8 t6 toto = ~~e~~SUFF

Laurea triennale in INFORMATICA, Corso di CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

ESAME DEL 20.9.2019 (Prof. L. Bertini)

NOME e COGNOME (scrivere in stampatello) [redacted]

N.B. Scrivere le soluzioni esclusivamente su questi fogli giustificando brevemente i passaggi svolti.

Esercizio 1. Un compito di esame prevede di rispondere (esattamente) a 10 domande tra le 13 proposte.

i) In quanti modi si possono scegliere le domande?

ii) Supponendo che le prime due domade siano obbligatorie, in quanti modi si possono scegliere le domande?

iii) Supponendo sia richiesto di rispondere alla prima o alla seconda domanda (ma non ad entrambe), in quanti modi si possono scegliere le domande?

Tramite il coefficiente binomiale ~~esprimiamo~~ abbiamo il numero di scegliere con $\binom{n}{k}$ indichiamo lo scegliere k da n.

~~Poi~~

i) scelgo 10 da 13 → $\binom{13}{10} = \frac{13!}{10!\,3!} = \frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2} = \frac{1716}{6}$

ii) scelgo entrambe le domande obbligatorie delle ~~domande~~ due e poi scelgo le ~~domande~~ mancanti 8 delle restanti 11 → $\binom{2}{2}\binom{11}{8} = \frac{2!}{2!}\cdot\frac{11!}{8!\,3!} = \frac{11\cdot10\cdot9}{3\cdot2} = \frac{990}{6}$

iii) scelgo una domanda tra le due prime e poi scelgo le mancanti 9 delle restanti 11

$\binom{2}{1}\binom{11}{9} = \frac{2!}{1!\,1!}\cdot\frac{11!}{9!\,2!} = 11\cdot10 = 110$

8

Esercizio 2. Si lanciano due dadi equi, uno rosso e l'altro blu.

i) Sapendo che il dado rosso ha reso 5, calcolare la probabilità che la somma sia almeno 10.

ii) Sapendo che uno dei due dadi ha reso 5, calcolare la probabilità che la somma sia almeno 10.

iii) Sapendo che la somma è almeno 10, calcolare la probabilità che il dado rosso abbia reso 5.

---

i) Gli unici casi in cui la somma sia almeno 10, sapendo che quello rosso ha reso 5, è che quello blu renda o 5 $(5+5=10)$ o 6 $(6+5=11)$ perciò la probabilità che la somma sia almeno 10 ha 2 casi favorevoli e 6 casi totali, che sono le facce del dado blu $\longrightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ✓

ii) Analogamente al punto precedente, abbiamo come casi favorevoli: il blu $= 5$ e il rosso $= 6$, il rosso $= 5$ e il blu $= 6$, oppure entrambi $= 5$, mentre i casi totali sono invece 12 $\longrightarrow 3/12$ NO

iii) I casi in cui la somma ≥ 10 sono 6: $R=6$ e $B=4$, $R=5$ e $B=5$, $R=6$ e $B=5$, $R=4$ e $B=6$, $R=5$ e $B=6$, $R=6$ e $B=6$ mentre quelli (fra questi) che il Rosso sia 5 sono 2, perciò la probabilità equivale a $2/6$ ✓

6

Esercizio 3. Il vettore LISTA consiste di n elementi, $n \geq 1$. Si supponga che la stringa NOME appaia nel vettore LISTA in posizione casuale. Una ricerca lineare individua $k = 1, \ldots, n$ per cui LISTA[k]= NOME e sia C_n il corrispondente numero di confronti effettuati. [Oss. C_n è una variabile alatoria]

i) Trovare il massimo di C_n (caso peggiore).

ii) Trovare la distribuzione di C_n.

iii) Calcolare il valore di attesa di C_n.

---

i) Il caso peggiore è quello in cui NOME sia l'ultimo elemento del ~~la~~ vettore ~~lista~~ e che perciò vengano effettuati n-1 confronti con esito negativo ed infine l'n-esimo (nonché ultimo) sarà quello positivo. Essendo n elementi la probabilità di esito positivo è $\frac{1}{n}$ e quella negativa $1-\frac{1}{n}$.

$$C(n) = \left(\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n-1}$$

NO

NO

ii) $$C(k) = \left(\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)^{k-1}$$

?

iii) $$\sum_{k=1}^{n} k\,p(k) = 1 \cdot \frac{1}{n} + 2 \cdot \frac{1}{n} + 3 \cdot \frac{1}{n} \ldots + n \cdot \frac{1}{n}$$

0

Esercizio 4. Si consideri una moneta truccata con parametro di truccatura p incognito. Al fine di determinare p, si lancia la moneta n volte e si stima p con S_n/n, ove S_n è il numero di teste negli n lanci effettuati.

i) Dato $\delta > 0$ determinare quanto grande deve essere n affiché la probabilità che $|S_n/n - p| < \delta$ sia almeno il 95%.