

10. PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE LINEAR PARA FONTES CHAVEADAS

Este capítulo apresenta uma metodologia (Vanable, 1983) para determinação de compensadores para o controle de variáveis de saída. O ponto de partida é a resposta em frequência do conversor, modelado a partir do valor médio das variáveis.

10.1 Projeto de compensador usando o fator K

Os circuitos mostrados utilizam amplificadores operacionais para realizar as funções de compensação. Um sinal proporcional ao erro entre a referência e o sinal realimentado é processado, de modo a produzir a tensão de controle necessária.

Como a montagem realiza uma realimentação negativa da variável de saída, a análise aqui feita não considera que o critério de estabilidade se dá no limitar a defasagem a 180° para ganhos maiores que 0dB.

10.1.1 Definição dos tipos de compensadores

Definem-se 3 tipos básicos de compensadores, em função do número de pólos e zeros de sua respectiva função de transferência e, principalmente, em função de sua característica de defasagem.

a) Tipo 1

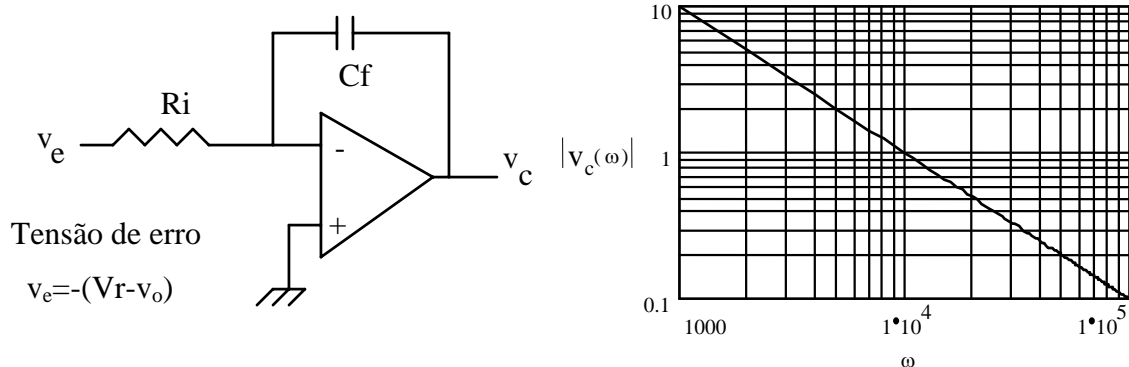


Figura 10.1 Compensador Tipo 1 e respectivo diagrama de ganho

A tensão de saída do integrador é:

$$v_c(t) = -\frac{1}{C_f} \int \frac{v_e(t)}{R_i} dt \quad (10.1)$$

Este circuito apresenta um pólo na origem, o que significa uma defasagem constante de -90° e uma atenuação de 20dB/dec. A função de transferência e a frequência de ganho unitário são, respectivamente:

$$\frac{v_c(s)}{v_e(s)} = -\frac{1}{R_i \cdot C_f \cdot s} \quad (10.2)$$

onde $v_e(s) = -(V_r - v_o(s))$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R_i \cdot C_f} \quad (10.3)$$

b) Tipo 2

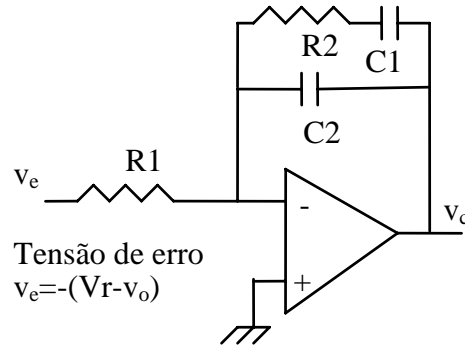


Figura 10.2 Compensador Tipo 2.

Aqui se tem um zero e dois pólos, sendo um na origem (devido ao integrador). A defasagem sofre um crescimento entre -90° e 0° . O circuito apresenta um ganho AV que pode melhorar a faixa de resposta, tendo os seguintes valores característicos:

$$\frac{v_c(s)}{v_e(s)} = \frac{1 + s \cdot C_1 \cdot R_2}{s \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2 + s \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2)} \quad (10.4)$$

O ganho AV é dado por: $AV = \frac{R_2}{R_1}$

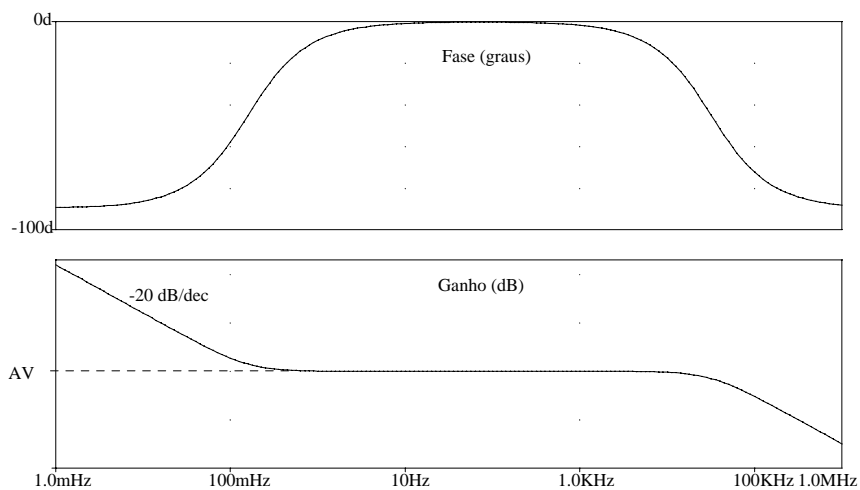


Figura 10.3 Diagramas de Bode do compensador Tipo 2.

As frequências do zero e do segundo pólo são:

$$f_z = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1} \quad (10.5)$$

$$f_{p2} = \frac{C_1 + C_2}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} \cong \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_2} \quad \text{se } C_1 \gg C_2 \quad (10.6)$$

c) Tipo 3

Este circuito, mostrado na figura 10.4, apresenta 2 zeros e 3 pólos (sendo um deles na origem). Isto cria uma região em que o ganho aumenta (o que pode melhorar a resposta dinâmica), havendo ainda um avanço de fase.

$$AV_1 = \frac{R_2}{R_1} \quad (10.7)$$

$$AV_2 = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_3} \cong \frac{R_2}{R_3} \quad \text{se } R_1 \gg R_3 \quad (10.8)$$

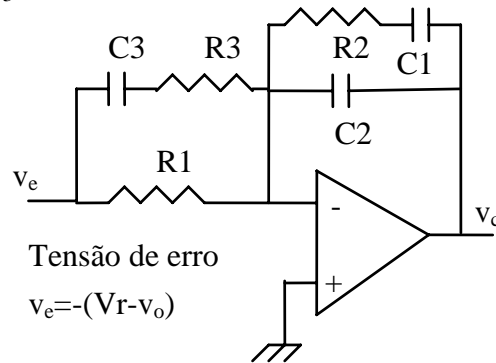


Figura 10.4 Compensador Tipo 3.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot R_2 \cdot C_1} \quad (10.9)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot (R_1 + R_3)} \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot R_1} \quad (10.10)$$

$$f_3 = \frac{1}{2\pi \cdot C_3 \cdot R_3} \quad (10.11)$$

$$f_4 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot R_2} \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_2 \cdot R_2} \quad \text{se } C_1 \gg C_2 \quad (10.12)$$

Para um melhor desempenho deste controlador, em malha fechada, a frequência de corte deve ocorrer entre f_2 e f_3 .

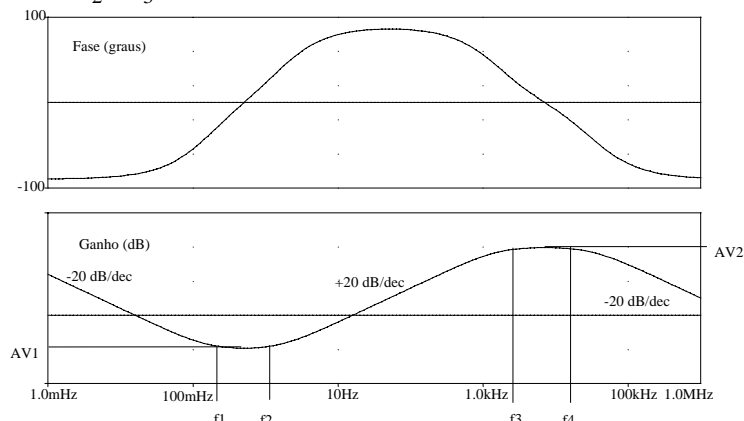


Figura 10.5 Diagramas de Bode do compensador Tipo 3.

d) O fator k

O fator k é uma ferramenta matemática para definir a forma e a característica da função de transferência. Independente do tipo de controlador escolhido, o fator k é uma medida da redução do ganho em baixas frequências e do aumento de ganho em altas frequências, o que se faz controlando a alocação dos pólos e zeros do controlador, em relação à frequência de cruzamento do sistema (f_c).

Para um circuito do tipo 1, k vale sempre 1. Para o tipo 2, o zero é colocado um fator k abaixo de f_c , enquanto o pólo fica um fator k acima de f_c . No tipo 3, um zero duplo está alocado um fator \sqrt{k} abaixo de f_c , e o pólo (duplo), \sqrt{k} acima de f_c .

Sendo f_c a média geométrica entre as alocações dos zeros e pólos, o pico do avanço de fase ocorrerá na frequência de corte, o que melhora a margem de fase.

Seja α o avanço de fase desejado. Para um circuito do tipo 2, o fator k é dado por:

$$k = \operatorname{tg} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right] \quad (10.13)$$

Para um circuito tipo 3, tem-se:

$$k = \left\{ \operatorname{tg} \left[\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{4} \right] \right\}^2 \quad (10.14)$$

A figura 10.6 mostra o avanço de fase em função do fator k.

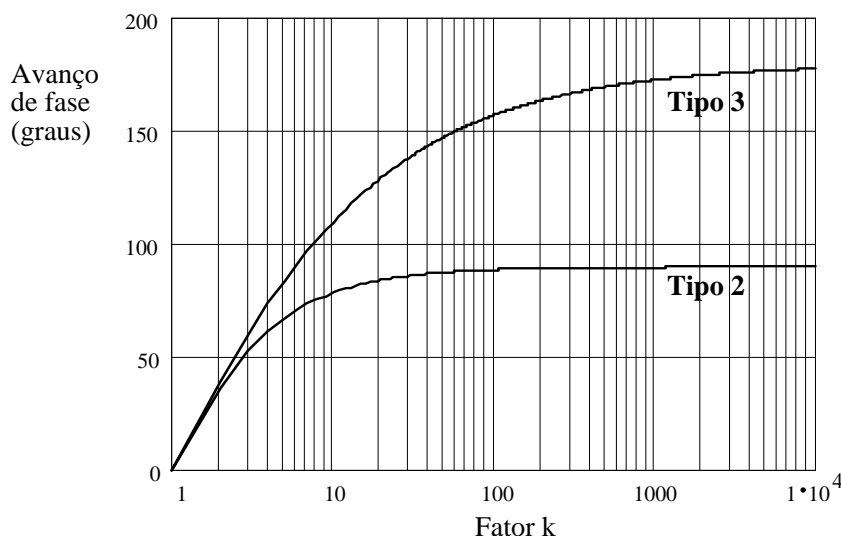


Figura 10.6 Avanço de fase para diferentes compensadores.

10.1.2 Síntese de compensador

Passo 1: Diagrama de Bode do conversor: $v_o(s)/v_c(s)$

Passo 2: Escolha da frequência de corte (em malha fechada) desejada.

Quanto maior esta frequência, melhor a resposta dinâmica do sistema. No entanto, para evitar os efeitos do chaveamento sobre o sinal de controle, tal frequência deve ser inferior a 1/5 da frequência de operação da fonte.

Passo 3: Escolha da margem de fase desejada.

Entre 30° e 90°. 60° é um bom compromisso

Passo 4: Determinação do ganho do compensador.

Conhecida a frequência de corte e o ganho do sistema (em malha aberta), o ganho do controlador deve ser tal que leve, nesta frequência, a um ganho unitário em malha fechada.

Passo 5: Cálculo do avanço de fase requerido.

$$\alpha = M - P - 90^\circ$$

M: margem de fase desejada, P: defasagem provocada pelo sistema

Passo 6: Escolha do tipo de compensador.

Passo 7: Cálculo do fator k.

O fator k pode ser obtido das equações já indicadas ou das curvas decorrentes. A alocação dos zeros e pólos determinará os componentes, de acordo com as equações mostradas a seguir.

O pólo na origem causa uma variação inicial no ganho de -20dB/dec. A frequência na qual esta linha cruza (ou deveria cruzar) o ganho unitário é definida como a "frequência de ganho unitário" - UGF. G é o ganho necessário dar ao compensador para que se obtenha a frequência de corte desejada. A frequência de ganho unitário corresponde, quando o sistema operar em malha fechada, à frequência de corte.

Tipo 1:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot C_f \cdot R_i \cdot G} \quad (10.15)$$

Tipo 2:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2)} \quad (10.16)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot G \cdot k \cdot R_1} \quad (10.17)$$

$$C_1 = C_2 \cdot (k^2 - 1) \quad (10.18)$$

$$R_2 = \frac{k}{2\pi \cdot f \cdot C_1} \quad (10.19)$$

Tipo 3:

$$UGF = \frac{1}{2\pi \cdot R_1 \cdot (C_1 + C_2)} \quad (10.20)$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot G \cdot R_1} \quad (10.21)$$

$$C_1 = C_2 \cdot (k - 1) \quad (10.22)$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{k}}{2\pi \cdot f \cdot C_1} \quad (10.23)$$

$$R_3 = \frac{R_1}{k - 1} \quad (10.24)$$

$$C_3 = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot R_3 \cdot \sqrt{k}} \quad (10.25)$$

10.2 Exemplo 1

Considere um conversor em meia ponte, operando a 20kHz, cuja função de transferência apresenta os diagramas de Bode ($v_o(s)/v_c(s)$) mostrados na figura 10.7. Determinar um compensador para que se tenha uma margem de fase de 60° .

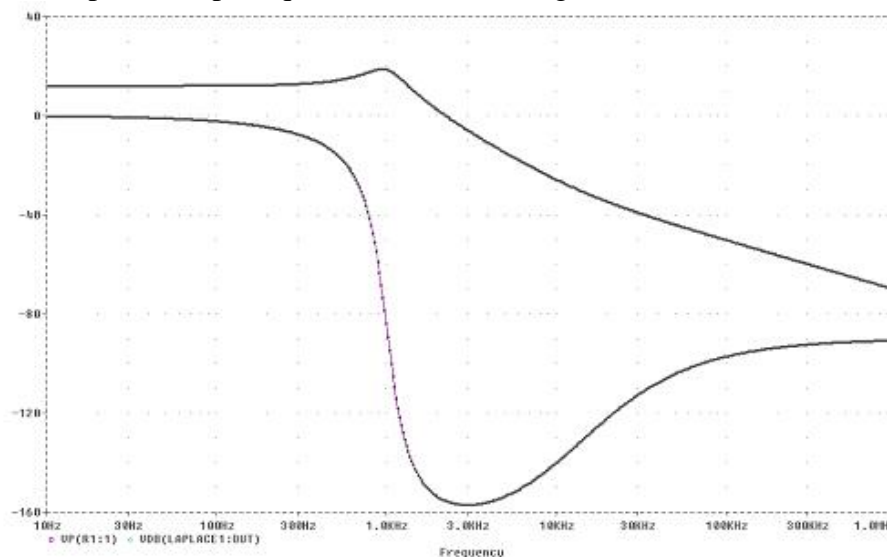


Figura 10.7 Diagramas de Bode de conversor meia-ponte (tipo abaixador de tensão). $V_i=20V$, $R_{sc}=0,12\Omega$, $R_o=4\Omega$, $V_s=5V$, $L=250\mu H$, $C=100\mu F$.

Solução:

A frequência de corte em malha fechada será de 4kHz.

Nesta frequência, o sistema apresenta uma atenuação de 12dB. Assim, o compensador deve ter um ganho de 12dB (4 vezes).

Ainda em 4kHz, a defasagem provocada pelo sistema é de 155° . O avanço de fase necessário é:

$$\text{Avanço} = 60^\circ - (-155^\circ) - 90^\circ = 125^\circ$$

Isto significa que devemos usar um controlador do tipo 3.

Usando as curvas mostradas anteriormente, determinamos um fator $k = 16$.

Os componentes são agora calculados, arbitrando um valor para R_1 de $10k\Omega$.

$$C_2 = 1nF$$

$$C_1 = 15nF$$

$$R_2 = 10,6k\Omega$$

$$R_3 = 667\Omega$$

$$C_3 = 15nF$$

O zero duplo estará alocado em 1kHz, enquanto o pólo duplo estará em 16kHz.

O diagrama de Bode do compensador está mostrado na figura 10.8.

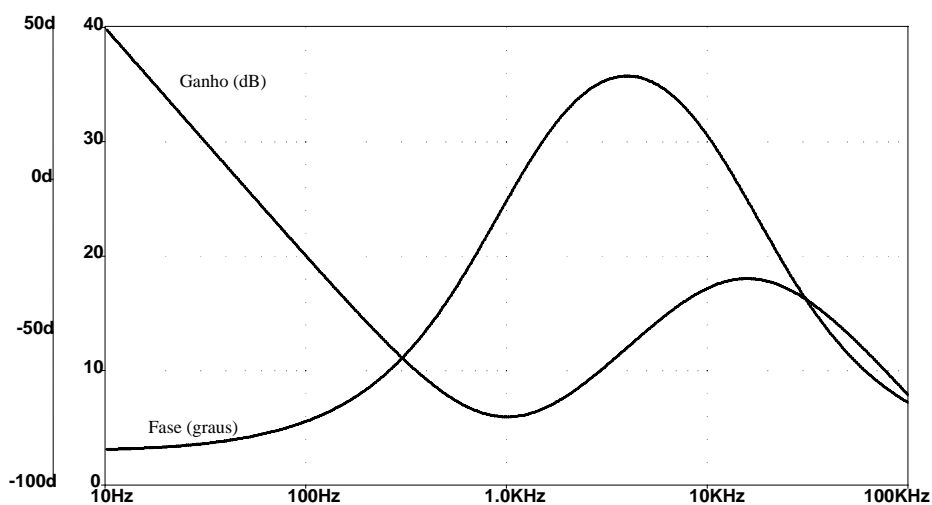


Figura 10.8 Diagrama de Bode do compensador tipo 3.

A figura 10.9 mostra a resposta em frequência, em malha aberta, sendo possível verificar que o sistema apresenta os resultados esperados, quais seja, uma frequência de ganho unitário de 4 kHz com uma margem de fase de 60°.

A figura 10.10 mostra a resposta no tempo a um degrau de referência utilizando o modelo do conversor e uma simulação do circuito completo. Note-se a excelente concordância entre ambos os resultados. O pequeno desvio é devido ao atraso relacionado a um ciclo de chaveamento, sendo menor que 30 μ s (frequência de chaveamento de 33 kHz).

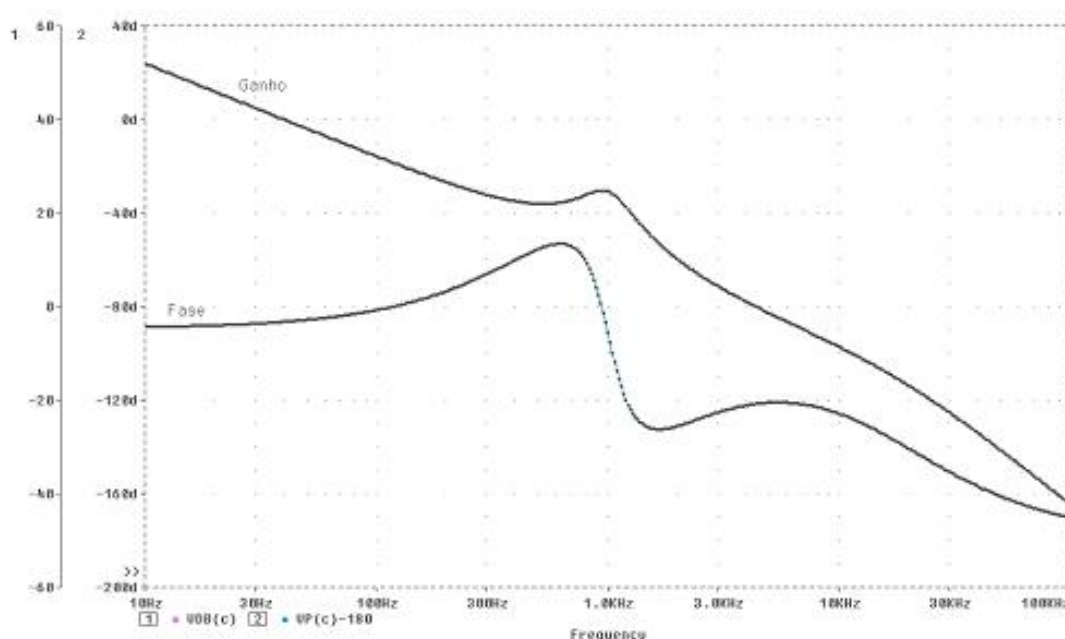


Figura 10.9 Resposta do sistema com compensador, em malha aberta.

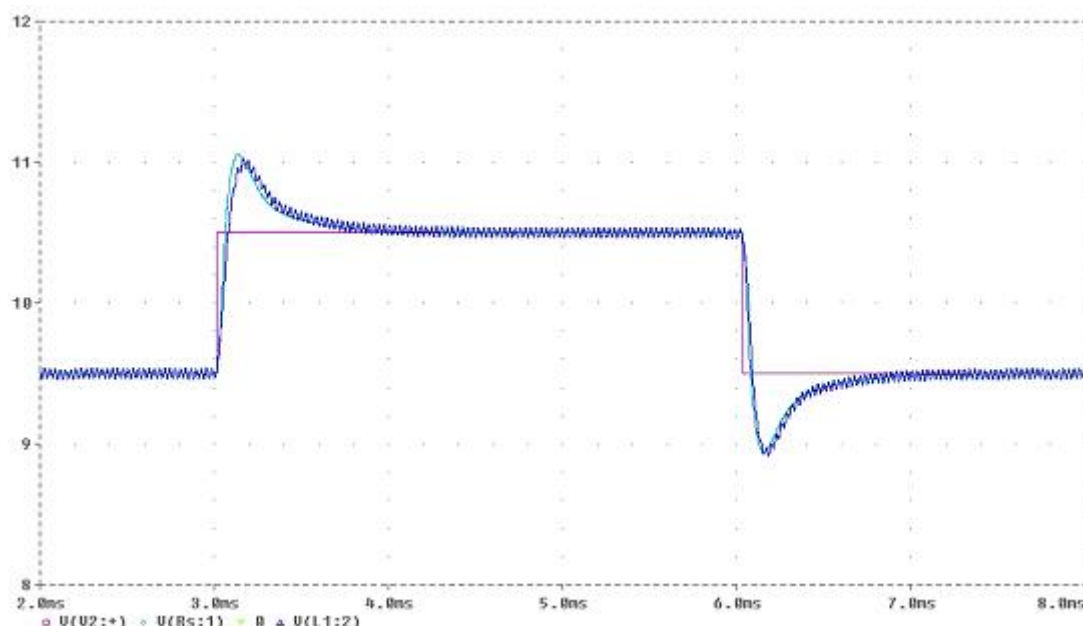


Figura 10.10 Resposta no tempo a um degrau de referência: modelo linearizado e resposta do circuito com chaveamento.

10.3 Exemplo 2

Consideremos um conversor elevador de tensão, operando no modo de condução contínua. Como já foi visto no capítulo anterior, neste caso tem-se um sistema que apresenta um zero no semi-plano direito, sendo de difícil controle.

A frequência de corte escolhida é de 400 Hz, quando a fase é de -219° . Para obter uma margem de fase de 30° , o avanço de fase necessário é de 159° , devendo-se usar um compensador tipo 3. O fator k vale 118, e os componentes do compensador estão mostrados na figura 10.15. O indutor do conversor é de 10 mH, o capacitor é de 100 μ F e a carga é de 100 ohms. A tensão de entrada é de 100 V e a de saída é de 200 V, com uma largura de pulso de 0,5. A onda triangular tem amplitude de 10V.

A figura 10.11 mostra a resposta do sistema sem o compensador, assim como a resposta em frequência do compensador, obtida a partir do circuito cujos parâmetros estão mostrados na figura 10.12.

A figura 10.13 mostra a resposta do sistema completo, em malha aberta, sendo possível verificar que são atendidas as especificações de projeto. No entanto, a resposta do sistema não será ditada por este resultado, uma vez que há situações muito mais críticas na faixa de baixa frequência, na qual o ganho resultante é inferior a 0 dB. Ou seja, o sistema só terá capacidade de resposta numa faixa de frequência abaixo de 1 Hz.

Na figura 10.14 tem-se a resposta no tempo a uma mudança de 2,5% na referência, podendo-se notar a variação da saída inicialmente no sentido oposto ao desejado (sistema de fase não mínima) e o comportamento estável mas subamortecido e o longo tempo de estabilização, devido ao baixo ganho em baixas frequências.

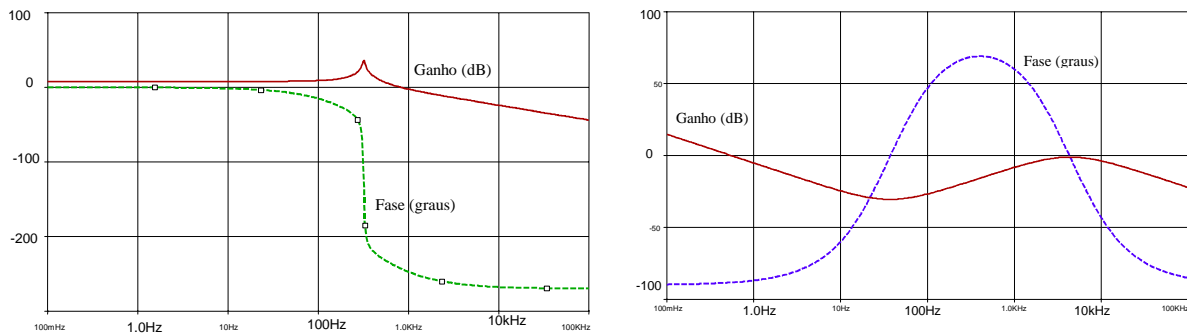


Figura 10.11 Resposta em frequência de conversor boost operando no modo contínuo, e do compensador do Tipo 3 projetado.

Ou seja, o método de projeto realiza exatamente o que se propõe, isto é, ajustar a frequência de corte e a margem de fase. Funciona muito bem com circuitos que não apresentam problema de fase não mínima. Em sistemas com zero no RHP, embora a estabilidade esteja assegurada, o resultado global pode não ser adequado.

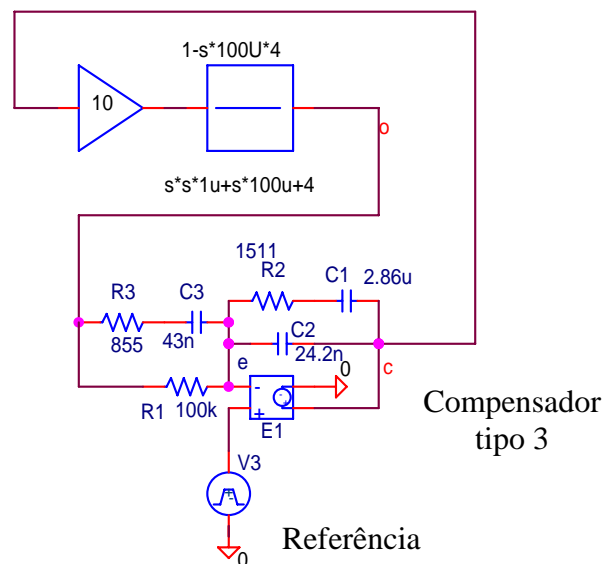


Figura 10.12 Diagrama do conversor *boost* simulado, incluindo o compensador.

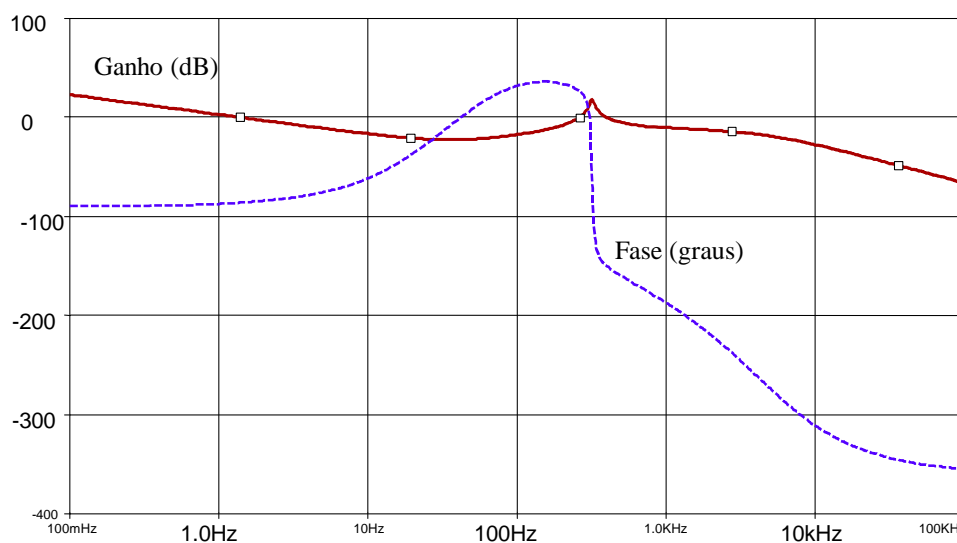


Figura 10.13 Resposta em frequência, em malha aberta, com o compensador.

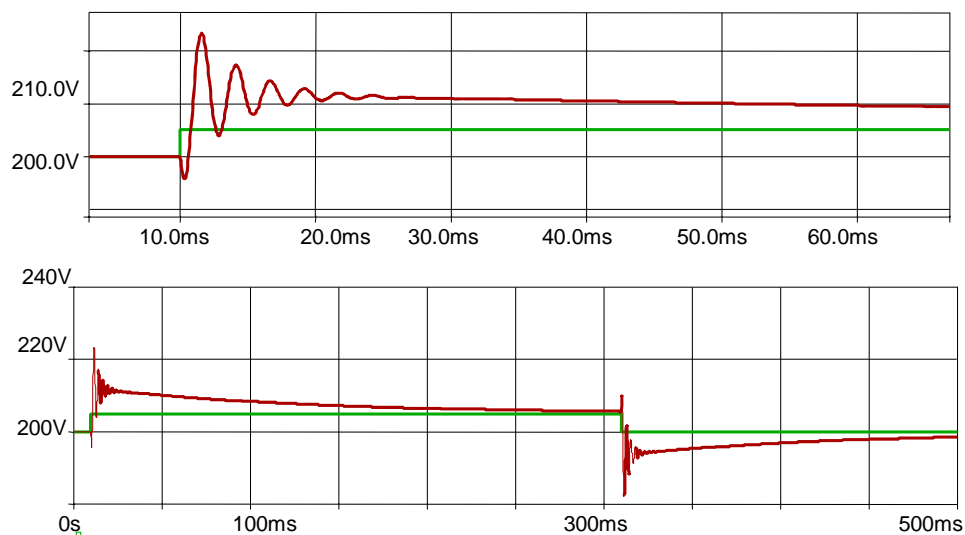


Figura 10.14 Resposta no tempo a uma variação em degrau na referência.

10.4 Referências Bibliográficas

H. D. Venable: "The k-factor: A New Mathematical Tool for Stability Analysis and Synthesis"
Proc. of Powercon 10, March 22-24, 1983, San Diego, USA.

10.5 Exercícios

- 1) Considere um conversor abaixador de tensão com as seguintes características: $V_i=300\text{V}$, $V_o=100\text{V}$, $P_o=1\text{kW}$, $L=500\mu\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, $R_{se}=1\Omega$, $V_s=10\text{V}$, frequência de chaveamento de 20 kHz, rendimento 100%.
 - Determine a resposta em frequência deste conversor.
 - Determine um compensador para o controle da tensão de saída de modo a obter uma frequência de corte de 2 kHz e uma margem de fase de 70° .
 - Verifique a resposta no tempo a uma variação de 10% da referência, utilizando o modelo dinâmico.
 - Simule o circuito real e verifique sua resposta no tempo, comparando com a resposta do modelo linearizado.