

## Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di CALCOLO DELLE PROBABILITÀ ESAME DEL 22.1.2020 (Prof. L. Bertini)

NOME e COGNOME	(scrivere in stampate	ello)	<b>通可</b> 作

N.B. Scrivere le soluzioni esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

Esercizio 1. Si estraggono a caso (senza rinserimento) tre carte da un mazzo di 40 carte divise in 4 semi (denari, coppe, spade e bastoni) e numerate da 1 a 10.

- i) Descrivere il corrispondente spazio di probabilità.
- ii) Calcolare la probabilità di avere una napoletana (1,2 e 3 dello stesso seme).
- iii) Calcolare la probabilità che le tre carte estratte siano di semi diversi.
- iv) Sapendo che tra le tre carte estratte vi è l'asso di denari, calcolare la probabilità che questo sia stato il primo estratto.

Esercizio 2. Se i tre cavalli a, b, c competono tra loro le rispettive probabiltà di vitttoria sono 0.3, 0.5, 0.2. Si sfidano in tre gare consecutive. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- i) lo stesso cavallo vince tutte e tre le gare,
- ii) ogni cavallo vince una gara.

Verificare cha F 5 begalare.

I di scivilo atras di in cesam un ab atras est (otmendrasatra aguse) coso a corogantes 22 . F ciatrosa i in scivilo atras di probabilità stazioneria.

Of a I sh ataresta e i incore de apartica par n - co della giarrica par la constitución de la cons

de describere la probabilità che le tre curse estratte sinzo di semi diversi.

di Sependo che tra le tre curse estratte vi è l'agno di den el estratore la nell'abilità che cuesto de curse.

primo estratto.

Esercizio 3. Siano  $Z_1$  e  $Z_2$  variabili aleatorie di Poisson indipendenti rispettivamente di parametro  $\lambda_1 > 0$  e  $\lambda_2 > 0$ . Sia inoltre  $Z = Z_1 + Z_2$ .

- i) Trovare la distribuzione di Z.
- ii)Trovare la distribuzione di  $\mathbb{Z}_1$  condizionata a  $\mathbb{Z}.$
- iii) Calcolare il valore di attesa condizionato  $\mathbb{E}(Z_1|Z)$ .
- iv) Calcolare il valore di attesa condizionato  $\mathbb{E}(Z|Z_1)$ .

Esercizio 4. Si consideri la catena di Markov con spazio degli stati  $\{1,2,3\}$  e probabilità di transizione

$$P = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

- i) Verificare che P è regolare.
- ii) Trovare la probabilità stazionaria.
- iii) Descrivere il limite per  $n\to\infty$  della matrice  $P^n.$
- $\mathit{iv})$  Descrivere il limite per  $n \to \infty$  del vettore riga  $(1/4,1/4,1/2)P^n.$