Compito n. 1

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2018-2019 - I Prova in itinere - Pisa, 2 Aprile 2019.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma simbolica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente. **COMPITO PARI**

Problema 1: Dato il vettore posizione **A**= 4.20 **i** + 8.10 **j**, determinare:

1. il modulo del vettore **B** se **A** - **B** = |**A**| **i**;

   |**B**| [m] = $\boxed{\sqrt{2(A_x^2+A_y^2)-2A_x\sqrt{A_x^2+A_y^2}}}$ A ~~9.48~~ B 19.8 C 18.7 D 29.8 E 23.9

2. il valore dell'angolo tra i vettori **A** e **C** se |**A**| = |**C**| ed inoltre **A** + **C** è non nullo ed ortogonale al vettore **D**=10 **i**.

   θ [rad] = $\boxed{\arccos\left(\frac{A_y^2-A_x^2}{A_x^2+A_y^2}\right)}$ A 2.62 B 0.114 C 0.463 D ~~0.967~~ E 0.513

Problema 2: Un tuffatore si lancia da un trampolino che si trova ad una altezza di 7.20 m dalla superficie dell'acqua. Ipotizzando che il moto avvenga solo lungo la verticale, determinare il valore della sua velocità all'inizio del salto, diretta verso l'alto, se vuole:

3. che il suo tuffo duri 11.0 s;

   v [m/s] = $\boxed{\frac{1}{t^*}\left(\frac{1}{2}g(t^*)^2-h\right)}$ A 35.8 B 61.5 C 30.5 D 131 E ~~53.3~~

4. arrivare in acqua con modulo della velocità pari a 50.0 m/s.

   v [m/s] = $\boxed{\sqrt{(v^*)^2-2gh}}$ A 262 B 96.5 C 478 D 339 E ~~48.6~~

Problema 3: Uno studente di informatica traina con una fune un corpo di massa 2.50 Kg lungo un piano inclinato di un angolo 0.730 rad rispetto al piano orizzontale. Il corpo si muove con velocità costante e la fune è parallela al piano inclinato. Determinare:

5. il lavoro compiuto dalla tensione della fune per uno spostamento di 8.70 m lungo il piano inclinato assumendolo liscio;

   L [J] = $\boxed{mgd\sin\theta}$ A ~~142~~ B 239 C 949 D 1310 E 432

6. assumendo il piano inclinato scabro, il valore del coefficiente di attrito dinamico se il modulo della tensione vale 26.0 N.

   μ_d [ ] = $\boxed{\frac{T-mg\sin\theta}{mg\cos\theta}}$ A 0.772 B 0.814 C ~~0.528~~ D 6.38 E 3.58

Problema 4: Due bambini si trovano su una pedana orizzontale di forma circolare, in rotazione attorno all'asse verticale passante per il centro della pedana. I bambini sono soggetti rispettivamente alle accelerazioni centripete di modulo 2.20 m/s^2 e 5.30 m/s^2. Sapendo che in 1 minuto la giostra compie 11.0 giri e che i bambini sono allineati radialmente, determinare:

7. la distanza tra i due bambini;

   d [m] = $\boxed{(a_2-a_1)\left(\frac{T_g}{2\pi N_g}\right)^2}$ A 0.609 B 4.47 C 2.24 D 7.52 E ~~2.34~~

8. la velocità lineare del bambino più veloce.

   v [m/s] = $\boxed{a_2\cdot T_g/2\pi N_g}$ A 17.7 B 2.56 C ~~4.60~~ D 0.758 E 0.669

Problema 5: Una molla appesa verticalmente ha lunghezza 77.0 cm mentre sostiene una massa 1.20 Kg. Aggiungendo una ulteriore massa 1.90 Kg la molla si allunga di 25.0 cm. Determinare:

9. il valore della costante elastica k della molla;.

   k [N/m] = $\boxed{m_2 g/\delta l}$ A 328 B 486 C ~~74.6~~ D 1890 E 643

10. quanto vale il lavoro eseguito dalla forza peso della prima massa nel portare la molla dalla posizione di riposo a quella di equilibrio (in assenza della seconda massa), se la costante elastica della molla vale 22.0 N/m.

    L [J] = $\boxed{(m_1 g)^2/k}$ A 8.89 B 78.3 C 24.8 D 45.1 E ~~6.30~~

Compito n. 1

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2018-2019 - I Prova in itinere - Pisa, 2 Aprile 2019.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma simbolica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente. **COMPITO DISPARI**

Problema 1: Dato il vettore posizione **A**= 10.0 **i** + 3.70 **j**, determinare:

1. il modulo del vettore **B** se **A** + **B** = |**A**| **i**;

   |**B**| [m] = $\sqrt{2(A_x^2+A_y^2)-2A_x\sqrt{A_x^2+A_y^2}}$ A ~~3.76~~ B 17.7 C 53.7 D 37.0 E 8.37

2. il valore dell'angolo tra i vettori **A** e **C** se |**A**| = |**C**| ed inoltre **A** - **C** è non nullo ed ortogonale al vettore **D**=10 **i**.

   θ [rad] = $\arccos\left(\frac{A_x^2-A_y^2}{A_x^2+A_y^2}\right)$ A 1.85 B ~~0.709~~ C 0.847 D 0.342 E 0.280

Problema 2: Un tuffatore si lancia da un trampolino che si trova ad una altezza di 13.0 m dalla superficie dell'acqua. Ipotizzando che il moto avvenga solo lungo la verticale, determinare:

3. quanto dura il tuffo se il valore della sua velocità all'inizio del salto, diretta verso l'alto, vale 22.0 m/s;

   Δt [s] = $\frac{1}{g}\left(v_0+\sqrt{v_0^2+2gh}\right)$ A ~~5.01~~ B 11.4 C 0.819 D 15.2 E 5.93

4. il modulo della velocità con cui tocca l'acqua se nel tuffo si innalza di 2.40 m rispetto alla quota del trampolino.

   v [m/s] = $\sqrt{2g(h+\delta h)}$ A 2.47 B ~~17.4~~ C 9.95 D 9.55 E 1.11

Problema 3: Uno studente di informatica traina con una fune un corpo di massa 1.80 Kg lungo un piano inclinato di un angolo 0.940 rad rispetto al piano orizzontale. Il corpo si muove con velocità costante e la fune è parallela al piano inclinato. Determinare:

5. lo spazio percorso dal corpo lungo il piano inclinato, assumendolo liscio, se il lavoro compiuto dalla tensione della fune vale 42.0 J;

   l [m] = $L/mg\sin\theta$ A 4.27 B 3.07 C 8.73 D ~~2.95~~ E 1.85

6. il modulo della tensione assumendo il piano inclinato scabro, caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico 0.440.

   T [N] = $mg(\sin\theta+\mu_d\cos\theta)$ A ~~18.8~~ B 276 C 14.4 D 32.3 E 255

Problema 4: Due bambini si trovano su una pedana orizzontale di forma circolare, in rotazione attorno all'asse verticale passante per il centro della pedana. Il bambino più vicino all'asse di rotazione è soggetto ad una accelerazione centripeta di modulo 3.00 m/s^2. Sapendo che in 1 minuto la giostra compie 18.0 giri e che i bambini sono allineati radialmente, determinare:

7. l'accelerazione del secondo bambino se questo è distante 0.350 m dal primo;

   a [m/s^2] = $a_1+d\left(\frac{2\pi N_g}{T_g}\right)^2$ A ~~4.24~~ B 57.9 C 34.8 D 2.95 E 53.7

8. la velocità lineare del bambino più lento.

   v [m/s] = $a_1\cdot\frac{T_g}{2\pi N_g}$ A 1.68 B 0.404 C 2.40 D ~~1.59~~ E 1.95

Problema 5: Una molla è posta sul piano orizzontale con un estremo fissato ad una parete verticale. La molla all'equilibrio ha lunghezza 56.0 cm se applico al suo estremo libero una forza costante di 1.30 N diretta verso la parete. Incrementando la forza di 1.60 N la molla all'equilibrio si accorcia ulteriormente di 19.0 cm. Determinare:

9. il valore della costante elastica k della molla;

   k [N/m] = $\delta F/\delta e$ A 6.17 B 1.64 C 12.8 D 19.7 E ~~8.42~~

10. il lavoro eseguito dalla prima forza, nel portare la molla dalla posizione di riposo a quella di equilibrio, se la costante elastica della molla vale 2.10 N/m.

    L [J] = F_1^2/K A 1.99 B 1.29 C 2.91 D 7.27 E ~~0.805~~

PROBLEMA 1

Compito PARI

1) Se $\vec{A} = (A_x, A_y)$ e $\vec{B} = (B_x, B_y)$, la loro differenza è data da:

$\vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x, A_y - B_y)$. Essendo $\vec{A} - \vec{B} = |A| \cdot \hat{i}$ ($\hat{i}$: versore asse x),

deve essere: $(\vec{A} - \vec{B})_y = A_y - B_y = 0 \Rightarrow A_y = B_y$

$|(\vec{A} - \vec{B})_x| = |\vec{A}| \Rightarrow A_x - B_x = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

Perciò $B_y = A_y$ e $B_x = A_x - \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \Rightarrow |\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(A_x - \sqrt{A_x^2 + A_y^2})^2 + A_y^2}$

da cui: $|B| = \sqrt{2(A_x^2 + A_y^2) - 2A_x\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}$ ①

2) Per ipotesi abbiamo: $\vec{A} + \vec{C} \perp \vec{D}$, con $\vec{D} = 10\hat{i}$ (diretto lungo l'asse x)

$\Rightarrow (\vec{A} + \vec{C}) \cdot \vec{D} = 0$ cioè $\vec{A} \cdot \vec{D} + \vec{C} \cdot \vec{D} = 0 = A_x \cdot (10) + C_x \cdot (10) \Rightarrow A_x = -C_x$

Inoltre $|\vec{A}| = |\vec{C}| \Rightarrow A_x^2 + A_y^2 = C_x^2 + C_y^2$.

Siccome $A_x = -C_x$, abbiamo che $A_x^2 = C_x^2$ e quindi $A_y^2 = C_y^2 \Rightarrow C_y = \pm A_y$

La soluzione $C_y = -A_y$ non è accettabile, perchè $\begin{matrix} A_x = -C_x \\ C_y = -A_y \end{matrix} \Rightarrow \vec{A} + \vec{C} = (A_x + (-A_x), A_y + (-A_y)) = 0$

Dunque deve essere $C_y = A_y$. $\Rightarrow \vec{A} = (A_x, A_y)$; $\vec{C} = (C_x, C_y) = (-A_x, A_y)$

perciò l'angolo θ tra $\vec{A}$ e $\vec{C}$ si calcola da: $\vec{A} \cdot \vec{C} = |\vec{A}||\vec{C}| \cos\theta \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{A_y^2 - A_x^2}{A_x^2 + A_y^2}\right)$ ②

PROBLEMA 2

Il moto del tuffatore è 1D, uniformemente accelerato verso il basso, con velocità iniziale diretta verso l'alto e partendo da una quota h.

1) Legge oraria: $y(t) = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Se il tuffo in tutto dura un tempo t^*, abbiamo che: $y(t^*) = 0 = h + v_0 t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2$

da cui si ricava $v_0 = \frac{1}{t^*}\left(\frac{1}{2} g (t^*)^2 - h\right)$ ③

2) La velocità istantanea del tuffatore è data da: $v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = v_0 - gt$

Se v_A è la velocità con cui tocca l'acqua, abbiamo: $v(t^*) = v_A = v_0 - g t^*$

quindi il tempo totale del tuffo vale $t^* = (v_0 - v_A)/g$

Dalla legge oraria abbiamo quindi: $y(t^*) = 0 = h + v_0 t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2$

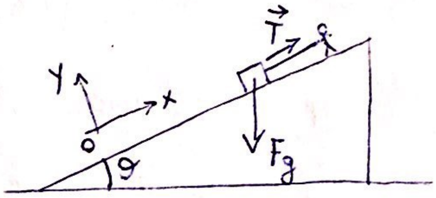
$\Rightarrow 0 = h + v_0 \cdot \frac{v_0 - v_A}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0 - v_A}{g} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 2gh + 2v_0^2 - 2v_0 v_A - (v_0 - v_A)^2$

perciò $2gh + 2v_0^2 - 2\cancel{v_0} v_A - v_0^2 - v_A^2 + 2\cancel{v_0 v_A} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 - v_A^2 + 2gh = 0$

da cui, infine, si deduce che: $v_0 = \sqrt{v_A^2 - 2gh}$ (4)

PROBLEMA 3

Dal momento che il corpo si muove di moto rettilineo uniforme (velocità costante lungo la salita del piano inclinato), la risultante delle forze che agiscono su di esso deve essere nulla.



1) Risultante delle forze lungo l'asse x: $T - F_g \sin\vartheta = 0$

$\Rightarrow T = mg \sin\vartheta$

Il lavoro compiuto da T per uno spostamento d lungo il piano è: $L = mgd \sin\vartheta$ (5)

2) Se il piano è scabro, va aggiunta la forza di attrito dinamico $\vec{f_d}$, che si oppone al moto.

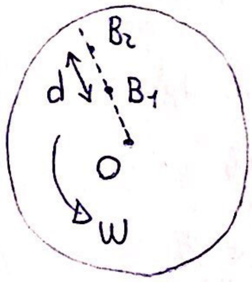
$\Rightarrow T - F_g \sin\vartheta - f_d = 0$ dove $f_d = \mu_d \cdot N$ ed $N = mg\cos\vartheta$

Perciò $T = F_g \sin\vartheta + f_d = mg\sin\vartheta + \mu_d mg\cos\vartheta = mg(\sin\vartheta + \mu_d \cos\vartheta)$

da cui si trova, invertendo la formula, $\mu_d = \frac{T - mg\sin\vartheta}{mg\cos\vartheta}$ (6)

PROBLEMA 4

La giostra ruota di moto circolare uniforme, perciò la velocità angolare w della pedana (ed in ogni suo punto, inclusi quelli dove si trovano i due bambini) vale: $w = \frac{2\pi N_g}{T_g}$



(N_g: numero di giri compiuti in un tempo T_g)

1) Per ogni bambino vale la seguente relazione, relativa alla sua accelerazione centripeta:

$a_c(B_i) = \frac{v_{B_i}^2}{R_{B_i}} = w_{B_i}^2 \cdot R_{B_i} = w^2 R_{B_i}$ (*) (dove $B_i = B_1, B_2$) $\quad w_{B_1} = w_{B_2} = w$

$v_{B_i} = w_{B_i} R_{B_i}$

R_{B_i} è la distanza del bambino B_i dal centro della giostra

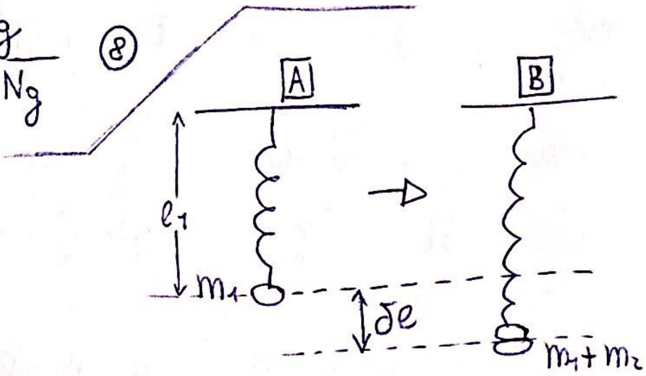
Essendo d la distanza tra i due bambini, si ha: $d = R_{B_2} - R_{B_1}$

Da (*) abbiamo: $R_{B_i} = \frac{a_c(B_i)}{w^2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{1}{w^2}\left(a_c(B_2) - a_c(B_1)\right)$

Usando la definizione di ω ~~ed inserendo~~ si ha: $d = \left(a_c(B_2) - a_c(B_1)\right) \dfrac{T_g^2}{(2\pi N_g)^2}$ (7)

2) Il bambino più veloce è quello più distante da O, cioè B_2.

$v_{B_2} = \omega R_{B_2} = \cancel{\omega} \cdot \dfrac{a_c(B_2)}{\omega^{\cancel{2}}} = a_c(B_2) \cdot \dfrac{T_g}{2\pi N_g}$ (8)



PROBLEMA 5

1) Nella configurazione $\boxed{A}$ possiamo scrivere la legge di Hooke come: $F_{g_1} = K \cdot (l_1 - l_0)$

dove l_0 è la lunghezza a riposo della molla.

Nella configurazione $\boxed{B}$ abbiamo similmente: $F_{g_{1+2}} = K(l_1 + \delta l - l_0)$

Dunque valgono le due relazioni: $\begin{cases} m_1 g = K(l_1 - l_0) \\ (m_1+m_2) g = K(l_1 + \delta l - l_0) \end{cases}$ sottraendo le due equazioni si ha: $m_1 g - (m_1+m_2) g = K(l_1 - l_0) - K(l_1 + \delta l - l_0)$

e, semplificando, $-m_2 g = -K \delta l$, da cui: $K = \dfrac{m_2 g}{\delta l}$ (9)

2) Il lavoro della Forza peso F_{g_1} per portare la molla dalla configurazione a riposo alla configurazione $\boxed{A}$ è dato da: $L = F_{g_1} \cdot \Delta x$ dove $\Delta x = l_1 - l_0$

L'allungamento Δx può essere ricavato anche dalla legge di Hooke: $F_{g_1} = K \cdot \Delta x$

perciò: $L = F_{g_1} \Delta x = F_{g_1}^2 / K = (m_1 g)^2 / K$

Compito DISPARI

PROBLEMA 1

1) Analogo al punto 1 del compito pari (da qui in poi, chiamato CP), a patto di sostituire $\vec{A} - \vec{B} \to \vec{A} + \vec{B}$ $\Rightarrow$ $\begin{matrix} (\vec{A}+\vec{B})_y = 0 \\ (\vec{A}+\vec{B})_x = |\vec{A}| \end{matrix}$ $\Rightarrow$ $\begin{matrix} A_y = -B_y \\ A_x + B_x = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \end{matrix}$

perciò $|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{\left(\sqrt{A_x^2+A_y^2} - A_x\right)^2 + A_y^2} = \sqrt{2(A_x^2+A_y^2) - 2A_x\sqrt{A_x^2+A_y^2}}$ (1)

2) Analogo a CP, sostituendo $\vec{A} + \vec{C} \to \vec{A} - \vec{C}$

Dunque $(\vec{A} - \vec{C}) \cdot \vec{D} = 0 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{D} - \vec{C} \cdot \vec{D} = 0 \Rightarrow A_x = C_x$

Inoltre $|\vec{A}| = |\vec{C}| \Rightarrow A_y^2 = C_y^2 \Rightarrow C_y = \pm A_y$ la soluzione $C_y = A_y$ NON è accettabile, perché sarebbe $\vec{A} - \vec{C} = 0$

$\Rightarrow \vec{A} = (A_x, A_y)$; $\vec{C} = (C_x, C_y) = (A_x, -A_y)$ da cui $\vec{A} \cdot \vec{C} = |\vec{A}||\vec{C}| \cos\theta \Rightarrow \theta = \arccos\left(\dfrac{A_x^2 - A_y^2}{A_x^2 + A_y^2}\right)$ (2)

PROBLEMA 2 1) Simile a CP. Basta usare anche qui la legge oraria:

$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Se Δt è il tempo totale del tuffo, si ha: $y(\Delta t) = 0$

Perciò: $y(\Delta t) = 0 = h + v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g}$

La soluzione con (+) va scartata, perché darebbe $\Delta t < 0$

dunque $\Delta t = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{-g} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$ ③

2) Basta osservare che tra i dati del problema siamo in grado di ricavare il punto di massima altezza del tuffo ($h_{MAX} = h + \delta h$ h: altezza del trampolino, δh: innalzamento rispetto al trampolino)

Riscrivendo la legge oraria a partire da tale punto, abbiamo banalmente un moto uniformemente accelerato con partenza da fermo:

$y(t) = h_{MAX} - \frac{1}{2} g t^2$ e quindi $v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -gt$

Il tempo t^* necessario per arrivare a toccare l'acqua è dunque $t_* = -\frac{v_f}{g}$

dove $-v_f$ è la velocità con cui tocca l'acqua.

Sostituendo infine nella legge oraria si ha: $y(t_*) = 0 = h_{MAX} - \frac{1}{2} g t_*^2$

$\Rightarrow 0 = (h + \delta h) - \frac{1}{2} \cancel{g} \cdot \frac{v_f^2}{g^{\cancel{2}}} \Rightarrow v_f = \sqrt{2g(h + \delta h)}$ ④

PROBLEMA 3

1) Il punto 1 è uguale a quello del CP. Basta invertire la formula ottenuta: $L = mgd \sin\theta$, in modo da trovare lo spazio percorso: $d = L / mg \sin\theta$ ⑤

2) Anche il punto 2 è uguale al CP. Basta rifare gli stessi passaggi e risolvere rispetto a T, ottenendo: $T = mg(\sin\theta + \mu_d \cos\theta)$ ⑥

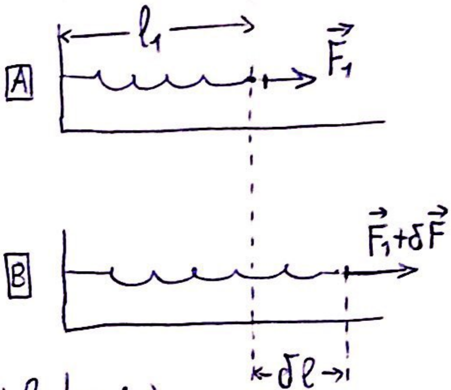
PROBLEMA 4 1) Anche qui basta arrivare alla stessa formula risolutiva del CP ed invertirla in modo da ricavare $a_c(B_2) = a_c(B_1) + d\left(\frac{2\pi N_g}{T_g}\right)^2$ ⑦

2) Il bambino più lento è quello più vicino alla posizione del centro O della pedana (B_1).

La formula risolutiva è uguale a quella del CP, scambiando $a_c(B_2) \to a_c(B_1) \Rightarrow v_{B_1} = a_c(B_1) \cdot \frac{T_g}{2\pi N_g}$

⑧

PROBLEMA 5



Il problema è del tutto analogo a quello del CP (a dispetto del testo, che è differente).

Le molle sono in posizione orizzontale e basta sostituire le forze peso F_{g_1}, F_{g_2} con le forze F_1 e F_2.

1) Valgono le due relazioni: $\boxed{A}$ $F_1 = k(l_1 - l_0)$; $\boxed{B}$ $F_1 + \delta F = k(l_1 + \delta l - l_0)$ sottraendo le due eq: $\Rightarrow F_1 - (F_1 + \delta F) = k(l_1 - l_0) - k(l_1 + \delta l - l_0)$

da cui si ha: $-\delta F = -k \cdot \delta l \Rightarrow k = \dfrac{\delta F}{\delta l}$ (9)

2) Il lavoro della prima forza ($\vec{F}_1$) è banalmente dato da: $L = F_1 \cdot \Delta x$

dove $F_1 = k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = F_1/k$ e quindi $L = F_1^2/k$ (10)

(uguale al CP, a patto di sostituire $m_1 g = F_{g_1}$ con F_1.