

A photograph showing a massive colony of Steller sea lions (Eumetopias jubatus) resting on a dark, craggy rock face. The rocks are covered in patches of green moss and algae. The sea lions are scattered across the surface, some lying individually while others are in small groups. They have thick, light-colored fur. The sky above the cliff is bright and clear.

Расчеты Численности Популяций: Первые Шаги

Эли Гуарий

National Marine Mammal Laboratory, Seattle WA
Лекция 2 - ИПЭЭ-РАН - Апрель, 2011

Общая цель: насчитывать зверей в популяции (N)



- Если всех можем наблюдать, то $1, 2, 3 \dots N$, .
- Если же мы не можем *всех* насчитывать (что на много обычнее) то мы считаем каких можем и как-то экстраполирием на всю площадь. -
- Когда экстраполируем - то получаем оценку (*estimate*).
- Оценку надо оценивать, т.е. определять ошибку (*error*).



Общая цель: насчитывать зверей в популяции (N)



- Если всех можем наблюдать, то $1, 2, 3 \dots N$.
- Если же мы не можем всех насчитывать (что на много обычнее) то мы считаем каких можем и как-то экстраполирием на всю площадь. -
- Когда экстраполирируем - то получаем оценку (*estimate*).
- Оценку надо оценивать, т.е. определять ошибку (*error*).



Общая цель: насчитывать зверей в популяции (N)



- Если всех можем наблюдать, то $1, 2, 3 \dots N$.
- Если же мы не можем *всех* насчитывать (что на много обычнее) то мы считаем каких можем и как-то экстраполирием на всю площадь. -
- Когда экстраполируем - то получаем оценку (*estimate*).
- Оценку надо оценивать, т.е. определять ошибку (*error*).



Общая цель: насчитывать зверей в популяции (N)



- Если всех можем наблюдать, то $1, 2, 3 \dots N$.
- Если же мы не можем *всех* насчитывать (что на много обычнее) то мы считаем каких можем и как-то экстраполирием на всю площадь. -
- Когда экстраполируем - то получаем **оценку** (*estimate*).
- Оценку надо оценивать, т.е. определять **ошибку** (*error*).



Общая цель: насчитывать зверей в популяции (N)

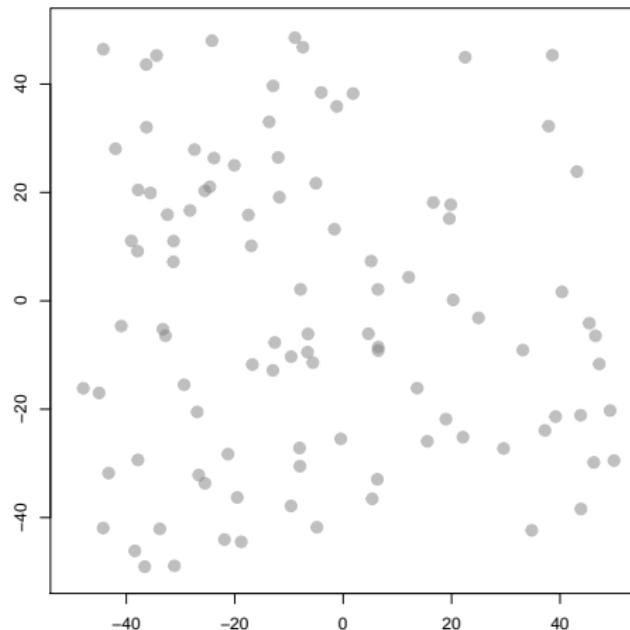


- Если всех можем наблюдать, то $1, 2, 3 \dots N$.
- Если же мы не можем *всех* насчитывать (что на много обычнее) то мы считаем каких можем и как-то экстраполирием на всю площадь. -
- Когда экстраполируем - то получаем **оценку** (*estimate*).
- Оценку надо оценивать, т.е. определять **ошибку** (*error*).



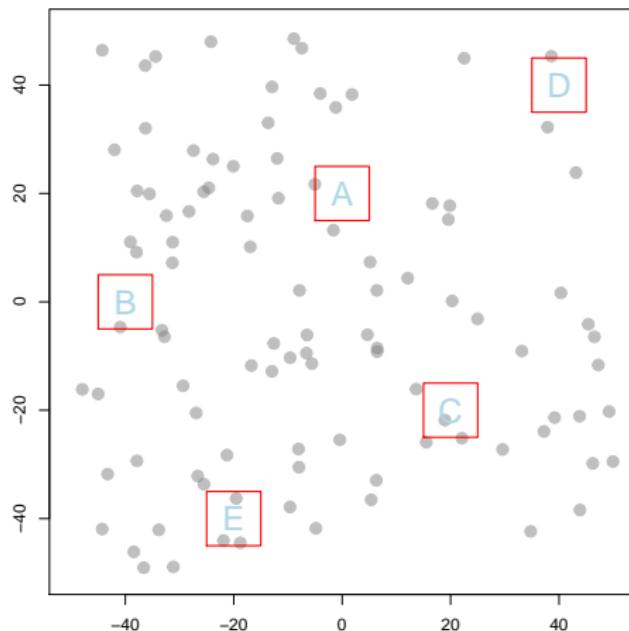
В этой лекции, мы обсудим некоторые статистические свойства учетных данных, которые нам позволят определить качество оценок численности.

Метод Квадратов (“Quadrat Method”)



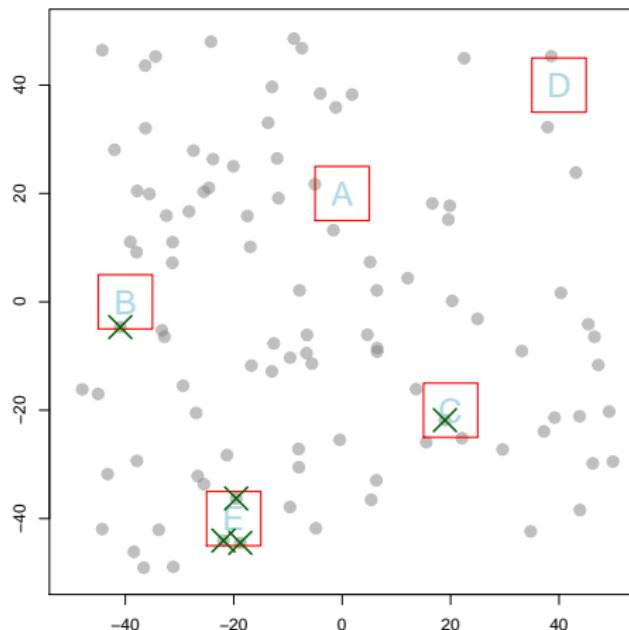
Берем N особей разпределенных на площади $A...$

Метод Квадратов (“Quadrat Method”)



разместим случайно n квадратов площади a_i ...

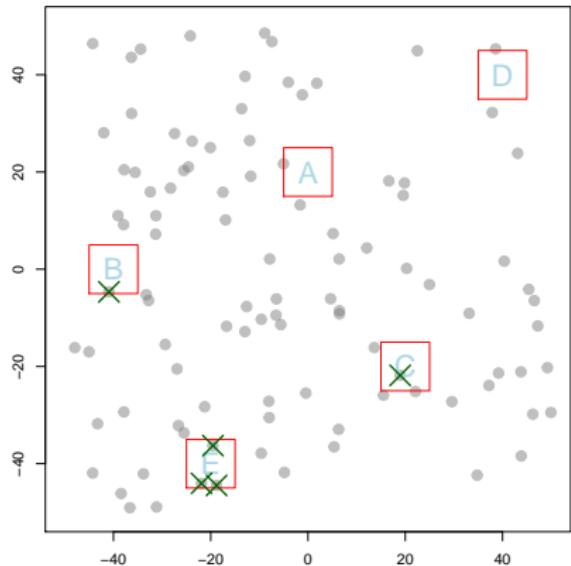
Метод Квадратов (“Quadrat Method”)



... и в этих квадратах подсчитаем число особей: c_i .

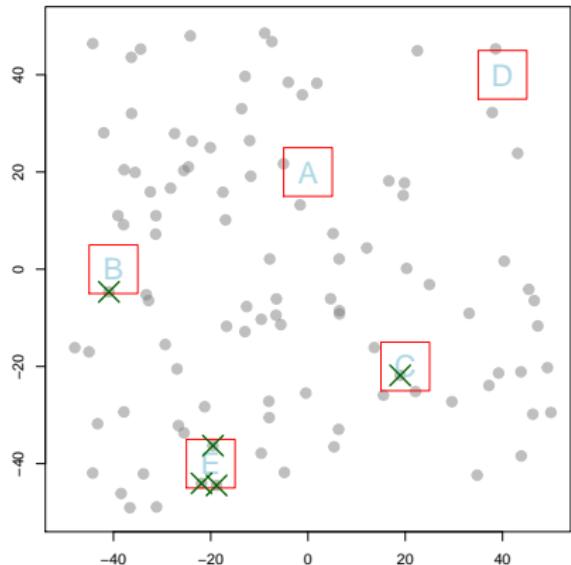
Метод Квадратов: Теория

- реальная численность:
 N
- реальная плотность:
 $D = N/A$
- оценка плотности:
 $\hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$
- оценка численности:
 $\hat{N} = \hat{D} \times A$



Метод Квадратов: Теория

- реальная численность:
 N
- реальная плотность:
 $D = N/A$
- оценка плотности:
 $\hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$
- оценка численности:
 $\hat{N} = \hat{D} \times A$



Метод Квадратов: Теория

- реальная численность:

$$N$$

- реальная плотность:

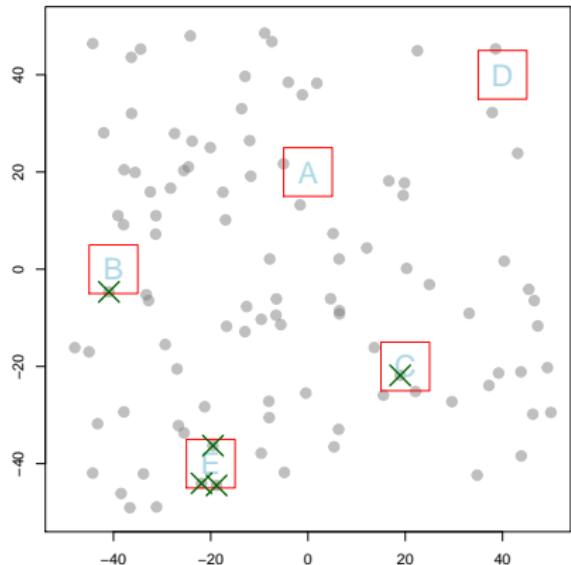
$$D = N/A$$

- оценка плотности:

$$\hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

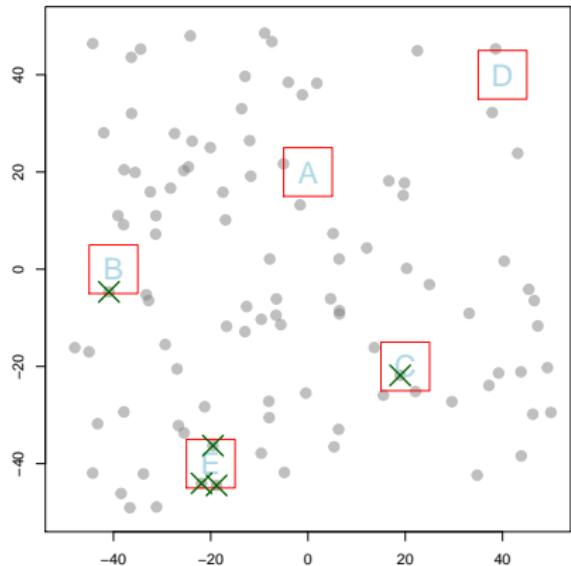
- оценка численности:

$$\hat{N} = \hat{D} \times A$$



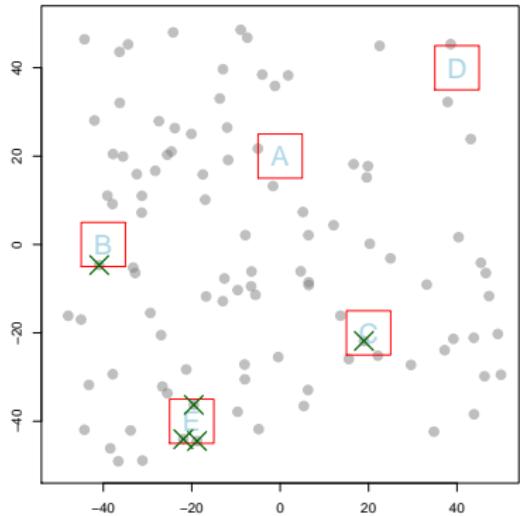
Метод Квадратов: Теория

- реальная численность:
 N
- реальная плотность:
 $D = N/A$
- оценка плотности:
 $\hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$
- оценка численности:
 $\hat{N} = \hat{D} \times A$



Метод Квадратов: Пример

кв.	коорд.	уч.	пл.
A	(0, 20)	0	100
B	(-40, 0)	1	100
C	(20, -20)	1	100
D	(40, 40)	0	100
E	(-20, -40)	3	100

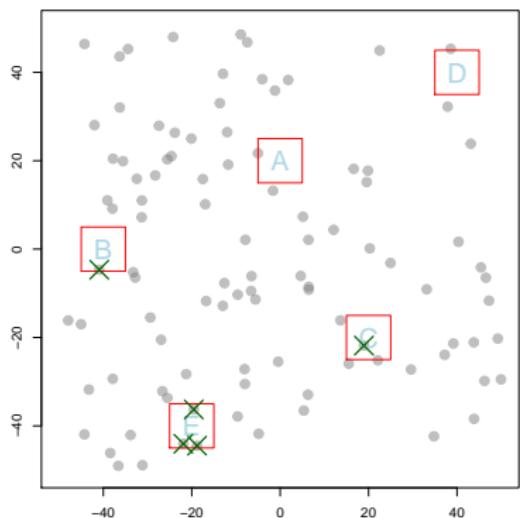


$$\text{Оценка плотности: } \hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i} = (1 + 1 + 3)/500 = 0.01$$

$$\text{Оценка численности: } \hat{N} = \hat{D} \times A = 0.01 \times 100 \times 100 = 100$$

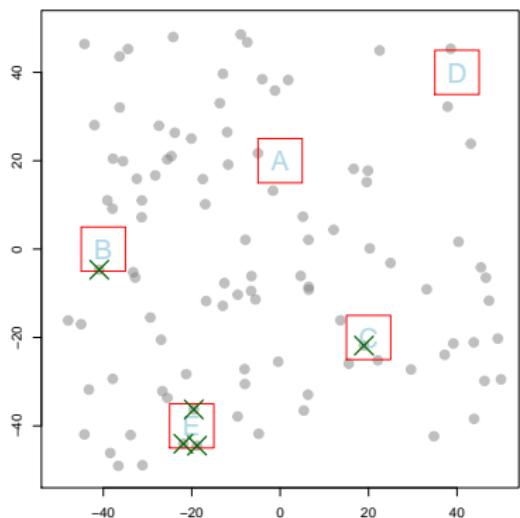
Метод Квадратов: Пример

- Оценка численности:
 $\hat{N} = 100$
- Реальная численность:
 $N = 100$
- Означает ли это что метод точный?...
- **НЕТ!!!!**



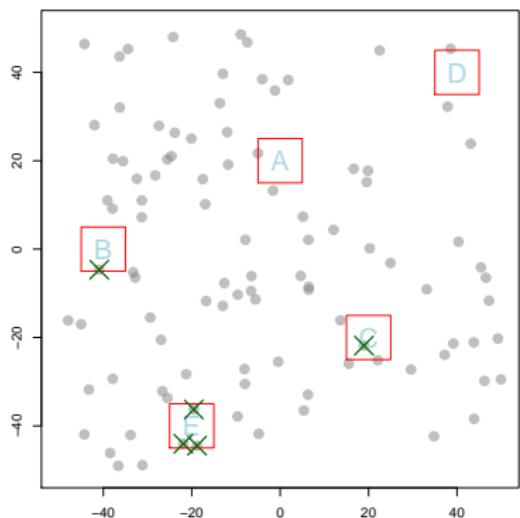
Метод Квадратов: Пример

- Оценка численности:
 $\hat{N} = 100$
- Реальная численность:
 $N = 100$
- Означает ли это что метод точный?...
- НЕТ!!!!



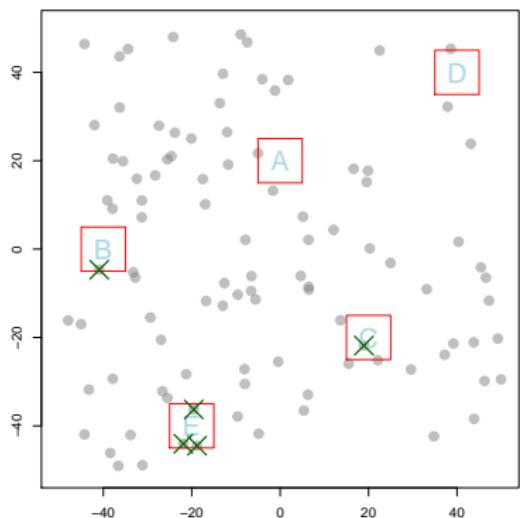
Метод Квадратов: Пример

- Оценка численности:
 $\hat{N} = 100$
- Реальная численность:
 $N = 100$
- Означает ли это что метод точный?...
- НЕТ!!!!



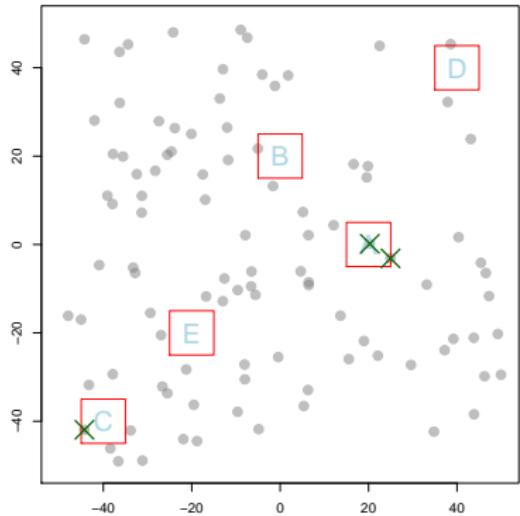
Метод Квадратов: Пример

- Оценка численности:
 $\hat{N} = 100$
- Реальная численность:
 $N = 100$
- Означает ли это что метод точный?...
- **НЕТ!!!!**



Метод Квадратов: Пример II

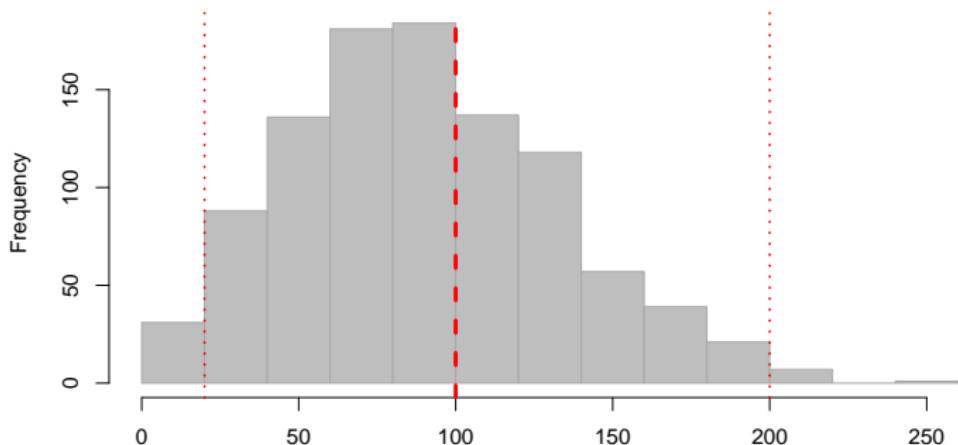
кв.	коорд.	уч.	пл.
A	(20, 0)	2	100
B	(0, 20)	0	100
C	(-40, -40)	1	100
D	(40, 40)	0	100
E	(-20, -20)	0	100



$$\text{Оценка плотности: } \hat{D} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n a_i} = (2 + 1)/500 = 0.006$$

$$\text{Оценка численности: } \hat{N} = \hat{D} \times A = 0.01 \times 100 \times 100 = \mathbf{60}$$

Метод Квадратов: Симуляция



Повторим симуляцию 1000 раз с параметрами:
 $N = 100$, $A = 100 \times 100$, $n = 5$, $a = 100$.

Метод Квадратов: Распределение оценки учета \hat{N}

Показатели оценки:

- Среднее (*mean*) или Ожидаемая величина (*expected value/expectation*)

$$E(N) = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i$$

- Медиана (*median*):

$$\tilde{\mu} = Q_{0.5}(N_i)$$

Показатели ошибки:

- Дисперсия (*variance*):

$$\text{Var}[N] = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (N_i - \mu)^2$$

- Стандартное отклонение (*standard deviation - SD*):

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

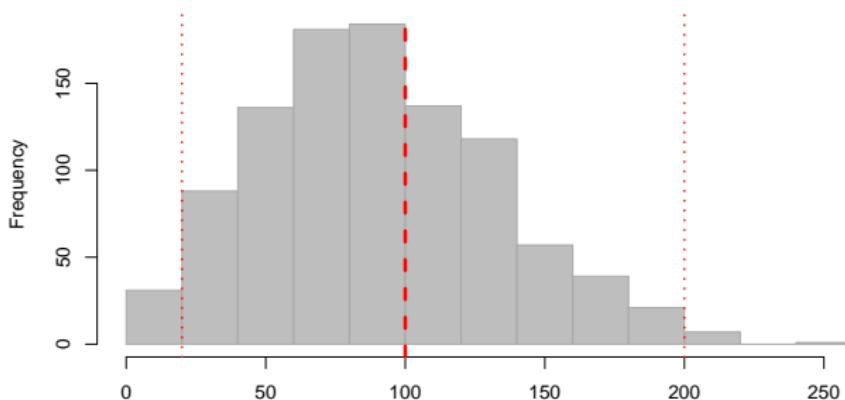
- Коэффициент вариации (*coefficient of variation - CV*):

$$\sigma/\mu$$

- Доверительный интервал (*confidence interval - CI*):

$$Q_{.025}(N_i), Q_{.975}(N_i) \approx \mu \pm 2\sigma_N$$

Метод Квадратов: Оценка оценки \hat{N}



Показатели оценки:

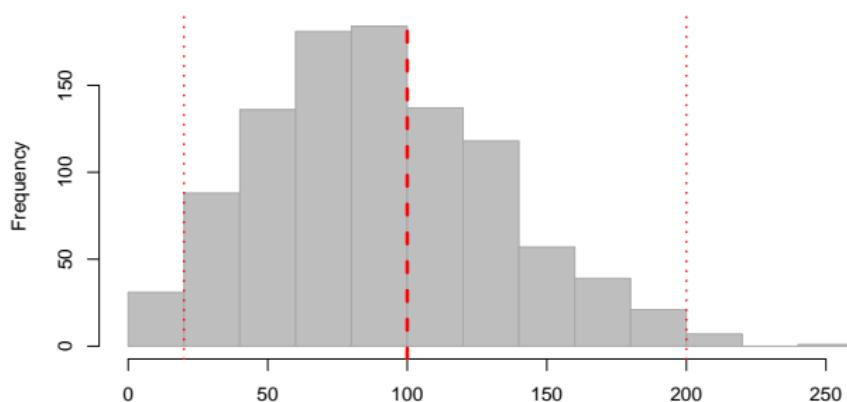
- Среднее: 100.42
- Медиана: 100

Показатели ошибки:

- Стандартное отклонение (SD): 44.32
- Коэффициент вариации (CV): 44%
- Доверительный интервал (CI): $(20, 200) \approx (12, 188)$

Значит оценка \hat{N} верная (*accurate*), т.е. не смещенная (*unbiased*), но не очень точная (*precise*).

Метод Квадратов: Оценка оценки \hat{N}



Показатели оценки:

- Среднее: 100.42
- Медиана: 100

Показатели ошибки:

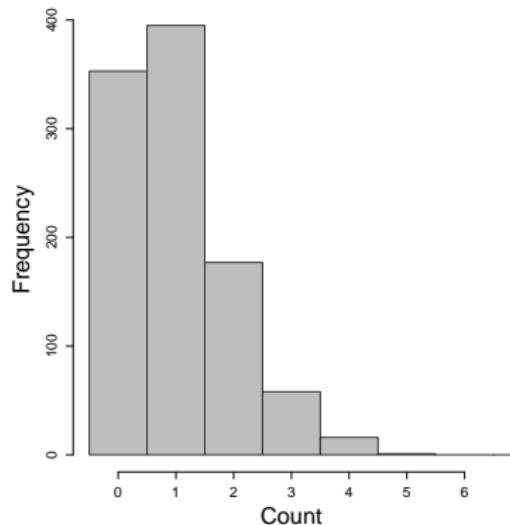
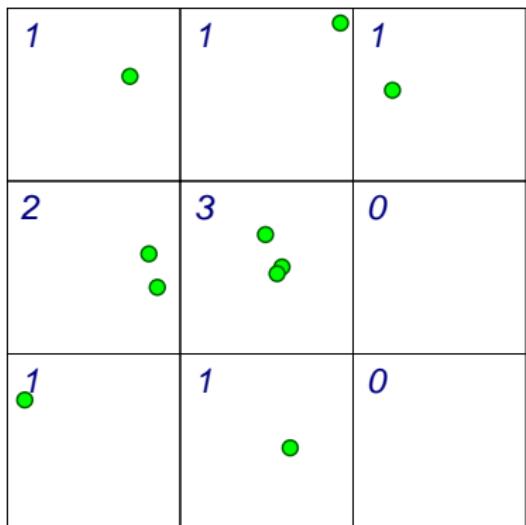
- Стандартное отклонение (SD): 44.32
- Коэффициент вариации (CV): 44%
- Доверительный интервал (CI): $(20, 200) \approx (12, 188)$

Значит оценка \hat{N} верная (*accurate*), т.е. не смещенная (*unbiased*), но не очень точная (*precise*).

Метод Квадратов: Как оценивать ошибку?

Распределение Пуассона

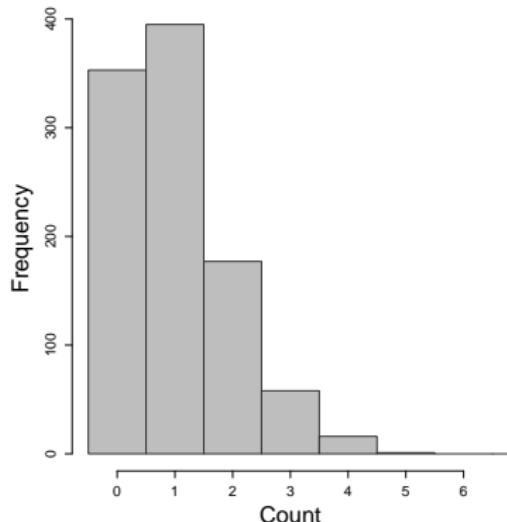
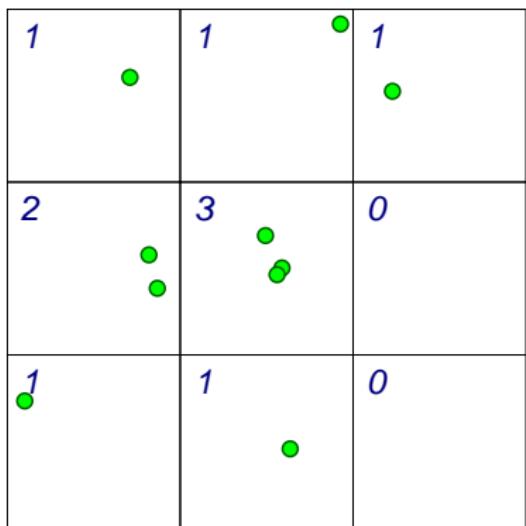
$$\lambda = 1$$



Метод Квадратов: Как оценивать ошибку?

$$\mathbb{P}(c = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; \text{ где } \lambda = \text{ожидаемое число}$$

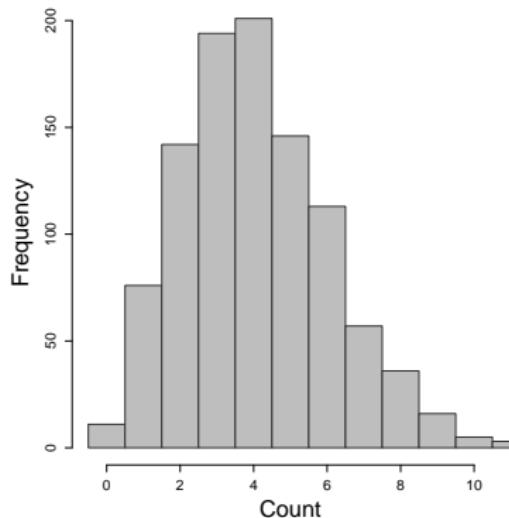
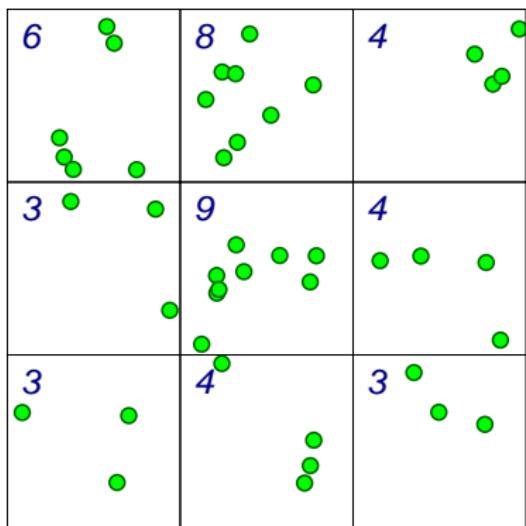
$$\lambda = 1$$



Метод Квадратов: Как оценивать ошибку?

$$\mathbb{P}(c = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; \text{ где } \lambda = \text{ожидаемое число}$$

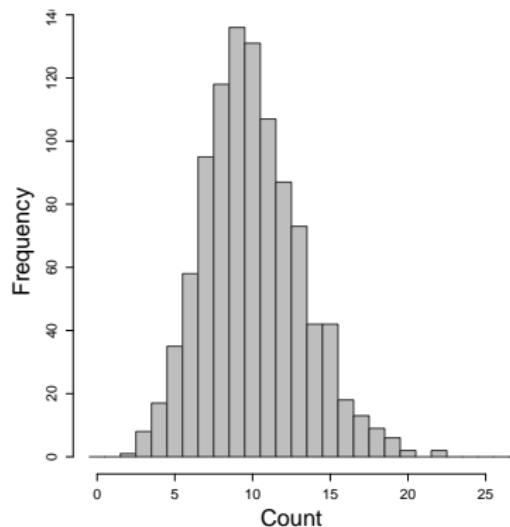
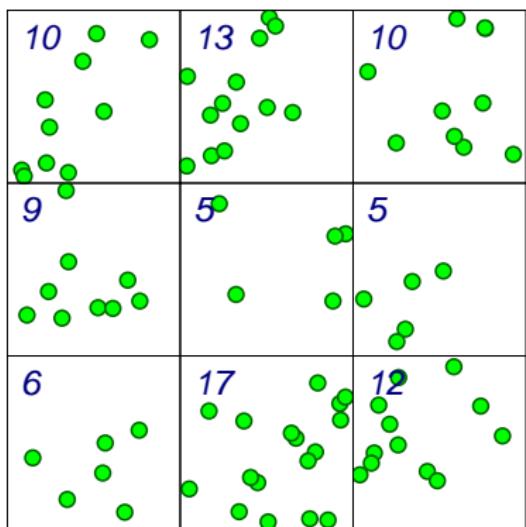
$$\lambda = 4$$



Метод Квадратов: Как оценивать ошибку?

$$\mathbb{P}(c = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}; \text{ где } \lambda = \text{ожидаемое число}$$

$\lambda = 10$





RECHERCHES
SUR LA
PROBABILITÉ DES JUGEMENTS
EN MATIÈRE CRIMINELLE
ET EN MATIÈRE CIVILE,
SUITE
DES RÈGLES GÉNÉRALES DU CALCUL DES PROBABILITÉS:
Par S.-D. POISSON,

Le calcul des probabilités s'applique également aux choses de toute espèce, morales ou physiques, et ne dépend aucunement de leur nature, pourvu que dans chaque cas, l'observation fournit les données numériques, nécessaires à ses applications.

Симеон Дени Пуассон (1781-1840) - великий французский математик и физик, разработал теорию учетов для анализа решений судов в уголовных и гражданских делах Франции, отмечая еще в 1837-м году что:

"Наука вероятностей применяется равно ко всем видам предметов - будь они моральные или физические - при условии, что в каждом случае наблюдение обеспечивают количественные данные, необходимые для ее [науки вероятностей] приложения."

(Труды по вероятности вердиктов по уголовным и гражданским делам, включая общие правила расчета вероятностей)



Википедия
Свободная энциклопедия

статья

обсуждение

править

история

переименовать

Пуассона процесс

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

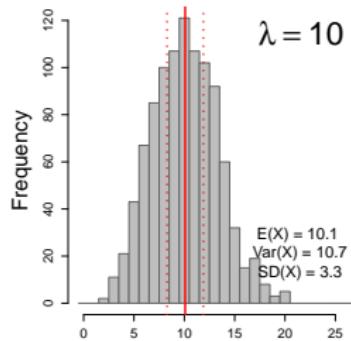
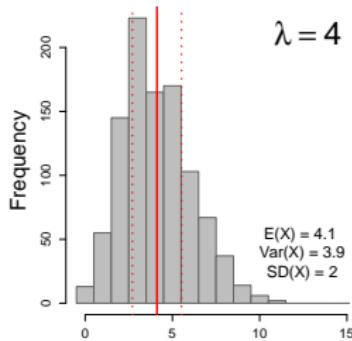
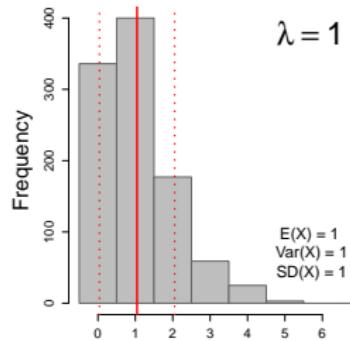
[править]

В теории случайных процессов описывает количество наступивших случайных событий, происходящих с постоянной интенсивностью.

В нашем применении:

Количество особей независимо и случайно распределенных в пространстве с постоянной плотностью.

Уникальное свойство распределение Пуассона.



Если $X \sim Poisson(\lambda)$ то

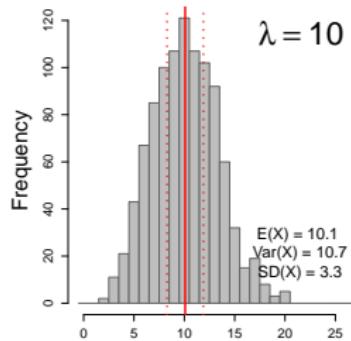
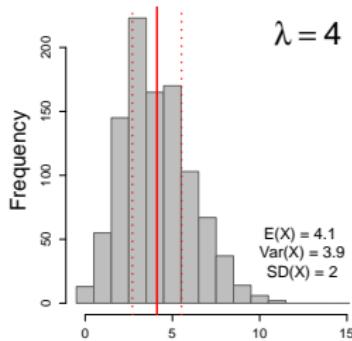
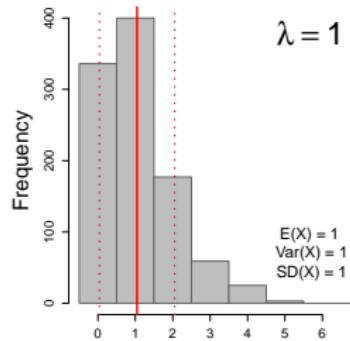
$$E[X] = \lambda$$

$$Var[X] = \lambda$$

то есть: **Дисперсия = Ожидание = Интенсивность!**

Используя это свойство, легко можно проверить соответствуют ли данные распределению Пуассона.

Уникальное свойство распределение Пуассона.



Если $X \sim Poisson(\lambda)$ то

$$E[X] = \lambda$$

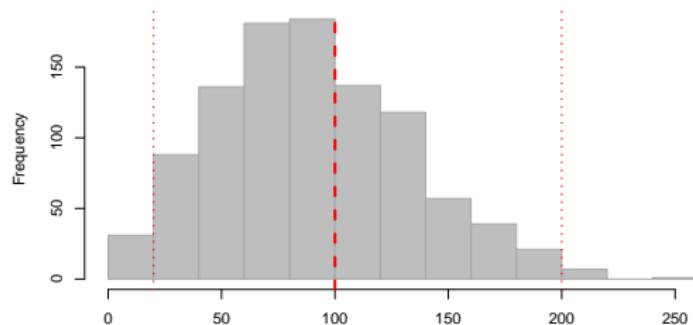
$$Var[X] = \lambda$$

то есть: **Дисперсия = Ожидание = Интенсивность!**

Используя это свойство, легко можно проверить соответствуют ли данные распределению Пуассона.

Прогноз ошибки

$$\text{Оценка: } \hat{N} = \frac{A}{a} \sum_{i=1}^n c_i$$



Величина	Теория	Прогноз	Симуляция
$C = \sum_{i=1}^n c_i$	$\text{Poisson}(D \times a)$	$\text{Poisson}(5)$...
$E[\hat{N}]$	$\frac{A}{a} E[C] = \frac{A}{a} (D \times a)$	$\frac{100^2}{500} 5 = 100$	100.42
$\text{Var}[\hat{N}]$	$\left(\frac{A}{a}\right)^2 \text{Var}[C] = \left(\frac{A}{a}\right)^2 E[C] = D \frac{A^2}{a}$	2000	1964
$\text{SD}[\hat{N}]$	$\sqrt{\text{Var}[\hat{N}]}$	44.72	44.32

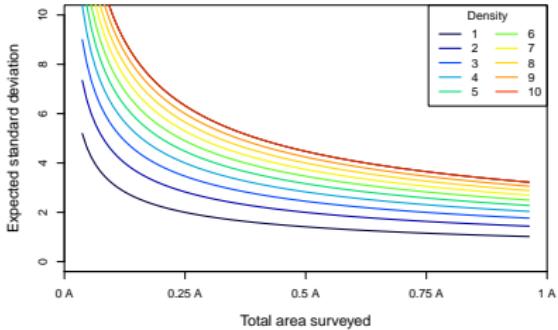
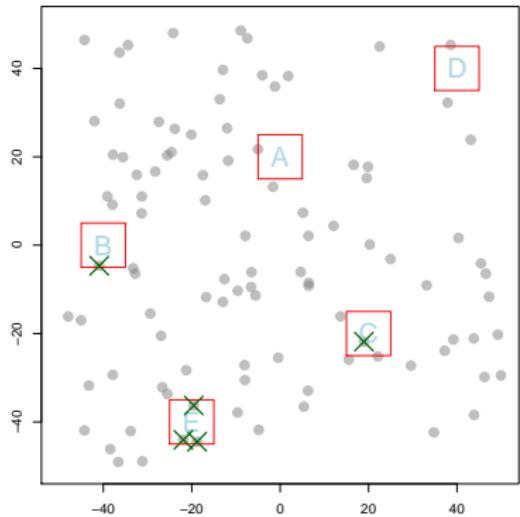
Выводы

- Оценка численности:

$$\hat{N} = \frac{A}{a} \sum_{i=1}^n c_i$$

- Оценка ошибки:

$$\widehat{SD}(\hat{N}) = \frac{A}{a} \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i}$$



Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

- Мы можем точно **определить площадь A** где могут находиться особи
- Особи распространены **гомогенно** внутри A
- Особи распространенные **случайно** (по Пуассону)
- **Все** особи в площаде под учетов наблюдаются
- Особи **не** совершают значительных **перемещений** во время учетов



Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

- Мы можем точно **определить площадь A где могут находиться особи**
- Особи распространены **гомогенно** внутри A
- Особи распространенные **случайно** (по Пуассону)
- **Все** особи в площаде под учетов наблюдаются
- Особи **не** совершают значительных **перемещений** во время учетов



Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

- Мы можем точно определить площадь A где могут находиться особи
- Особи распространены гомогенно внутри A
 - Отсутствие градиентов и предпочтений к особенным местообитаниям (*habitat selection*)
- Особи распространенные случайно (по Пуассону)
- Все особи в площаде подучетов наблюдаются
- Особи не совершают значительных перемещений во время учетов

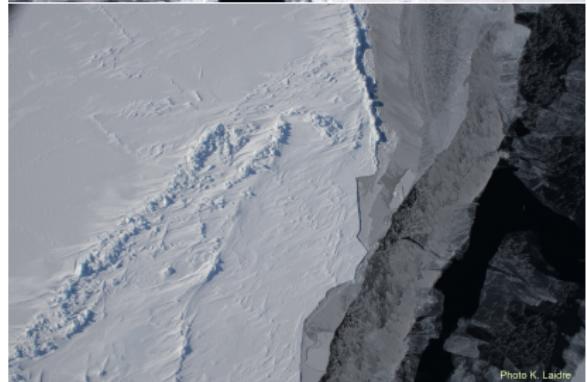


Photo K. Laidre

Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

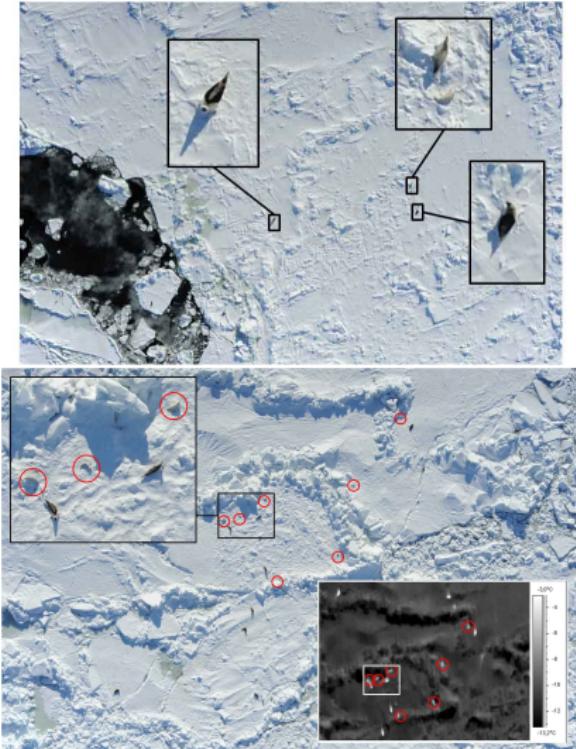
- Мы можем точно определить площадь A где могут находиться особи
- Особи распространены гомогенно внутри A
- Особи распространенные случайно (по Пуассону)
 - Нерегулярно
 - Нескучено (*not clustered*)
- Все особи в площаде под учетов наблюдаются
- Особи не совершают значительных перемещений во время учетов



Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

- Мы можем точно определить площадь A где могут находиться особи
- Особи распространены **гомогенно** внутри A
- Особи распространенные **случайно** (по Пуассону)
- **Все особи в площаде подучетов наблюдаются**
- Особи **не** совершают значительных **перемещений** во время учетов



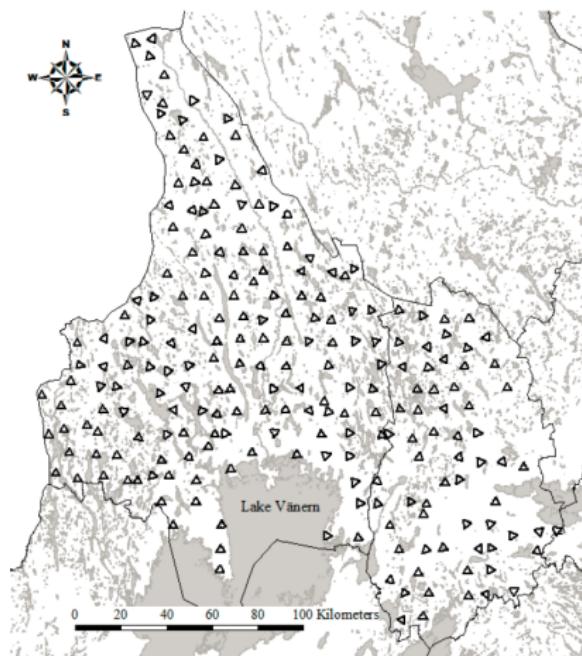
Но - очень, очень важно иметь в виду *предположения!*

Предположения (*Assumptions*)

- Мы можем точно **определить площадь A где могут находиться особи**
- Особи распространены **гомогенно** внутри A
- Особи распространенные **случайно** (по Пуассону)
- **Все** особи в площаде подучетов наблюдаются
- Особи **не** совершают значительных **перемещений** во время учетов



Но квадратики не обязательны!

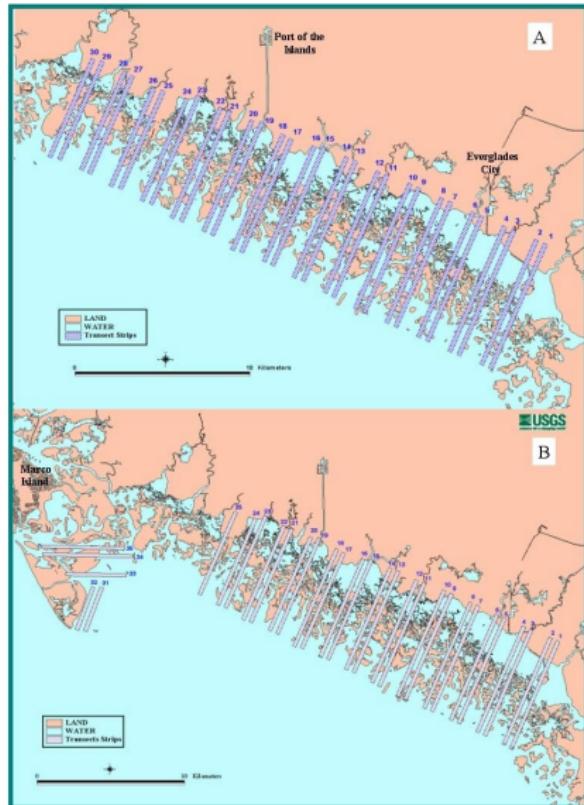


Wildlife Triangles



Wallgren et al., *Wildlife Biology* 15(3):310-318. 2009

Но квадратики не обязательны!



Регистрация всех
встреч на учетной
полосе
(*strip transects*)

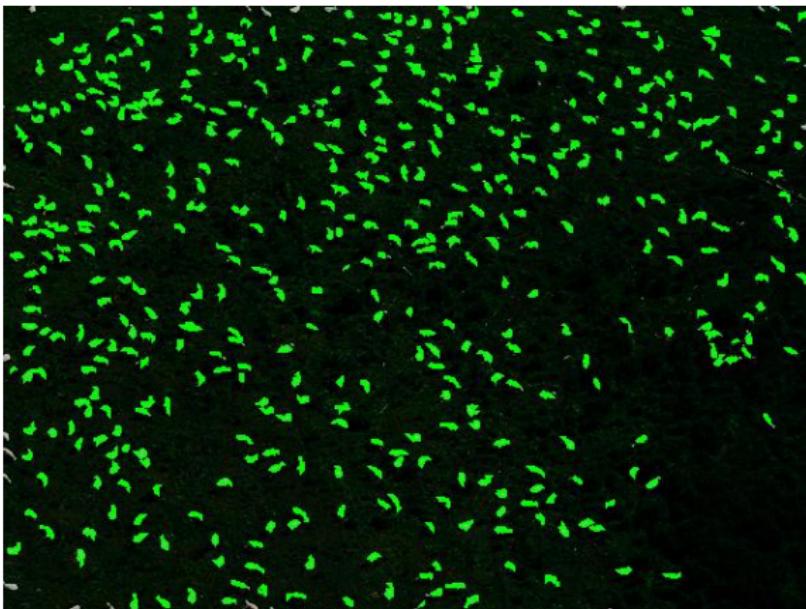


Упражнение в R: Учет овец



Paul Chesley, National Geographic

Упражнение в R: Учет овец



Упражнение в R: Учет овец

