

## 4a AP

**Convenção (para todas):** adote o sentido anti-horário como positivo. Como o eixo de rotação tem direção fixa, trate torque, momento angular,  $\omega$  e  $\alpha$  como escalares com sinal.

1. **Cinemática da rotação.** Um corpo rígido gira em torno de um eixo fixo com aceleração angular constante  $\alpha$ . No instante  $t = 0$ , tem velocidade angular  $\omega_0$  e posição angular  $\varphi_0$ .
  - (a) Obtenha  $\omega(t)$  e  $\varphi(t)$ .
  - (b) Elimine  $t$  e escreva uma relação direta entre  $\omega$  e  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ .
  - (c) Determine o tempo necessário para  $\omega$  dobrar, isto é,  $\omega = 2\omega_0$ .
2. **Máquina de Atwood com polia real.** Dois blocos de massas  $m_1$  e  $m_2$  estão ligados por um fio ideal (inextensível e de massa desprezível) que passa por uma polia de raio  $R$  e momento de inércia  $I$ . A polia gira em torno de um eixo fixo (atrito no eixo desprezível). O fio não escorrega na polia. Os dois ramos do fio saem **verticalmente** da polia, e os blocos movem-se somente na vertical. Considere a gravidade  $g$ . Assuma  $m_1 > m_2$ , de modo que  $m_1$  desce e  $m_2$  sobe.
  - (a) Determine o módulo da aceleração  $a$  dos blocos.
  - (b) Determine as tensões  $T_1$  (no lado de  $m_1$ ) e  $T_2$  (no lado de  $m_2$ ).
  - (c) Mostre o limite quando  $I \rightarrow 0$  e interprete fisicamente.
3. **Bastão uniforme.** Um bastão uniforme de massa  $M$  e comprimento  $L$  gira num plano vertical em torno de um pivô ideal numa extremidade (eixo fixo perpendicular ao plano do movimento). Ele é solto do repouso quando está horizontal.
  - (a) Determine a aceleração angular inicial  $\alpha_0$  (com sinal).
  - (b) Usando conservação de energia, determine  $\omega$  quando o bastão passa pela posição vertical para baixo.
  - (c) No instante em que passa pela vertical para baixo, determine as componentes da força de reação do pivô sobre o bastão.
4. **Escada em equilíbrio.** Uma escada uniforme de massa  $M$  e comprimento  $L$  encosta numa parede lisa (sem atrito) e apoia no chão rugoso (coeficiente de atrito estático  $\mu_s$ ). A escada faz um ângulo  $\theta$  com o chão.
  - (a) Determine a força normal  $N$  e a força de atrito estático  $f$  no chão (módulo e sentido), em função de  $\theta$ ,  $M$ ,  $g$  e  $L$ .
  - (b) Determine o ângulo crítico  $\theta_c$  (em função de  $\mu_s$ ) para o qual a escada fica na iminência de escorregar.
5. **Carretel puxado por uma linha com ângulo.** Um carretel rígido está sobre uma superfície horizontal rugosa e rola sem deslizar. Ele tem raio externo  $R$  (contato com o chão), raio interno  $r$  (onde a linha está enrolada) e momento de inércia  $I$  em torno do eixo central (eixo fixo perpendicular ao plano). A linha sai do carretel pelo ponto superior do raio interno e é puxada por uma força  $F$  ao longo da própria linha, fazendo um ângulo  $\beta$  com a horizontal (acima da horizontal), apontando para a direita.
  - (a) Determine o sentido do movimento do centro de massa (direita ou esquerda) em função de  $R$ ,  $r$  e  $\beta$ .
  - (b) Encontre o(s) ângulo(s) crítico(s)  $\beta_0$  que separa(m) os regimes em que o carretel rola para a direita e para a esquerda.
  - (c) Determine o sentido do atrito estático e obtenha uma condição do tipo  $|f| \leq \mu_s N$  para que o rolamento sem deslizar seja possível.
6. **Colisão inelástica em disco girante.** Um disco rígido gira em torno de um eixo fixo vertical passando pelo centro, com velocidade angular inicial  $\omega_0$  e momento de inércia  $I_d$  em torno do eixo. Um bloco de massa  $m$  cai verticalmente e gruda na borda do disco, a uma distância  $R$  do eixo. Durante o choque, despreze torques externos impulsivos em torno do eixo.
  - (a) Usando conservação do momento angular no eixo, determine a velocidade angular final  $\omega_f$ .
  - (b) Calcule a variação de energia mecânica no choque,  $\Delta E = E_f - E_i$ , e mostre que  $\Delta E < 0$ .
  - (c) Explique fisicamente para onde foi a energia “perdida”.