Compito n. 4

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2016-2017 - recupero I Prova in itinere - Pisa, 13 Giugno 2017.

Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3 punti** se corretta, **0 punti** se sbagliata o non presente.

Problema 1: Dati due vettori posizione **U** = (49.0 m, 29.0 m, 0. m) e **V** = (35.0 m, 29.0 m, 0. m), determinare:

1. il valore dell'angolo compreso tra i due vettori;

   θ [rad] = $\boxed{\arccos\left(\frac{U_x V_x + U_y B_y}{\sqrt{U_x^2+U_y^2}\sqrt{V_x^2+V_y^2}}\right)}$ A 0.282 B 0.909 C 0.0775 D 1.21 E ~~0.168~~

2. l'angolo formato dal vettore **V** + **U** con l'asse delle x.

   θ [rad] = $\boxed{\arctan\left(\frac{U_y+V_y}{U_x+V_x}\right)}$ A ~~0.604~~ B 0.509 C 3.81 D 7.71 E 1.15

Problema 2: Due automobili distanti 170 m viaggiano con la stessa velocità costante pari a 95.0 km/h su una strada rettilinea. Affrontare i due problemi seguenti.

3. La seconda auto decide di superare la prima, accelera, con accelerazione costante 9.90 m/s^2: determinare il tempo necessario per realizzare il sorpasso;

   t [s] = $\boxed{\sqrt{2d_0/a}}$ A 80.8 B ~~5.86~~ C 35.9 D 4.56 E 50.2

4. La prima auto frena e la seconda, in moto a velocità costante, la raggiunge dopo aver percorso 270 m dalla sua posizione iniziale; determinare il valore dell'accelerazione costante della prima automobile.

   a [m/s^2] = $\boxed{(2 d_0 v^2 / d_2^2}$ A -0.668 B -0.609 C -0.510 D -11.7 E ~~-3.25~~

Problema 3: Un corpo di massa 0.280 Kg ruota lungo una traiettoria circolare verticale, trattenuto da un filo ideale ed inestensibile di lunghezza 0.980 m. Determinare:

5. la differenza tra il valore della tensione nel punto più ~~alto~~ basso rispetto a quella nel punto più ~~basso~~ alto;

   ΔT [N] = $\boxed{6mg}$ A 35.5 B ~~16.5~~ C 38.7 D 42.2 E 134

6. la minima velocità angolare che deve possedere quando si trova a metà altezza, perchè riesca a percorrere tutta la traiettoria circolare.

   ω [rad/s] = $\boxed{\sqrt{3g/R}}$ A 4.16 B 1.35 C 1.04 D ~~5.48~~ E 0.262

Problema 4: Un gatto vuole saltare sul ciglio di un muretto alto 0.360 m, atterrandovi nel moto di discesa. Il salto inizia dal suolo, con velocità di modulo 5.60 m/s inclinata di un angolo 1.50 rad rispetto all'orizzontale. Determinare:

7. il tempo di volo del gatto;

   T [s] = $\boxed{\frac{1}{g}\left(v_0\sin\theta+\sqrt{v_0^2\sin^2\theta-2gh}\right)}$ A 3.09 B ~~1.67~~ C 3.48 D 4.65 E 2.35

8. la distanza della parete dal punto in cui il gatto inizia il salto.

   d [m] = $\boxed{(v_0\cos\theta)\cdot T}$ A 0.0219 B ~~0.424~~ C 0.0660 D 0.0334 E 0.0230

Problema 5: Un uomo spinge un blocco di massa 61.0 Kg sul piano orizzontale liscio con una potenza costante pari a 180 J/s. Alla fine del tratto orizzontale l'uomo lascia il libero blocco di salire su un piano inclinato scabro, di angolo 0.700 rispetto all'orizzontale e coefficiente di attrito dinamico 0.180. Determinare:

9. il valore della velocità del blocco alla base del piano inclinato, se l'uomo lo spinge per un tempo di 5 s.;

   v [m/s] = $\boxed{\sqrt{2Wt/m}}$ A 6.25 B 13.2 C 4.11 D 2.25 E ~~5.43~~

10. l'altezza massima raggiunta dal blocco sul piano inclinato, se l'uomo lo spinge sempre con la stessa potenza ma per un tempo doppio.

    h [m] = $\boxed{2Wt / mg\left(1+\frac{\mu_d}{\tan\theta}\right)}$ A 19.1 B 45.9 C 9.28 D 36.1 E ~~2.48~~

Compito n. 33

Nome | *Cognome* | *Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2016-2017 - recupero II Prova in itinere - Pisa, 13 Giugno 2017.

Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3 punti** se corretta, **0 punti** se sbagliata o non presente.

Problema 1: Un pendolo è costituito da un punto materiale di massa 0.260 Kg e con una carica 17.0 μ C, sospeso al soffitto con un filo inestensibile lungo 1.70 m. Il soffitto, pensato come un piano infinito, viene caricato con densità di carica 38.0 μC/m^2 costante ed uniforme. Determinare:

1. il modulo della tensione del filo in condizioni di equilibrio;

   T [N] = $mg + \sigma q / 2\varepsilon_0$ A ~~39.0~~ B 85.5 C 21.7 D 25.9 E 27.2

2. il periodo delle piccole oscillazioni del pendolo.

   T [s] = $2\pi / \sqrt{\frac{g}{\ell} + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m \ell}}$ A 0.0934 B ~~0.668~~ C 0.130 D 0.169 E 0.0459

Problema 2: Quattro cariche puntiformi sono poste ai vertici di un quadrato di lato 0.450 m. Due cariche di valore 17.0 μC sono poste nei due vertici superiori, le altre due, ciascuna di carica doppia rispetto alle precedenti, sono poste nei vertici inferiori. Determinare al centro del quadrato:

3. l'intensità del campo elettrico;

   E [kV/m] = $\sqrt{2} q / 2\pi\varepsilon_0 \ell^2$ A 261 B 2290 C 1810 D ~~2130~~ E 2490

4. il valore del potenziale elettrostatico.

   V [kV] = $3\sqrt{2} q / 2\pi\varepsilon_0 \ell$ A 296 B 3200 C 1860 D 265 E ~~2880~~

Problema 3: Un corpo puntiforme carico, di massa 0.470 Kg e carica 6.30 C, si muove sull'asse x in una regione dello spazio in cui è presente un potenziale, non costante, V(x) = (6.60x) V. Determinare:

5. il lavoro eseguito dal campo elettrico se il corpo si sposta di un tratto 0.230 m a partire dall'origine;

   L [J] = $-q\alpha d$ A -55.8 B -14.2 C -133 D -5.89 E ~~-9.56~~

6. il modulo dell'accelerazione costante del corpo.

   a [m/s^2] = $q\alpha / m$ A 1000 B 329 C ~~88.5~~ D 869 E 72.5

Problema 4: In una stazione di bungee jumping, una fune di costante elastica 26.0 N/m e lunghezza di riposo 67.0 m, permette il salto da un terrazzo posto 110 m sopra alla superficie di un lago. Determinare:

7. il valore della massa di un campione che lasciandosi cadere da fermo dal terrazzo sfiora la superficie del lago;

   m [Kg] = $k(h-\ell_0)^2 / 2gh$ A 2.51 B 51.3 C 11.4 D 4.71 E ~~22.3~~

8. la quota rispetto al lago che il campione raggiunge dopo molte oscillazioni se la sua massa vale 62.0 kg (supponendo che continui ad oscillare in maniera smorzata appeso all'elastico).

   h_{fin} [m] = $h - \frac{mg}{k} - \ell_0$ A ~~19.6~~ B 143 C 59.4 D 115 E 28.6

Problema 5: Due automobili identiche di massa 1000 Kg procedono a velocità costante verso un incrocio seguendo due strade tra di loro ortogonali. La prima auto si muove verso est con velocità 41.0 km/h. Le due automobili si urtano in maniera completamente anelastica rimanendo attaccate dopo l'urto. Si arrestano dopo aver percorso una distanza di 13.0 m sull'asfalto, in cui è presente attrito dinamico con coefficiente 0.510. Determinare:

9. la velocità della seconda automobile prima dell'urto;

   v [m/s] = $\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}$ A 1.01 B ~~19.8~~ C 6.41 D 4.55 E 2.14

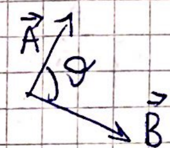
10. l'angolo, rispetto alla direzione est, con il quale si muovono dopo l'urto le due automobili.

    θ [rad] = $\arctan\left(\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2} / v_A\right)$ A 5.20 B ~~1.05~~ C 2.59 D 1.49 E 3.09

(I COMPITINO)

PROBLEMA 1 - Il prodotto scalare è definito da: $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}|\cos\theta$

da cui si può ricavare l'angolo θ:



$$\cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|}$$

infatti sappiamo che (in 2 dimensioni)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

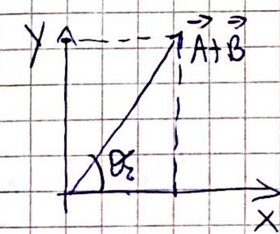
$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}\ ; \quad |\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$

$\vec{A} = (A_x, A_y, 0)$

$\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$

$$\Downarrow$$

$$\cos\theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \Rightarrow \text{(A)}\ \theta = \arccos\left(\frac{A_x B_x + A_y B_y}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}\ \sqrt{B_x^2 + B_y^2}}\right)$$



- Il vettore somma è dato da: $\vec{A}+\vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$

$$\tan\theta_2 = \frac{(A+B)_y}{(A+B)_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \Rightarrow \text{(B)}\ \theta_2 = \arctan\left(\frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}\right)$$

PROBLEMA 2

- Scriviamo la legge del moto delle due auto:

$$s_1(t) = d_0 + v\cdot t$$
$$s_2(t) = v\cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

Quando la 2 supera la 1 si ha: $s_2(t^*) = s_1(t^*)$

$$\Rightarrow \cancel{vt} + \frac{1}{2} a t^{*2} = d_0 + \cancel{vt} \Rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2 d_0}{a}} \quad \text{(A)}$$

- In quest'altro caso abbiamo:

$$s_1(t) = d_0 + vt - \frac{1}{2} a t^2$$
$$s_2(t) = vt$$

Se t^* è il tempo a cui 2 supera 1, dopo aver percorso una distanza d_2, abbiamo le seguenti relazioni:

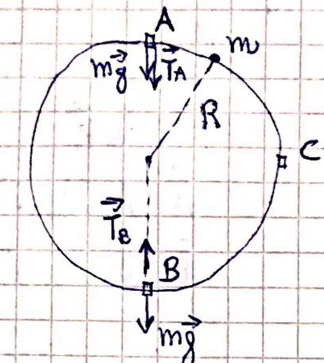
$$\begin{cases} s_2(t^*) = s_1(t^*) \\ s_2(t^*) = d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} vt^* = d_0 + vt^* - \frac{1}{2} a t^{*2} & (1) \\ vt^* = d_2 & (2) \end{cases}$$

da cui $t^* = d_2/v$ (2)

e dunque (1): $\cancel{v\cdot d_2/v} = d_0 + \cancel{v\, d_2/v} - \frac{1}{2} a \left(\frac{d_2}{v}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} a \frac{d_2^2}{v^2} = d_0$

perciò $a = \dfrac{2 d_0 v^2}{d_2^2}$ (B)

PROBLEMA (3)



- nel punto più basso (B) della traiettoria abbiamo:

$$T_B - mg = m\frac{v_B^2}{R} \qquad (\vec T_B - m\vec g = \vec F_{C,B})$$

nel punto più alto (A) della traiettoria abbiamo:

$$T_A + mg = m\frac{v_A^2}{R} \qquad (\vec T_A + m\vec g = \vec F_{C,A})$$

$$\begin{cases} T_B - mg = m\dfrac{v_B^2}{R} \\ T_A + mg = m\dfrac{v_A^2}{R} \end{cases} \Rightarrow T_A - T_B = \frac{m}{R}(v_A^2 - v_B^2) - 2mg$$

per trovare $(v_A^2 - v_B^2)$ usiamo la conservazione dell'energia: $\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}g(2R)$

$\Rightarrow v_A^2 - v_B^2 = -4gR$ $\qquad (K_B = K_A + \Delta U_{AB})$

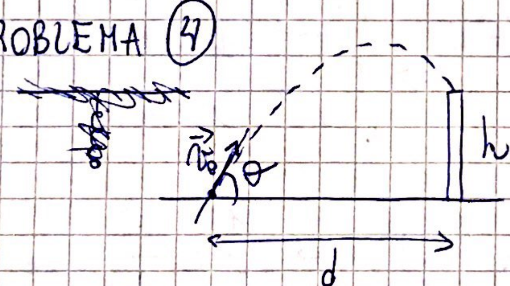
da cui quindi: $T_A - T_B = \frac{m}{\cancel{R}}(-4g\cancel{R}) - 2mg = -6mg$ (A)

- Nel punto C la massa si trova a metà altezza. La velocità angolare minima ω_C^{MIN} in tale punto deve essere tale che: $\frac{1}{2}\cancel{m}(\omega_C^{MIN})^2R^2 + \cancel{m}gR = \frac{1}{2}\cancel{m}(\omega_A^{MIN})^2R^2 + \cancel{m}g(2R)$

Per calcolare ω_A^{MIN} bisogna imporre: $\vec F_{C,A} = m\vec g \Rightarrow \cancel{m}(\omega_A^{MIN})^2R = \cancel{m}g \Rightarrow \omega_A^{MIN} = \sqrt{\frac{g}{R}}$

da cui: $\frac{1}{2}(\omega_C^{MIN})^2R^2 + gR = \frac{1}{2}\left(\frac{g}{\cancel{R}}\right)R^{\cancel{2}} + 2gR \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}(\omega_C^{MIN})^2R^{\cancel{2}} = \frac{3}{\cancel{2}}g\cancel{R} \Rightarrow \omega_C^{MIN} = \sqrt{\frac{3g}{R}}$ (B)

PROBLEMA (4)



Scriviamo la legge del moto nelle due componenti:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}\cdot t \\ y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

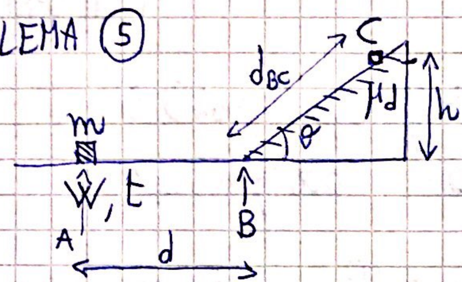
Quando il gatto arriva sul muretto (t^*) si ha: $y(t^*) = h \Rightarrow h = v_{0y}t^* - \frac{1}{2}g(t^*)^2$

v_{0y} si calcola da $(\vec v_0, \theta)$: $v_{0y} = |\vec v_0|\sin\theta \rightarrow h = (v_0\sin\theta)t^* - \frac{1}{2}g(t^*)^2$

da cui si trova t^*: $t^* = \dfrac{v_0\sin\theta + \sqrt{v_0^2\sin^2\theta - 2gh}}{g}$ occorre la soluzione con (+) (A) perché atterra nel moto di discesa

- $x(t^*) = d = v_{0x}t^* = (v_0\cos\theta)\cdot t^*$ (B)

PROBLEMA 5



L'uomo eroga una potenza W sulla cassa, dall'inizio del tratto orizzontale fino a B.

$$W = \frac{L_{A\to B}}{t} = \frac{F\cdot d}{t}$$

W, F costanti

⇓

il moto da A a B è uniformemente accelerato

$$\begin{cases} d = \frac{1}{2} a t^2 \\ v_B = a t \end{cases}$$

$$\Rightarrow W = \frac{Fd}{t} = \frac{mad}{t} = \frac{md}{t}\cdot\left(\frac{2d}{t^2}\right)$$

$$\hookrightarrow W = \frac{mad}{t} = \frac{md}{t}\,\frac{v_B}{t} = \frac{mdv_B}{t^2} \quad \left[\Rightarrow v_B = \frac{W\cdot t^2}{md}\right]$$ (non serve)

Siccome $d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow W = \frac{ma}{\cancel{t}}\cdot\frac{1}{2} a t^{\cancel{2}}$ da cui $a = \sqrt{\frac{2W}{mt}}$

ora, dato che $v_B = at$, abbiamo dunque $v_B = \sqrt{\frac{2W}{m}\cdot t}$ (A)

- Dalla legge di conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mgh + (mg\cos\theta)\mu_d\cdot d_{B\to C}$$

la distanza da B a C (d_{BC}) si calcola come: $d_{BC} = \frac{h}{\sin\theta}$

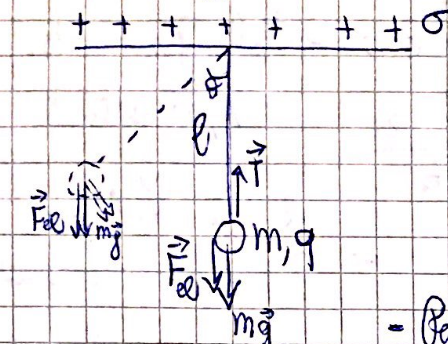
$$\hookrightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgh + (mg\cos\theta)\mu_d\cdot\frac{h}{\sin\theta} = mgh\left(1+\frac{\mu_d}{\tan\theta}\right)$$

Per calcolare l'energia cinetica in B, basta osservare che essa equivale al lavoro $L_{A\to B}$ fatto dall'uomo da A a B nel tempo 2t : $K_B = \frac{1}{2} m v_B^2 = L_{A\to B} = W\cdot(2t)$

$$\Rightarrow W(2t) = mgh\left(1+\frac{\mu_d}{\tan\theta}\right)$$ da cui $h = \frac{2tW}{mg(1+\mu_d/\tan\theta)}$ (B)

II COMPITINO

PROBLEMA ①



- Il diagramma delle forze per il pendolo è:

$$\vec{F}_{el} + m\vec{g} + \vec{T} = 0 \quad \text{all'equilibrio}$$

$$\Rightarrow |\vec{T}| = |\vec{F}_{el}| + |m\vec{g}| = (E_{piano})q + mg = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}q + mg \quad Ⓐ$$

- Per studiare le piccole oscillazioni si deve scrivere l'equazione del moto e calcolare la pulsazione ω associata al moto (armonico)

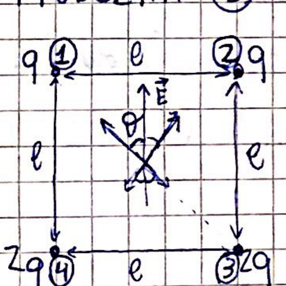
Si osservi che le forze in gioco (elettrica + gravitazionale) sono entrambe rivolte verso il basso e lungo la verticale $\Rightarrow$ sono analoghe a quella che genera il moto del pendolo.

$$m\ddot{x} = ml\ddot{\theta} = -\left(mg + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0}\right)\sin\theta \Rightarrow \ddot{\theta} = \left(-\frac{g}{l} - \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m l}\right)\sin\theta$$

per piccole oscillazioni abbiamo un moto armonico ($\sin\theta \simeq \theta$) con $\omega^2 = \frac{g}{l} + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m l}$

da cui: $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\left(\frac{g}{l} + \frac{\sigma q}{2\varepsilon_0 m l}\right)^{-1/2} \quad Ⓑ$$

PROBLEMA ②



$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 \equiv \vec{E}$ campo elettrico al centro del quadrato è diretto lungo y e verso l'alto.

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_3|_y + |\vec{E}_4|_y - |\vec{E}_1|_y - |\vec{E}_2|_y = 2(E_{3y} - E_{1y}) =$$

$$= 2\left(k\frac{2q\sin\theta}{(\frac{\sqrt{2}}{2}l)^2} - k\frac{q\sin\theta}{(\frac{\sqrt{2}}{2}l)^2}\right) = 2kq\left(\frac{\sin(\pi/4)}{(\frac{\sqrt{2}}{2}l)^2}\right) = \frac{\cancel{2}kq}{\frac{\cancel{2}}{4}l^2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}}kq}{l^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \frac{2kq}{l^2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}q}{2\pi\varepsilon_0 l^2} \quad Ⓐ$$

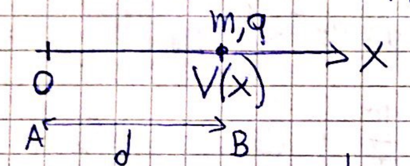
- la lunghezza di mezza diagonale del quadrato è $\frac{\sqrt{2}}{2}l$
- in un quadrato $\theta = \pi/4$ per costruzione

- Il potenziale elettrico è banalmente la somma scalare dei potenziali generati dalle 4 cariche:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2V_1 + 2V_3 = 2\frac{kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}l} + 2\frac{k(2q)}{\frac{\sqrt{2}}{2}l} = \frac{6kq}{\frac{\sqrt{2}}{2}l} = \frac{6\sqrt{2}kq}{l} = \frac{3\sqrt{2}q}{2\pi\varepsilon_0 l} \quad Ⓑ$$

PROBLEMA 3

$V(x) = \alpha x$



La forza che agisce sulla carica è data da:

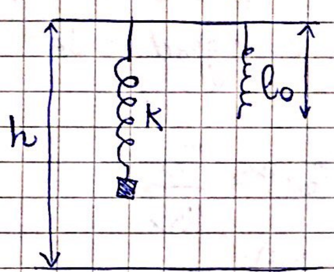
$|\vec{F}_e| = (-\vec{\nabla} V) q \Rightarrow F_{ex} = q\,\alpha$ costante lungo x

da cui il lavoro compiuto (per una forza costante) $L = \vec{F}_e \cdot \vec{d}$

$\Rightarrow L = -q \cdot \alpha \cdot d$ (A)

- L'accelerazione si ricava immediatamente dalla forza: $|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{q\alpha}{m}$ (B)

PROBLEMA 4



- Per calcolare m, sapendo che il corpo, lasciandosi cadere da fermo, sfiora il lago, si può usare la conservazione dell'energia (nel momento in cui si lancia = quando sfiora il lago)

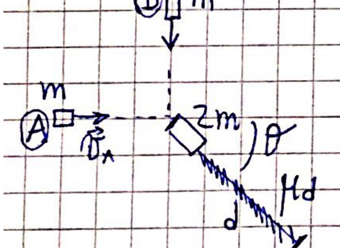
$mgh = \frac{1}{2} k (h - l_0)^2 \Rightarrow m = \frac{k(h-l_0)^2}{2gh}$ (A)

- Dopo molte oscillazioni (smorzate) il corpo si stabilizzerà nella sua posizione di equilibrio, determinata dal fatto che la risultante delle forze in tale punto è nulla.

$\Rightarrow mg = |-k(X_{ee} - l_0)| \Rightarrow X_{ee} = \frac{mg}{k} + l_0$

da cui si determina la quota di equilibrio rispetto al lago: $X_{eq.} = h - X_{ee} = h - \frac{mg}{k} - l_0$ (B)

PROBLEMA 5



Urto completamente anelastico

$$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{P}_{TOT,in})_x = (\vec{P}_{TOT,fin})_x \\ (\vec{P}_{TOT,in})_y = (\vec{P}_{TOT,fin})_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{m} v_A = 2\cancel{m} v_{fx} \\ \cancel{m} v_B = 2\cancel{m} v_{fy} \end{cases}$$

Dopo l'urto si ha un moto uniformemente decelerato, a causa della forza di attrito: $s(t) = vt - \frac{1}{2} a t^2$

ove $\vec{v}$ è la velocità delle due automobili (2m) dopo l'urto: $v^2 = v_{fx}^2 + v_{fy}^2$

- $\vec{a}$ è l'accelerazione indotta dall'attrito: $a = (2m) g \mu_d / (2m) = g \mu_d$

Abbiamo dunque: $s(t) = v t - \frac{1}{2} g \mu_d t^2$.

Se T è il tempo necessario per fermarsi, abbiamo: $\begin{cases} s(T) = d = vT - \frac{1}{2} g \mu_d T^2 \\ a = g\mu_d = \frac{v}{T} \end{cases}$ (vale per un moto uniformemente accelerato)

dunque $T = \frac{v}{g\mu_d}$ e quindi

sostituendo nella legge oraria: $d = \frac{v^2}{g\mu_d} - \frac{1}{2} g\mu_d \cdot \frac{v^2}{(g\mu_d)^2} = \frac{v^2}{2g\mu_d} \Rightarrow v^2 = 2g\mu_d d$

Ora abbiamo che $v^2 = v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2$ e dalla conservazione di $\vec{p}$ nell'urto (vedi prima) si ha anche: $\begin{matrix} v_{Fx} = v_A/2 \\ v_{Fy} = v_B/2 \end{matrix} \Rightarrow v^2 = \frac{v_A^2}{4} + \frac{v_B^2}{4} = 2g\mu_d d \Rightarrow v_B = \sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}$ (A)

- L'angolo ϑ si può dedurre facilmente da v_{Fx} e v_{Fy}: $\tan\vartheta = \frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}$

$$\Rightarrow \tan\vartheta = \frac{v_{Fy}}{v_{Fx}} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}}{v_A} \Rightarrow \vartheta = \arctan\left(\frac{\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}}{v_A}\right)$$ (B)