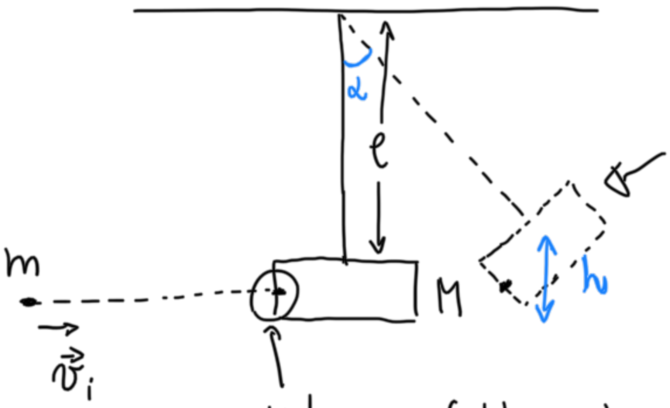
ESERCIZI

• pendolo balistico

conosciamo: m, M, ℓ, α

domanda: quanto vale $\vec{v}_i$?



urto perfettamente anelastico (1D)

(moto armonico se α è piccolo ($\sin\alpha \simeq \alpha$))

se trascuriamo l'effetto di $\vec{F}_g$ sul proiettile, possiamo sfruttare la conservazione della quantità di moto in prossimità dell'urto:

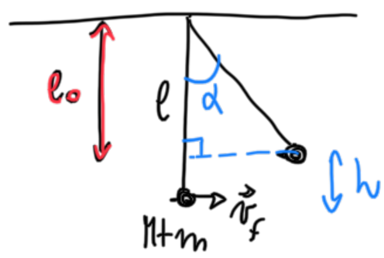
$$m v_i = (m+M) v_f \quad \Rightarrow \quad v_i = \frac{m+M}{m} v_f \qquad v_f = ?$$

• l'energia meccanica (cinetica + potenziale gravitazionale) si conserva dopo l'urto.

$$\frac{1}{2}(m+M) v_f^2 = (m+M) g h \qquad h = \ell - \ell_0 = \ell - \ell\cos\alpha = \ell(1-\cos\alpha)$$

$$\frac{1}{2}\cancel{(m+M)} v_f^2 = \cancel{(m+M)} g \ell (1-\cos\alpha)$$

$\ell_0 = \ell \cos\alpha$



v_f è la velocità subito dopo l'urto

$$v_f = \sqrt{2 g \ell (1-\cos\alpha)}$$

$$\Rightarrow \quad v_i = \frac{m+M}{m}\sqrt{2 g \ell (1-\cos\alpha)}$$

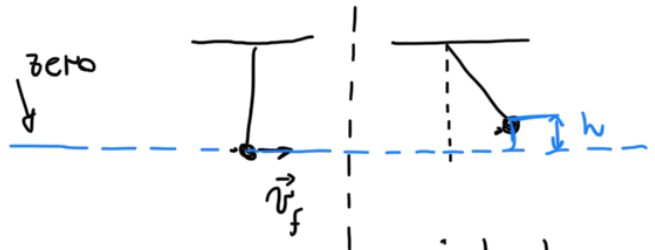
l'urto è già avvenuto

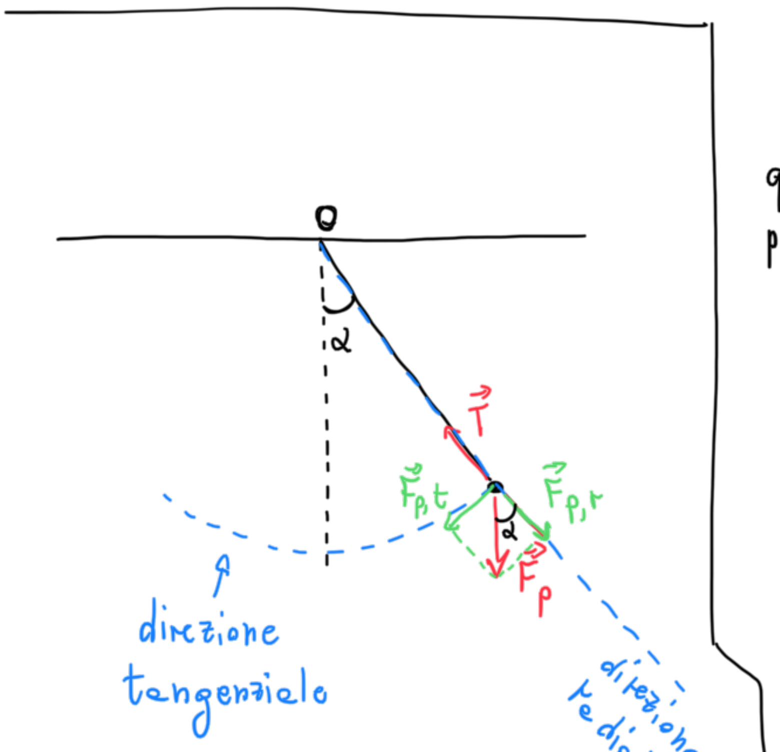
$\Rightarrow$ se non ci sono attriti l'energia meccanica si conserva

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\underbrace{K_i + U_i}_{} = K_f + U_f$$

quota di potenziale zero





$|\vec{F}_{p,r}| = |\vec{F}_p| \cos\alpha$

$|\vec{F}_{p,t}| = |\vec{F}_p| \sin\alpha$

direzione radiale $\quad -T + F_{p,r} = -m F_c \quad \Rightarrow \quad -T + mg\cos\alpha = -m F_c$

$$\Rightarrow F_c = \frac{T}{m} - g\cos\alpha$$

direzione tangenziale: $mg\sin\alpha = F_t$

$$\Rightarrow a_t = \frac{F_t}{m} = g\sin\alpha$$

---

se l'urto fosse elastico: (si conservano Energia e Quantità di moto subito prima e subito dopo l'urto)

$$\begin{cases} m v_i = m v_{f,p} + M v_{f,L} \\ \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_{f,p}^2 + \frac{1}{2} M v_{f,L}^2 \end{cases}$$

- v_i vel. iniziale proiettile
- $v_{f,p}$ vel. finale ″
- $v_{f,L}$ vel. finale legno

$v_{f,p} \neq v_{f,L}$ per urto elastico

Vale ancora la cons. dell'energia dopo l'urto

$$\Rightarrow v_{f,L} = \sqrt{2g\ell(1-\cos\tilde{\alpha})}$$

in generale $\tilde{\alpha} \neq \alpha$ (i due α sono diversi per urto elastico e anelastico)

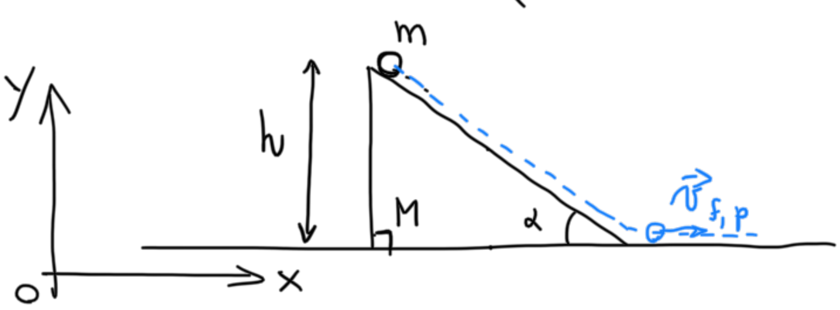
$$v_{f,L} = \frac{2m}{m+M} v_i$$

$$v_i = \frac{m+M}{2m}\sqrt{2g\ell(1-\cos\tilde{\alpha})} \quad \text{per urto elastico}$$

$$v_i = \frac{m+M}{m}\sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha)} \quad \text{per urto tot. anelastico}$$

- pallina che scende da rampa mobile

(No attriti)



supponiamo che si muovono sia la pallina, sia il piano inclinato
(p: pallina) (r: rampa)

$v_{f,p} = ?$

$$\frac{1}{2} m v_{f,p}^2 = mgh \quad \text{se il piano NON si muovesse}$$

se anche la rampa si muove: $mgh = \frac{1}{2} m v_{f,p}^2 + \frac{1}{2} M v_{f,r}^2$ (I)

- Cons. energia meccanica del sistema pallina + rampa pallina + rampa

- c'è la f. peso

$\Rightarrow$ sistema NON isolato

f. peso è una forza esterna, agisce lungo la direzione verticale (y)

- lungo x (dir. orizzontale) NON agiscono forze esterne

$\Rightarrow$ la quantità di moto LUNGO x si conserva

$$\cancel{\vec{P}_{i,p} + \vec{P}_{i,r} = \vec{P}_{f,p} + \vec{P}_{f,r}}$$

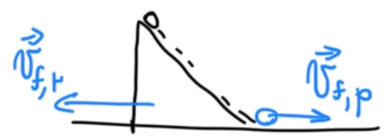
MA: $P_{i,p,x} + P_{i,r,x} = P_{f,p,x} + P_{f,r,x}$

$P_{i,p,x} = 0$; $P_{i,r,x} = 0$ (all'inizio tutto è fermo)

(II) $m v_{f,p} = -M v_{f,r} \Leftarrow P_{f,p,x} = - P_{f,r,x}$

la rampa si muove con verso opposto alla pallina

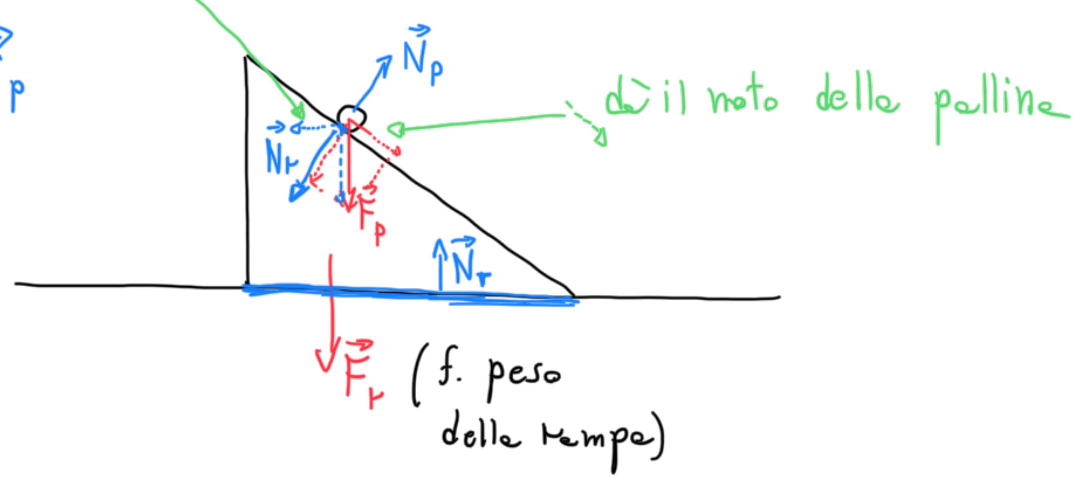
$$\begin{cases} mgh = \frac{1}{2} m v_{f,p}^2 + \frac{1}{2} M v_{f,r}^2 \\ m v_{f,p} = -M v_{f,r} \rightarrow v_{f,r} = -\frac{m}{M} v_{f,p} \end{cases}$$



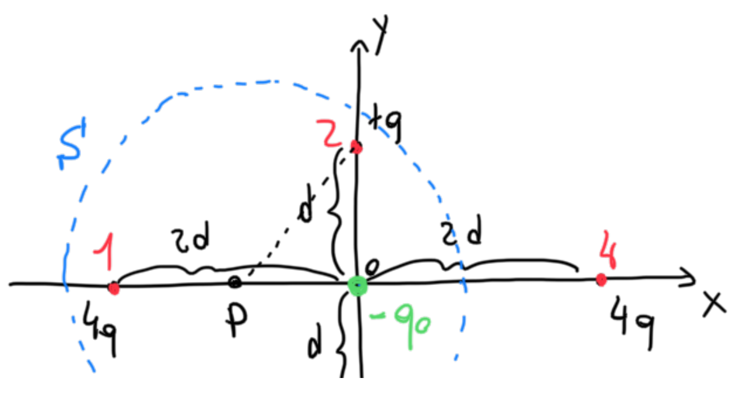
$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m} v_{f,p}^2 + \frac{1}{2}\cancel{M} \frac{m^{\cancel{2}}}{M^{\cancel{2}}} v_{f,p}^2$$

$$v_{fp}^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{m}{M}\right) = gh \Rightarrow v_{f,p}^2 = \frac{2Mgh}{M+m} \Rightarrow v_{f,p} = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}$$

$\vec{N}_r = -\vec{N}_p$ (principio di azione e reazione)

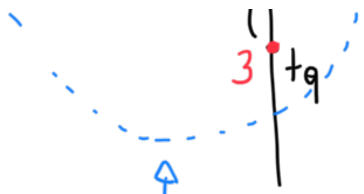


ES. 1 II RECUPERO (14/6/2018)



- $\Phi_{\vec{E}}(S) = ?$

Th. Gauss. $\Phi_{\vec{E}}(S) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$



sup. sferica centrata in $P = (-d, 0)$ di raggio $2d$

$$d(P,2) = \sqrt{d^2+d^2} = d\sqrt{2}$$

S' una qualsiasi sup. chiusa

Q_{int}: carica contenuta in S'

$$\begin{cases} 1 \text{ sta dentro } S' \\ 4 \text{ sta fuori } S' \\ 2 \text{ e } 3 \text{ stanno dentro } S' \end{cases}$$

$$\Phi_{\vec{E}}(S') = \frac{q_1+q_2+q_3}{\varepsilon_0} = \frac{6q}{\varepsilon_0}.$$

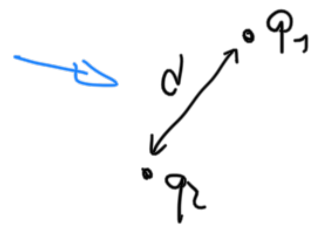
- metto una carica $-q_0$ in $O(0,0)$, di massa m $(q_0, q > 0)$
  che velocità deve avere per poter allontanarsi all'infinito
  (usare cons. energia) $\left[R. \; v_0 = \sqrt{\dfrac{3 q q_0}{\pi \varepsilon_0 m d}} \right]$.

$$K_i + U_i = \cancel{K_f} + \cancel{U_f}$$

$$K_i = -U_i$$

$$K_i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$U_{el.} = k_e \frac{q_1 q_2}{d_{12}}$$



$$U_i = U_{el,0-1} + U_{el,0-2} + U_{el,0-3} + U_{el,0-4}$$

$$= 2 k_e \frac{(-q_0)(4q)}{2d} + 2 k_e \frac{(-q_0)(q)}{d} = -k_e \frac{q_0 q}{d}(4+2)$$

$$-\frac{1}{2} m v_0^2 = -6 k_e \frac{q_0 q}{d}$$

$$\Downarrow$$

$(k_e = 1/4\pi\varepsilon_0)$

$$v_0^2 = \frac{12 k_e q_0 q}{d m} = \frac{3 q_0 q}{\pi \varepsilon_0 d m}$$