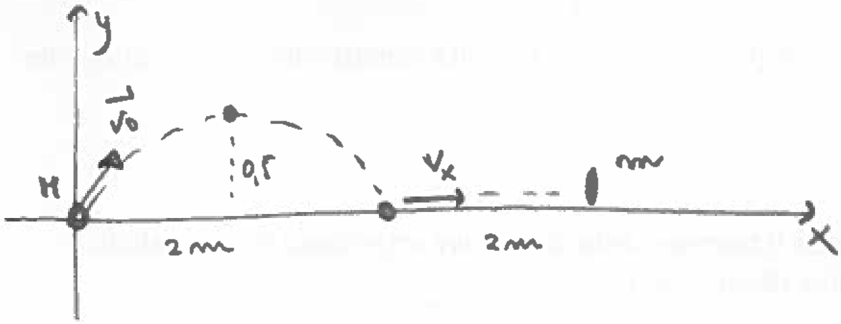
Problema 1

Traiettoria della palla da bowling :



La velocita iniziale V_0 non è nota, ma è nota invece la traiettoria parabolica: h_{max} = 0.5 m e G= gittata = 2 m

Le leggi orarie del moto parabolico sono le seguenti, in cui abbiamo considerato che all'istante iniziale la palla si trova nell'origine del sistema di coordinate.

$$x(t) = V_{0x} t$$
$$y(t) = V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Utilizzando le definizioni di altezza massima e gittata, possiamo ricavare le componenti della velocita iniziale della palla:

$$h_{max} = \frac{V_{0y}^2}{2g} \rightarrow V_{0y} = \sqrt{2g h_{max}} \qquad G = \frac{V_{0x} V_{0y}}{g} \rightarrow V_{0x} = \frac{g \cdot G}{V_{0y}}$$

1) il lavoro eseguito dal giocatore viene completamente utilizzato pe mettere in moto la palla, pertanto applicando il teorema delle forze vive abbiamo che

$$\mathcal{L} = \Delta K = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} M (V_{0x}^2 + V_{0y}^2)$$

2) quando la palla giunge al suolo varia la sua quantità di moto: un attimo prima sta completando la parabola di volo con velocità V_1 ed un attimo dopo si muove orizzontalmente con velocità V_2. I vettori velocità sono :

$$\vec{V_1} = (V_{0x}, -V_{0y}) \quad \vec{V_2} = (V_{0x}, 0) \qquad \vec{J} = +\Delta \vec{P} = +M(\vec{V_2} - \vec{V_1})$$

3) il modulo della velocita sulla pista vale:

$$|V_2| = V_{0x}$$

4) Da questo punto in poi la palla si muove sulla pista scabra, urta il birillo con una velocità V_2' che si ricava dal teorema delle forze vive :

$$\Delta K = \mathcal{L}_{att} \qquad \frac{1}{2} M V_2'^2 - \frac{1}{2} M V_2^2 = - M \mu_d g \, 2$$

Se l'urto è elastico allora la velocità finale del birillo vale: V_b

$$V_b = \frac{2M}{M+m} V_2'$$

5) se l'urto è completamente anelastico, la velocità comune dei due corpi V_3 vale:

$$V_3 = \frac{M}{M+m} V_2'$$

applicando nuovamente il teorema delle forze vive otteniamo il valore dello spazio percorso dai due corpi: (d)

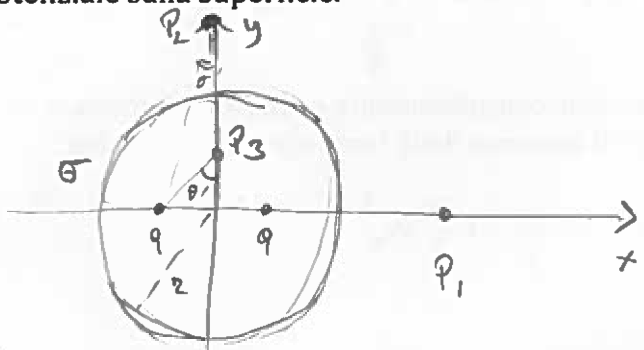
$$\Delta K = K_f - K_i = -K_i = -\frac{1}{2}(M+m)V_3^2 = L_{att} = -\mu_d (M+m) g\, d$$

Problema 2

In questo testo abbiamo delle cariche puntiformi e una carica distribuita su un guscio sferico.

Il problema si risolve utilizzando il principio di sovrapposizione per i campi elettrici, che sono vettori, ed il potenziali, che sono quantità scalari.

Sappiamo che il campo elettrico del guscio è assimilabile al di fuori del guscio, al campo elettrico di una carica puntiforme con carica uguale alla carica totale presente sulla superficie, ed al suo interno il campo elettrico è nulle. Del potenziale sappiamo che al di fuori del guscio è esattamente uguale al potenziale di una carica puntiforme, al suo interno il potenziale è costante e vale il potenziale sulla superficie.



1)

$$\vec{E}_{P_1} = k_e\left(\frac{q}{\left(\frac{3}{2}r\right)^2} + \frac{q}{\left(\frac{5}{2}r\right)^2} + \frac{4\pi r^2\sigma}{(2r)^2}\right)\hat{i} \qquad V_1 = k_e\left(\frac{q}{\frac{3}{2}r} + \frac{q}{\frac{5}{2}r} + \frac{4\pi r^2\sigma}{2r}\right)$$

2)

$$\vec{E}_{P_2} = k_e\left(\frac{2q}{\left(r\sqrt{\frac{17}{4}}\right)^2}\cos\vartheta + \frac{4\pi\sigma r^2}{(2r)^2}\right)\hat{j}\,; \text{ dove } \cos\vartheta = \frac{2r}{\sqrt{\frac{17}{4}}\,r}\,; \quad V_2 = \frac{k_e 2q}{\sqrt{\frac{17}{4}}\,r} + k_e\frac{4\pi r^2\sigma}{2r}$$

$$\vec{E}_{P_3} = k_e\, 2q/(r/\sqrt{2})^2 \cos\vartheta'\,\hat{j} \text{ dove } \cos\vartheta' = \frac{r/2}{r/\sqrt{2}}\,; \quad V_3 = k_e\frac{2q}{r/\sqrt{2}} + k_e\frac{4\pi r^2\sigma}{r}$$

3) utilizziamo il principio di conservazione della energia

$$\frac{1}{2}\cancel{m v_i^2} + U_i = \frac{1}{2}m v_f^2 + U_f \qquad \frac{1}{2}m v_f^2 = -q(V_i - V_f)$$

$$V_i = V_1 \text{ (domanda 1)} \qquad V_f = k_e\left(\frac{q}{\frac{r}{2}} + \frac{q}{\frac{3r}{2}} + \frac{4\pi r^2\sigma}{r}\right)$$

4) utilizziamo il principio di conservazione della energia

come al punto 3 $\frac{1}{2} m V_f^2 = -q(V_i - V_f)$

$V_i = V_2$ (domanda 2) $V_f = k_e\left(\frac{q}{\frac{r}{2}} + \frac{q}{\frac{r}{2}} + \frac{4\pi r^2 \sigma}{r}\right)$ l'ultimo termine è il potenziale del guscio al centro

5) basta imporre la condizione di campo nullo in P_2 considerando adesso anche una carica puntiforme Q posta nell'origine delle coordinate.

$$\vec{E}_{TOT} = \underset{\substack{\Uparrow \\ \text{domanda 2}}}{\vec{E}_{P_2}} + \frac{k_e Q}{(2r)^2}\hat{j} = 0 \qquad \frac{Q k_e}{(2r)^2} + k_e\left(\frac{2q}{\left(r\sqrt{\frac{17}{4}}\right)^2}\cos\theta + \frac{4\pi\sigma r^2}{(2r)^2}\right) = 0$$