

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN.
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS.

ANÁLISIS NUMÉRICO.

PROYECTO 3: MÉTODO DE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE.

PROFESORA: MARÍA DEL CARMEN MARTÍNEZ CEJUDO

ALUMNO	MATRICULA
FRANCISCO JAVIER MARTÍNEZ PALOMAR.	1937837
KEVIN ALEXIS NÁJERA ÁBREGO.	1798194
ELÍ ISRAEL DELGADO ESCÁRCEGA.	1821213

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN.

Índice

Índice.....	1
Introducción.....	2
Método escogido.....	3
¿Qué es el método de Interpolación de Lagrange?	3
¿Por qué escogimos el método de Interpolación de Lagrange?.....	3
Código.	4
Diagrama de flujo.	10
Manual de usuario y funcionamiento.....	13
Abrir la aplicación.....	13
Funcionamiento.....	14
Uso del programa y aplicaciones.	19
Conclusión.....	21
Referencias.	22

Introducción.

En este curso de Análisis numérico vimos el tema de interpolación, el cual nos sirve para hallar polinomios que se ajusten a un conjunto de $n + 1$ valores. Teniendo estos polinomios, nuestro objetivo es estimar valores intermedios entre estos valores conocidos.

Existen varios métodos para hallar dicho polinomio de interpolación, en el presente documento exponemos un proyecto enfocado en uno en particular, el método de interpolación de lagrange, así como un programa que te permite realizar este procedimiento de manera computarizada.

Se exponen de manera general la descripción del método escogido, así como las razones de su elección. Se muestra el código fuente del programa, así como una breve descripción de sus principales funciones, además del diagrama de flujo.

Para la mejor comprensión de la aplicación realizada, se incluye un manual de usuario que explica las características del programa, así como ejemplos de problemas dados en tablas y aplicados.

Método escogido.

¿Qué es el método de Interpolación de Lagrange?

Como vimos en el curso de Análisis numérico, con frecuencia se tienen que estimar valores intermedios entre valores conocidos. El método común más empleado para esto es la interpolación polinomial.

El método de interpolación de Lagrange se utiliza cuando se tienen un conjunto de $k + 1$ puntos.

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

Donde, donde se desea encontrar un polinomio que pase exactamente por esos puntos, es decir:

$$y(x) = \sum_{k=0}^N y(k) \frac{L_k(x)}{L_k(x_k)} y(k)$$

Donde:

$$L_k(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)$$

$$L_k(x_k) = (x_k - x_1)(x_k - x_2) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)$$

¿Por qué escogimos el método de Interpolación de Lagrange?

Elegimos este método porque consideramos que es una forma muy rápida y directa de estimar valores a través de interpolación, comparándolo claro con los otros métodos un poco más elaborados. Por esto mismo, y como no se profundizó demasiado este procedimiento en clase, se decidió complementar el conocimiento adquirido con ayuda este proyecto y la investigación realizada en el proceso. La sencillez de este algoritmo ayudo mucho en la elaboración de desarrollo del software aquí expuesto, donde es muy simple mostrar el desglose de este, junto con la solución de nuestros problemas.

Código.

Nuestro código fue desarrollado en lenguaje C y compilado como una aplicación ejecutable, es decir, con extensión .exe

A continuación, se muestra el código utilizado en la aplicación para estimar valores intermedios entre un conjunto dado de valores (x, y) , y utilizando el método de Interpolación de Lagrange.

Int main().

Int main() es la función principal, desde esta se mandan llamar diversas funciones que realizan procedimientos en nuestro programa. Los apartados de mayor importancia son los de **menú()**, **leerVectores()** y **lagrange()**.

```
int main() {
    //system("color f0");
    int option, n;
    welcome();
    float vectorX[MAX], vectorY[MAX];
    int flag = 0;
    do {
        option = menu();
        switch(option) {
            case 1:
                flag = 1;
                n = leerVectores(vectorX, vectorY);
                break;
            case 2:
                if(flag != 0) {
                    clear();
                    lagrange(vectorX, vectorY, n);
                } else {
                    printf("\n\n --PRIMERO DEBES  INGRESAR UNA
                    TABLA DE PARES (X, Y)--");
                    pause();
                    clear();
                }
                break;
            case 3:
                break;
        }
    } while(option != 3);
    bye();
    return 0;
}
```

Int menu().

Int menu() es la función que se encarga de desplegar nuestro menú principal. Se compone de tres opciones: ingresar una tabla de pares (X, Y), estimar un valor (una vez ingresada la tabla de valores y salir del programa.

```
int menu (){
    char str[MAX];
    int option;
    do{
        system("cls");
        printf("\n\n\t INTERPOLACI%cn DE LAGRANGE: \n", 162);
        printf("\n 1. Ingresar tabla de pares (X, Y).");
        printf("\n 2. Estimar un valor.");
        printf("\n 3. Salir.\n");
        do {
            printf("\n Seleccione una opci%cn: ", 162);
            in(str);
            option = atoi(str);
        } while(option != 1 && option != 2 && option != 3 || !isInteger(str));
        clear();
    } while(option < 0);
    return option;
}
```

Int leerVectores().

Int leerVectores() se encarga de leer y almacenar los valores de los pares ordenados (X, Y), a través del uso de ciclos for y almacenando en un par de vectores llamados vectoX[] y vectorY[].

```
int leerVectores(float vectorX[MAX], float vectorY[MAX]){
    int n, option;
    char str[MAX];
    do {
        clear();
        printf("\n\n\t INGRESANDO TABLA DE VALORES\n");
        do {
            printf(" \n Ingrese la cantidad de pares(X, Y) en la tabla: ");
            in(str);
            n = atoi(str);
        } while(n < 2 || !isInteger(str));
        clear();
        int i;
        printf("\n\n\t INGRESANDO VALORES DE X\n");
```

```

for(i = 0 ; i < n ; i++){
do{
    printf("\n x%d: ",i);
        in(str);
        vectorX[i] = atof(str);
    }while(!isFloat(str));
}
clear();
printf("\n\n\t INGRESANDO VALORES DE Y\n");

for(i = 0 ; i < n ; i++){
do{
    printf("\n y%d: ",i);
        in(str);
        vectorY[i] = atof(str);
    }while(!isFloat(str));
}
clear();
printf("\n\n %cSu tabla es la siguiente?\n\n",168);
/*Imprimo la matriz que forman los coeficientes de la ecuacion*/
printf(" X");
for(i = 0 ; i < n ; i++){
    printf("\t %f", vectorX[i]);
}
printf("\n Y");
for(i = 0 ; i < n ; i++){
    printf("\t %f", vectorY[i]);
}
printf("\n");
do{
printf("\n [1.Si 2.No]: ");
    in(str);
    option = atoi(str);
    }while(option!=1 && option!=2 || !isInteger(str));

}while(option != 1);
return n;
}

```

Void lagrange().

void lagrange() es la parte mas importante de nuestro programa, ya que en esta función se realizan todos los cálculos para estimar el valor deseado a través del metodo de interpolación

de Lagrange. Haciendo uso de ciclos for para las sumatorias y productorias, que son la base principal del método.

```
void lagrange(float vectorX[MAX], float vectorY[MAX], int n) {
    float x, y, numerador[MAX], denominador[MAX];
    char str[MAX];
    int i, j;

    imprimirProceso(0, 0, vectorX, vectorY, n);

    do {
        printf("\n\n Ingrese el valor de X a estimar en y(X): ");
        in(str);
        x = atof(str);
    } while(!isFloat(str));

    clear();

    //Inicializar
    for(i = 0; i < n; i++) {
        numerador[i] = 1;
        denominador[i] = 1;
    }

    //Numerador
    for(i = 0; i < n; i++) {
        for(j = 0; j < n; j++) {
            if(i != j) {
                numerador[i] = numerador[i] * (x - vectorX[j]);
            }
        }
    }

    //Denominador
    for(i = 0; i < n; i++) {
        for(j = 0; j < n; j++) {
            if(i != j) {
                denominador[i] = denominador[i] * (vectorX[i] - vectorX[j]);
            }
        }
    }

    //y(X)
    y = 0;
    for(i = 0; i < n; i++) {
        y = y + (vectorY[i] * numerador[i]) / denominador[i];
    }
}
```



```

    }

    printf("\n\n\t VALOR ESTIMADO A TRAVES DE INTERPOLACION DE
    LAGRANGE.", 162);
    imprimirProceso(1, x, vectorX, vectorY, n);
    printf("\n\n RESULTADO\n\n y(%.2f) = %f\n\n", x, y);
    pause();
}

```

Void imprimirProceso().

Void imprimirProceso() es una función para mostrar los pasos realizados por el programa, con el fin de que el usuario pueda visualizar estos y compararlos con su procedimiento realizado a mano.

```

void imprimirProceso(int flag, float x, float vectorX[MAX], float vectorY[MAX], int n) {
    int i, j;

    printf("\n\n");

    if(flag == 1) {
        printf(" y(%.2f) = \n\n", x);
    } else {
        printf(" y(X) = \n\n");
    }

    for(i = 0; i < n; i++) {
        printf(" +\t %.2f\t", vectorY[i]);
        for(j = 0; j < n; j++){
            if(i != j) {
                if(flag == 1) {
                    printf("(%.2f -\t %.2f)\t", x, vectorX[j]);
                } else {
                    printf("(X -\t %.2f)\t", vectorX[j]);
                }
            }
        }
        printf("\n
        ");
        for(j = 0; j < (n-1) * 2; j++) {
            printf("_____");
        }

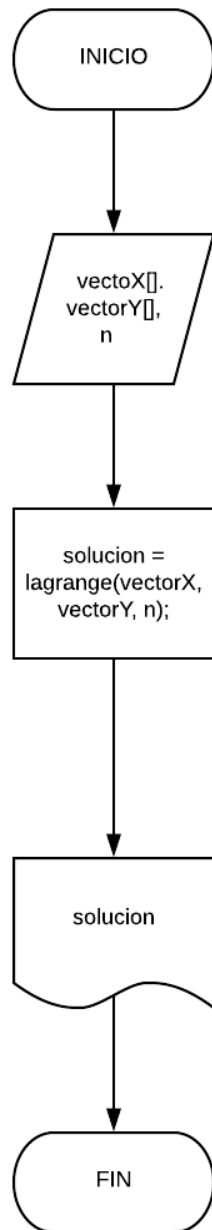
        printf("\n");
        printf("\t\t", vectorY[i]);
    }
}

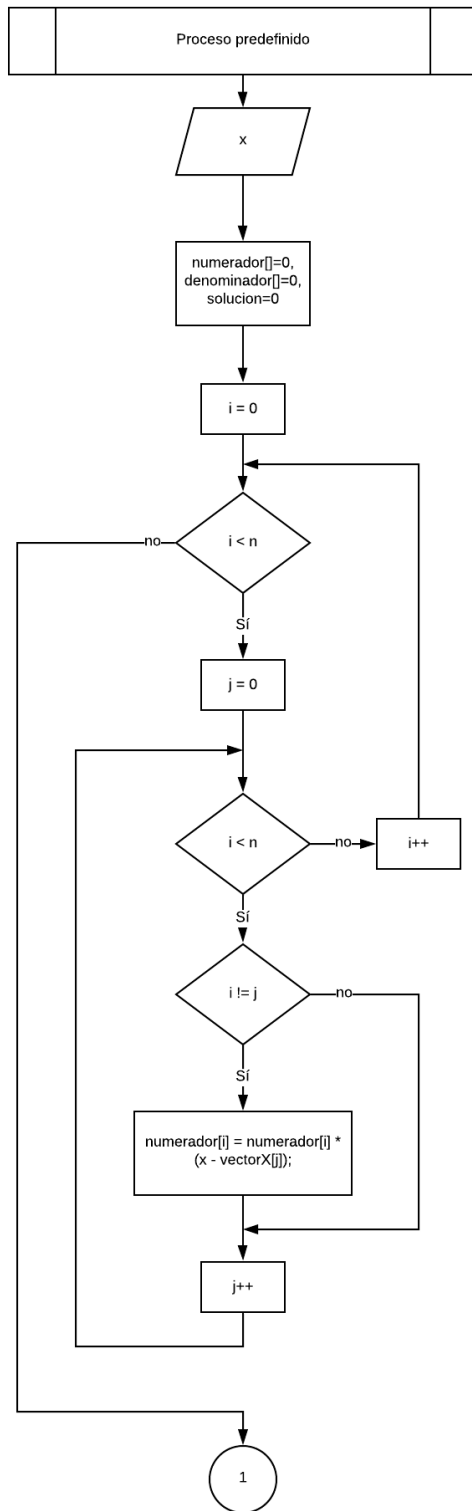
```

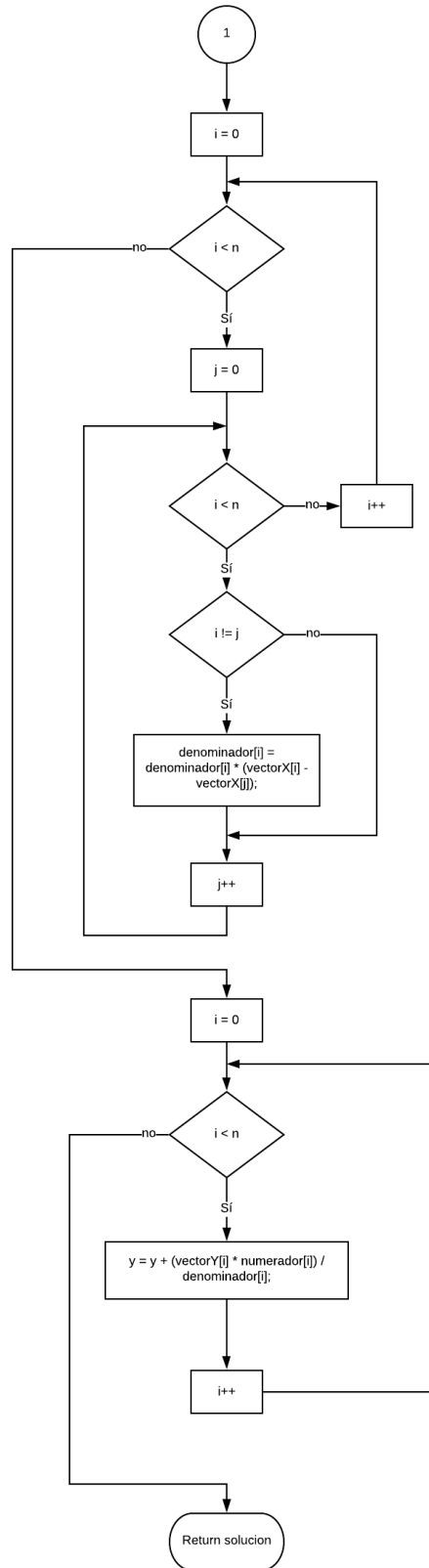
```
        for(j = 0; j < n; j++){
            if(i != j) {
                printf("(%.2f -\t %.2f)\t", vectorX[i], vectorX[j]);
            }
        }
        printf("\n\n");
    }
}
```

Diagrama de flujo.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo para el método de Interpolación de Lagrange.







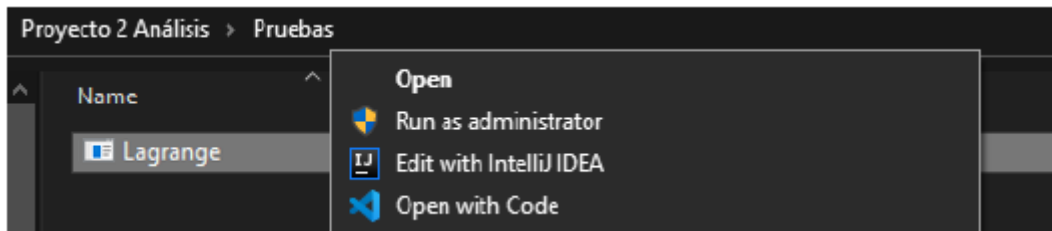
Manual de usuario y funcionamiento.

El programa Lagrange.exe tiene como finalidad estimar valores intermedios entre un conjunto de puntos (x, y) , y a través del método de interpolación de la lagrange. Además de mostrar el valor encontrado a través de la evaluación en el polinomio encontrado, el programa es capaz de ir desplegando el procedimiento,

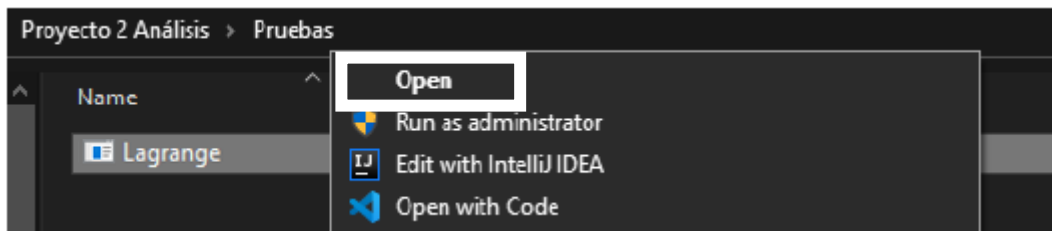
Abrir la aplicación.

Para poder abrir la aplicación se realizan los siguientes pasos.

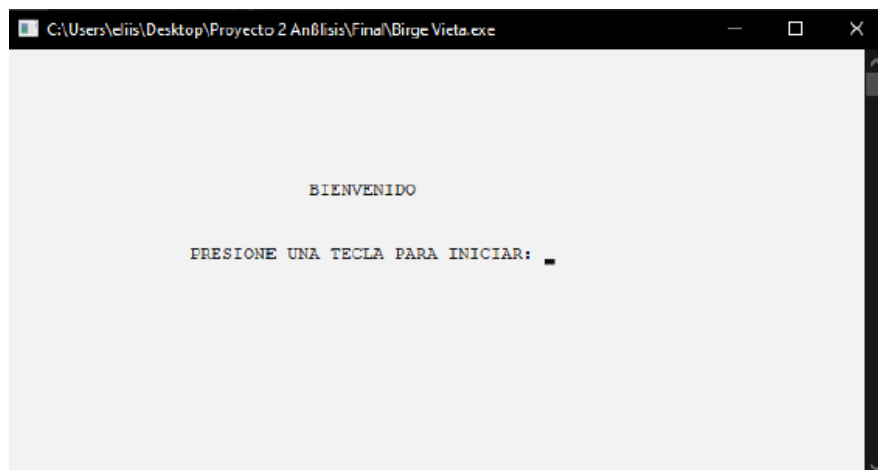
1. Clic derecho para seleccionar y clic izquierdo para ver el menú desplegable en nuestra aplicación Lagrange.exe:



2. Clic derecho en abrir u open (dependiendo del idioma del equipo):

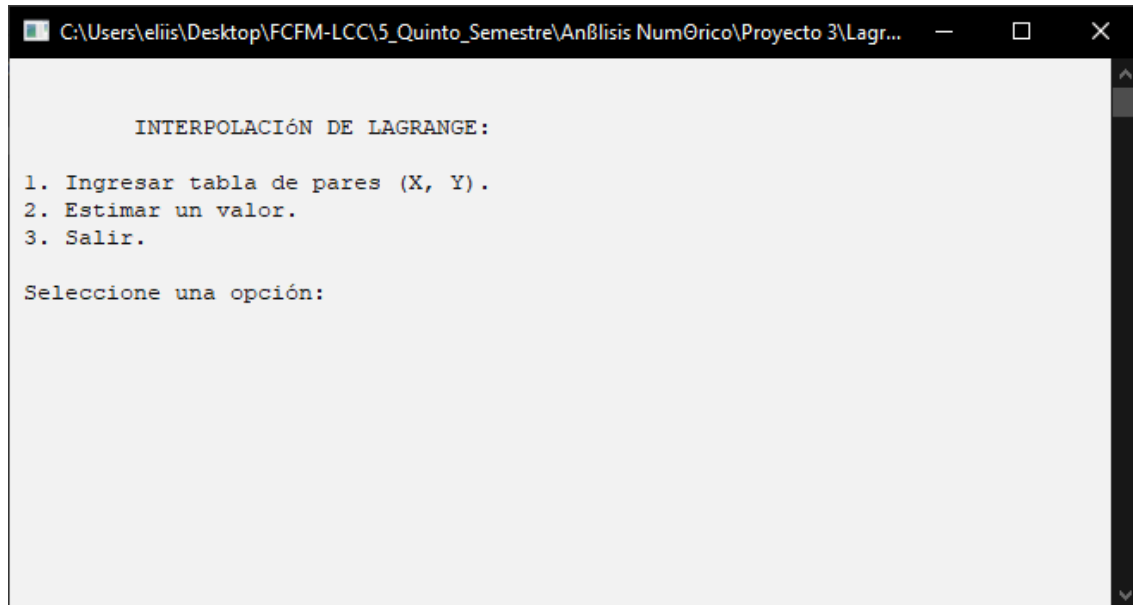


3. La aplicación se desplegará como en la siguiente ventana:

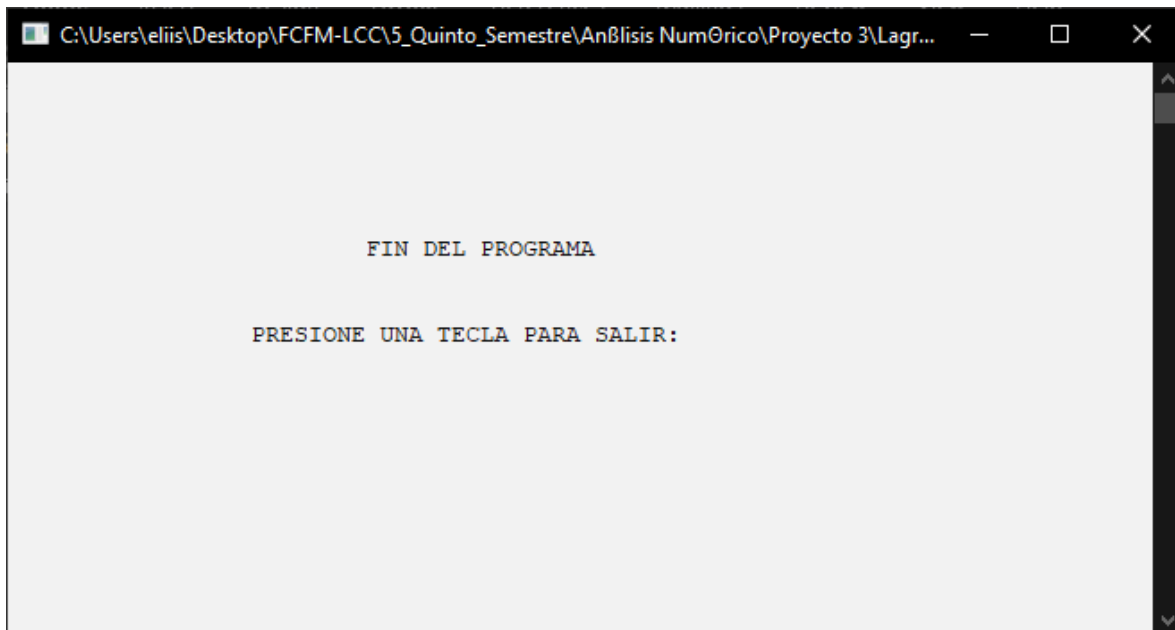


Funcionamiento.

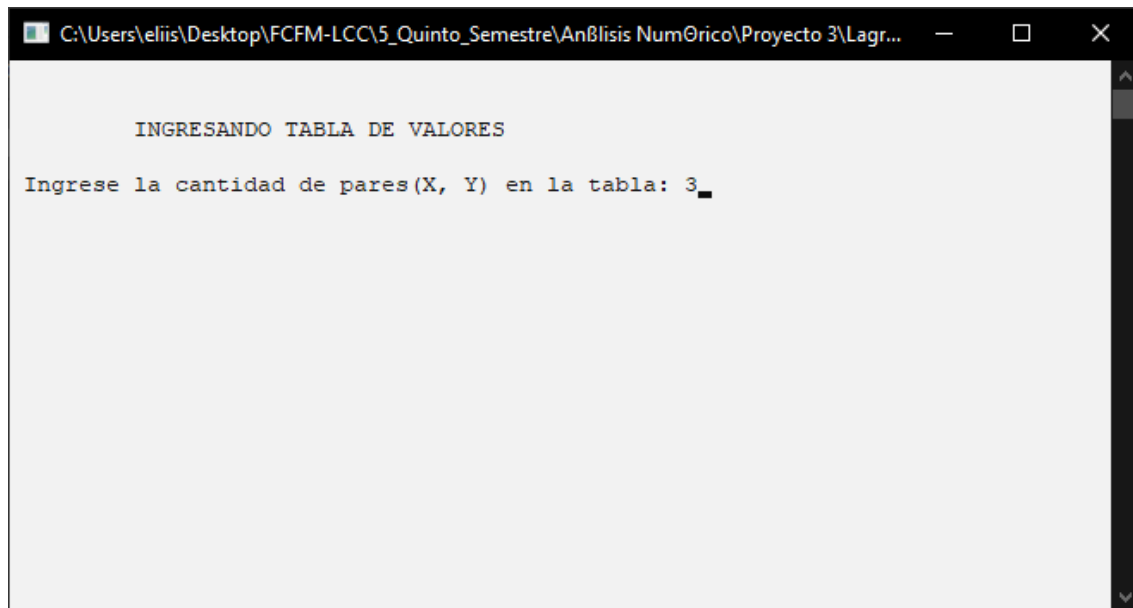
Después de abrir la aplicación, se desplegará una ventana de bienvenida. Para iniciarla debemos presionar cualquier tecla. Una vez hecho esto, nos mostrará un menú de inicio:



Debemos escoger una opción ingresando un número (1, 2 o 3), y dar enter: Si escogemos la opción 3, nos desplegará la ventana de Fin del programa:



Si escogemos la opción 1, podremos ingresar un conjunto de valores (x, y) . Los cuales será la base para que el programa encuentre el polinomio de interpolación. Nos preguntará la cantidad n de pares ordenados, este número debe ser mayor o igual a 2:

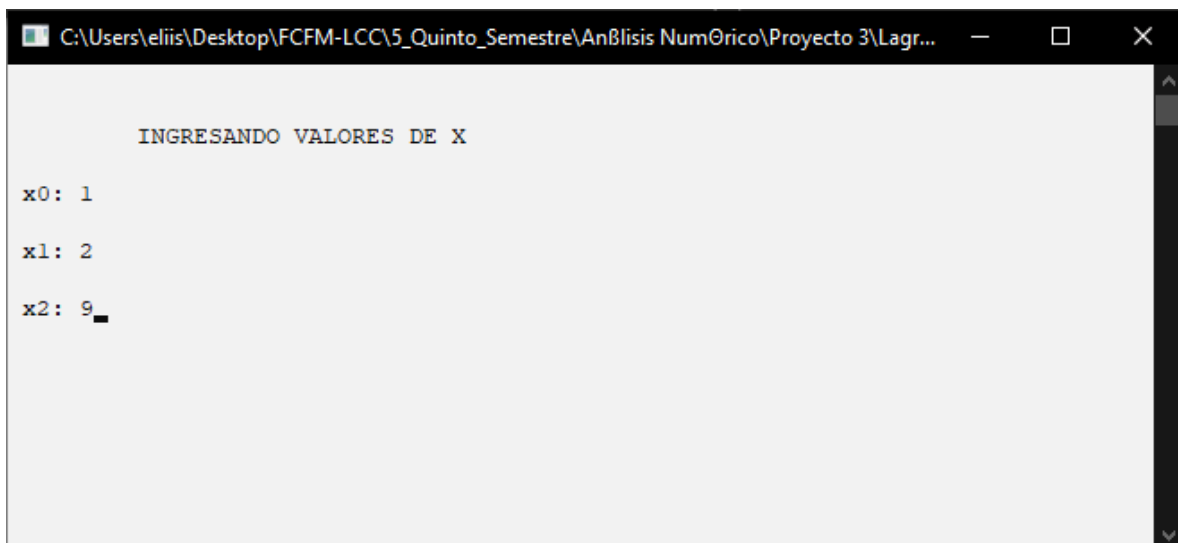


Una vez escogido la cantidad de pares ordenados, debemos ingresarlos uno a uno, empezando por x_0, x_1, \dots, x_n y después y_0, y_1, \dots, y_n .

Para el conjunto de pares

X	1	2	9
Y	7	8	5

La entrada sería la siguiente.




```
C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...

INGRESANDO VALORES DE Y

y0: 7
y1: 8
y2: 5_
```

Nos desplegará una ventana de confirmación donde deberemos seleccionar una opción (1 o 2). En caso de seleccionar no (2), nos volverá a pedir la cantidad de pares ordenados y los pares.

```
C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...

¿Su tabla es la siguiente?

X      1.000000      2.000000      9.000000
Y      7.000000      8.000000      5.000000

[1.Si 2.No]:
```

Una vez ingresada la tabla de valores, podremos usar la opción 2. En la cual podremos estimar un valor, tomando como referencia el polinomio calculado con los pares de la opción 1.

```
C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...

INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE:

1. Ingresar tabla de pares (X, Y).
2. Estimar un valor.
3. Salir.

Seleccione una opción: 2
```

Luego, nos pedirá un valor de x para evaluarlo en el polinomio y(x).

```
C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...

y (X) =
+      7.00  (X - 2.00) (X - 9.00)
+           (1.00 - 2.00) (1.00 - 9.00)
+      8.00  (X - 1.00) (X - 9.00)
+           (2.00 - 1.00) (2.00 - 9.00)
+      5.00  (X - 1.00) (X - 2.00)
+           (9.00 - 1.00) (9.00 - 2.00)

Ingrese el valor de X a estimar en y(X): 2.7
```

Para el valor $x = 2.7$, y de acuerdo con los cálculos realizados en clase, $y(2.7)$ debería ser igual a 8.4875. Lo cual coincide con el programa donde se nos muestra el resultado y procedimiento.

```

C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...
VALOR ESTIMADO A TRAVES DE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE.

y(2.70) =
+      7.00   (2.70 - 2.00) (2.70 - 9.00)
              (1.00 - 2.00) (1.00 - 9.00)
+      8.00   (2.70 - 1.00) (2.70 - 9.00)
              (2.00 - 1.00) (2.00 - 9.00)
+      5.00   (2.70 - 1.00) (2.70 - 2.00)
              (9.00 - 1.00) (9.00 - 2.00)

RESULTADO

y(2.70) = 8.487500

PRESIONE UNA TECLA PARA CONTINUAR:

```

Una vez estimado el valor, si damos clic a cualquier tecla, regresaremos al inicio.

```

C:\Users\eliis\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagr...
INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE:

1. Ingresar tabla de pares (X, Y).
2. Estimar un valor.
3. Salir.

Seleccione una opción: 

```

Uso del programa y aplicaciones.

Aplicación de la interpolación polinomial en estadísticas de población

En México el INEGI lleva a cabo censos de población desde el año 1950, al principio se llevaban a cabo cada 10 años ya que no se contaba con la tecnología actual y por lo tanto era un proceso muy largo y costoso, pero a partir del año 1990 se comenzó a realizar cada 5 años. Dichos estudios arrojan los siguientes resultados:

Año	Total	Hombres	Mujeres
1950	25 791 017	12 696 935	13 094 082
1960	34 923 129	17 415 320	17 507 809
1970	48 225 238	24 065 614	24 159 624
1990	81 249 645	39 893 969	41 355 676
1995	91 158 290	44 900 499	46 257 791
2000	97 483 412	47 592 253	49 891 159
2005	103 263 388	50 249 955	53 013 433
2010	112 336 538	54 855 231	57 481 307

Un problema que surge naturalmente es el saber qué población de hombres o mujeres hubo en algún año en el que no se realizó un censo, aquí es donde intervienen los métodos numéricos.

Para encontrar una aproximación de población de hombres en algún año se recurre a la interpolación polinomial, que consiste en hallar un polinomio que pase por todos los datos que tenemos y nos pueda dar una aproximación al año que necesitemos, siempre y cuando el año buscado este dentro del intervalo, en este caso desde 1950 a 2010.

He aquí la tabla de población de hombres que se desea interpolar:

Año	Hombres
1950	12 696 935
1960	17 415 320
1970	24 065 614
1990	39 893 969
1995	44 900 499
2000	47 592 253
2005	50 249 955
2010	54 855 231

Ya que ingresamos todos los valores de la tabla en el software ahora procedemos a estimar la población existente en un año $x = 1980$.

Obtenemos el siguiente resultado:

```
Select C:\Users\elisi\Desktop\FCFM-LCC\5_Quinto_Semestre\Análisis Numérico\Proyecto 3\Lagrange.exe

VALOR ESTIMADO A TRAVÉS DE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE.

y(1980.00) =
+ 12694935.00 (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 17415120.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 24065614.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 39892968.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 44900900.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 47592252.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 50249956.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)
+ 54855232.00 (1980.00 - 1950.00) (1980.00 - 1960.00) (1980.00 - 1970.00) (1980.00 - 1990.00) (1980.00 - 1995.00) (1980.00 - 2000.00) (1980.00 - 2005.00) (1980.00 - 2010.00)

RESULTADO
y(1980.00) = 26857328.000000

PRESIONE UNA TECLA PARA CONTINUAR:
```

Haciendo un pequeño análisis del resultado (26,857,328 personas) podemos ver que el valor obtenido se encuentra entre la población que había 10 años antes y después de 1980 por lo que podemos apreciar que este valor si se estima de una manera razonable a el comportamiento de la población según la información de INEGI.

Conclusión

Cuando realizamos el método de interpolación de lagrange en clase, y en general con cualquier otro método de interpolación, pudimos darnos cuenta de que las operaciones, conforme la cantidad de pares ordenados crece, se van volviendo más largas. Esto da lugar a una mayor cantidad de posibles errores provocados por un numero mal escrito.

En la vida real, pocos estudios requieren la interpolación con tan sólo 4 puntos. Se suelen contar con centenas e incluso miles de datos. En estos casos, el grado de este polinomio sería tan alto que resultaría muy complicado y poco eficaz realizar los cálculos a mano. Por esta razón es que un programa computacional como este es de gran ayuda.

La tecnología actual permite manejar polinomios de grados superiores sin grandes problemas, a costa de un consumo de tiempo de computación. Haciendo mas efectiva la obtención de cálculos y el manejo de datos.

Referencias.

William De la Cruz Huitrón (2012). Aplicacion de la interpolacion polinomial en estadisticas de población. Estadisticas de población mexico. Recuperado de: <http://estadisticasdepoblacionmexico.blogspot.com/>