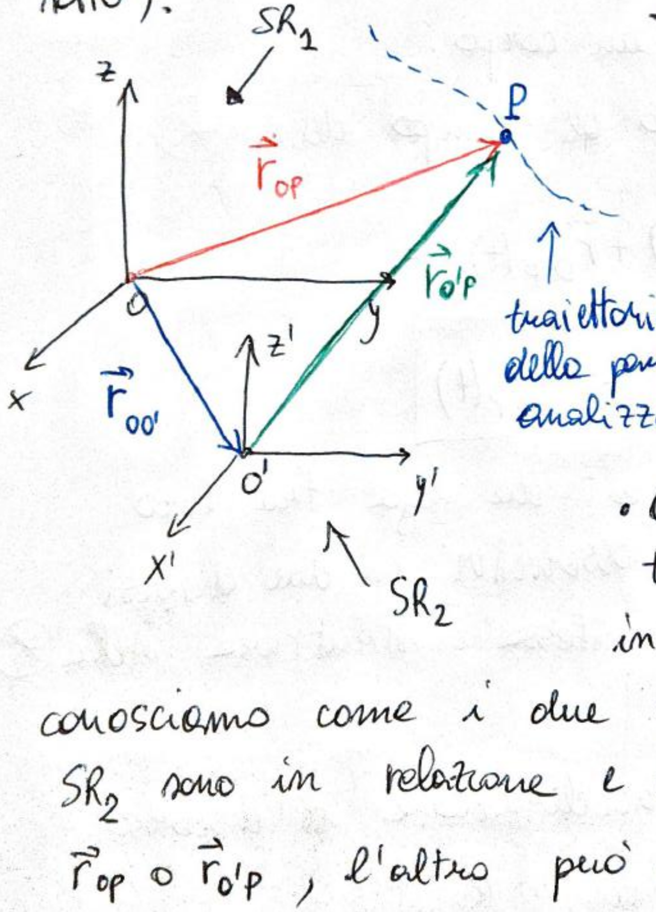
Moti relativi

Supponiamo che due osservatori differenti stiano analizzando lo stesso fenomeno. I due però fissano differenti sistemi di coordinate e ottengono andamenti differenti nelle leggi orarie.

- Esiste un modo per confrontare i risultati che hanno ottenuto? Ovviamente si. Supponiamo di avere un corpo in moto nello spazio che ad un certo istante si trova nel punto P e siano SR_1 e SR_2 due sistemi di riferimento cartesiani (vedi figura sotto).



→ Il punto P è localizzato da due differenti vettori:
1) il vettore $\vec{r}_{OP}$ nel SR 1;
2) il vettore $\vec{r}_{O'P}$ nel SR 2.

- Questi due vettori non sono "indipendenti" fra loro: è piuttosto semplice infatti rendersi conto che se conosciamo come i due sistemi di riferimento SR_1 ed SR_2 sono in relazione e conosciamo uno dei due vettori $\vec{r}_{OP}$ o $\vec{r}_{O'P}$, l'altro può essere trovato con semplici operazioni fra vettori. Se ad esempio abbiamo il vettore $\vec{r}_{OO'}$ che localizza il secondo SR rispetto al primo ed abbiamo $\vec{r}_{O'P}$, allora

$$\boxed{\vec{r}_{OP} = \vec{r}_{OO'} + \vec{r}_{O'P}}$$

Se conosciamo queste informazioni ad ogni istante "t" abbiamo quello che stavamo cercando, cioè la relazione fra le leggi orarie costruite da due differenti osservatori mentre analizzano il moto dello stesso corpo, ovvero

$$\boxed{\vec{r}_{OP}(t) = \vec{r}_{OO'}(t) + \vec{r}_{O'P}(t)} \quad \circledast$$

In base a quanto visto nei precedenti incontri, dalla oraria possiamo calcolare in ogni istante:

→ velocità di un corpo ;

→ accelerazione di un corpo.

- Facciamo una derivata rispetto al tempo della $\circledast$

$$\frac{d}{dt}\vec{r}_{OP}(t) = \boxed{\vec{V}_{OP}(t)} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{OO'}(t) + \vec{r}_{O'P}(t)\right) =$$
$$= \boxed{\vec{V}_{OO'}(t) + \vec{V}_{O'P}(t)}$$

- Vediamo quindi che la legge che lega fra loro le velocità misurate da due osservatori in due diversi sistemi di riferimento ha la stessa struttura della $\circledast$.

NOTA 1: Per quanto riguarda l'accelerazione il discorso è il medesimo: $\vec{a}_{OP}(t) = \vec{a}_{OO'}(t) + \vec{a}_{O'P}(t) + \ldots$

NOTA 2: $\vec{r}_{OO'}(t)$ = posizione relativa fra i sistemi di riferimento.

$\vec{V}_{OO'}(t)$ = velocità relativa fra i sistemi di riferimento.

ESERCIZI DI SUPPORTO
ALLA DIDATTICA 20/03/2017

Quanto appena visto ci servirà per i prossimi due esercizi.

PROBLEMA 1 Siamo a prendere il sole sulle spallette e vediamo sotto di noi, sulla riva dell'Arno, una nutria che sta per gettarsi in acqua.

Sapendo che:

→ la distanza fra gli argini è di 20 m;

→ la nutria nuota perpendicolarmente agli argini con una velocità costante rispetto all'acqua e pari a $V_n = 0,30 \frac{m}{s}$ in modulo;

→ la velocità della corrente è $V_f = 2,4 \frac{m}{s}$ (costante)

Calcolare:

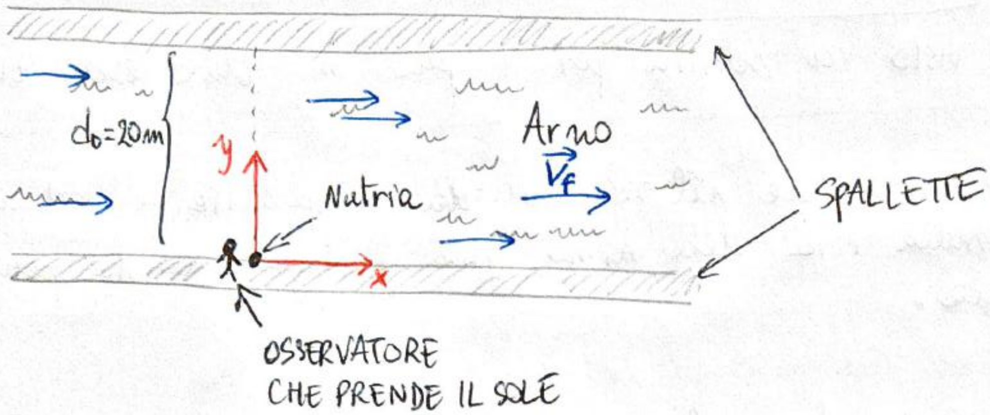
1) Modulo della velocità della nutria rispetto al nostro sistema di riferimento.

2) Il tempo "t" impiegato per attraversare il fiume

3) La distanza percorsa dalla nutria nel nostro sistema di riferimento.

(vedi pagina successiva)

SVOLGIMENTO Il problema è descritto in figura:



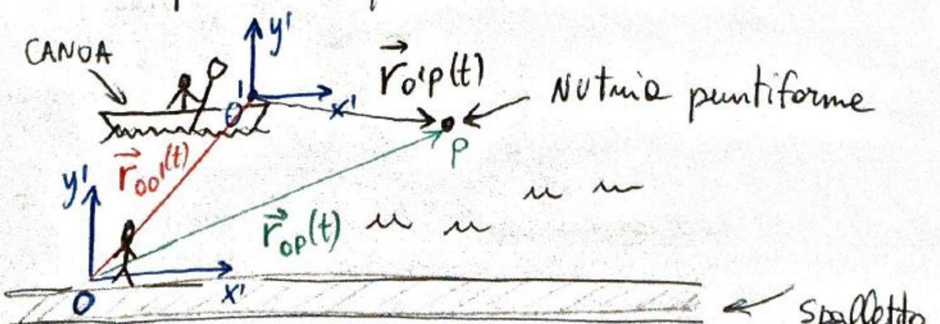
Il problema ci richiede di confrontare ciò che accade in due diversi sistemi di Riferimento:

→ quello solidale a noi (sulle spallette)

→ uno solidale all'acqua dell'Arno (potrebbe essere ad esempio il sistema solidale alla canoa di uno dei canottieri che si vedono spesso nell'Arno e che si sta lasciando trascinare dalla corrente per riposarsi).

Nel nostro sistema di riferimento (solidale alla riva) abbiamo che la canoa del nostro amico canottiere (che è l'altro osservatore) si muove con velocità $\vec{v}_f$.

- Che cosa significa? I due sistemi di riferimento sono in moto relativo, in particolare quello solidale alla canoa si muove rispetto al nostro (solidale alla riva) con velocità pari a quella del fiume.



La situazione è descritta a sinistra

Per quanto visto in precedenza abbiamo che (chiamato P il punto in cui si trova la nutria al tempo "t")

$$\vec{r}_{OP}(t) = \vec{r}_{OO'}(t) + \vec{r}_{O'P}(t)$$

Faccio una derivata rispetto al tempo:

$$\frac{d}{dt}\vec{r}_{OP}(t) = \vec{V}_{OP}(t) = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{OO'}(t)\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{O'P}(t)\right) =$$

$$= \vec{V}_{OO'}(t) + \vec{V}_{O'P}(t),$$

cioè la velocità della nutria rispetto alla riva è la somma vettoriale fra la velocità relativa fra i sistemi di riferimento ($\vec{V}_{OO'}(t)$) e la velocità della nutria rispetto alla canoa ($\vec{V}_{O'P}(t)$) che è anche uguale alla velocità della nutria rispetto alla corrente del fiume.

. Ora visto che

$$\begin{cases} \vec{V}_{OO'}(t) = \left(\begin{matrix}\text{velocità della}\\ \text{corrente del fiume}\end{matrix}\right) = \vec{V}_f = v_f\hat{x}' \underset{\hat{x} \parallel \hat{x}'}{=} v_f\hat{x} \\ \vec{V}_{O'P}(t) = v_n\hat{y}' \underset{\hat{y} \parallel \hat{y}'}{=} v_n\hat{y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{OP}(t) = \vec{V}_{OP} = v_f\hat{x} + v_n\hat{y} \Rightarrow |\vec{V}_{OP}| = \sqrt{v_f^2 + v_n^2} = 2{,}58\,\frac{m}{s}$$

Risposta al punto 1

Il modulo della velocità della nutria rispetto alla riva è $|\vec{V}_{OP}| = 2{,}58\,\frac{m}{s}$.

Passiamo ora al punto successivo. Il secondo punto del problema può essere affrontato in due modi:

(A) Affronto il problema nel sistema di riferimento solidale alla canoa

(B) Affronto il problema nel sistema di riferimento solidale alla nostra riva del fiume.

→ (A) In questo sistema di riferimento sappiamo che la nutria procede in direzione ortogonale alla riva del fiume da cui parte, con velocità $\vec{v}_n = v_n \hat{y}'$.
Supponendo che parta con velocità $\vec{v}_n$ dall'origine delle coordinate, abbiamo che la legge oraria che descrive il moto della nutria è:

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}'(t=0) + \vec{v}'(t=0)\,t + \frac{1}{2}\vec{a}'t^2 =$$
$$= \vec{v}_n t = v_n y' t$$

Imponiamo che per $t = t^*$ (istante in cui raggiunge l'altra riva) $|\vec{r}'(t=t^*)| = d_0 = 20\ m$:

$$d_0 = v_n t^* \Rightarrow \boxed{t^* = \frac{d_0}{v_n} = 66{,}67\ s}$$

Risposta al quesito 2

Il tempo impiegato per attraversare il fiume è $t^* = 66{,}67\ s$.

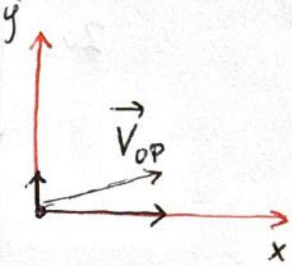
Proviamo ad analizzare il problema sfruttando l'approccio B.

→(B)

Nel secondo caso abbiamo (seguendo gli stessi ragionamenti del punto precedente)

$$\vec r(t) = \vec r(t=0) + \vec v(t=0)\,t + \frac{1}{2}\vec a\, t^2 =$$

$$= \underbrace{\vec r_{op}(t=0)}_{\vec 0} + \underbrace{\vec V_{op}(t=0)}_{\vec V_{op}(t\neq 0)=\vec V_{op}}\,t + \frac{1}{2}\overbrace{\vec a}^{\vec 0}\, t^2 =$$



$$= \vec V_{op}(t=0)\,t = (v_f\,\hat x + v_m\,\hat y)\,t$$

Chiamiamo t^* l'istante in cui la nutria raggiunge l'altro lato dell'Arno: in corrispondenza di $t=t^*$ sappiamo che l'animale ha percorso nella direzione $\hat y$ uno spazio pari a

$$|\vec r(t^*)\cdot\hat y| = |(v_f\,\hat x + v_m\,\hat y)\cdot\hat y\cdot t^*| \overset{\hat x\cdot\hat y=0,\ \hat y\cdot\hat y=1}{=} |v_m t^*| = d_0$$

mentre nella direzione $\hat x$ ha percorso uno spazio pari a

$$|\vec r(t^*)\cdot\hat x| = |(v_f\,\hat x + v_m\,\hat y)\cdot\hat x\cdot t^*| = |v_f t^*| = ?$$

La prima equazione ottenuta cioè

$$v_m t^* = d_0 \implies t^* = 66{,}67\ s$$ (che è lo stesso risultato ottenuto in (A))

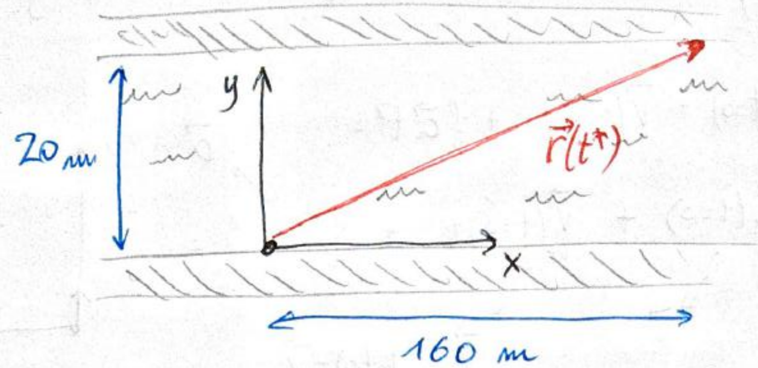
La seconda equazione ci dice qualcosa di nuovo: rispetto al sistema solidale alla riva, la nutria si sposta anche lungo la direzione x!

In particolare abbiamo che:

$$|\vec r(t^*)\cdot\hat x| = |r_x(t^*)| = |v_f t^*| = 160\ m$$

Questo risultato ci aiuta a rispondere al quesito 3!

visto che in t^* abbiamo la seguente situazione



la distanza percorsa complessivamente dalla bestia nel sistema di riferimento solidale alla riva è

$$\boxed{|\vec{r}(t^*)|} = \sqrt{(\vec{r}_x(t^*))^2 + (\vec{r}_y(t^*))^2} = \sqrt{(20)^2+(160)^2}\ m =$$

$$\boxed{\simeq 161 \quad m}$$

Risposta al quesito 3

La distanza percorsa dalla nutria nel sistema di riferimento solidale alla riva è circa 161 m

PROBLEMA2

Un ascensore sta scendendo con una velocità in modulo pari a $V = 1,2$ m/s (rispetto ad un osservatore solidale al suolo). A uno dei passeggeri cade il cellulare da un'altezza pari a 1,3 m dal pavimento dell'ascensore.

Sapendo che il display del telefono è "a prova di urti" che avvengono con velocità in modulo pari a 1,8 m/s

1. Stabilire l'accelerazione cui è sottoposto il telefono (nell'ascensore)
2. Stabilire se il display del telefono sia rotto oppure no;
3. Stabilire la velocità con cui il telefono impatta sul pavimento nel sistema di riferimento di un osservatore solidale al suolo.

SVOLGIMENTO

Come nell'esercizio precedente ciò che ci interessa è stabilire come le quantità cinematiche variano da un sistema di riferimento all'altro.

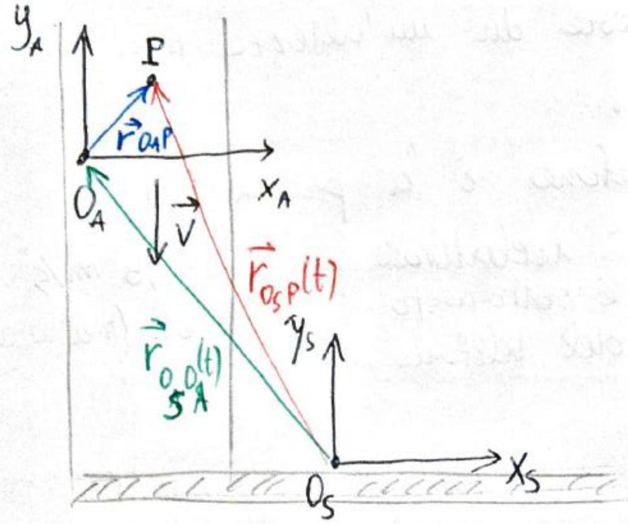
Il primo punto del problema ci richiede di stabilire quale sia l'accelerazione a cui è sottoposto il telefono nel sistema di riferimento dell'ascensore.

Per rispondere a queste domande è necessario continuare il discorso che abbiamo iniziato ad affrontare all'inizio del supporto (vedi NOTA 1, pagina 1).

Fissiamo i due sistemi di riferimento:

- chiamo SR_A il sistema solidale al pavimento dell'ascensore
- chiamo SR_S il sistema solidale al suolo (OSSERVATORE ESTERNO)

La situazione è schematizzata di seguito:



Sia P il punto in cui si trova lo smartphone del passeggero sfortunato (ad un generico tempo). Nei due sistemi di riferimento "A" ed "S", questo punto è localizzato da due differenti vettori $\vec{r}_{O_AP}(t)$ ed $\vec{r}_{O_SP}(t)$ (legge oraria del moto di caduta nei due sistemi di riferimento)

che non sono fra loro indipendenti: chiamato $\vec{r}_{O_SO_A}(t)$ il vettore che a ogni istante localizza l'origine del sistema "A" rispetto a quello di "S", abbiamo che

$$\boxed{\vec{r}_{O_SP}(t) = \vec{r}_{O_SO_A}(t) + \vec{r}_{O_AP}(t)}$$ (Relazione fra le leggi orarie)

Se deriviamo questa relazione una volta rispetto al tempo otteniamo la relazione fra le velocità del punto P (smartphone in caduta) osservate nei due sistemi di riferimento "A" e "B", ovvero

$$\frac{d}{dt}\vec{r}_{O_SP}(t) = \vec{v}_{O_SP}(t) = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{O_SO_A}(t)\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{r}_{O_AP}(t)\right) =$$

$$= \vec{v}_{O_SO_A}(t) + \vec{v}_{O_AP}(t)$$

Se deriviamo questa relazione un'altra volta abbiamo che:
(per cose che <u>non</u> girano)

$$\frac{d}{dt}\vec{v}_{O_SP}(t) = \vec{a}_{O_SP}(t) = \frac{d}{dt}\left(\vec{v}_{O_SO_A}(t)\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{v}_{O_AP}(t)\right) =$$

$$= \vec{a}_{O_SO_A}(t) + \vec{a}_{O_AP}(t)$$

che ci dice quale sia la relazione fra le accelerazioni registrate da un osservatore a terra (S) o sull'ascensore (A).

Nel nostro caso abbiamo che $\vec{v}_{O_SO_A}(t) =$ "costante" $= \vec{v}$:
$\vec{v}_{O_SO_A}(t)$ è il vettore che identifica la velocità con cui il sistema di riferimento "A" sia in moto rispetto a "S" e sappiamo che è un vettore a componenti costanti, cioè il vettore $\vec{v}$ (visto che O_A è solidale al pavimento dell'ascensore e O_S al suolo, $\vec{v}_{O_A}$ è la velocità con cui si muove l'ascensore rispetto al suolo).

$$\Rightarrow \vec{v}_{O_SO_A}(t) = \vec{v} \Rightarrow \boxed{\frac{d}{dt}\vec{v}_{O_SO_A} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \vec{0} = \vec{a}_{O_SO_A}}$$

cioè l'accelerazione relativa fra i due sistemi nulla!

- Da questo segue che:

$$\boxed{\vec{a}_{O_SP}(t) = \vec{a}_{O_AP}(t)}$$

Visto che un qualsiasi corpo (<u>non</u> importa quale sia la sua velocità iniziale) in caduta libera è soggetto ad un'accelerazione pari a quella di gravità rispetto ad un sistema solidale al suolo (cioè un sistema inerziale), abbiamo che

$$\boxed{\vec{a}_{O_S P}(t) = \vec{a}_{O_S P} = \vec{g} = \vec{a}_{O_A P}}$$

Risposta al quesito 1

L'accelerazione cui è soggetto il corpo in caduta dentro l'ascensore è identica a quella che avrebbe se fosse in caduta libera rispetto al suolo ed è $\vec{g} = -9{,}81 \frac{m}{s^2} \hat{y}_A = -9{,}81 \frac{m}{s^2} \hat{y}_S$.

Nota 3: i sistemi di riferimento solidali al suolo hanno un ruolo importante in Meccanica. Come indicato sopra questi sistemi vengono chiamati "sistemi inerziali" e sono gli unici sistemi in cui valgono le leggi di Newton (Legge di inerzia, $\vec{F} = m\vec{a}$, Principio di Azione-Reazione).

Supponiamo di considerare un sistema (I) inerziale ed un altro sistema di riferimento "S":

→ se l'accelerazione relativa fra I ed S è nulla ("S" trasla uniformemente rispetto ad "I") allora anche "S" è un sistema di riferimento inerziale (Nel problema in analisi "A" è un sistema di riferimento inerziale)

→ se l'accelerazione relativa fra "I" ed "S" è diversa da zero ⇒ "S" è un sistema di riferimento non inerziale ($\vec{F} \neq m\vec{a}$)

Sono esempi di sistemi non inerziali i sistemi solidali a oggetti che accelerano linearmente (ad esempio automobile che accelera/treno che accelera) o ad esempio sistemi solidali ad oggetti che ruotano (osservatore su un'auto che percorre una curva, un osservatore su una giostra etc).

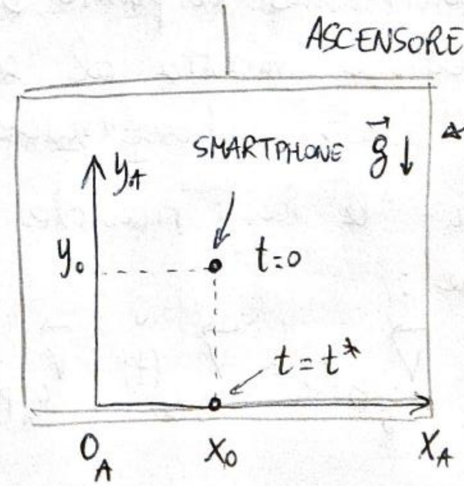
→ Per recuperare un analogo di "$\vec{F} = m\vec{a}$" nei sistemi di riferimento <u>non</u> inerziali, verranno introdotte le "forze apparenti".

Ora che abbiamo l'accelerazione del corpo in caduta rispetto al suolo dell'ascensore possiamo procedere nella nostra analisi.

Per stabilire se il display del nostro cellulare si sia rotto o no, scriviamo esplicitamente la legge oraria dello smartphone nel sistema "A" ($t=0 \rightarrow$ istante a cui inizia la caduta)

$$\vec{r}_{O_AP}(t) = \vec{r}_{O_AP}(t=0) + \vec{V}_{O_AP}(t=0)\,t + \frac{1}{2}\vec{a}_{O_AP}\,t^2 =$$

$$= ?$$



A $t=0$:

$$\begin{cases} \vec{r}_{O_AP}(t=0) = (x_0\,, y_0) = (x_0\,, 1{,}3\,m) \\ \vec{V}_{O_AP}(t=0) = (0,0) \quad \text{(parte da fermo)} \\ \vec{a}_{O_AP}(t=0) = \vec{a}_{O_AP}(t \neq 0) = (0, -g) \end{cases}$$

Ne consegue che (proiettando direttamente il moto lungo $\hat{y}_A$):

$$r_{O_AP}(t)_y \equiv \vec{r}_{O_AP}(t) \cdot \hat{y}_A = \left(y_0 - \frac{1}{2} g t^2\right) \hat{y}_A \cdot \hat{y}_A = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Da questa, derivando una volta rispetto al tempo otteniamo che: $V_{O_AP}(t)_y = \vec{V}_{O_AP}(t) \cdot \hat{y}_A = -gt$

Imponiamo che a t^* (incognito) il punto impatti col pavimento:

$$r_{O_AP}(t^*)_y = 0 = y_0 - \frac{1}{2} g (t^*)^2 \Rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

Per trovare la velocità a cui lo smartphone impatta a terra e capire se il display si sia rotto, valutiamo $V_{O_AP}(t^*)$:

$$V_{O_AP}(t^*)_y = -g\,t^* = -g\sqrt{\frac{2y_0}{g}} = -\sqrt{2y_0 g} = -5{,}05\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |V_{O_AP}(t^*)_y| = 5{,}05\ \frac{m}{s}$$

Risposta al quesito 2

Il display è rotto perchè l'urto con il pavimento avviene con velocità in modulo pari a $5{,}05\ \frac{m}{s} > 1{,}8\ \frac{m}{s}$.

Analizziamo il punto 3. Ci serve la velocità con cui il telefono impatta al suolo nel sistema di riferimento solidale all'osservatore esterno.

- Per le leggi ricavate nell'analisi del punto 1 abbiamo che:

$$\vec{V}_{O_SO_A} = \vec{V} = -V\,\hat{y}\ ,\ \vec{V}_{O_AP}(t) = V_{O_AP}(t)\,\hat{y}$$

$$\vec{V}_{O_SP}(t) = \vec{V}_{O_SO_A}(t) + \vec{V}_{O_AP}(t) \Longrightarrow \boxed{V_{O_SP}(t) = -V + V_{O_AP}(t)}$$

In corrispondenza di $t = t^*$ abbiamo quindi che

$$\boxed{V_{O_SP}(t^*) = -1{,}2\ \frac{m}{s} - 5{,}05\ \frac{m}{s} = -6{,}25\ \frac{m}{s}}$$

Risposta al quesito 3

Problema 3

Una cassa cubica di massa $m = 4\,Kg$ è posta a contatto con una parete verticale ad un'altezza $h_0 = 1\,m$.
Sulla cassa preme una forza $\vec{F}$ (incognita) diretta orizzontalmente. Sapendo che il coefficiente di attrito statico fra la cassa e la parete è $\mu_S^{(1)} = 0,5$

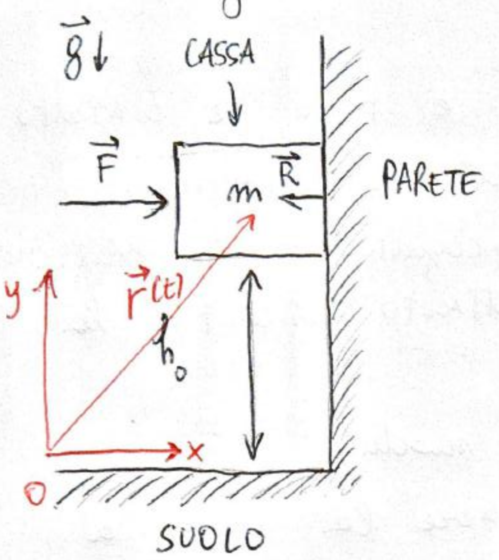
① Stabilire quale sia il minimo modulo $|\vec{F}_{min}|$ della forza $\vec{F}$ necessario per mantenere la cassa a quota h_0.

Supponiamo ora che la parete venga sostituita da una grossa cassa di massa $10\,m$ (vedi figura) e che la forza $\vec{F}$ sia di intensità sempre sufficiente a mantenere il contatto fra le due casse.
Se il coefficiente di attrito statico fra la seconda cassa ed il suolo è $\mu_S^{(2)} = 0,6$

② Stabilire quale sia l'intensità minima della forza $\vec{F}$ necessaria per mettere in moto il sistema.

SVOLGIMENTO

La situazione descritta nella prima parte del problema è la seguente:



ciò che ci interessa è stabilire quale sia la minima intensità della forza $\vec{F}$ cioè $|\vec{F}_{min}|$ per la quale la cassa non scivoli giù per la parete.

Da un punto di vista cinematico la condizione che stiamo cercando è data da:

$$\begin{cases} \vec{r}(t)\cdot\hat{y} = r_y(t) = r_y(t=0) = h_0 \\ \vec{r}(t)\cdot\hat{x} = r_x(t) = r_x(t=0) = x_0 \end{cases}$$

(incognita, ma non rilevante per il nostro problema)

Per una cassa che a $t=0$ è ferma, questa richiesta si traduce in

$$\boxed{\vec{a} = \vec{0}}$$

ovvero nel richiedere che la cassa sia "dinamicamente all'equilibrio".

Il secondo principio della dinamica ci dice che avere accelerazione nulla è equivalente ad avere risultante delle forze esterne agenti su un corpo nulla ovvero

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}}$$

Consideriamo le forze agenti sulla cassa:

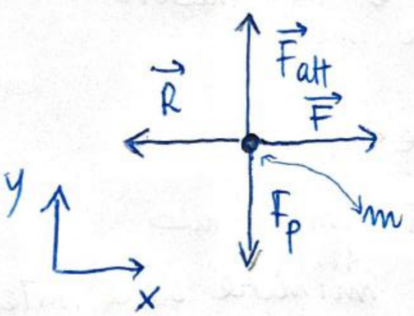
→ $\vec{F}$ = forza applicata (incognita)

→ $\vec{R}$ = reazione della parete sulla cassa

→ $\vec{F}_p$ = forza peso (c'è gravità e la cassa ha massa)

→ $\vec{F}_{att}$ = forza di attrito statico (si oppone al movimento, cioè alla possibile caduta verso il basso ⇒ punta in alto)

Il diagramma di corpo libero è quindi:



equilibrio

$$\vec{F}_{TOT} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{R} + \vec{F} + \vec{F}_{att} + \vec{F}_p = m\vec{a} = \vec{0}$$

PASSO IN COMPONENTI

$$\begin{cases} \vec{F}_{TOT} \cdot \hat{x} = |\vec{F}| - |\vec{R}| = m\, a_x = 0 & (A) \\ \vec{F}_{TOT} \cdot \hat{y} = |\vec{F}_{att}| - |\vec{F}_p| = m\, a_y = 0 & (B) \end{cases}$$

ovvero:

$$\begin{cases} |\vec{F}_{att}| = m g & (B) \\ |\vec{F}| = |\vec{R}| & (A) \end{cases}$$

A questo punto usiamo ciò che sappiamo sulle forze di attrito statico. L'intensità della forza di attrito statico non è fissata, ma vale al più $\mu_s |\vec{R}|$

$$|\vec{F}_{att}| \leq |\vec{F}_{att}|_{max} = \mu_s |\vec{R}| \underset{\substack{\uparrow \\ \text{uso (A)}}}{=} \mu_s |\vec{F}|$$

Cerchiamo di capire ora che cosa comporti questa disuguaglianza.

- Intuitivamente se $|\vec{F}|$ è "molto piccolo", la reazione della parete avrà un'intensità $|\vec{R}|$ "molto piccola" e di conseguenza la massima forza di attrito statico, cioè $\mu_S|\vec{R}|$, sarà ancora più piccola e la cassa cadrà.
- Al contrario se $|\vec{F}|$ è "molto grande", anche $|\vec{R}|$ sarà "molto grande" e conseguentemente anche la forza generata per attrito avrà una grande intensità (cassa ferma).

Da qualche parte fra il "molto piccolo" e il "molto grande" c'è il valore che interessa a noi.

Immaginiamo di aumentare gradualmente $|\vec{F}|$: fino a quando la forza di attrito massimo associata a questa intensità risulterà minore dell'intensità della forza peso $|F_p|$, la cassa cadrà necessariamente,

ovvero la cassa continuerà a cadere fino a quando

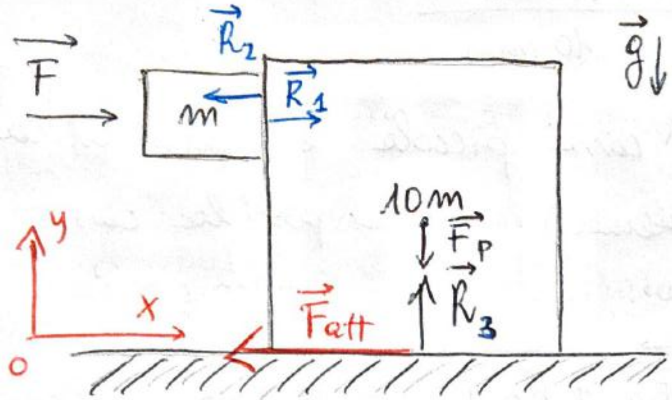
$$|\vec{F}_{att}^{MAX}| = \mu_S^{(1)}|\vec{R}| = \mu_S^{(1)}|\vec{F}| < m|\vec{g}|.$$

Il valore che stiamo cercando è quindi quello per cui $|\vec{F}_{att}^{MAX}| = m|\vec{g}|$ che si traduce in $\mu_S^{(1)}|\vec{F}_{min}| = m|\vec{g}| \Rightarrow \boxed{|\vec{F}_{MIN}| = \frac{m|\vec{g}|}{\mu_S^{(1)}}}$

ovvero $\boxed{|\vec{F}_{min}| = 78{,}48\ N}$

Risposta al quesito 1

• Nella seconda parte del problema il sistema cambia:



la traccia ci dice di supporre che $\vec{F}$ abbia intensità sufficiente a <u>non</u> far scivolare il blocco verso il basso, quindi nel considerare l'equazione di Newton per il corpo di massa "m", assumeremo sempre che ci sia equilibrio dinamico fra le forze che agiscono su questo blocco nella direzione y.

• <u>Le due casse sono a contatto</u>: per la terza legge di Newton sulla cassa di massa m agisce una forza di reazione $\vec{R}_2$ mentre su quella di massa 10 m agisce $\vec{R}_1$, con $\vec{R}_1 = -\vec{R}_2$.

• <u>La cassa grande poggia su un piano scabro:</u> a causa della forza peso $\vec{F}_P$, il pavimento esercita una reazione vincolare $\vec{R}_3$ (Necessaria per mantenere l'equilibrio su y) a cui è associata una forza di attrito $\vec{F}_{att}$ con intensità al più $|\vec{F}_{att}^{MAX}| = |\vec{F}_P|\mu_S^{(2)}$.

• Risultante delle forze su "m":

$$\vec{F} + \vec{R}_2 = m\,\vec{a}_m$$

• Risultante delle forze su "10m"

$$\vec{R}_1 + \vec{F}_P + \vec{R}_3 + \vec{F}_{att} = 10m\,\vec{a}_{10m}$$

Visto che i due corpi sono a contatto ho che le loro accelerazioni sono identiche, ne consegue che

$$\frac{\vec{F}+\vec{R}_2}{m} = \vec{a}_m = \vec{a}_{10m} = \frac{\vec{R}_1+\vec{F}_p+\vec{R}_3+\vec{F}_{att}}{10\,m}$$

- L'equilibrio lungo y per la cassa piccola è automaticamente soddisfatto (per ipotesi del problema) mentre per la cassa grande devo avere che:

$$\left(\frac{\vec{R}_1+\vec{F}_p+\vec{R}_3+\vec{F}_{att}}{10\,m}\right)\cdot\hat{y} = \left(\frac{\vec{F}_p+\vec{R}_3}{10\,m}\right)\cdot\hat{y} = a_y = 0$$

$\vec{R}_1\cdot\hat{y}=0$

$\vec{F}_{att}\cdot\hat{y}=0$

$$\frac{|\vec{F}_p|-|\vec{R}_3|}{10\,m}=0 \Rightarrow |\vec{R}_3| = |\vec{F}_p| = 10\,m|\vec{g}|$$

- Lungo $\hat{x}$ ho invece:

$$\left(\frac{\vec{F}+\vec{R}_2}{m}\right)\cdot\hat{x} = a_x = \left(\frac{\vec{R}_1+\vec{F}_p+\vec{R}_3+\vec{F}_{att}}{10\,m}\right)\cdot\hat{x} = \left(\frac{\vec{R}_1+\vec{F}_{att}}{10m}\right)\cdot\hat{x} \; ;$$

$$\frac{|\vec{F}|-|\vec{R}_1|}{m} = a_x = \frac{|\vec{R}_1|-|\vec{F}_{att}|}{10\,m}$$

- Come per il caso precedente esiste un valore di soglia $|\vec{F}_{min}|$ per il quale il moto viene innescato. Sotto questa soglia tutto è fermo ($a_x=0$)

$$\hookrightarrow \begin{cases} |\vec{F}|-|\vec{R}_1|=0 \Rightarrow |\vec{R}_1|=|\vec{F}| \\ |\vec{R}_1|-|\vec{F}_{att}|=0 \Rightarrow |\vec{F}|-|\vec{F}_{att}|=0 \Rightarrow |\vec{F}|=|\vec{F}_{att}| \end{cases}$$

L'intensità della forza di attrito è però vincolata ad essere minore o uguale al valore $\mu_S^{(2)} |\vec{R}_3| = \mu_S^{(2)} |\vec{F}_P| = \mu_S^{(2)} 10\, m |\vec{g}|$ ⇒ Le forze di attrito statico possono opporsi al moto al più con questa intensità!

Nel momento in cui $|\vec{F}| \longrightarrow \boxed{|\vec{F}| = |\vec{F}_{ATT}^{MAX}| = \mu_S^{(2)} 10\, m |\vec{g}| = 235{,}44\,N}$ abbiamo quindi che il sistema inizierà a muoversi.

Risposta al quesito 2

La forza necessaria ad innescare il moto del sistema ha intensità pari a $|\vec{F}_{ATT}^{MAX}| = 235{,}44\,N$.