

Nome, Cognome, Numero di Matricola: .....

1. Non sono ammessi appunti, libri di testo, calcolatrici né l'uso del computer (al di fuori di exam.net)
2. Spiegare il procedimento ed i calcoli eseguiti, e **giustificare ogni risposta**. La valutazione terrà conto della **presentazione**: leggibilità, grammatica, sintassi, ordine, chiarezza, capacità di sintesi.
3. Una risposta giusta con giustificazione sbagliata viene valutata  $\leq 0$ .
4. Per gli esercizi da 1 a 4, riportare la risposta sintetica nella colonna centrale della tabella sottostante.
5. Il tempo a disposizione è due ore.

<i>Esercizio</i>	<i>Risposta sintetica</i>	<i>Valutazione</i>
<i>1.a</i>		
<i>1.b</i>		
<i>2.a</i>		
<i>2.b</i>		
<i>2.c</i>		
<i>3.a</i>		
<i>3.b</i>		
<i>3.c</i>		
<i>4.a</i>		
<i>4.b</i>		

**Esercizio 1.**

**a)** *Si trovino tutte le soluzioni della seguente equazione diofantea*

$$41x + 17y = 83,$$

**b)** *Determinare ordine e parità della permutazione*

$$\sigma = (12)(110)(19)(13)(17)(16)(15)(14)(1357)(2468)(14)(15)(16)(17)(13)(19)(110)(12) \in S_{11}$$



**Esercizio 2.** Si consideri il gruppo  $U_{25}$  degli elementi invertibili di  $\mathbb{Z}_{25}$ .

- a) Elencare gli elementi di  $U_{25}$ .
- b) Verificare che  $U_{25}$  è ciclico.
- c) Determinare tutti i generatori del sottogruppo di ordine 5 di  $U_{25}$ .



**Esercizio 3.** Si consideri operatore lineare  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 \end{pmatrix}.$$

- a) Scrivere la matrice di  $F$  rispetto alle basi standard di  $\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3$  prese come base di partenza e arrivo in  $\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3$  rispettivamente.
- b) Determinare basi di  $\text{Ker}(F), \text{Im}(F)$ , specificando se  $F$  è suriettiva.
- c) Calcolare  $F^{-1}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ .



**Esercizio 4.** Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ 0 & k & 1 \end{pmatrix}$$

si consideri l'operatore lineare  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $F(X) = AA^tX$  ove  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  ove  $k$  è un parametro reale.

- a) Scrivere la matrice di  $F$  rispetto alla base standard di  $\mathbb{R}^2$  presa come base di partenza e arrivo.
- b) Determinare i valori di  $k$  per cui  $F$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$ .





**Esercizio 5.**

1. *Dare la definizione di dipendenza lineare per un insieme finito  $\{v_1, \dots, v_n\}$  di vettori in uno spazio vettoriale  $V$  su un campo  $F$ .*
2. *Definire la relazione di coniugio in un gruppo  $G$  e dimostrare che è una relazione di equivalenza.*
3. *Dimostrare che due elementi coniugati di un gruppo hanno lo stesso ordine; è vero il viceversa ?*



*BRUTTA COPIA*



