人工智能-作业2

计科210X 甘晴void 202108010XXX

第1题

请用真值表的方法证明下列语句是有效的，可满足的，还是不可满足的？（20分）

a) $(P \land Q) \lor \neg Q$

b) $((P \land Q) \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \Rightarrow R) \lor (Q \Rightarrow R))$

解：

定义：

- 有效的：一个语句在所有模型中都为真
- 可满足的：一个语句在某些模型中为真
- 不可满足的：一个语句在所有模型中都不为真

复合语句规则

- ¬
- A∧B为真，需要A为真且B为真
- A∨B为真，需要A为真或B为真
- A⇒B为真，只有A为1且B为0时为假，其余时为1
- A⇔B为真，只有A与B一样时为1，其余时为0

a真值表：

P	**Q**	**(P**	∧	**Q)**	∨	**¬Q**	总
0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1

该语句在部分模型中为真，故为可满足的。

b真值表：

P	Q	R	((P	∧	Q)	⇒	R）	⇔	((P	⇒	R)	∨	(Q	⇒	R))	总
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

该语句在全部模型中为真，故为有效的。

第2题

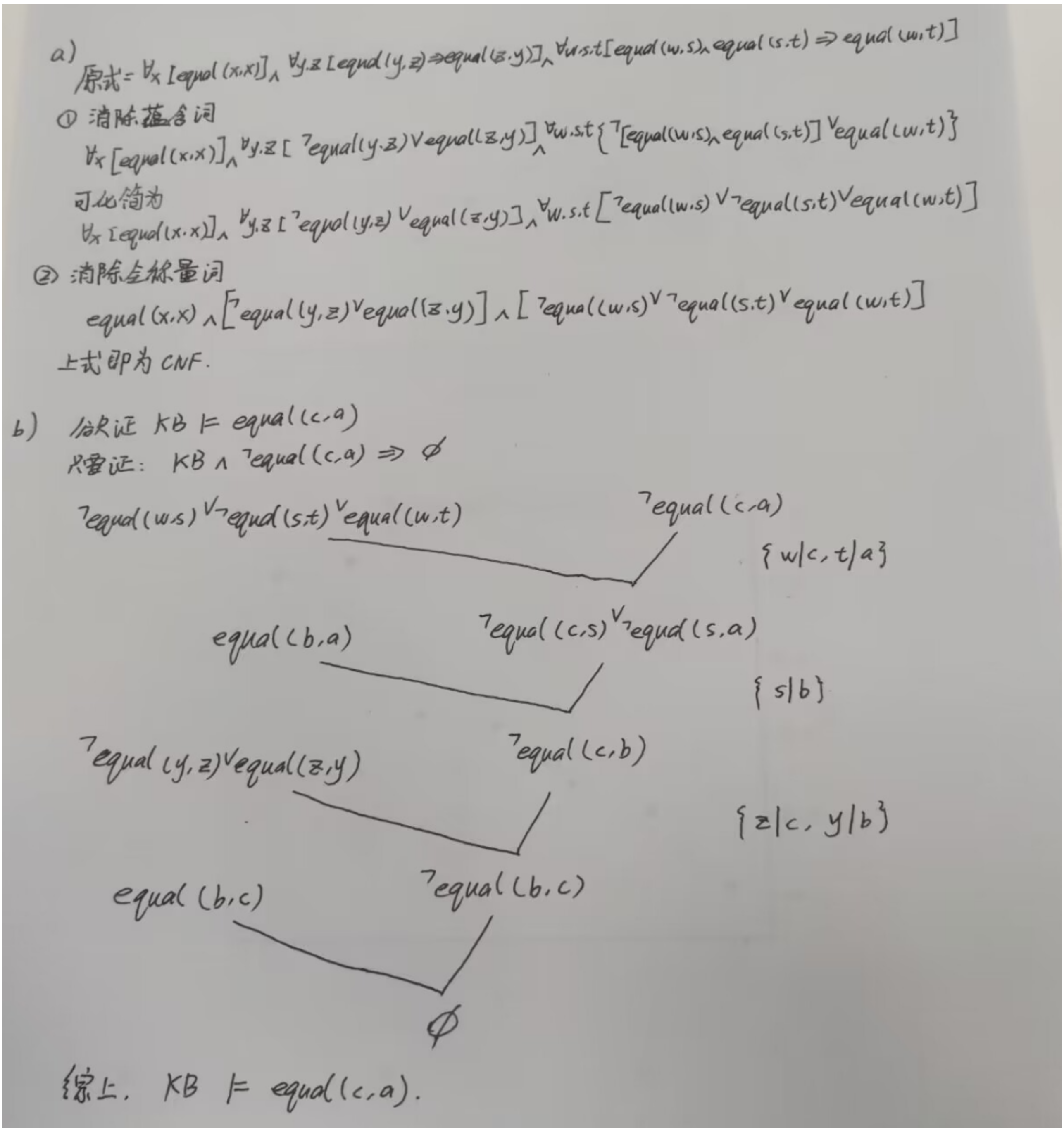
考虑下列的一阶逻辑表达式：

1. $\forall$ x [equal(x,x)]
2. $\forall$ y,z [equal(y,z) $\Rightarrow$ equal(z,y)]
3. $\forall$ w,s,t [equal(w,s) $\wedge$ equal(s,t) $\Rightarrow$ equal(w,t)]
4. equal(b,a)
5. equal(b,c)

其中x,y,z,w,s,t是变量，a,b,c是常数。

- a)将　1,2,3式子转换为CNF形式(9分)
- b)从上述知识库(KB)中使用归结算法证明结论equal(c,a)。 (16分)

解：



a)

原式 $= \forall x\,[equal(x,x)] \wedge \forall y,z\,[equal(y,z) \Rightarrow equal(z,y)] \wedge \forall w,s,t\,[equal(w,s) \wedge equal(s,t) \Rightarrow equal(w,t)]$

① 消除蕴含词

$\forall x\,[equal(x,x)] \wedge \forall y,z\,[\neg equal(y,z) \vee equal(z,y)] \wedge \forall w,s,t\,\{\neg[equal(w,s) \wedge equal(s,t)] \vee equal(w,t)\}$

可以简为

$\forall x\,[equal(x,x)] \wedge \forall y,z\,[\neg equal(y,z) \vee equal(z,y)] \wedge \forall w,s,t\,[\neg equal(w,s) \vee \neg equal(s,t) \vee equal(w,t)]$

② 消除全称量词

$equal(x,x) \wedge [\neg equal(y,z) \vee equal(z,y)] \wedge [\neg equal(w,s) \vee \neg equal(s,t) \vee equal(w,t)]$

上式即为 CNF.

b) 欲证 $KB \models equal(c,a)$

只需证: $KB \wedge \neg equal(c,a) \Rightarrow \varnothing$

综上, $KB \models equal(c,a)$.

第3题

把下列表达式转换为CNF形式 (10分)

$$(\forall x\ \forall y\ \exists z\ q(z,y,x)) \rightarrow (\neg\exists x\ \{\forall y\ [\,p(x,y) \rightarrow q(x,y)\,]\})$$

解:

原式 $= (\forall x \forall y \exists z\ q(z,y,x)) \Rightarrow (\neg \exists x \{\forall y\, [p(x,y) \Rightarrow q(x,y)]\})$

① 消除蕴含 $\neg(\forall x \forall y \exists z\ q(z,y,x)) \vee (\neg \exists x\ \forall y\ \neg p(x,y) \vee q(x,y))$

② 否定内移 $\exists x \exists y \forall z\ \neg q(z,y,x) \vee (\forall x \exists y\ p(x,y) \wedge \neg q(x,y))$

③ 变量标准化 $\exists x \exists y \forall z\ \neg q(z,y,x) \vee (\forall s \exists t\ p(s,t) \wedge \neg q(s,t))$

④ Skolem化 由于$\exists x, \exists y$在$\forall z$辖域外，故x, y可转化为常量a,b

而$\exists t$在$\forall s$辖域内，故以$F(s)$代替t.

有：$\forall z\ \neg q(z,b,a) \vee (\forall s\ p(s,F(s)) \wedge \neg q(s,F(s)))$

⑤ 删去$\forall$ $\neg q(z,b,a) \vee (p(s,F(s)) \wedge \neg q(s,F(s)))$

⑥ 将$\wedge$分配到$\vee$中 $(\neg q(z,b,a) \vee p(s,F(s))) \wedge (\neg q(z,b,a) \vee \neg q(s,F(s)))$

CNF: $(\neg q(z,b,a) \vee p(s,F(s))) \wedge (\neg q(z,b,a) \vee \neg q(s,F(s)))$

其中z,s为变量，a,b为常~~数~~量，F为Skolem函数.

第4题

考虑从一副标准的52张纸牌（不含大小王）中分发每手5张牌的扑克牌域。假设发牌人是公平的。

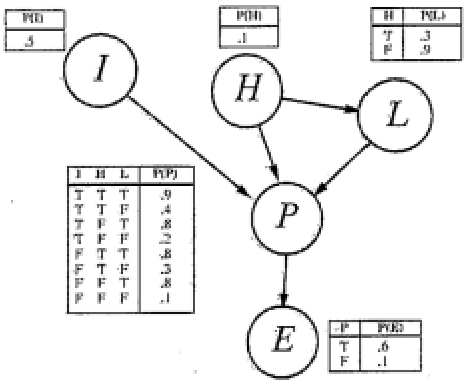
- a)在联合概率分布中共有多少个原子事件（即，共有多少种5张手牌的组合）？(5分)
- b)每个原子事件的概率是多少？(5分)
- c)拿到大同花顺（即同花的A、K、Q、J、10）的概率是多少？(5分)
- d)四同张（4张相同的牌，分别为4种花色）的概率是多少？(5分)

解：

- a) 组合数C(52,5) = 2598960
- b) 1/C(52,5) = 1/2598960
- c) 4/C(52,5) = 1/649740
- d) C(13,1)*C(48,1)/C(52,5) = 1/4165

第5题

参考下图中的贝叶斯网络，其中布尔变量I=聪明(intelligence) H=诚实(Honest) P=受欢迎的(Popular) L=大量的竞选资金 E=竞选成功



(a) 根据该网络结构，是否可以得到P(I,L,H)=P(I)P(L)P(H),如果不是，请给出正确的表达式；（6分）

(b)根据该网络结构计算P(i,h,¬l,p,¬e)的值，只有答案没有步骤不得分；(8分)

(c)假设已知某个人是诚实的，没有大量的竞选资金但是竞选成功了，那么他是聪明的概率是多少？只有答案没有过程不得分。(11分)

解：

a)

P(I,L,H)=P(I)P(L)P(H)不成立，

由贝叶斯网络的语义，P(x1 x2 …… xn) = Π P(xi | parents(Xi))

正确的式子应该是P(I,L,H) = P(I) * P(L | H) * P(H)

b)

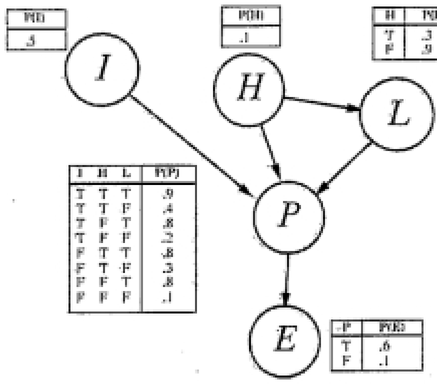
联合分布P(I,H,L,P,E) = P(I) * P(H) * P(L | H) * P(P | I,H,L) * P(E | P)

代入得 P(i,h,¬l,p,¬e) = P(i) * P(h) * P(¬l | h) * P(p | i,h,¬l) * P(¬e | p)

= 0.5 * 0.1 * (1-0.3) * 0.4 * (1-0.6)

= 0.0056

c)



已知h ¬l e 求 i

即求 $P(i \mid h,\neg l,e)$

$P(i \mid h,\neg l,e) = \alpha\Sigma\, P(i) * P(h) * P(\neg l \mid h) * P(P \mid i,h,\neg l) * P(e \mid P)$

$= \alpha P(i) * P(h) * P(\neg l \mid h)\ \ \Sigma\, P(P \mid i,h,\neg l) * P(e \mid P)$

$= \alpha P(i) * P(h) * P(\neg l \mid h)\ \ [\, P(p \mid i,h,\neg l) * P(e \mid p) + P(\neg p \mid i,h,\neg l) * P(e \mid \neg p)\,]$

$= \alpha * 0.5 * 0.1 * (1-0.3) * [\, 0.4 * 0.6 + (1-0.4) * 0.1\,]$

$= 0.0105\alpha$

同理，$P(\neg i \mid h,\neg l,e)$

$= \alpha P(\neg i) * P(h) * P(\neg l \mid h)\ \ [\, P(p \mid \neg i,h,\neg l) * P(e \mid p) + P(\neg p \mid \neg i,h,\neg l) * P(e \mid \neg p)\,]$

$= \alpha * 0.5 * 0.1 * (1-0.3) * [\, 0.3 * 0.6 + (1-0.3) * 0.1\,]$

$= 0.00875\alpha$

归一化得到$P(I \mid h,\neg l,e) = \langle 0.5455，0.4545 \rangle$

故$P(i \mid h,\neg l,e) = 0.5455$