CURSO DE ESPECIALIZACAO EM AUTOMAÇAO DE PROCESSOS INDUSTRIAIS

CONTROLE CLÁSSICO - parte 1

Prof. Paulo Roberto Brero de Campos

Sumário

I . SISTEMAS DE CONTROLE

1) INTRODUCÃO

Um sistema de controle é um sistema no qual alguma quantidade física é controlada pela regulação de uma energia de entrada.

Um sistema é um grupo de componentes físicos interligados para executar uma função específica. Um sistema pode ser elétrico, mecânico, hidráulico, pneumático, térmico, biomédico ou uma combinação desses sistemas.

A quantidade física que será controlada pode ser temperatura, pressão, nível de liquido, tensão elétrica, posição mecânica, velocidade linear ou angular, etc.

O sistema de controle pode ser analógico ou digital, ou uma combinação deles.

O sistema pode ser em malha aberta ou malha fechada.

O sistema mais simples é o sistema em malha aberta. Mas nesse sistema perturbações afetam a saída sendo controlada e isso causa um desvio do valor desejado.

Os sistemas realimentados tem uma série de vantagens sobre os sistemas em malha aberta, como por exemplo: menor sensibilidade à variações nas características dos sistemas, aumento da largura de faixa.

A desvantagem dos sistemas realimentados é a tendência para a oscilação (instabilidade).

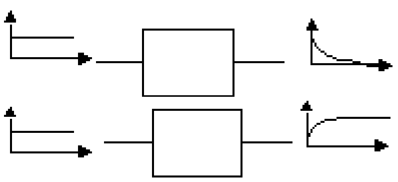
DEFINIÇÃO : um sistema de controle é um grupo de componentes integrados de tal forma a regular uma energia de entrada para obter uma saída desejada.

2) CARACTERÍSTICAS DOS SISTEMA DE CONTROLE

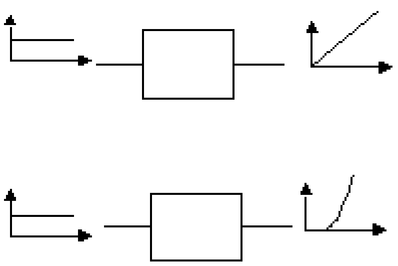
2.1) ESTABILIDADE

Um sistema é dito estável se a aplicação de um sinal limitado na entrada resulta em uma sinal limitado na saída.

Os sistemas abaixo são estáveis:



Os sistemas abaixo são instáveis:



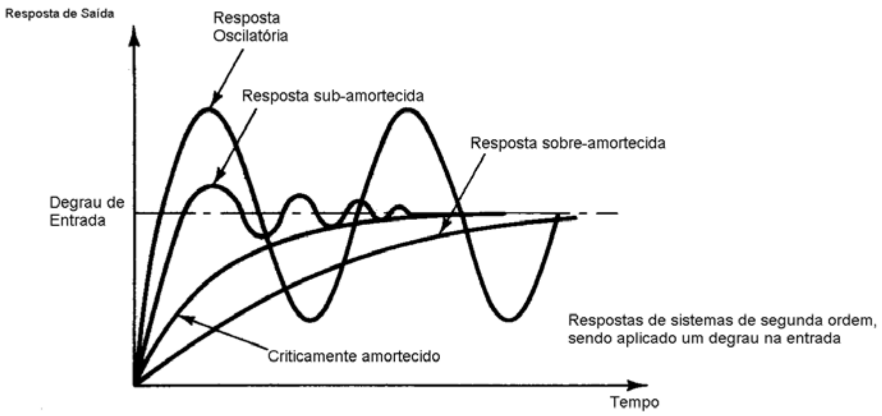
2.2) VELOCIDADE DE RESPOSTA

Velocidade de resposta é a medida de quão rapidamente a saída atinge o valor em regime, depois que uma entrada é aplicada.

A saída de um sistema possui uma resposta em regime transitório e em regime permanente.

Qualquer alteração na entrada do sistema provoca inicialmente uma resposta transitória, atingindo finalmente a resposta em regime transitório.

Na figura abaixo são mostradas possíveis respostas para sistemas de segunda ordem.



2.3) SENSIBILIDADE

A sensibilidade de um sistema é a medida de como sensível é a saída devido a mudanças nos valores dos componentes físicos, como de condições ambientais. Estas variações são chamadas perturbações.

2.4) CARACTERÍSTICA DE SISTEMAS REALIMENTADOS

a) Exatidão aumentada: possui a capacidade de reproduzir a entrada com fidelidade.
b) Sensibilidade reduzida - não altera a saída em função de variações nas características do sistema.
c) Redução do efeito da não-linearidade e distorções.
d) Largura de Faixa aumentada - a largura de faixa de um sistema é a faixa de freqüência na qual o sistema responderá satisfatoriamente.
e) Tendência para oscilação ou instabilidade.

3) TRANSFORMADA DE LAPLACE

Para resolver certos problemas pode ser útil fazer transformações que simplifiquem a solução do problema em questão.

Um tipo de transformação é o logaritmo de um produto, que é igual à soma dos logaritmos de cada termo do produto, isto é: log(a.b) = loga + log b.

A **transformada de Laplace** transforma funções do tempo (t) em funções de freqüência complexa (s), onde s= $\sigma + j\omega$, com s=variável complexa.

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_{o}^{\infty} e^{-st} f(t)dt$$

A transformada de Laplace converte a equação diferencial em uma equação algébrica no **plano s.**

Exemplos: calcule a transformada de Laplace:

1) $f(t) = e^{-at}$

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_{o}^{\infty} e^{-st} f(t)dt = \int_{o}^{\infty} e^{-st} e^{-at} dt = \int_{o}^{\infty} e^{-(s+a)t} dt = -1/(a+s) \, . \, e^{-(s+a)t} \Big|_{o}^{\infty}$$

$F(s) = -1/(a+s) \cdot [e^{-\infty} - e^{o}] = 1/(a+s)$

2) Função degrau unitário $f(t)=u(t)$
$f(t) = 1$ para $t \geq 0$
$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_o^{\infty} e^{-st}\, 1dt = \int_o^{\infty} e^{-st}\, dt = -1/s\, e^{-st} \Big|_o^{\infty} = -1/s\, [e^{-\infty} - e^{o}] = 1/s$

3.1)TEOREMAS DA TRANSFORMADA DE LAPLACE

1) **Linearidade**

Se $\mathcal{L}[f1(t)] = F1(s)$ e $\mathcal{L}[f2(t)] = F2(s)$

$\mathcal{L}[a\, f1(t) + b\, f2(t)] = a\, F1(s) + b\, F2(s)$

2) **Derivada**

$\mathcal{L}[d\, f(t)/dt] = sF(s) - f(0^+)$
onde $f(0^+)$= condição inicial

3) **Derivada N**

$$\boxed{\mathcal{L}[d^n f(t)/dt^n] = [\, s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-k-1} d^k f(t)/dt^k \,|_{t=0}\,]}$$

$\mathcal{L}[d^n f(t)/dt^n] = s^n F(s)$, supondo condições iniciais igual a zero.

Exemplo: resolva a equação diferencial, e suponha condições iniciais nulas.
$d^3 f(t)/dt^3 + 3\, d^2 f(t)/dt^2 + 5\, df(t)/dt + 6y = u(t)$
$s^3Y(s) + 3\, s^2Y(s) + 5\, sY(s) + 6Y(s) = U(s)$
$Y(s)\, [\, s^3+3\, s^2 + 5\, s + 6] = U(s)$

$$\boxed{Y(s) = \frac{U(s)}{[\, s^3+3\, s^2 + 5\, s + 6]}}$$

Essa é a resposta no plano s.

4) **Transformada de Laplace da integral**

$\mathcal{L}[\int_o^t f(\tau)\, d\tau\,] = F(s)/s$

5) **Teorema do valor final**

O valor final da função f(t), isto é $f(t=\infty)$, cuja transformada é F(s) é dado por:

$$\boxed{f(t=\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)}$$

4) TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE (ANTI-TRANSFORMADA)

É a obtenção da resposta no tempo: **$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$**

A forma mais simples é tendo F(s) buscar em tabelas a função f(t) correspondente.

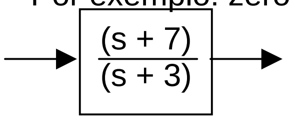
5)FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

A função de transferência, G(s), é definida como a relação entre a transformada de Laplace do sinal de saída, Y(s), pela transformada de Laplace do sinal de entrada, U(s).

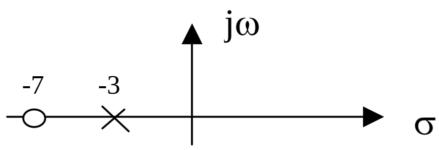
G(s) = Y(s)/U(s)

Na função de transferência os termos que anulam o numerador são chamados ZEROS, e os termos que anulam o denominador são chamados PÓLOS.

Por exemplo: zero é s= - 7 e pólo é s= - 3.



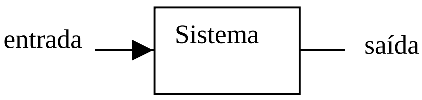
Os pólos e zeros podem ser graficamente localizados no plano complexo s.



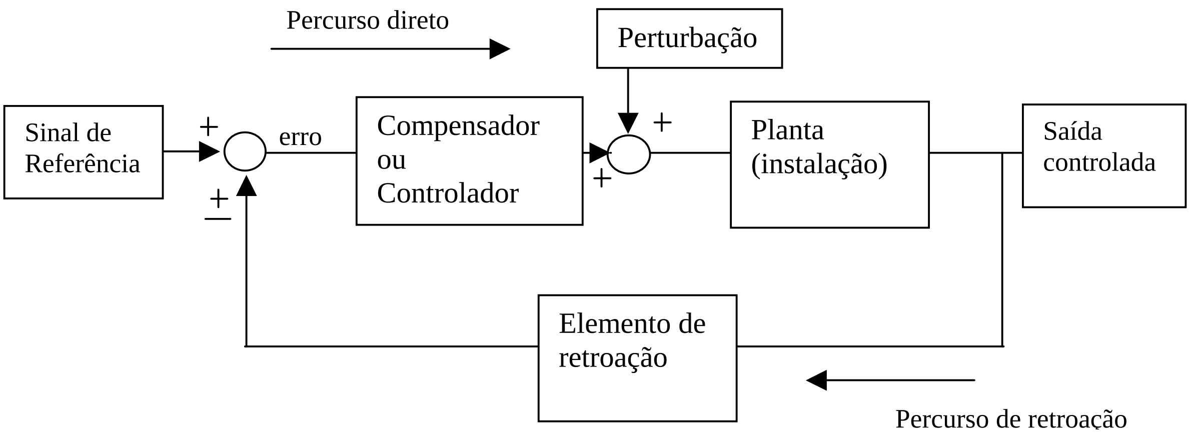
6) TERMINOLOGIA DOS SISTEMAS DE CONTROLE

6.1) Diagrama em blocos

Um diagrama em blocos é uma representação simplificada e gráfica da relação de causa e efeito entre a entrada e a saída de um sistema físico.

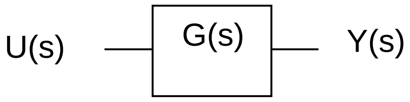


Um sistema típico de controle é mostrado a seguir:



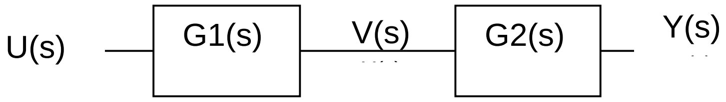
6.2) Álgebra dos diagramas em blocos

a) Um bloco



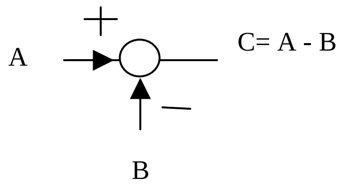
Y(s) = G(s).U(s)

b) Dois blocos

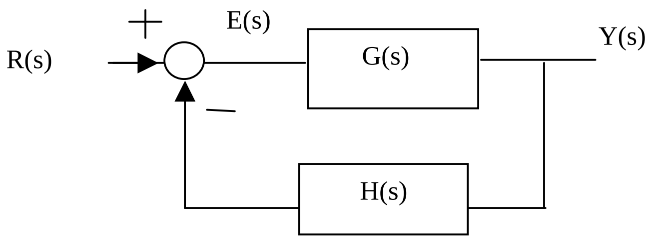


Y(s) = G2(s).V(s)
V(s) = G1(s).U(s)
Y(s) = G2(s). G1(s).U(s)

c) Soma de dois sinais



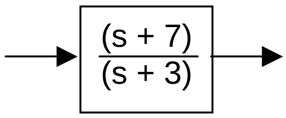
d) Sistema realimentado



MF(s) = Y(s)/R(s) = G(s)/ [1 + G(s)H(s)]

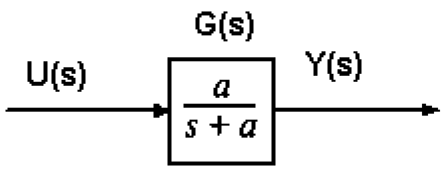
7) SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM

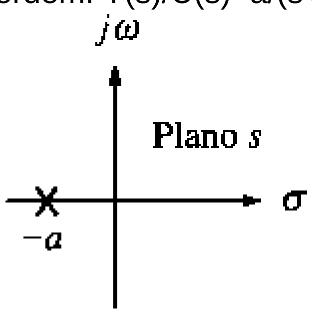
Sistemas de primeira ordem possuem apenas um pólo. Por exemplo, o sistema abaixo é um sistema de primeira ordem.



7.1) DEFINIÇÃO DE CONSTANTE DE TEMPO

Dado um sistema de primeira ordem: Y(s)/U(s)=a/(s+a).





Se for aplicado um degrau unitário na entrada, teremos Y(s)= a/(s+a) 1/s, onde o termo 1/s é a transformada de Laplace do degrau unitário.

A resposta no tempo é: $y(t)=1 - e^{-at}$.

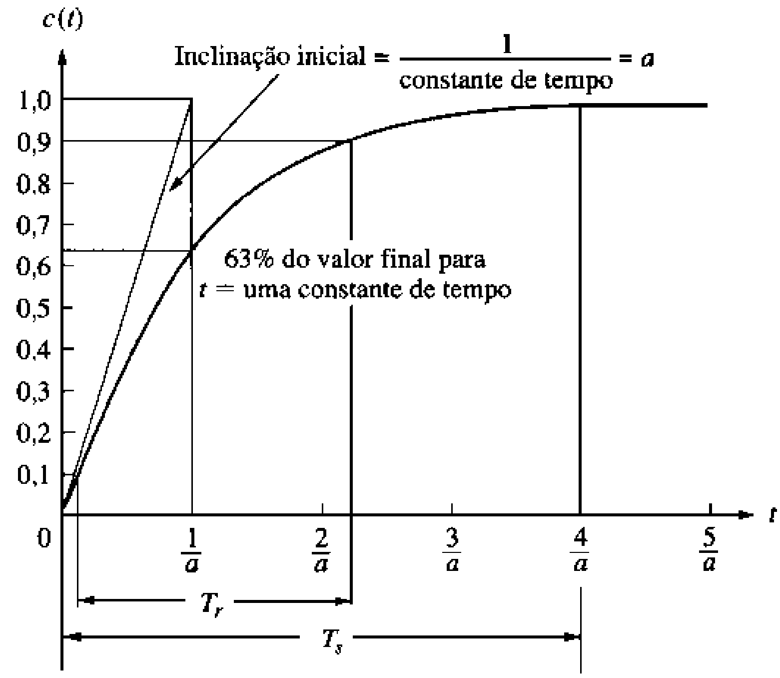
O valor de **t** que torna o expoente igual a **(-1)**, é chamado constante de tempo τ.

Então $\mathbf{-a\tau = -1,}$ isto é: $\boldsymbol{\tau = 1/a}$. A constante de tempo pode ser definida como tempo necessário para que o termo $\mathbf{e^{-at}}$ se reduza a **37%** do seu valor inicial.

A partir da resposta no tempo, se o termo $\mathbf{e^{-at} = 0,37}$, teremos **y(t)=0,63** ou **63% do valor final**.

Tempo de subida (T_r) - é o tempo necessário para que a forma de onda vá de 0,1 a 0,9 do seu valor final. $\mathbf{T_r = 2,2\ a}$.

Tempo de assentamento (T_s) - é o tempo necessário para que a resposta alcance uma faixa de valores de 2% em torno do valor final e aí permaneça: $\mathbf{Ts = 4.\tau = 4/a}$



8) SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

No estudo dos sistemas de controle, as equações diferenciais lineares de segunda ordem, são muito importantes porque muitos sistemas de ordem mais elevada podem freqüentemente ser aproximados pelos sistemas de segunda ordem.

A forma geral da equação diferencial de segunda ordem é:

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 u}$$

Onde: ζ**(zeta)** = coeficiente de amortecimento

ω_n **(Omega)** = freqüência natural não amortecida

A transformada de Laplace da equação é:

$$\mathbf{s}^2y(s) + 2\zeta\omega_n\mathbf{s}\ y(s) + \omega_n^2 y(s) = \omega_n^2 u(s)$$

Exemplo: $\mathbf{s}^2y(s) + 2\mathbf{s}\ y(s) + 7y(s) = 7u(s)$

Comparando com a forma geral acima: $2\zeta\omega_n = 2$ e $\omega_n^2 = 7$

Desta forma $\omega_n = \sqrt{7} = 2{,}65$ e $\zeta = 0{,}38$

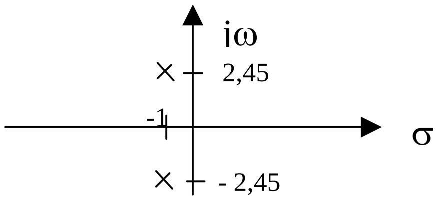
A função de transferência é dada por:

$$\boxed{\frac{Y}{U} = \frac{7}{s^2 + 2\,s + 7}}$$

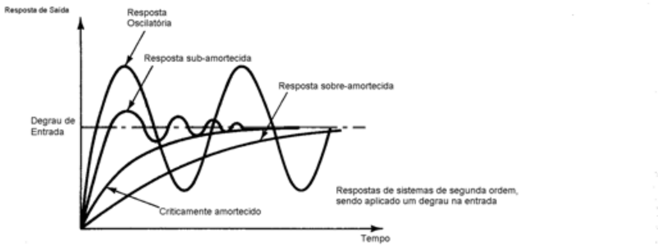
As raízes da equação característica, raízes do denominador, representam os pólos do sistema.

$$\boxed{\frac{Y}{U} = \frac{7}{(s + 1 + 2{,}45j)(s + 1 - 2{,}45j)}}$$

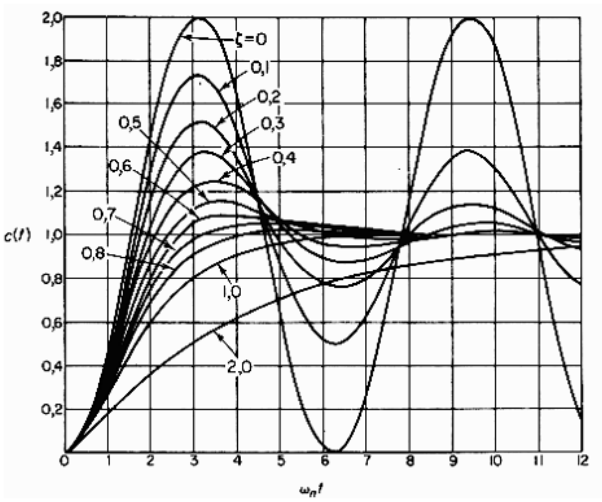
Representando os pólos no plano s teremos:



O fator ζ (coeficiente de amortecimento) nos dá indicações de como será a resposta no tempo. $\zeta < 1$ - sistema subamortecido. $\zeta = 1$ - amortecimento crítico. $\zeta > 1$ superamortecido.



8.1) RESPOSTA TRANSITÓRIA PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM, para um degrau unitário aplicado na entrada, considerando diversos valores de **ζ.**



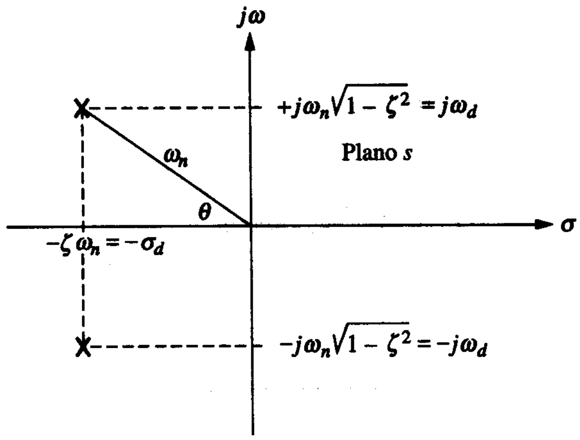
Pela localização dos pólos pode-se deduzir como será a resposta no tempo.

ωn = freqüência natural não amortecida

ωd= freqüência natural amortecida

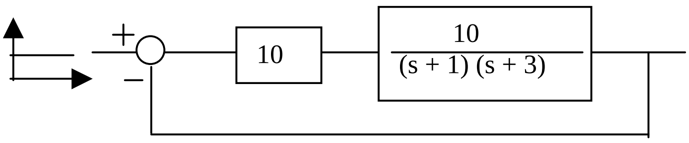
σ = taxa de decaimento

1/σ = constante de tempo do sistema



θ = **cós** $^{-1}\zeta$

Exercício: Dado o sistema realimentado, verifique que tipo de resposta ele terá:



Solução:

MF(s) = Y(s)/R(s) = G(s)/ [1 + G(s)]

$$\frac{Y}{U} = \frac{\dfrac{10\ .\ 10}{(s+1)(s+3)}}{1+\dfrac{10\ .\ 10}{(s+1)(s+3)}} = \frac{100}{s^2+4s+103} = \frac{100}{(s+2+9{,}95j)(s+2-9{,}95j)}$$

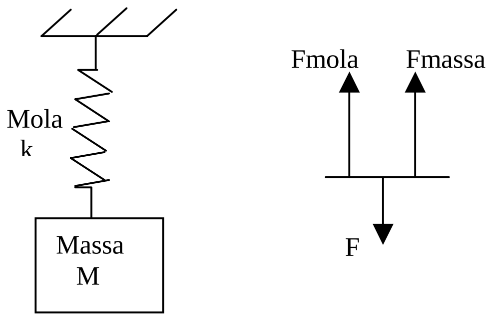
$\omega_n = \sqrt{103} = 10{,}14$

$2\zeta\omega_n = 4$ ➔ $\zeta = 0{,}2$

Com estes resultados concluímos que o sinal de saída terá um comportamento subamortecido, com sobressinal de 50%, mas será estável.

9) MODELAMENTO

Qualquer sistema físico pode ser representado por equações matemáticas. Por exemplo, num sistema massa-mola como indicado na figura abaixo, as equações podem ser obtidas através do princípio de D`Alambert enunciado como: "Num sistema em equilíbrio, o somatório das forças é igual a zero".



$F = F_{massa} + F_{mola}$
$F_{massa}= M.a= M.d^2x/dt^2$
$F_{mola}= kx$
Sendo: k=constante de elasticidade da mola
M=massa do corpo
F = força aplicada ao sistema
Então:
$F= M.d^2x/dt^2 + kx$ (equação 1)

Obs: o peso, P=mg, acaba sendo simplificado na fórmula, pois ele atua da mesma forma em qualquer ponto

A equação 1 representa o sistema massa-mola. É um modelo do sistema real. Estudando essa equação, pode-se entende como o sistema real irá se comportar, ao receber determinadas excitações.

Na prática é muito útil trabalhar com modelos, ao invés de sistemas reais.

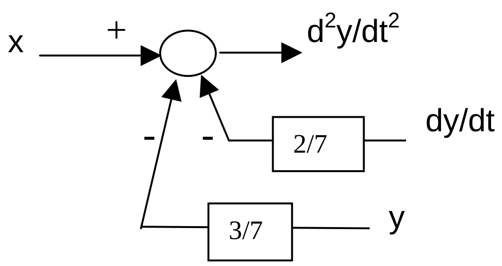
10) DIAGRAMA DE SIMULAÇÃO

O diagrama de simulação é obtido a partir da equação diferencial. Ele representa o de forma gráfica um sistema, no domínio do tempo. Esse diagrama pode ser usado para obter a solução para a equação diferencial do sistema no domínio do tempo.

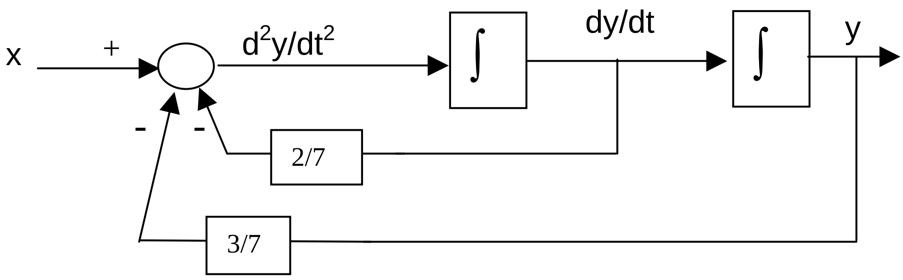
Para se montar o diagrama de simulação deve-se fazer o seguinte:

1) Dada a equação diferencial, que representa o sistema físico, deve-se isolar o termo com derivada de maior ordem:
Exemplo: dada a equação diferencial, $7d^2y/dt^2 + 2\ dy/dt + 3y = x$
Obtém-se: $d^2y/dt^2 = x/7 + 2\ dy/dt/7 + 3y/7$

2) Representa-se graficamente a equação obtida no item 1.



3) Integra-se a derivada de mais alta ordem até obter-se as outras variáveis necessárias à construção do diagrama.



Este diagrama pode ser implementado em um computador analógico, com amplificadores operacionais, ou também através de um computador digital usando um programa que simule blocos analógicos, como por exemplo o SIMULINK, do MATLAB.

II. SERVOMECANISMOS

1 - INTRODUÇAO

Sistema é um conjunto de componentes que atuam interligados para atingir um certo objetivo.

Todo sistema possui uma entrada, uma saída e executa alguma operação.

EXEMPLO: Um televisor pode ser representado como um sistema, onde as ondas eletromagnéticas correspondem ao sinal de entrada, a imagem e o som correspondem ao sinal de saída, e o televisor tem a função de separar as informações transmitidas através das ondas eletromagnéticas para que sejam mostradas corretamente em cada canal.

Os sistemas podem ser representados graficamente por diagramas em blocos (Fig. 1).

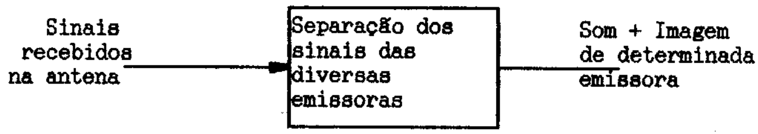


Figura 1. Sistema de Televisão

Os sistemas podem ser classificados em malha aberta e malha fechada.

MALHA ABERTA: nos sistemas em Malha Aberta a saída é apenas função do sinal de entrada. A ação de controle depende apenas da entrada (Fig. 1).

MALHA FECHADA: nos sistemas em malha fechada, a saída depende não apenas da entrada, mas também da própria saída. Isto é, a ação de controle é função da diferença entre a informação da entrada e uma amostra da saída. Este tipo de sistema é chamado de Sistema Realimentado (FEEDBACK) (Fig. 2). A palavra FEEDBACK significa RETROALIMENTAR (FEED = alimentar; BACK = para trás), mas o termo mais utilizado é REALIMENTAR.

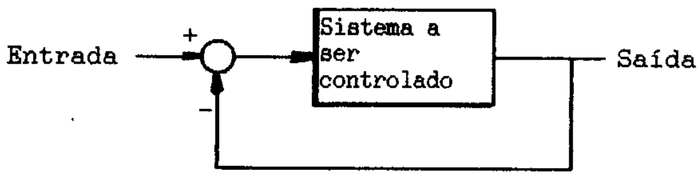


Figura 2. Sistema Realimentado

O sistema de controle de temperatura das geladeiras é um exemplo de sistema realimentado, pois quando a temperatura interna da geladeira atinge o valor definido pelo reostato, o sistema de refrigeração é desligado. Quando a temperatura interna aumenta, o sistema de refrigeração é novamente ligado. Este processo continua de tal forma que a temperatura interna fique em torno do valor desejado.

2. SISTEMAS REALIMENTADOS

Os sistemas realimentados(FEEDBACK) podem ser classificados em dois tipos: REGULADORES E SERVOMECANISMOS.

Servomecanismos são sistemas realimentados onde a saída é uma velocidade, posição ou aceleração.

Reguladores são sistemas realimentados onde a entrada é mantida constante para que a saída seja também constante.

Mas em algumas situações não é tão simples classificar um sistema nestas duas categorias, pois o mesmo sistema realimentado em certas ocasiões se comporta como um Servomecanismo e em outras situações como um regulador. Desta forma é muito comum referir-se a ***qualquer sistema realimentado como um servomecanismo.***

Um exemplo típico de sistema que só funciona com realimentação é o ato de dirigir um automóvel. Controlar um carro em malha aberta é dirigir de olhos fechados. Neste caso não existe informação de que o carro esteja na rota correta.

Quando dirigimos um carro com os olhos abertos estamos controlando o sistema em malha fechada. Neste caso a pessoa avalia a posição do automóvel na estrada através dos olhos. Se o automóvel tende a sair da estrada ocorre um erro de posição que a pessoa detecta visualmente, e usa os braços para girar o volante de direção para colocar o carro na posição correta na estrada.

O ato de dirigir é um sistema que pode ser classificado como servomecanismo ou como regulador, dependendo da situação.

Quando a estrada é uma linha reta, e ocorrem perturbações como o vento, defeitos na estrada que tendem à desviar o carro, o motorista apenas ajusta o volante para compensar estas variações. O sistema atua como um regulador.

Quando a estrada muda rapidamente através de curvas, o motorista procura acompanhar a posição da estrada alterando o volante de direção. O sistema atua como um servomecanismo.

Resumindo, se a referência do sistema realimentado é constante, o sistema atua como um regulador. Se a referência do sistema realimentado varia, o sistema atua como um servomecanismo.

Para fazer a realimentação é necessário tirar uma amostra da informação da saída e comparar com um valor de referência (Fig. 3).

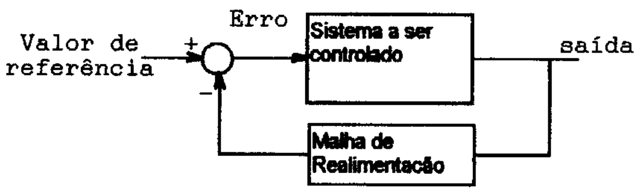


Figura 3. Sistema Realimentado

O sinal de erro é obtido pela subtração do sinal de referência com a amostra do sinal de saída. Então, erro = (Referência - Saída).

Este sinal de erro é aplicado ao sistema e como resultado obtém-se um novo valor na saída. Este processo continua indefinidamente.

Ao se fazer a realimentação, os sistemas podem tornar-se estáveis ou instáveis. Os sistemas estáveis atingem um ponto de equilíbrio e permanecem neste estado. Sistemas instáveis não possuem ponto de equilíbrio.

No projeto de sistemas realimentados, deve-se verificar a condição de estabilidade. Sistemas instáveis, na maioria das vezes, não tem utilidade prática. Obs:

existem situações que se projeta um sistema instável, isto acontece quando se quer obter um oscilador de freqüências.

4. CONCLUSAO

o termo FEEDBACK é usado para indicar que o resultado de alguma ação é continuamente avaliado. Feedback é a ação de retirar uma amostra da saída, compara-la com um elemento de referência, e em função deste valor alterar novamente a saída para obter o valor desejado.

A grande maioria dos processos existentes no cotidiano possui algum tipo de realimentação. Desde a análise do equilíbrio entre presas e predadores num ecossistema, até processos econômicos inflacionários podem ser descritos matematicamente e analisados como servomecanismos.

Como exemplo de sistemas realimentados (malha fechada), pode-se destacar o foco automático de câmaras filmadoras, sistemas de controle em aviões, controle de foguetes, controle de posição de antenas, controle de satélites, sistema de suspensão ativa de automóveis, geração e distribuição de energia elétrica, etc.

III. MODELO DO MOTOR DC

O modelo do motor DC é mostrado na figura 1:

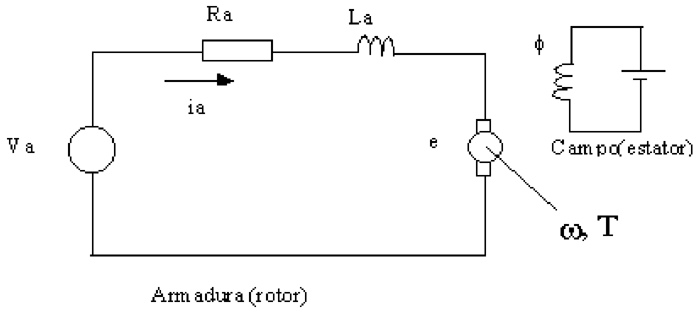


Figura 1

Onde:

R_a - resistência de armadura (Ω) L_a - indutância de armadura (H) e - força contra eletromotriz V_a - tensão de armadura (V)	J - momento de inércia do motor e carga (Kg m^2) f - coeficiente de atrito viscoso (N/m/s) ω - velocidade angular do motor (rad/s) i_a - corrente de armadura (A)

Atrito viscoso (f): o atrito ocorre quando há movimento, ou tendência de movimento entre dois elementos. O **atrito viscoso (amortecimento)** caracteriza o elemento que absorve energia. Ele é proporcional à diferença de velocidade entre os dois corpos.

Momento de inércia (J): é uma indicação da propriedade de um elemento que armazena a energia cinética do movimento de rotação. A inércia depende da composição geométrica em torno do eixo de rotação e de sua densidade.

Torque (conjugado): para acelerar uma carga com inércia J à uma velocidade final ω o motor deve desenvolver um torque: $T=J.\ d\omega/dt$

O motor é formado por fios enrolados em núcleo móvel, o rotor. Este enrolamento terá uma indutância (L_a) e uma resistência (R_a).

As equações do motor DC podem ser obtidas a partir da figura 1: $\mathbf{V_a = L_a\, di_a/dt + R_a\, i_a + e}$

Como o movimento de rotação da armadura é induzida uma tensão (**e**), que é proporcional ao produto do fluxo pela velocidade de rotação, que é chamada de **força contra-eletromotriz** pois sua polaridade se opõe à tensão aplicada V_a:

$\mathbf{e = K_{b1}.\ \omega\ \phi}$	Como o fluxo é constante, e fazendo $K_b = K_{b1}.\ \phi$: $e = K_b.\ \omega$

Onde k_b - constante de tensão (V/rad/s)

O torque eletromagnético depende do fluxo do enrolamento do estator e da corrente de armadura: $T = K_{t1}\ i_a\ \phi$. Como vamos usar um motor DC cujo estator é um imã permanente, e consequentemente o fluxo é constante ($K_t = K_{t1}.\phi$), o torque é dado por:

$T = K_t\ i_a$	Onde: T- torque eletromagnético Kt - constante de torque ϕ - fluxo magnético

O torque da carga é dado por:

$T_c = J d\omega/dt + f\omega$

Para o sistema estar em equilíbrio, o torque eletromagnético deve ser igual ao torque da carga:

$K_t\ i_a = J d\omega/dt + f\omega$

Supondo o atrito viscoso desprezível, obtém-se as equações:

$V_a = L_a\, di_a/dt + R_a\, i_a + e$	$K_t\ i_a = J d\omega/dt$

Que ainda podem ser escritas como:

$i_a = (J / K_t) d\omega/dt$	$V_a = (L_a\, J / K_t) d^2\omega/dt^2 + R_a\, (J / K_t)\, d\omega/dt + K_b.\omega$

Exemplo: A partir dos parâmetros do motor, obtenha a função de transferência:

$R_a = 1{,}2\ \Omega$ $L_a = 10$ mH	J= 0,208 Kg. m^2 $K_b = K_t = 1{,}21$ Vs/rad	f=0

$Va = d^2\omega/dt^2\ 1{,}719\ 10^{-3} + d\omega/dt\ 0{,}2063 + \omega 1{,}21$

Aplicando a transformada de Laplace:

$Va = s^2\omega\ 1{,}719\ 10^{-3} + s\omega\ 0{,}2063 + \omega\ 1{,}21$

$Va = \omega\ (s^2 1{,}719\ 10^{-3} + s\ 0{,}2063 + 1{,}21\ )$

$$\frac{\omega}{va} = \frac{581{,}7}{s^2 + s120 + 703} = \frac{581{,}7}{(s + 113{,}8)(s + 6{,}17)}$$

$\omega/va = 581{,}7 / (s^2 + s120 + 703)$

Exercício: Iremos simular o motor DC no simulador do matlab, que é o programa simulink. Entre no programa MATLAB. Digite a palavra SIMULINK. Dada a função de transferencia do motor DC:
$\omega/Va = 580/((s+114)(s+6))$, aplique um degrau com amplitude 12 e verifique a saída.

1ª Experiência: Identificação dos parâmetros de um motor DC

Introdução:

Um motor DC pode ser modelado como um sistema com dois pólos, onde um dos pólos representa as características mecânicas e o outro pólo as características elétricas do motor DC.

A função de transferência do motor é mostrada a seguir:

$$Ve \longrightarrow \boxed{\frac{K}{(s + pe)(s + pm)}} \longrightarrow \omega$$

Para se fazer a leitura da velocidade angular (ω) necessitamos colocar um transdutor no eixo do motor, de tal forma que nos forneça uma tensão proporcional à velocidade do eixo do motor. Será colocado um gerador DC acoplado no eixo do motor, que irá fazer o papel de um taco-gerador.

A função de transferência completa é mostrada a seguir:

$$Ve \longrightarrow \boxed{\frac{K}{(s + pe)(s + pm)}} \xrightarrow{\omega} \boxed{Kg} \longrightarrow Vs$$

Onde: pe – pólo elétrico do motor
pm – pólo mecânico do motor

A função de transferência total pode ser escrita como:

$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{Kt}{(s + pe)(s + pm)}$$

Identificação do pólo mecânico

Inicialmente vamos ignorar o pólo elétrico, pois sua constante de tempo é muito pequena e ele rapidamente atinge o regime permanente.

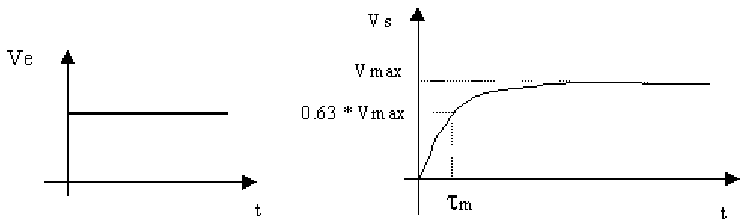
Em algumas situações é possível desprezar o pólo elétrico e fazer a análise levando-se em conta apenas o pólo mecânico.

Desta forma vamos supor que nosso sistema possui apenas o pólo mecânico. A função a ser identificada é mostrada a seguir.

$$G'(s) = \frac{K_m}{(s + p_m)}$$

Onde Km refere-se ao ganho relativo apenas à característica mecânica do motor.

Ao ser aplicado um degrau na entrada, teremos a seguinte forma de onda na saída:



Onde τ_m é a constante de tempo mecânica, e é o inverso do pólo mecânico:

$$\tau_m = 1/p_m$$

Lembrando o teorema do valor final:

$$\lim_{t \to \infty} g(t) = \lim_{s \to 0} s.G(s)$$

Supondo a aplicação de um degrau de valor 12 (isto é aplicamos 12 V na entrada do motor). Isto significa que: Ve = 12/s

O valor da saída em regime permanente será de:

$$Vs(\infty) = \lim_{s \to 0} s.G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s\ Km}{(s + p_m)} \frac{12}{s} = \frac{Km\ .12}{p_m}$$

Desta forma, o valor da constante de ganho mecânica será:

$$km = \frac{Vs(\infty)\ .\ p_m}{12}$$

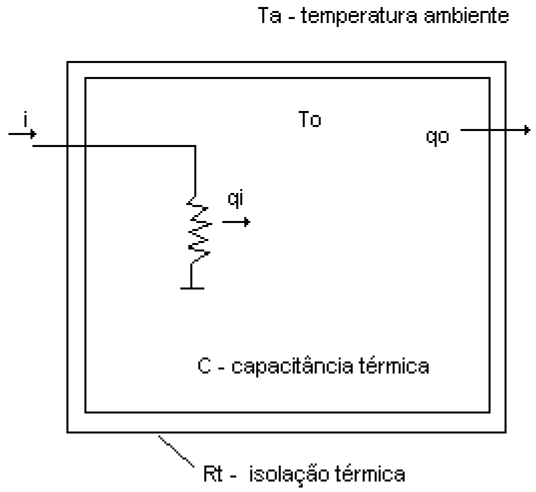
A função de transferência do motor DC, levando em conta apenas o pólo mecânico será dada por (**preencha com os valores medidos**):

$$G'(s) = \frac{\boxed{}}{(s + \boxed{}}$$

$$G'(s) = \frac{K_m}{(s + p_m)}$$

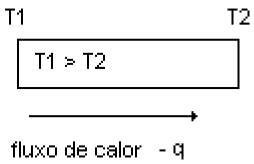
IV. SISTEMA TÉRMICO

Dada uma câmara, com a seguinte configuração:



Vamos buscar uma maneira de fazer o modelamento desse sistema.

DEFINIÇÃO DE RESISTÊNCIA TÉRMICA
Dado um material onde haja um fluxo de calor.



onde T=temperatura e q=fluxo de calor.
R=(T1 - T2)/q

FLUXO DE CALOR

A diferença entre o calor fornecido e o calor perdido através das paredes é igual ao calor dentro da câmara:

$q_i - q_o$ = calor armazenado na câmara

O calor acumulado dentro da câmera é proporcional à taxa de variação da temperatura na câmara, onde: C - capacitância térmica do meio dentro da câmara.

Então:

$$q_i - q_o = C\, dT_o/dt \qquad (1)$$

onde: qi=calor fornecido pela resistência
O fluxo de calor através das paredes da câmara é:

$$q_o = (T_o - T_a)/R \qquad (2)$$

R - resistência térmica da parede
A substituindo de (2) em (1):

$q_i - (T_o - T_a)/R = C\, dT_o/dt$

$q_i - T_o/R + T_a/R = C\, dT_o/dt$

$Rq_i - T_o + T_a = RC\, dT_o/dt$

$Rq_i + T_a = RC\, dT_o/dt + T_o$

Aplicando a Transformada de Laplace:

$$Rq_i + T_a = SRC\,T_o + T_o \qquad \text{equacao 3}$$

Note que para esse sistema a entrada é q_i e a saída é T_o. Mas não é possível escrever na forma de função de transferência devido ao termo Ta.

Para resolver este problema defini-se a resistência térmica da câmara (Rte), como sendo:

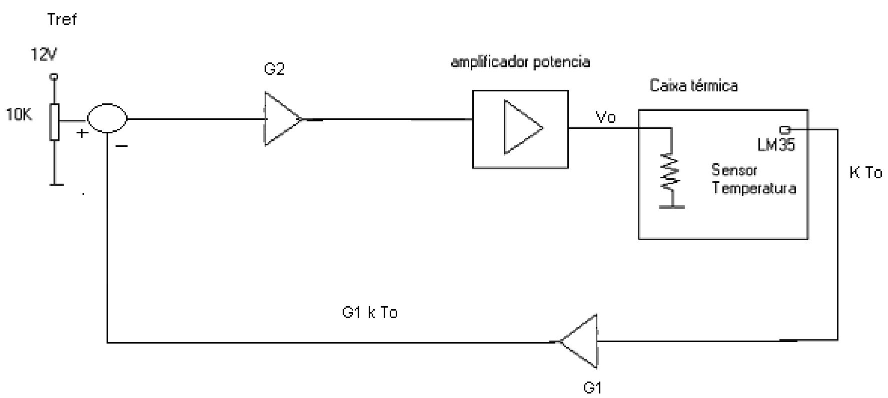
$$Rte = \frac{R\,qi + Ta}{q_i} \qquad \text{equacao 4}$$

Substituindo (4) em (3)

$Rte\ q_i = SRC\,T_o + T_o$

$$\frac{T}{q_i} = \frac{Rte}{1 + SCR}$$

Parte Prática: Analise o sistema Térmico



V. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1) DISTEFANO, Joseph; STUBBERUD, Allen; WILLIAMS Ivan. **Sistemas de Retroação e Controle**. Coleção Schaum :Editora McGraw-Hill, 1978.

2) SOKOLOFF, Leonard & GAYAKWAD, Ramakant, **Analog and Digital Control Systems,** Prentice-Hall International

3) NISE, Norman, **Engenharia de Sistemas de Controle**, 3ª edição, LTC