



NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) _____

N.B. Scrivere le soluzioni esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

Esercizio 1. Si estraggono a caso (senza reinserimento) tre carte da un mazzo di 40 carte divise in 4 semi (denari, coppe, spade e bastoni) e numerate da 1 a 10.

- i) Descrivere il corrispondente spazio di probabilità.
 - ii) Calcolare la probabilità di avere una napoletana (1,2 e 3 dello stesso seme).
 - iii) Calcolare la probabilità che le tre carte estratte siano di semi diversi.
 - iv) Sapendo che tra le tre carte estratte vi è l'asso di denari, calcolare la probabilità che questo sia stato il primo estratto.
- _____

Esercizio 2. Se i tre cavalli a, b, c competono tra loro le rispettive probabilità di vittoria sono 0.3, 0.5, 0.2. Si sfidano in tre gare consecutive. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- i) lo stesso cavallo vince tutte e tre le gare,
 - ii) ogni cavallo vince una gara.
-

Esercizio 3. Siano Z_1 e Z_2 variabili aleatorie di Poisson indipendenti rispettivamente di parametro $\lambda_1 > 0$ e $\lambda_2 > 0$. Sia inoltre $Z = Z_1 + Z_2$.

- i) Trovare la distribuzione di Z .
 - ii) Trovare la distribuzione di Z_1 condizionata a Z .
 - iii) Calcolare il valore di attesa condizionato $\mathbb{E}(Z_1|Z)$.
 - iv) Calcolare il valore di attesa condizionato $\mathbb{E}(Z|Z_1)$.
-

Esercizio 4. Si consideri la catena di Markov con spazio degli stati $\{1, 2, 3\}$ e probabilità di transizione

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- i) Verificare che P è regolare.
 - ii) Trovare la probabilità stazionaria.
 - iii) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ della matrice P^n .
 - iv) Descrivere il limite per $n \rightarrow \infty$ del vettore riga $(1/4, 1/4, 1/2)P^n$.
-