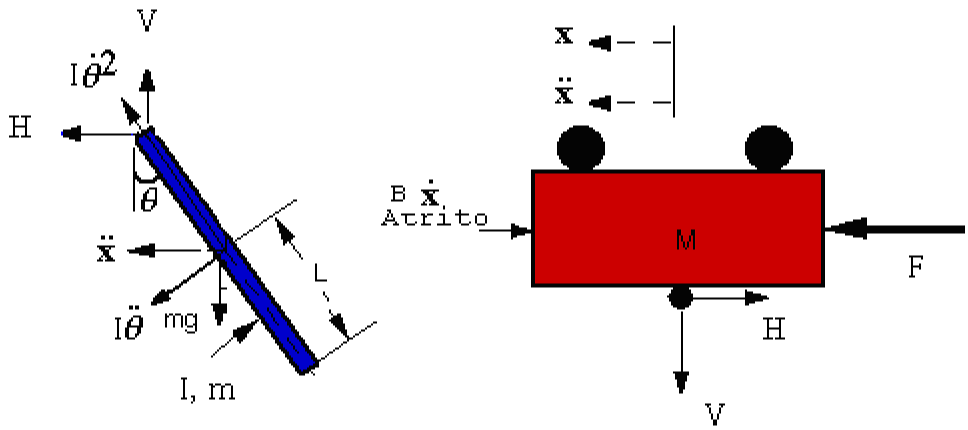
DISCIPLINA: LABORATÓRIO DE SISTEMA DE CONTROLE

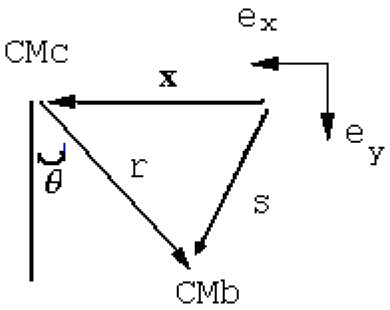
LABORATÓRIO 04: LINEARIZAÇÃO DE SISTEMAS

OBJETIVOS
1 - Realizar ensaios de simulação digital de sistemas não-lineares utilizando o Matlab Simulink
2 – Compreender conceito de representatividade e linearização de sistemas

O pêndulo da figura abaixo é modelado por :







$$s = xe_x + Le_r$$
$$s = xe_x + L\left(-sen\theta e_x + \cos\theta e_y\right)$$
$$\dot{s} = \dot{x}e_x + L\dot{\theta}\left(-\cos\theta e_x - sen\theta e_y\right)$$
$$\ddot{s} = \ddot{x}e_x + L\ddot{\theta}\left(-\cos\theta e_x - sen\theta e_y\right) - L\dot{\theta}^2\left(-sen\theta e_x + \cos\theta e_y\right)$$
$$\ddot{s} = \ddot{x}e_x + L\ddot{\theta}e_\varphi - L\dot{\theta}^2 e_r$$

$$M\ddot{x} + B\dot{x} = u - H$$
$$m\ddot{x} + mL\ddot{\theta}\cos\theta - mL\dot{\theta}^2 sen\theta = H$$
$$Vsen\theta + H\cos\theta - mgsen\theta = mL\ddot{\theta} + m\ddot{x}\cos\theta$$
$$-VLsen\theta + H\cos\theta = J\ddot{\theta}$$

$$\left(J + mL^2\right)\ddot{\theta} + mgLsen\theta = -mL\ddot{x}\cos\theta$$
$$\left(M + m\right)\ddot{x} + B\dot{x} + mL\ddot{\theta}\cos\theta - mL\dot{\theta}^2 sen\theta = u$$

Definindo os estados $x = \begin{bmatrix} x \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$

$$\dot{x}_1 = x_3$$
$$\dot{x}_2 = x_4$$
$$\left(J + mL^2\right)\dot{x}_4 = -mgLsenx_2 - mL\dot{x}_3\cos x_2$$
$$\left(M + m\right)\dot{x}_3 = -Bx_3 - mL\dot{x}_4\cos x_2 + mLx_4^2 senx_2 + u$$

$$J = \frac{1}{3}mL^2$$

$$\left(mL\cos x_2\right)\dot{x}_3 + \left(J + mL^2\right)\dot{x}_4 = -mgLsenx_2$$
$$\left(M + m\right)\dot{x}_3 + \left(mL\cos x_2\right)\dot{x}_4 = -Bx_3 + mLx_4^2 senx_2 + u$$

$$\dot{x}_3 = \frac{\begin{vmatrix} -mgLsenx_2 & J+mL^2 \\ -Bx_3 + mLx_4^2 senx_2 + u & mL\cos x_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} mL\cos x_2 & J+mL^2 \\ M+m & mL\cos x_2 \end{vmatrix}}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\begin{vmatrix} mL\cos x_2 & -mgLsenx_2 \\ M+m & -Bx_3 + mLx_4^2 senx_2 + u \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} mL\cos x_2 & J+mL^2 \\ M+m & mL\cos x_2 \end{vmatrix}}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2\cos^2 x_2}\left[m^2gL^2 senx_2 \cos x_2 + (J+mL^2)(-Bx_3 + mLx_4^2 senx_2 + u)\right]$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2\cos^2 x_2}\left[mL\cos x_2(-Bx_3 + mLx_4^2 senx_2 + u) + (M+m)mgLsenx_2\right]$$

Linearização em torno de $x_2=0$ (expandir em série de Taylor e desprezar termos de ordem 2 ou superior)

$$senx_2 = sen0 + \frac{\cos 0}{1!}(x_2 - 0) + \frac{(-sen0)}{2!}(x_2 - 0)^2 + \cdots \quad \Rightarrow senx_2 \approx x_2$$

$$\cos x_2 = \cos 0 + \frac{(-sen0)}{1!}(x_2 - 0) + \frac{(-\cos 0)}{2!}(x_2 - 0)^2 + \cdots \Rightarrow \cos x_2 = 1$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2}\left[m^2gL^2x_2 + (J+mL^2)(-Bx_3 + mLx_4^2x_2 + u)\right]$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2}\left[mL(-Bx_3 + mLx_4^2x_2 + u) + (M+m)mgLx_2\right]$$

$x_4^2x_2 \approx 0$ argumento quando $x_2 \to \max \Longrightarrow \dot{x}_2 \to \min$

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2}\left[m^2gL^2x_2 + (J+mL^2)(-Bx_3 + u)\right]$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-1}{(M+m)(J+mL^2) - m^2L^2}\left[mL(-Bx_3 + u) + (M+m)mgLx_2\right]$$

$$y = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Considere

M = 2 kg;
m = 0,25 kg;
L = 0,4 m;
B = 0,2 N/m/s;

g = 9,8 m/s^2;

1ª) Realize o modelo não-linear no Matlab. Simule para a condição inicial $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi/3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi/6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2ª) Realize o modelo linear equivalente e simule para as mesma condições iniciais da primeira questão

Comente os resultados