UNICAMP – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
EA-722 Laboratório de Controle e Servomecanismos

Experiência 1: **Fundamentos de Realimentação: Simulação dos Modelos do ECP em Malha Fechada**

1 de março de 2005

Sumário

1 Introdução **2**

2 Emulador Industrial **2**

2.1 Preliminares para a Simulação do Modelo 4

2.2 Procedimento experimental 5

3 Sistema Retilíneo **8**

3.1 Preliminares para a Simulação do Modelo 10

3.2 Procedimento experimental 11

4 Sistema Torcional **13**

4.1 Preliminares para a Simulação do Modelo 15

4.2 Procedimento experimental 16

5 Pêndulo Invertido **18**

5.1 Preliminares para a Simulação do Modelo 21

5.2 Procedimento experimental 22

6 Levitador Magnético **25**

6.1 Preliminares para a Simulação do Modelo 29

6.2 Procedimento experimental 30

1 Introdução

O objetivo desta experiência inicial é o estudo preliminar de sistemas de controle através da simulação dos modelos dos sistemas "Educational Control Products"(ECP). Nesta experiência verifica-se qualitativamente as vantagens da realimentação, do ponto de vista de rastreamento do sinal de referência, denominado *comportamento servo* do sistema controlado; e de atenuação de sinais de distúrbios que possam atingir o sistema, conhecido como *comportamento regulador* do sistema controlado.

Com base nos modelos linearizados serão feitos projetos de controladores simples: em malha aberta e em malha fechada do tipo proporcional. O desempenho quanto ao comportamento servo e regulador serão comparados via simulação, observando estas propriedades fundamentais de sistemas de controle. O controle em malha fechada é realizado através de um controlador simples, do tipo proporcional, e o amortecimento do sistema é aumentado através de realimentação de velocidade, que simula matematicamente uma alteração da viscosidade do meio onde ocorrem os movimentos. Também o efeito de um pré-filtro adicional sobre a resposta ao degrau do sistema em malha aberta é estudado.

As simulações servem como ferramenta auxiliar e guia para os projetos de controle a ser implementados nos sistemas ECP nas próximas experiências desta disciplina, cujo objetivo é a implementação de vários algoritmos de controle e o estudo da sua eficácia, dependendo da aplicação a que se destina.

Essa experiência deve ser acompanhada pela leitura do texto [1], para a revisão dos conceitos essenciais ao aproveitamento dessa disciplina; os quais sejam:

1. Funções de transferência [1, sec.1];
2. Diagramas e álgebra de blocos [1, sec.2];

além da introdução dos seguintes conceitos básicos:

1. Sistemas de controle em malha aberta e malha fechada [1, sec.3];
2. Redução de sensibilidade aos parâmetros da planta [1, sec.4.1];
3. Redução de sensibilidade a pertubações na saída [1, sec.4.2].

2 Emulador Industrial

Para o sistema emulador industrial demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem perturbações na planta. O emulador industrial deverá estar configurado da seguinte maneira:

- Discos de atuação e carga conectados pelo dispositivo SR;

- Relação de engrenagens 4:1 (24 dentes na atuação e 36 dentes na carga). Correias # 140 e # 260;
- Nenhuma inércia adicional sobre os discos.

Para outras configurações que serão adotadas em futuras experiências bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo, bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$\begin{cases} J_d^*\ddot{\theta}_1 + c_d^*\dot{\theta}_1 = T_d \\ \theta_2 = \dfrac{\theta_1}{g_r} \end{cases} \tag{1}$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{s(J_d^* s + c_d^*)} \tag{2}$$

onde k_{hw} é o ganho de hardware do emulador e J_d^* e c_d^* são, respectivamente, o momento de inércia e o atrito viscoso equivalentes na configuração adotada:

$$J_d^* = J_d + J_l(gr)^{-2}, \qquad c_d^* = c_d + c_l(gr)^{-2},$$

onde J_d e J_l são os momentos de inércias dos discos de atuação e de carga, c_d e c_l são os coeficientes de atrito viscoso dos discos de atuação e de carga e gr é a relação de engrenagens.

Observe que as expressões acima refletem os parâmetros J_l e c_l da carga para a atuação. Além disso, como os atritos viscosos naturais dos discos (c_d, c_l) são muito pequenos, o atrito viscoso equivalente c_d^* também será bem pequeno. Nesta experiência, o amortecimento da planta será alterado artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado na Fig. 1.

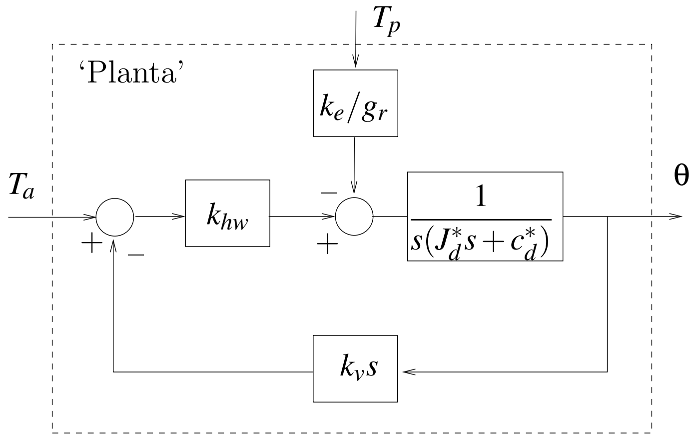


Figura 1: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. T_a: torque de acionamento (entrada servo); T_p: torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Fig. 2.

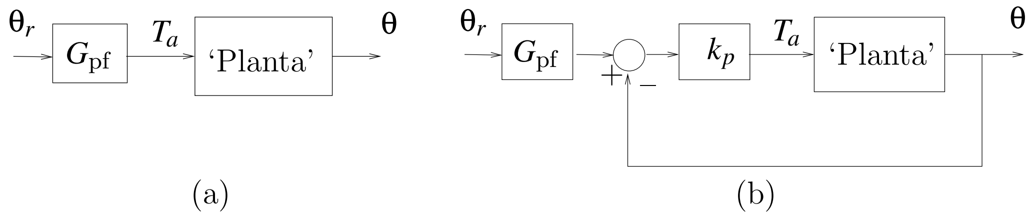


Figura 2: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. θ_r: entrada de referência, G_{pf}: função de transferência do pré-filtro, k_p: ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (T_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação T_p é em geral inacessível. A variável θ_r é o valor de referência para a variável de saída θ, e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

É natural então definirmos um sinal de erro, definido por:

$$e(t) = \theta_r(t) - \theta(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Fig. 2.b, gerando um torque de acionamento definido por $T_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) \tag{3}$$

onde $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

2.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Q01: Mostre que função de transferência $\theta(s)/T_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 1 para o problema do servo, será

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{hw}}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw}k_v)s} \tag{4}$$

onde: T_a é o torque gerado pelo controlador. ■

Q02: Mostre que função de transferência $\theta(s)/T_p(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional', da Fig. 1 para o problema do regulador, será

$$G'_{p_r}(s) = \frac{k_e/g_r}{J_d^* s^2 + (c_d^* + k_{hw}k_v)s} \tag{5}$$

onde: T_p é o torque gerado motor de distúrbio.

Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_d^* pode ser aumentado através da escolha de k_v. ■

Q03: Faça um programa Matlab utilizando os parâmetros do emulador industrial, contendo:

a) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 1, para o problema do servo, $G'_{p_s}(s)$. Utilize as funções Matlab `tf, dcgain`.

   Qual o significado para o erro em regime permanente do valor de $G'_{p_s}(0)$ ser infinito?

b) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 1, para o problema do regulador, $G'_{p_r}(s)$. O ganho de baixas freqüências $G'_{p_r}(0)$.

c) compare $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_r}(0)$.

d) a função de transferência de malha fechada de acordo com a Fig 2.b), com $G_{\text{pf}} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0,12$.

e) os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada θ_r em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (3).

f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Emulador:

$gr = 4$,	$k_{hw} = 5{,}7669$ (N-m/rad)
$J_l = 0{,}0063$,	$J_d = 4{,}0742\text{e-}004$ (kg-m^2)
$c_l = 0{,}005$,	$c_d = 7{,}3811\text{e-}004$ (N-m/rad/seg)
$k_v = 0{,}005$ (N-m/rad/seg),	$k_e = 16000/2\pi$ (counts/rad)

■

2.2 Procedimento experimental

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta**. (vide Fig. 2.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela equação (3) este erro tende para infinito, conforme verificado em **Q03.e)**. A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf}\,s}{1+0,01s}$$

onde k_{pf} é uma constante.

- **Controle em malha fechada**. (vide Fig. 2.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Q04: Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo). No programa Matlab da questão **Q03** inclua o pré-filtro cálculado com o ganho k_{pf}. ■

Q05: No controle em malha fechada, fixe $k_{pf} = 1$ e varie o valor de k_p em torno do valor 0,12 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando $k_p = 0,12$ e variando k_{pf} em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de k_p e k_{pf}. ■

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos ensaios em malha aberta, utiliza-se primeiro a conexão clássica e em seguida, uma conexão com pré-filtro. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada frente a um degrau de distúrbio na carga são também investigados.

1. Faça um programa Simulink do emulador de acordo com a configuração definida na Seção 2, a partir das funções de transferências já obtidas em **Q03**. No Simulink utilize os blocos em `/Continuous/Transfer Fcn`. No programa Matlab utilize o comando `sim` <arquivo.mdl> para executar a chamada dos programas Simulink arquivo.mdl;

2. Considere uma entrada em degrau de **8000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 8000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;

3. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com Ts=0,00442 s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,005$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,03$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$;

4. Plote a saída de posição, e a posição comandada (sinal de referência θ_r);

5. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine k_{pf} de tal forma que $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$[1]. Implemente o novo valor de k_{pf} e repita o passo 3, ajustando, **se necessário** o ganho k_{pf} para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p, utilizando os valores $k_p = \{0,06; 0,12; 0,18; 0,24\}$; e se necessário recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída;

6. Simule um torque de distúrbio na carga. Considere um degrau amplitude **0,65** [N-m], com duração de **1000 ms** (500 ms no valor zero e 500 ms no valor 1,5) e **2** repetições. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 5.

   Q06: As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique;

7. Responda as questões:

   Q07: Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho.

   Q08: Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p?

   Q09: Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada.

[1] No caso malha aberta, $G_a(s) \equiv G'_{p_s}(s)$ dada em (4), e no caso em malha fechada $G_a(s) \equiv G_f(s)$ deteminada em **Q03.e)**. Vide as Figs. 2.a e 2.b, respectivamente.

3 Sistema Retilíneo

Para o sistema retilíneo demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será a mola conectada entre o carro #1 e um obstáculo rígido. O sistema retilíneo deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Mola de dureza **média** conectando o atuador ao carro #1;
- Quatro massas de 500 g sobre o carro #1
- Carro #2 desconectado do carro #1.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = F(t) \tag{6}$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m_1s^2 + c_1s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \tag{7}$$

onde

k_{hw} – ganho de hardware	c_1 – atrito viscoso do sistema
m_1 – massa total do sistema	k_1 – constante de mola da mola média
m_{c1} – massa do carro #1	F – força aplicada através do motor
m_{w1} – massa sobre o carro #1	

Como o atrito viscoso inicial do carro #1 (c_1) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema em malha fechada da Fig. 3.

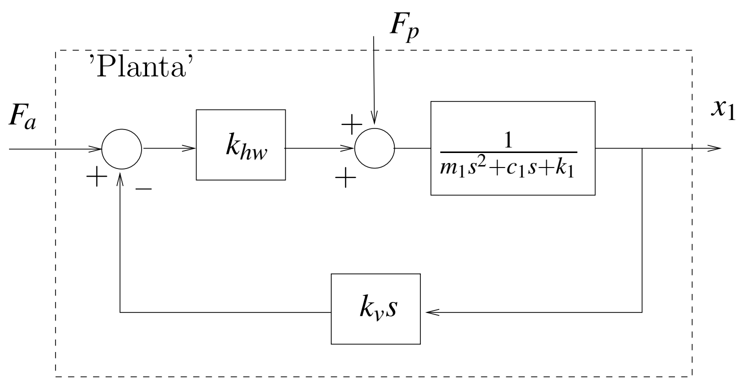


Figura 3: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a: força de acionamento (entrada servo); F_p: força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Fig. 4.

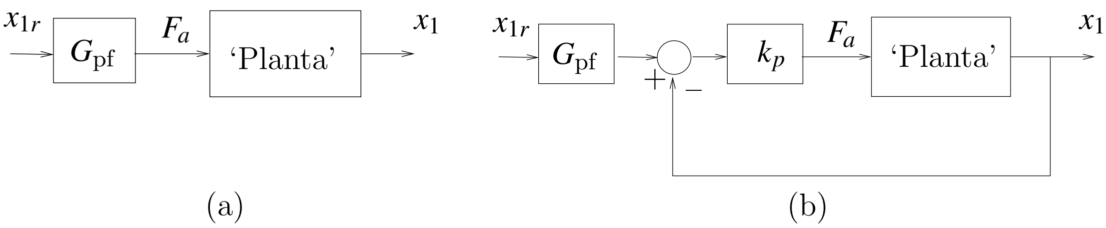


Figura 4: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. x_{1r}: entrada de referência, G_{pf}: função de transferência do pré-filtro, k_p: ganho do controlador proporcional.

A variável x_{1r} é o valor de referência para a variável de saída x_1, e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a), enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível para o controle.

É natural então definirmos um sinal de erro, definido por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Fig. 4.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) \tag{8}$$

onde $E(s) = X_{1r}(s) - X_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

Para o sistema retilíneo a entrada de perturbação F_p não é disponível[2]. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal $F_p(t)$) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

[2]Seria possível produzir uma perturbação F_p aplicando manualmente uma força ao carrinho. Contudo, essa força não seria mensurável com a presente instrumentação.

3.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Q01: Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 3, utilizando a mola média (k_1), será

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \tag{9}$$

onde: F_a é a força de acionamento gerada pelo controlador. ■

Q02: Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 3, com a mola trocada será

$$G'_{p_s^*}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1^*}, \quad m_1 = m_{c1} + m_{w1} \tag{10}$$

onde: $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$, e Δk_1 é a diferença entre a mola trocada e a mola inicial.

Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_1 pode ser aumentado através da escolha de k_v. ■

Q03: Faça um programa Matlab utilizando os parâmetros do sistema retilíneo, contendo:

a) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 3, para o problema do servo, $G'_{p_s}(s)$ quando $k_1^* = k_1$ (valor nominal) e $k_1^* = k_1 + \Delta k_1$ (valor perturbado). O cálculo do ganho de baixas freqüências $G'_{p_s}(0)$ e $G'_{p_s^*}(0)$.

   Utilize as funções Matlab `tf, dcgain`.

b) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 3, para o problema do regulador, $G'_{p_r}(s)$ quando $k_1^* = k_1$ (valor nominal). O ganho de baixas freqüências $G'_{p_r}(0)$.

c) compare $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_s^*}(0)$.

d) a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Fig 4.b), com $G_{\text{pf}} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0,12$.

e) os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada x_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (8).

f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Retilíneo:

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 14732 \text{ N/m} & \Delta k_1 &= 361{,}4 \text{ N/m} \\ m_{c1} &= 0{,}778 \text{ kg}, & c_1 &= 2{,}94 \text{ N/m/seg} \\ m_{w1} &= 4 \times 0,500 \text{ kg}, & k_v &= 0{,}005 \text{ N/m/seg} \\ k_1 &= 338{,}6 \text{ N/m} \end{aligned}$$ ■

3.2 Procedimento experimental

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta**. (vide Fig. 4.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem pertubações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
- **Controle em malha fechada**. (vide Fig. 4.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Q04: Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo). No programa Matlab da questão **Q03** inclua o pré-filtro cálculado com o ganho k_{pf}. ■

Q05: Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo. No programa Matlab da questão **Q03** inclua o cálculo de k_{pf}, como função de k_p. ■

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola (k_1) são também investigados.

1. Faça um programa Simulink do sistema retilíneo de acordo com a configuração definida na Seção 3, a partir das funções de transferências já obtidas em **Q03**. No Simulink utilize os blocos em `/Continuous/Transfer Fcn`. No programa Matlab utilize o comando `sim` $<$ arquivo.mdl $>$ para executar a chamada dos programa Simulink arquivo.mdl;
2. Considere uma entrada em degrau de **3000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 3000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;
3. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com Ts=0,00442 s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,005$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,03$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$;
4. Plote a saída de posição, e a posição comandada (sinal de referência x_{1r});

5. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine k_{pf} de tal forma que $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$[3]. Implemente o novo valor de k_{pf} e repita o passo 3, ajustando, **se necessário** o ganho k_{pf} para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p, utilizando os valores $k_p = \{0,03, 0,06, 0,12, 0,24\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída;

6. Simule a substituição da mola de dureza média pela de maior dureza (700 N/m), e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados, inclusive os parâmentros de controles de malha aberta e malha fechada (k_{pf} e k_p). Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 5.

   Q06: As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique;

7. Responda as questões:

   Q07: Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho.

   Q08: Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p?

   Q09: Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada.

[3]No caso malha aberta, $G_a(s) \equiv G'_{p_s}(s)$ dada em (9), e no caso em malha fechada $G_a(s) \equiv G_f(s)$ deteminada em **Q03.e)**. Vide as Figs. 4.a e 4.b, respectivamente.

4 Sistema Torcional

Para o sistema torcional demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo do sistema controlado, principalmente quando ocorrem variações em parâmetros da planta. O parâmetro a ser variado será o valor da mola torcional conectada entre o disco #1 e um obstáculo rígido. O sistema torcional deverá estar inicialmente configurado da seguinte maneira:

- Discos #1, #2 e #3 conectados à mola torcional;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: quatro massas de 500 g posicionadas a 9,0 cm do centro do disco;
- Discos #2 r #3 travados.

Para outras configurações, que serão adotadas em futuras experiências, bastará adaptar o programa de simulação e isto será feito na medida em que for necessário. Para a configuração acima descrita, o modelo bem como, a função de transferência da planta são dados por,

$$J_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 = T(t) \tag{11}$$

e

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{J_1s^2 + c_1s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \tag{12}$$

onde[4]

k_{hw} – ganho de hardware	c_1 – atrito viscoso do sistema
J_1 – momento de inércia total do sistema	k_1 – constante de mola do sistema
J_{d1} – momento de inércia do disco #1	T – Torque aplicado pelo motor
J_w – momento de inércia sobre o disco #1	

Como o atrito viscoso inicial do disco #1 (c_1) é muito pequeno, o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação derivativa, como ilustrado no sistema de controle em malha fechada da Fig. 5.

[4] A contribuição de cada massa adicional ao momento de inércia é $\left(md^2 + \frac{1}{2}mr^2\right)$ onde d é a distância dos pesos de massa $m = 0,5$ [kg] ao centro do disco, e $r = 4,95/2$ [cm] é raio destes pesos. Portanto $J_w = 4 \times \left(md^2 + \frac{1}{2}mr^2\right)$.

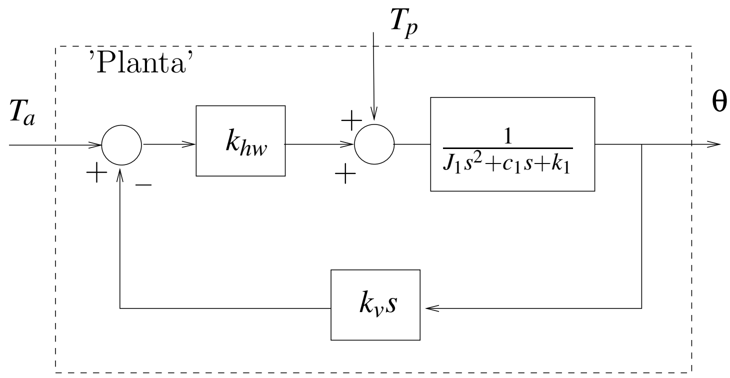


Figura 5: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. T_a: torque de acionamento (entrada servo); T_p: torque de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Fig. 6.

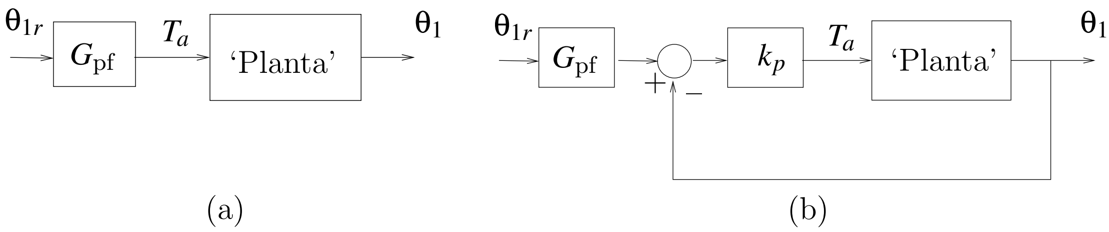


Figura 6: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. θ_{1r}: entrada de referência, G_{pf}: função de transferência do pré-filtro, k_p: ganho do controlador proporcional.

A variável θ_{1r} é o valor de referência para a variável de saída θ_1, e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema. Utiliza-se a entrada de acionamento ou entrada servo (T_a), enquanto a entrada de perturbação T_p é em geral inacessível para o controle.

É natural então definirmos um sinal de erro, definido por:

$$e(t) = \theta_{1r}(t) - \theta_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Fig. 6.b, gerando um torque de acionamento definida por $T_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) \tag{13}$$

onde $E(s) = \theta_{1r}(s) - \theta_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

Para o sistema torcional a entrada de perturbação T_p não é disponível[5]. Nesta experiência a análise do efeito de perturbação externa será realizada através da variação da rigidez da mola, isto é, no lugar de uma perturbação externa ao sistema (sinal $T_p(t)$) será produzida uma variação paramétrica, no caso uma alteração na rigidez da mola.

4.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Q01: Mostre que função de transferência $\theta_1(s)/T_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 5, utilizando a mola torcional (k_1), será

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \tag{14}$$

onde: T_a é o torque de acionamento gerada pelo controlador. ■

Q02: Mostre que função de transferência $\theta_1(s)/T_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 5, com a mola torcional alterada será

$$G'_{p_s^*}(s) = \frac{k_{hw}}{J_1 s^2 + (c_1 + k_{hw}k_v)s + k_1^*}, \quad J_1 = J_{d1} + J_w \tag{15}$$

onde: k_1^* é a constante da mola equivalente da associação das molas k_1 e k_3, isto é,

$$\frac{1}{k_1^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_3} \tag{16}$$

No experimento, essa variação da mola será conseguida com a retirada do disco #2.

Note que o coeficiente associado ao atrito viscoso c_1 pode ser aumentado através da escolha de k_v. ■

Q03: Faça um programa Matlab utilizando os parâmetros do sistema torcional, contendo:

a) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 5, para o problema do servo, $G'_{p_s}(s)$ quando a constante da mola apresenta o valor nominal k_1 e o valor perturbado k_1^*. O cálculo do ganho de baixas freqüências $G'_{p_s}(0)$ e $G'_{p_s^*}(0)$.

Utilize as funções Matlab `tf, dcgain`.

b) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 5, para o problema do regulador, $G'_{p_r}(s)$ quando a mola apresenta a constante k_1 (valor nominal). O ganho de baixas freqüências $G'_{p_r}(0)$.

[5] Seria possível produzir uma perturbação T_p aplicando manualmente um torque ao disco. Contudo, esse torque não seria mensurável com a presente instrumentação.

c) compare $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_s^*}(0)$.

d) a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Fig 6.b), com $G_{\text{pf}} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0,12$.

e) os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada x_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (13).

f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Torcional:

$$\begin{aligned} k_{hw} &= 17{,}57 \text{ (N-m/rad)}, & k_1 &= 2{,}684 \text{ N-m/rad}, \\ J_{d1} &= 2{,}38\text{e-}3 \text{ kg-m}^2, & k_3 &= 2{,}602 \text{ N-m/rad}, \\ c_1 &= 7{,}6\text{e}{-}3 \text{ N-m/rad/seg}, & k_v &= 2{,}5\text{e}{-}2 \text{ N-m/rad/seg}. \end{aligned}$$

■

4.2 Procedimento experimental

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta**. (vide Fig. 6.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem pertubações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
- **Controle em malha fechada**. (vide Fig. 6.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Q04: Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo). No programa Matlab da questão **Q03** inclua o pré-filtro cálculado com o ganho k_{pf}. ■

Q05: Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo. No programa Matlab da questão **Q03** inclua o cálculo de k_{pf}, como função de k_p. ■

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da constante de mola (k_1) são também investigados.

1. Faça um programa Simulink do sistema torcional de acordo com a configuração definida na Seção 4, a partir das funções de transferências já obtidas em **Q03**. No Simulink utilize os blocos em `/Continuous/Transfer Fcn`. No programa Matlab utilize o comando `sim` < arquivo.mdl > para executar a chamada dos programa Simulink arquivo.mdl;

2. Considere uma entrada em degrau de **1000** [counts], com duração de **2000** ms (1000 ms no valor 1000 e 1000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária;

3. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com Ts=0,00442 s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,025$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,12$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$;

4. Plote a saída de posição, e a posição comandada (sinal de referência θ_{1r});

5. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine k_{pf} de tal forma que $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$[6]. Implemente o novo valor de k_{pf} e repita o passo 3, ajustando, **se necessário** o ganho k_{pf} para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p, utilizando os valores $k_p = \{0,12, 0,24, 0,48, 0,96\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída;

6. Simule a alteração da mola nominal (curta) retirando o disco #2[7], e mantenha todos os demais parâmetros do sistema inalterados. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 5.

   Q06: As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique;

7. Responda as questões:

   Q07: Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho.

   Q08: Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p?

   Q09: Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada.

[6] No caso malha aberta, $G_a(s) \equiv G'_{p_s}(s)$ dada em (14), e no caso em malha fechada $G_a(s) \equiv G_f(s)$ deteminada em **Q03.e)**. Vide as Figs. 6.a e 6.b, respectivamente.

[7] Os segmentos de mola torcional entre os discos #1 e #2, e entre os discos #2 e #3 tem os valores de constante de torção k_1 e k_3, respectivamente. Assim a mola total entre os discos #1 e #3 passa a ter rigidez dada pela equação (16).

5 Pêndulo Invertido

Para o pêndulo invertido demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O modelo não linear do pêndulo invertido foi apresentado na Experiência 4, seção 2.1.4. da disciplina EA-617. Reproduzimos abaixo, através das equações (17) e (18), o referido modelo, acrescentando a ação do atrito viscoso c_1 entre a barra deslizante e o ar.

$$\bar{J}(\ddot{x}+\frac{c_1}{m_1}\dot{x})-J^*x\dot{\theta}^2-2m_1\ell_o x\dot{x}\dot{\theta}+(m_2\ell_o\ell_c-\bar{J})g\sin\theta+m_1\ell_o gx\cos\theta=\frac{J^*}{m_1}F(t) \tag{17}$$

$$\bar{J}\ddot{\theta}+c_r\dot{\theta}+2m_1x\dot{x}\dot{\theta}+m_1\ell_o x\dot{\theta}^2-m_2\ell_c g\sin\theta-m_1gx\cos\theta=-\ell_o F(t) \tag{18}$$

Como já visto, as equações (17) e (18) caracterizam um sistema intrinsecamente não-linear, e linearizações em torno do ponto de equilíbrio $\theta_e = x_e = 0$ são necessárias para obter-se modelos lineares válidos. O modelo linearizado nesse ponto de equilíbrio é descrito pelas equações

$$\bar{J}(\ddot{x}+\frac{c_1}{m_1}\dot{x})+m_1\ell_o gx+(m_2\ell_o\ell_c-\bar{J})g\theta=\frac{J^*}{m_1}F(t) \tag{19}$$

$$\bar{J}\ddot{\theta}+c_r\dot{\theta}-m_1gx-m_2\ell_c g\theta=-\ell_o F(t) \tag{20}$$

onde

$$\begin{aligned}
m_1 &= m_{1o}+m_{w1}\\
m_2 &= m_{2o}+m_{w2}\\
\ell_c &= (m_{w2}\ell_{w2}+m_{2o}\ell_{co})/m_2\\
\bar{J} &= J_0^*+m_{w2}(\ell_{w2})^2\\
J^* &= J_0^*+m_1\ell_o^2+m_{w2}(\ell_{w2})^2
\end{aligned}$$

x: deslocamento linear da haste deslizante,
θ: deslocamento angular da haste principal,
$F(t)$: força aplicada à haste deslizante,
m_{1o}: massa da haste deslizante,
m_{w1}: massa dos pesos na haste deslizante ("orelhas"),
ℓ_o: distância com sinal da haste deslizante ao pivot,
e m_{w2}: massa do contrapeso,
ℓ_{w2}: distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável),
m_{2o}: massa da haste principal,
ℓ_{co}: distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot,
J_0^*: momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso),
c_1: coeficiente de atrito viscoso entre a haste deslizante e o ar,
c_r: coeficiente de atrito viscoso entre a haste rotacional e o ar.

O pêndulo invertido deverá estar na **configuração estável**, isto é, a distância do contra-peso ao ponto de pivoteamento deve ser de **10 cm**[8]. Os pesos nas extremidades da haste deslizante também deverão estar presentes. Esta configuração permitirá que o pêndulo retorne à posição de equilíbrio $x_e = 0$, $\theta_e = 0$ após pequenos deslocamentos da haste.

Nesta experiência, considera-se apenas o controle proporcional de posição da haste deslizante do pêndulo inicialmente sem presença de distúrbio e depois com a presença de uma força de distúrbio. Para isso vamos considerar, numa primeira etapa, a **Haste Rotacional Travada**, ou seja, haverá movimento somente da haste deslizante. Numa segunda etapa o movimento da Haste Rotacional será liberado e com isso observa-se que devido a uma ligeira inclinação desta a Haste Deslizante estará sob a ação de uma força adicional, com relação ao **Caso Travado** e que vamos considerar, nesta experiência particularmente, como força de distúrbio $F_p(t)$ ao movimento livre da haste deslizante.

Observe que na situação **Haste Rotacional Travada** teremos $\theta \equiv 0$, $\dot{\theta} \equiv 0$ e $\ddot{\theta} \equiv 0$. Nesta situação pode-se deduzir das equações (19) e (20) que o movimento da Haste Deslizante é descrito pela equação (21).

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F(t) \tag{21}$$

Na situação **Haste Rotacional Destravada** a ação do distúrbio $F_p(t)$ transforma a equação (21) em

$$m_1 \ddot{x} + c_1 \dot{x} = F_a(t) + F_p(t) \tag{22}$$

A função de transferência do **comportamento do servo** será então

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + c_1 s}, \quad k_{hw} = k_s k_f k_x \tag{23}$$

onde

$F(s)$ – força aplicada à haste
$X(s)$ – deslocamento linear da haste
k_{hw} – ganho de hardware
m_1 – massa da haste deslizante incluindo as "orelhas"

Para diminuir o comportamento oscilatório da haste, e melhor ressaltar o efeito do distúrbio, introduz-se alterações no amortecimento na planta artificialmente através de realimentação derivativa, como ilustrado diagrama da Fig. 7. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado "simulando-se matematicamente uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre".

[8]Esta posição do contrapeso corresponde a um valor de $\ell w2 = -13,75$ cm.

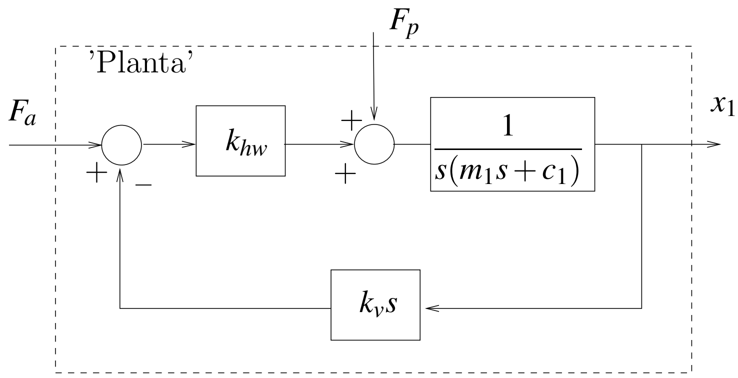
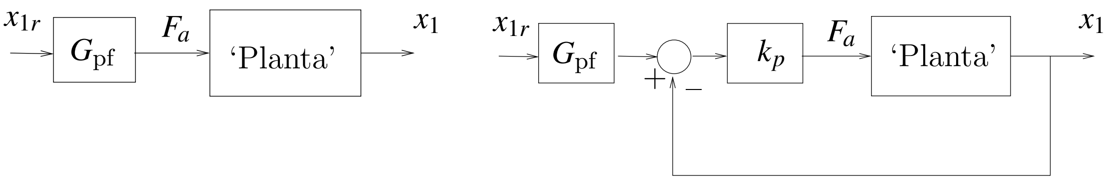


Figura 7: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a: força de acionamento (entrada servo); F_p: força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Fig. 8.



(a) (b)

Figura 8: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. x_{1r}: entrada de referência, G_{pf}: função de transferência do pré-filtro, k_p: ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível. A variável x_{1r} é o valor de referência para a variável de saída x_1, e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

É natural então definirmos um sinal de erro, definido por:

$$e(t) = x_{1r}(t) - x_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Fig. 8.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.

No estudo de controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) \tag{24}$$

onde $E(s) = \theta_r(s) - \theta(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

5.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Lembrete: As simulações a seguir dizem respeito ao sistema pêndulo invertido configurado com a haste rotacional travada.

Q01: Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_a(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig. 7 para o problema do servo, será

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{hw}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v)s} \tag{25}$$

■

Q02: Mostre que função de transferência $X_1(s)/F_p(s)$ da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional', da Fig. 7 para o problema do regulador, será

$$G'_{p_r}(s) = \frac{1}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{hw} k_v)s} \tag{26}$$

onde a simulação do aumento do atrito viscoso pode ser controlada através da escolha de k_v. ■

Q03: Faça um programa Matlab utilizando os parâmetros do pêndulo invertido, contendo:

a) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 7, para o problema do servo, $G'_{p_s}(s)$. Utilize as funções Matlab `tf, dcgain`.

   Qual o significado para o erro em regime permanente do valor de $G'_{p_s}(0)$ ser infinito?

b) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 7, para o problema do regulador, $G'_{p_r}(s)$. O ganho de baixas freqüências $G'_{p_r}(0)$.

c) compare $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_r}(0)$.

d) a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Fig 8.b), com $G_{\text{pf}} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 0,2$.

e) os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada x_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (24).

f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Pêndulo:

$$\begin{aligned} J_0^* &= 0{,}024264 \text{ kg.m}^2 & \ell_{w2} &= \text{-}0{,}1375 \text{ m} \\ g &= 9,8m/s^2 & \ell_0 &= 0{,}33 \text{ m} \\ c_1 &= 0{,}2254 \text{ Ns/m} & k_a &= 2546 \\ c_r &= 0{,}0144 \text{ Nms/rad} & k_x &= 50200 \\ m_1 &= 0{,}2376 \text{ kg} & k_f &= 0{,}0013 \\ k_v &= 0{,}01 \text{ Ns/m} & k_s &= 32 \\ m_{w2} &= 1 \text{ kg} & k_{hw} &= k_s k_f k_x \text{ N/m} \\ m_{2o} &= 0{,}785 \text{ kg} & \ell_{co} &= 0{,}071 \text{ m} \end{aligned}$$

■

5.2 Procedimento experimental

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta**. (vide Fig. 8.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de tornar pequeno (limitado) o erro de regime para uma entrada em degrau, uma vez que pela função de transferência (25) este erro tende para infinito, conforme verificado em **Q03.e)**. A função de transferência sugerida para o pré-filtro é

$$G_{pf}(s) = \frac{k_{pf}\,s}{1+0,01s} \tag{27}$$

  onde k_{pf} é uma constante.

- **Controle em malha fechada**. (vide Fig. 8.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Q04: Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo). No programa Matlab da questão **Q03** inclua o pré-filtro cálculado com o ganho k_{pf}. ■

Q05: No controle em malha fechada, fixe $k_{pf} = 1$ e varie o valor de k_p em torno do valor 0,2 e observe o erro de regime. Repita o procedimento fixando $k_p = 0,2$ e variando k_{pf} em torno do valor anterior. Calcule o erro em regime em função de k_p e k_{pf}. ■

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Nos dois casos utiliza-se o pré-filtro para tentar anular o erro de regime. Em malha aberta o pré-filtro é dado pela equação (27), e em malha fechada $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Observe que nos modelos não-linear e linearizado sem travamento da haste rotacional, uma força gravitacional atua sobre a haste deslizante quando o ângulo $\theta \neq 0$. Considere essa força como um distúrbio atuando sobre o sistema (vide Fig. 7).

1. Faça um programa Simulink para simular o modelo linear do Pêndulo Invertido com a **Haste Rotacional Travada** de acordo com a equação (23). No Simulink utilize os blocos em `/Continuous/Transfer Fcn`;

2. Utilize um programa Simulink disponível no laboratório para simular o modelo não-linear do Pêndulo Invertido, de acordo com as equações (17) e (18). Para completar a malha de acionamento é preciso lembrar como estão distribuídos os ganhos de hardware k_f, k_s, k_x e k_a[9];vide a Fig. 9;

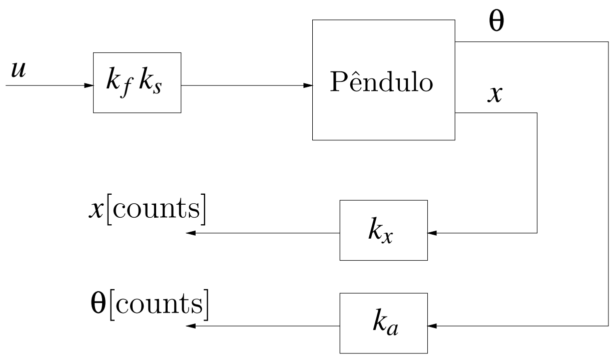


Figura 9: Diagrama de blocos para o modelo completo do Pêndulo (não-linear).

3. Faça um programa Simulink para simular o modelo linearizado, em torno do ponto $x(0) = 0$, de acordo com as equações (19) e (20). Inclua as constantes k_f, k_s, k_x e k_a como na Fig. 9;

4. Utilize o programa Matlab contendo os parâmetros do sistema, feito na questão **Q03** como programa monitor para chamar os programas Simulink feitos nos itens 1, 2 e 3. No programa Matlab utilize o comando `sim` $<$ arquivo.mdl $>$ para executar a chamada dos programa Simulink arquivo.mdl;

5. Considere como entrada um degrau, com amplitudes:

   (a) **500** [counts], com duração de **4000** ms (2000 ms no valor 500 e 2000 ms no valor zero), e uma repetição em direção contrária,

   (b) **2000** [counts], com duração de **4000** ms (idem) e uma repetição em direção contrária;

6. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com Ts=0,001768 s. Introduza nos três modelos utilizados, o atrito viscoso adicional através da realimentação de velocidade com $k_v = 0,01$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,05$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$;

[9]Para maiores detalhes vide o roteiro da Experiência 5 da disciplina EA-619.

7. Plote a saída de posição, e a posição comandada;

8. Introduza os seguintes valores para controlador proporcional, $k_p = \{0,1,0,2,0,4,0,8\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Repita os itens de 5 a 7 no que se refere ao controle em malha fechada;

9. Responda as questões:

   Q06: As respostas em malha aberta obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Justifique;

   Q07: De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado quando o controle é feito em malha aberta e em malha fechada?

   Q08: De que forma o comportamento regulador do sistema frente ao distúrbio na carga é afetado pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p no sitema de malha fechada e com relação à variação da posição comandada.

   Q09: Por que o erro de regime do controle em malha fechada do modelo não linear não é nulo? Comente a variação deste erro com relação à variação de kp e da posição comandada.

6 Levitador Magnético

Para o levitador magnético demonstra-se algumas vantagens da realimentação do ponto de vista do comportamento servo e do comportamento regulador do sistema controlado.

O levitador magnético deverá estar na configuração com um único disco (disco #1). O modelo não-linear que descreve o movimento do disco #1, quando há corrente tanto na bobina #1 como na bobina #2 é descrito na página 61 do Manual do ECP [3], e é apresentado a seguir, em unidades do **MKS**:

$$m_1\ddot{y}_1 + c_1\dot{y}_1 = \frac{u_1}{a(k_s y_1 + b)^4} - \frac{u_2}{a(y_c - k_s y_1 + b)^4} - m_1 g \tag{28}$$

onde:
m_1: é a massa do disco magnético #1, medido em $[kg]$;
c_1: é o coeficiente de atrito viscoso do disco #1 com o ar, medido em $[Ns/m]$;
y_1: é a altura do disco #1, medida em $[m]$;
u_1: é a corrente na bobina #1, medida em $[A]$;
u_2: é a corrente na bobina #2, medida em $[A]$;
y_c: é a distância entre as bobinas #1 e #2, medida em $[cm]$;
k_s: é a relação de metros para centrimetros, ou seja, $k_s = 100$;
a e b: são constantes que descrevem as propriedades físicas do atuador.

Observação Importante: As constantes a e b foram determinadas na Experiência 4 da disciplina EA-617. Os valores são a =8,8090e-005 e b =6,3690, quando as forças de interação magnética são medidas em [N], e a altura do disco é medida em [cm].

A compensação da não linearidade do sensor por calibração será utilizada nesta experiência, mas não a compensação da não linearidade do atuador. Com esta configuração pode-se assumir um modelo linearizado por série de Taylor, em torno de um ponto de operação y_{1_0}, conforme descrito em [3, Cap.5, p. 63]. Este modelo, quando considerado o ganho de calibração do sensor k_s, será dado pela seguinte equação diferencial, em unidades do **MKS**:

$$m_1\ddot{y}_1^* + c_1\dot{y}_1^* + k_1 y_1^* = k_{u_1}u_1^*(t) + k_{u_2}u_2^*(t) \tag{29}$$

onde:
$y_1^* = y_1(t) - y_{1_0}$: é o desvio em torno do ponto de operação, medido em [m];
$u_1^* = u_1(t) - u_{1_0}$: é o desvio de corrente, medido em [A], necessário para levar o disco até a referência de y_{1_0}, sendo u_{1_0} a corrente necessária para levar o disco até o ponto de operação y_{1_0} [m];
$u_2^* = u_2(t)$: aqui a força de interação magnética gerada pela bobina #2 é vista como uma força de perturbação.

As constantes k_1, k_{u_1} e k_{u_2} são as resultantes do desenvolvimento da equação (28) em série de Taylor e são dadas na forma,

$$k_1 = \frac{4k_s u_{1_0}}{a(k_s y_{1_0} + b)^5} \quad [N/m] \tag{30}$$

$$k_{u_1} = \frac{1}{a(k_s y_{1_0} + b)^4} \quad [N/A] \tag{31}$$

$$k_{u_2} = \frac{1}{a(y_c - k_s y_{1_0} + b)^4} \quad [N/A] \tag{32}$$

Introduz-se a seguir uma transformação de unidades a fim de compatibilizar as equações acima com o hardware do sistema ECP. É preciso considerar que o sistema ECP foi projetado para operar em unidade de **[counts]** tanto para as forças geradas por u_1 e u_2, como para as posições especificadas dos discos #1 e #2, obtidas na forma de medidas calibradas dos sensores $y_{1_{cal}}$ e $y_{1_{0_{cal}}}$, respectivamente. As relações entre [counts] e [N], e entre [counts]e[m] são dadas por

$$1[N] = 10^4[\text{counts}] \quad \text{e} \quad 1\ [\text{m}]= 10^4 k_s\ [\text{counts}]$$

Temos portanto que a relação entre a altura real $y_1[m]$, medida em metros, e a saída calibrada do sensor $y_{1_{cal}}[counts]$, medida em counts, será,

$$y_1[\text{m}] = \frac{y_{1_{cal}}[\text{counts}]}{10^4 k_s} \tag{33}$$

Substituindo a equação (33) nas equações (28) e (29) o sistema será representado em unidades do sistema ECP para o *modelo não-linear* como:

$$m_1 \ddot{y}_{1_{cal}} + c_1 \dot{y}_{1_{cal}} = \frac{k_s u_{1_{counts}}}{a(y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - \frac{k_s u_{2_{counts}}}{a(y_c - y_{1_{cal}}/10^4 + b)^4} - k_s 10^4 m_1 g \tag{34}$$

Observe que, em regime permanente, a força necessária a ser aplicada ao disco magnético ($u_{1_{counts}}$), conhecendo-se o ponto de equilíbrio desejado ($y_{1_{cal}}$), é obtida fazendo o lado direito da equação (34) igual a zero, com $u_{2_{counts}} = 0$, resultando em:

$$u_{1_{0_{counts}}} = 10^4 a m_1 g \left(\frac{y_{1_{0_{cal}}}}{10^4} + b \right)^4 \tag{35}$$

vide a Fig. 10.

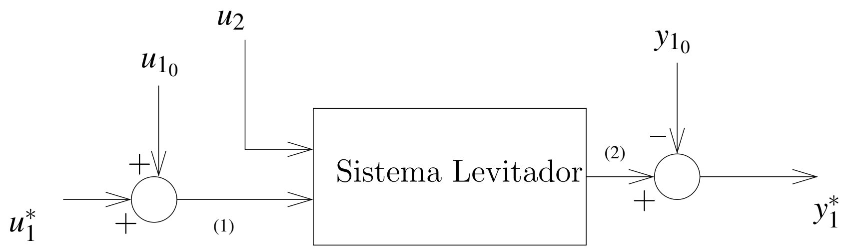


Figura 10: Sistema levitador com ajuste de operação no ponto de equilíbrio desejado y_{1_0}. Variáveis: u_1^* entrada incremental, y_1^* saída incremental. Variáveis do Programa `exp2_ea722ma.alg` e `exp2_ea722mf.alg`: (1) control_effort1; (2) sensor1_pos.

Nas Experiências 1 e 2 utiliza-se o *modelo linearizado* do sistema por Taylor no ponto (u_{1_0}, y_{1_0}). A representação em torno deste ponto de operação é dada por:

$$m_1\ddot{y}^*_{1_{cal}} + c_1\dot{y}^*_{1_{cal}} + k_1 y^*_{1_{cal}} = k_{u_1}u^*_{1_{counts}} + k_{u_2}u^*_{2_{counts}} \tag{36}$$

onde[10]:

$$k_1 = \frac{4k_s u_{1_0}/10^4}{a(y_{1_{0_{cal}}}/10^4 + b)^5} \tag{37}$$

$$k_{u_1} = \frac{k_s}{a(y_{1_{0_{cal}}}/10^4 + b)^4} \tag{38}$$

$$k_{u_2} = \frac{k_s}{a((y_c - y_{1_{0_{cal}}})/10^4 + b)^4} \tag{39}$$

A equação (36) é uma das possíveis formas de representação linear do levitador, quando configurado com um único disco. Reforçando, esta representação como já foi dito, levou em conta a calibração do sensor óptico para compensar a não linearidade deste medidor e a linearização por série de Taylor do modelo do atuador eletromagnético. É uma equação de 2a. ordem cuja funções de transferências são dadas por

$$\frac{Y_1^*}{U_1^*} = \frac{k_{u_1}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1}, \quad \frac{Y_1^*}{U_2^*} = \frac{k_{u_2}}{m_1 s^2 + c_1 s + k_1} \tag{40}$$

vide a Fig. 11 contendo o diagrama de blocos correspondente.

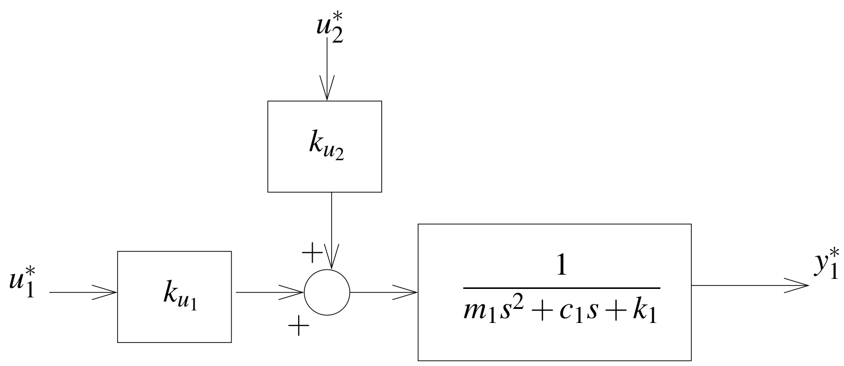


Figura 11: Modelo incremental do sistema levitador (sem amoretecimento adicional).

Como o atrito viscoso c_1 entre o disco #1 e o ar é muito pequeno, as oscilações poderão apresentar grande amplitude quando se deseja levar o disco a um determinado ponto de operação. Desta forma o amortecimento da planta será aumentado por meio da realimentação de velocidade $\dot{y}_1$, como ilustrado na Fig. 12, “simulando-se”uma mudança da viscosidade do meio onde o movimento ocorre.

[10] As constantes k_1, k_{u_1} e k_{u_2} aqui são adimensionais

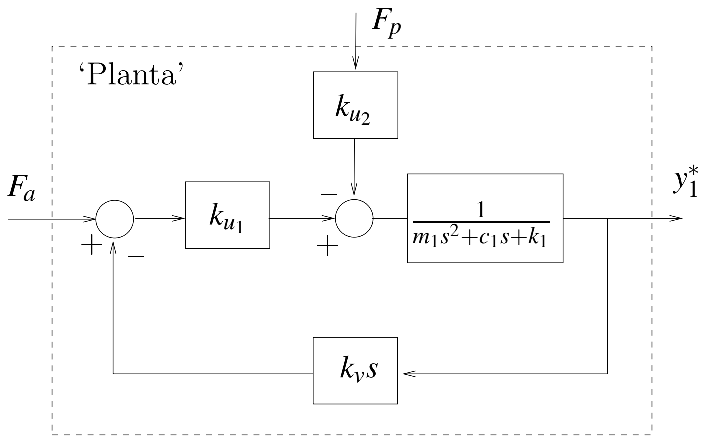


Figura 12: Planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional. F_a: força de acionamento (entrada servo); F_p: força de perturbação (entrada de perturbação).

Nesta experiência vamos estudar o conceito de controle em malha fechada, comparando um controlador proporcional simples com o controle realizado sem realimentação, também chamado de controle em malha aberta. Os diagramas de representação dos dois controladores são apresentados na Fig. 13. Para simplificar a notação representaremos as variáves incrementais u_1^* e y_1^* simplesmente por u_1 e y_1 nas representações lineares a seguir.

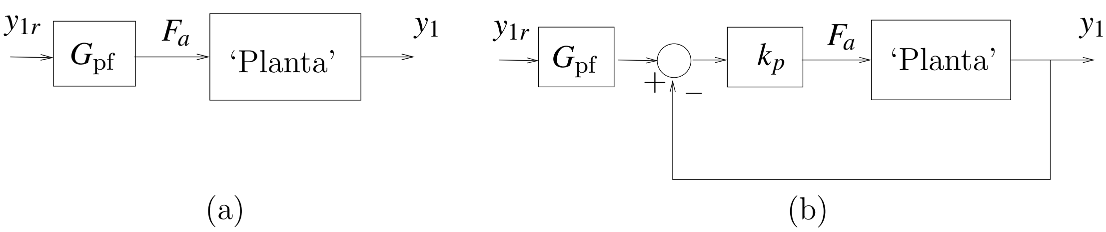


Figura 13: a) Controle em malha aberta; b) Controle em malha fechada do tipo proporcional. y_{1r}: entrada de referência, G_{pf}: função de transferência do pré-filtro, k_p: ganho do controlador proporcional.

Note que a entrada de acionamento ou entrada servo (F_a) é utilizada, enquanto a entrada de perturbação F_p é em geral inacessível. A variável y_{1r} é o valor de referência para a variável de saída y_1, e pela qual se define a trajetória desejada para a evolução do sistema.

É natural então definirmos um sinal de erro, definido por:

$$e(t) = y_{1r}(t) - y_1(t)$$

denominado de *erro dinâmico entre o sinal de referência e a saída*. Note que é o erro dinâmico que serve como entrada para o controlador proporcional no controle em malha fechada da Fig. 4.b, gerando uma força de acionamento definida por $F_a(t) = k_p e(t)$.

Em controle é sempre importante conhecermos o valor do erro dinâmico após passado o transitório, ou seja o *erro de regime estacionário* ou meramente, *erro de regime*. Utilizando o teorema do valor final, podemos avaliar o erro de regime da seguinte forma

$$e_r = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) \tag{41}$$

onde $E(s) = Y_{1r}(s) - Y_1(s)$, é a transformada de Laplace da função $e(t)$.

6.1 Preliminares para a Simulação do Modelo

Q01: Mostre que função de transferência da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional' da Fig 12, para o problema do servo, será

$$G'_{p_s}(s) = \frac{k_{u_1}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u_1} k_v)s + k_1} \tag{42}$$

■

Q02: Mostre que função de transferência da 'planta compensada com simulação de atrito viscoso adicional', para o problema do regulador, será

$$G'_{p_r}(s) = \frac{k_{u_2}}{m_1 s^2 + (c_1 + k_{u_1} k_v)s + k_1} \tag{43}$$

Note que o coeficiente de atrito c_1 pode ser aumentado através da escolha de k_v. ■

Q03: Faça um programa Matlab utilizando os parâmetros do levitador, contendo:

a) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 12, para o problema do servo, $G'_{p_s}(s)$ quando a massa do disco é m_1 (valor nominal) e quando a massa é alterada para $m_1 + \Delta m_1$ (valor perturbado). O cálculo do ganho de baixas freqüências $G'_{p_s}(0)$.

   Utilize as funções Matlab `tf, dcgain`.

b) a função de transferência da 'planta compensada' da Fig. 12, para o problema do regulador, $G'_{p_r}(s)$ quando a massa do disco m_1 tem o valor nominal. O ganho de baixas freqüências $G'_{p_r}(0)$.

c) compare $G'_{p_s}(0)$ com $G'_{p_r}(0)$ para o valor nominal m_1 da massa do disco.

d) a função de transferência de malha fechada, $G_f(s)$, de acordo com a Fig 13.b), com $G_{\text{pf}} = 1$. Utilize a função Matlab `feedback` com $k_p = 1$.

e) os erros de regime dos sistemas em malha aberta e em malha fechada para uma entrada y_{1r} em degrau unitário, utilizando a função `dcgain`. Justifique os valores encontrados utilizando o teorema do valor final como em (41).

f) as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. No Matlab utilize a função `step`.

Parâmetros do Levitador:

$$\begin{aligned} a &= 8{,}8090\text{e}{-5} & k_s &= 100 \text{ N/m} \\ b &= 6{,}3690 & m_1 &= 0{,}123 \text{ kg} \\ g &= 9{,}8 \text{ m/s}^2 & \Delta m_1 &= 0{,}023 \text{ kg} \\ c_1 &= 0{,}075 \text{ Ns/m} & k_v &= 0{,}01 \text{ Ns/m} \\ k_1 &= 57{,}62 & y_c &= 13{,}2 \text{ cm} \\ k_{u_1} &= 231{,}41 & y_{1_0} &= 2{,}0\text{e}{+4} \text{ counts} \\ k_{u_2} &= 11{,}915 \end{aligned}$$

■

6.2 Procedimento experimental

Nesta experiência serão realizados ensaios sobre as simulações das duas formas de controle:

- **Controle em malha aberta**. (vide Fig. 13.a) Neste caso o pré-filtro terá a função de anular o erro de regime para uma entrada em degrau do sistema sem pertubações. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.
- **Controle em malha fechada**. (vide Fig. 13.b) Neste caso o pré-filtro terá a função de corrigir o erro de regime, caso exista necessidade. A função de transferência sugerida para o pré-filtro será simplemente uma constante, isto é, $G_{pf}(s) = k_{pf}$.

Q04: Determine a expressão de k_{pf} para que o erro de regime de malha aberta seja mínimo (nulo). No programa Matlab da questão **Q03** inclua o pré-filtro cálculado com o ganho k_{pf}. ■

Q05: Determine a expressão de k_{pf} como função de k_p tal que o erro de regime de malha fechada seja nulo. No programa Matlab da questão **Q03** inclua o cálculo de k_{pf}, como função de k_p. ■

O procedimento experimental a seguir envolve as respostas ao degrau dos sistemas em malha aberta e em malha fechada. Os desempenhos dos sistemas em malha aberta e em malha fechada com controlador proporcional, frente à variação da massa do disco #1 (m_1) são também investigados.

1. Faça um programa Simulink para simular o levitador magnético de acordo com a equação (34). No programa Matlab com os dados, utilize o comando `sim` < arquivo.mdl > para executar a chamada dos programa Simulink arquivo.mdl;

2. Faça um programa Simulink do levitador magnético para simular o modelo linearizado em torno do ponto y_{1_0}, de acordo com a equação (36) e as Figs. 13.a e 13.b, a partir das funções de transferências já obtidas em **Q03**. No Simulink utilize os blocos em `/Continuous/Transfer Fcn`.

3. Considere como entrada os seguintes sinais:

   - um degrau com amplitude **15000** [counts] com duração de **6000** [ms] (3000 ms no valor 2000 e 3000 ms no valor zero), e uma repetição,
   - idem, com amplitude de **1000** [counts] (Obs.– Note que esta amplitude corresponde a uma variação de 1mm na posição do disco. Comente sobre a possibilidade de realizar este ensaio no sistema real.),

4. Ajuste o Simulink para realizar integração em passo fixo com Ts=0,001768 s. O amortecimento adicional da planta é introduzido através de $k_v = 0,01$. Implemente no Simulink o pré-filtro recomendado, tanto para malha aberta como para malha fechada. O ganho do controlador é definido inicialmente como $k_p = 0,5$. Simule estes modelos em malha aberta e em malha fechada inicialmente com $k_{pf} = 1$. Utilize y_{1_0} conforme a tabela dos parâmetros do levitador apresentada ao final da sub-seção anterior e u_{1_0} definido pela equação (35);

5. Plote a saída de posição, e a posição comandada (sinal de referência y_{1r});

6. Para ajustar corretamente o pré-filtro, determine k_{pf} de tal forma que que o erro em regime dos sistemas em malha aberta e malha fechada seja mínimo. No caso do modelo linearizado isso significa adotar o ganho k_{pf} de forma a se obter $G_{pf}(0)G_a(0) = 1$[11]. Implemente o novo valor de k_{pf} e repita o passo 4, ajustando, **se necessário** o ganho k_{pf} para tentar anular o erro de regime da saída. Para o controle em malha fechada, aumente progressivamente o ganho proporcional k_p, utilizando os valores $k_p = \{0,5,\ 1,\ 2,\ 3\}$ e recalcule o valor de k_{pf} para cada ajuste. Verifique o efeito desses valores sobre o comportamento da saída;

7. Simule uma força magnética de distúrbio provocada pela bobina #2. Considere um degrau de amplitude **22000** [counts] iniciando em **1500** [ms] com largura de **3000** [ms]. Inclua o distúrbio nas simulações em malha aberta e malha fechada e repita as simulações com os ajustes utilizados no passo 6.

   Q06: As respostas em malha aberta e fechada obtidas coincidem com as esperadas teoricamente? Compare e justifique;

8. Responda as questões:

   Q07: Como o comportamento regulador do sistema com relação à variação da posição comandada é afetado, quando sujeito aos distúrbios na carga? Compare os controles em malha aberta e em malha fechada com respeito a essa característica de desempenho.

[11] No caso malha aberta, $G_a(s) \equiv G'_{p_s}(s)$ dada em (42), e no caso em malha fechada $G_a(s) \equiv G_f(s)$ deteminada em **Q03.e)**. Vide as Figs. 13.a e 13.b, respectivamente.

Q08: Como o comportamento regulador do sistema é afetado com o controle em malha fechada, pelo aumento do ganho de malha produzido por k_p?

Q09: Comente sobre o erro de regime obtido em malha aberta e malha fechada.

Referências

[1] Introdução aos Sistemas de Controle, Notas de aula do Prof. Paulo Valente, UNICAMP–FEEC, 1999. 1, 1, 2, 1, 2, 3

[2] José C. Geromel, Álvaro G. B. Palhares - “Análise Linear de Sistemas Dinâmicos; Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios”, Ed. Edgar Blücher, 2004.

[3] Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System, ECP, 1999. 6, 6

[4] G.F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini ”Feedback Control of Dynamic Systems”, 3a. edição, Addison-Wesley, 1994.

[5] Ogata,K. - ”Engenharia de Controle Moderno”, 3a. Edição, Prentice Hall, 1997.