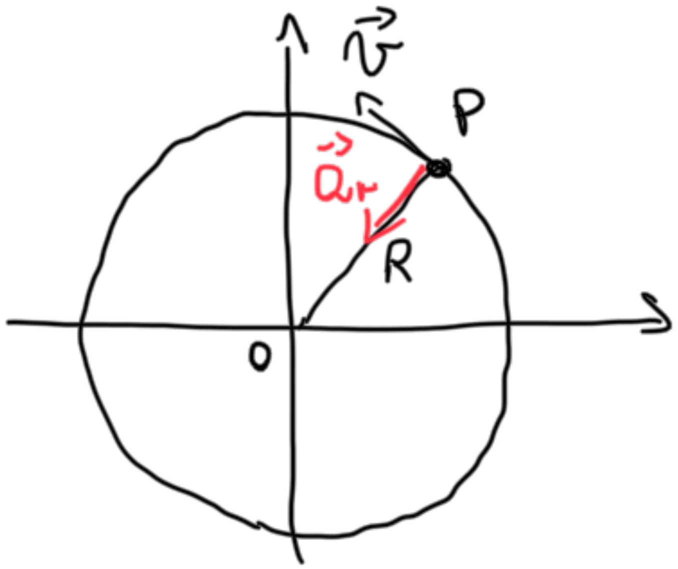
Moto circolare - DINAMICA



Concentriamoci sul moto circolare uniforme $|\vec{v}|$ cost.

$$\Rightarrow \vec{a}_r = -\frac{v^2}{R}\hat{u}_r$$ (accelerazione centripeta)

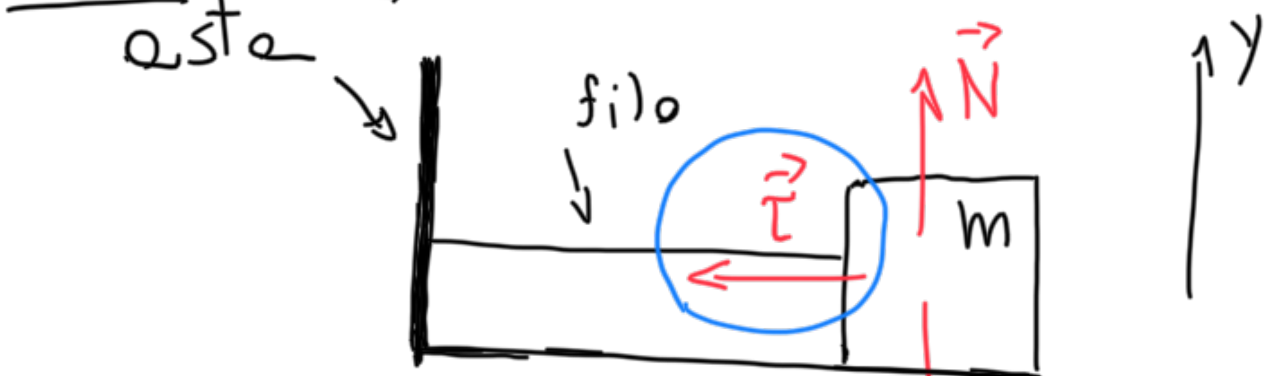
II legge di Newton: $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}_r$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i = -\frac{v^2}{R}\hat{u}_r}$$

esempio → forze di gravità (Terra attorno al Sole, Luna attorno alla Terra ...)

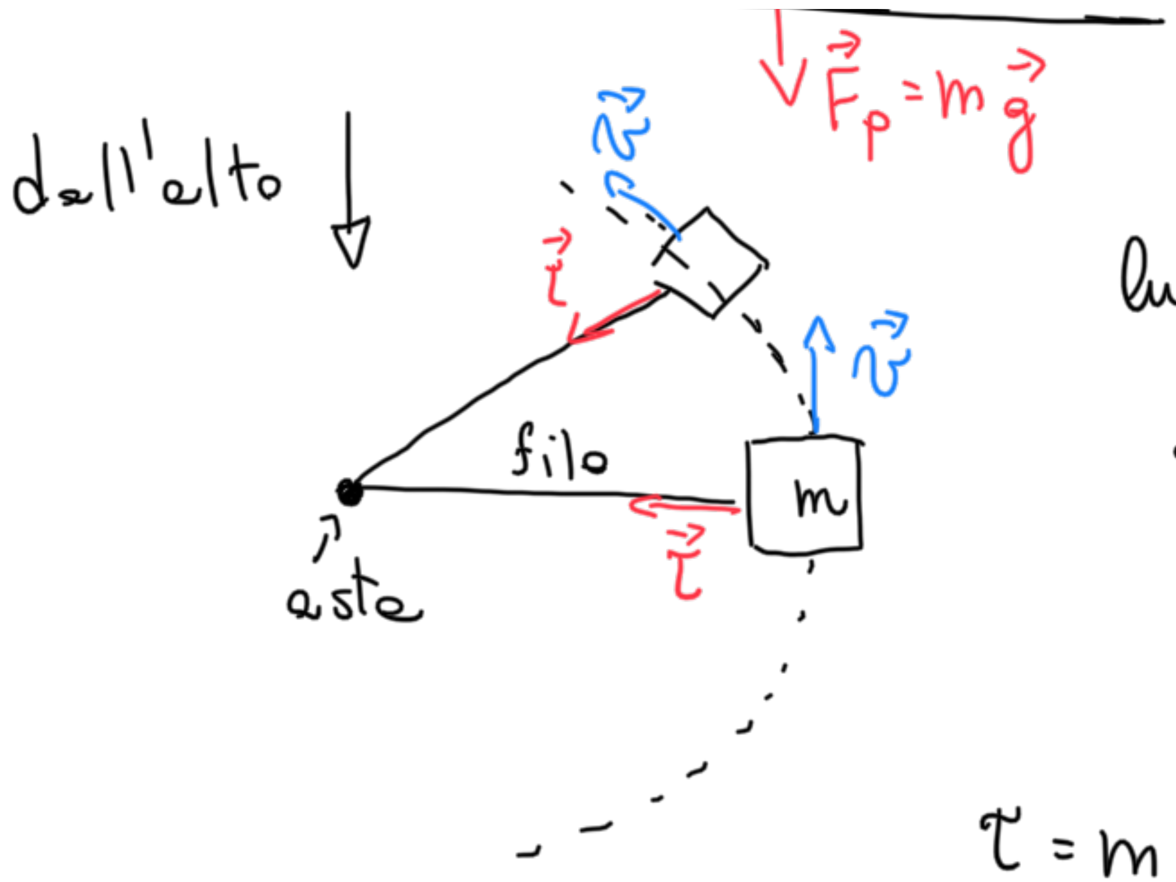
→ forze vincolari - Tensioni (τ)

Esempio:



lungo y $\vec{N} + \vec{F}_p = 0$ ($\vec{a}_y = 0$)

$\Rightarrow N = mg$



$\vec{\tau}$ ha lo stesso verso di $\vec{a}_r$

lungo la direzione radiale

$$\underbrace{\tau = m a_r}_{\Downarrow} \qquad \left(\vec{F}_r = m\vec{a}_r \right)$$

Tensione ($\vec{F}_r$) — accelerazione centripeta ($\vec{a}_r$)

$$\tau = m\frac{v^2}{R} = m\cdot\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2\cdot\frac{1}{R}$$

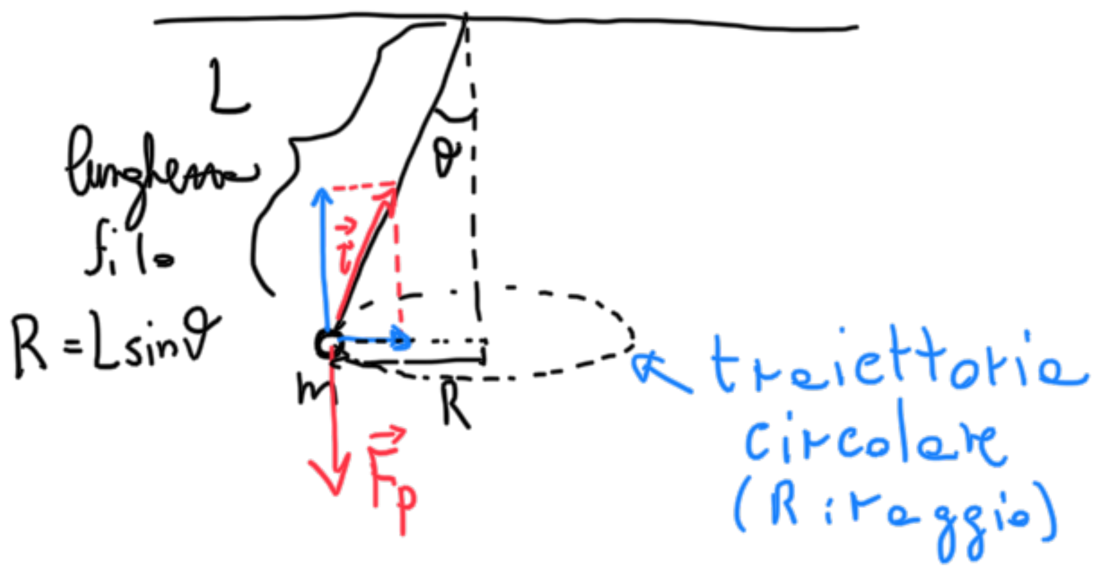
dove $v = \dfrac{2\pi R}{T}$
$2\pi R$ → lunghezza della circonferenza
T → periodo del moto circolare (tempo impiegato per percorrere tutta la circonferenza)

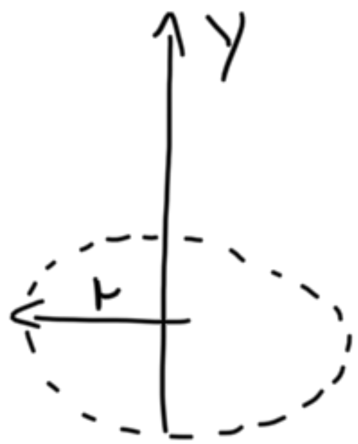
se ad un certo punto il filo si spezza, $\left[\vec{R}=0 \Rightarrow \vec{a}=0\right]$
l'oggetto "parte per la tangente"

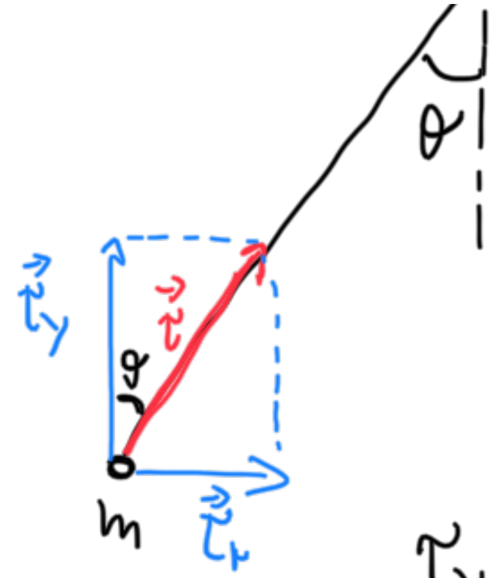
⇒ si muoverebbe di moto rettilineo uniforme, con velocità in modulo v, lungo la direzione identificata da $\vec{v}$ nel momento in cui il filo si rompe

Esempio (Pendolo conico)

Esempio: (Pendolo conico)







$\tau_y = \tau\cos\theta$

$\tau_r = \tau\sin\theta$

lungo y: $m a_y = 0 = \tau_y - F_p = \tau\cos\theta - mg = 0$

$$\Rightarrow \tau = \frac{mg}{\cos\theta}$$

lungo r: $m a_r = -\tau_r \Rightarrow m\left(-\frac{v^2}{R}\right) = -\tau\sin\theta \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = \tau\sin\theta$

dunque: $v^2 = \tau\sin\theta\cdot\frac{R}{m} = \underbrace{\left(\frac{\cancel{m}g}{\cos\theta}\right)}_{\tau}\cdot\sin\theta\,\frac{R}{\cancel{m}}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR\sin\theta}{\cos\theta}} = \sqrt{\frac{g(L\sin\theta)\sin\theta}{\cos\theta}} = \sqrt{\frac{gL\sin^2\theta}{\cos\theta}}$$

velocità angolare:

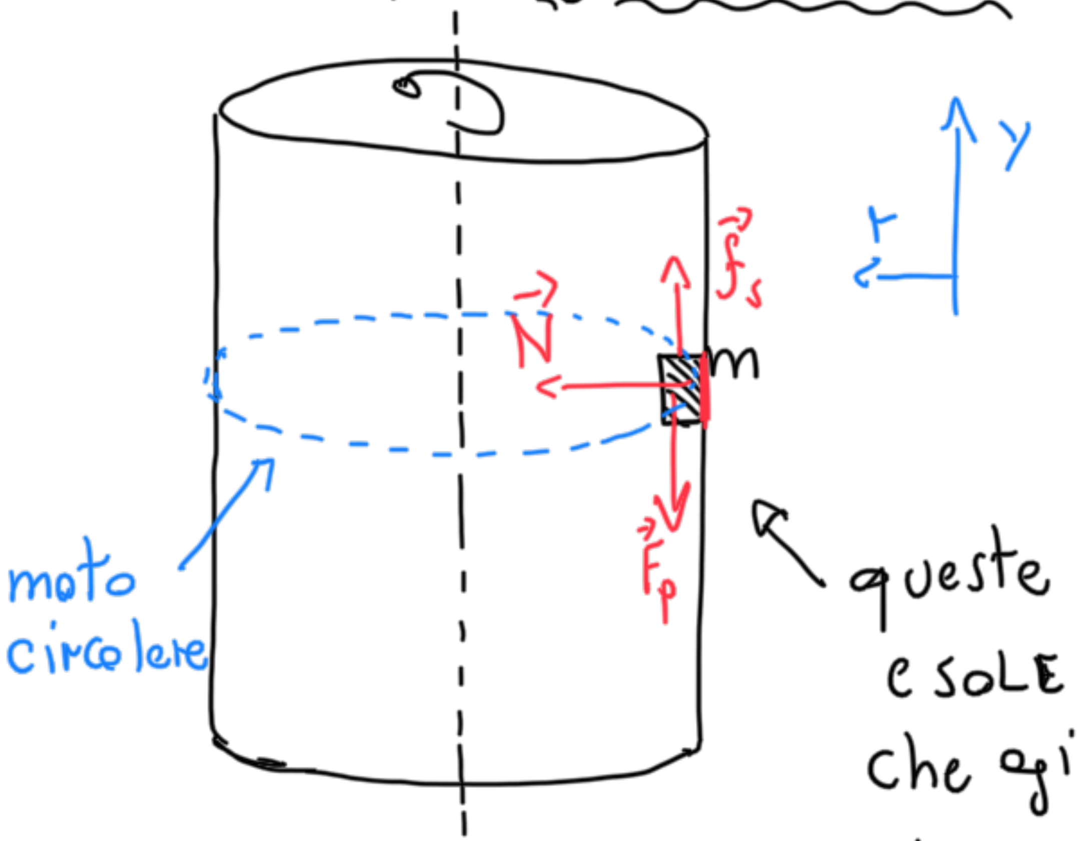
$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{g}{R^{\cancel{2}}}\frac{\cancel{R}\sin\theta}{\cos\theta}} = \sqrt{\frac{g}{R}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \sqrt{\frac{g}{(L\cancel{\sin\theta})}\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta}} = \sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$$

$$R = L\sin\theta$$

se θ è piccolo $\Rightarrow$ ω è piccolo (e anche v)

se θ è grande $\Rightarrow$ ω è grande (e anche v)

Esempio (giostra rotore)



queste sono tutte e SOLE le forze che agiscono sulla massa m

$$\begin{cases} \text{lungo } y: & f_s - F_p = 0 \\ & (f_s - mg = 0) \\ \text{lungo } r: & N = m\frac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$f_s = mg \leq \mu_s N$$

definizione di attrito statico

$$f_s = mg \leq \mu_s m\frac{v^2}{\ldots}$$

$f_s = mg \le \mu_s m \frac{v^2}{R}$

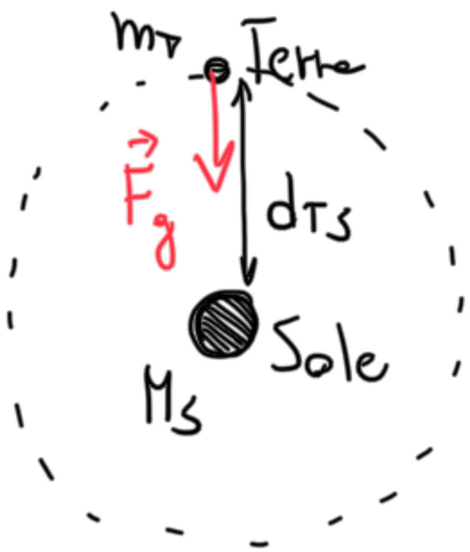
$f_s = \cancel{m}g \le \mu_s \cancel{m}\,\omega^2 R \quad \leftarrow \quad \mu_s m \frac{v^2}{R} = \mu_s \frac{m}{R}(\omega R)^2 = \mu_s m \omega^2 R$

$\Rightarrow \omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$

la velocità angolare deve essere maggiore di $\omega_{MIN} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$

Esempio: moto dei pianeti

$M_S \gg m_T$



$F_g = G\frac{M_S m_T}{d_{TS}^2}$ (legge di gravitazione universale)

$F_g = m_T \frac{v_T^2}{d_{TS}}$ (forza centripeta)

$\Updownarrow$

$\vec{F}_g = m_T \vec{a}_c$

$\Rightarrow G\frac{M_S \cancel{m_T}}{d_{TS}^{\cancel{2}}} = \cancel{m_T}\frac{v_T^2}{\cancel{d_{TS}}}$

moto (quasi) circolare

$M_S \gg m_T$

(T: periodo di rivoluzione)

$\Rightarrow G\frac{M_S}{} = v_T^2 = \left(\frac{2\pi d_{TS}}{}\right)^2$

della Terra attorno al sole
(≈ 365 giorni)

da cui: $$G\,\frac{M_S}{d_{TS}} = \frac{4\pi^2 d_{TS}^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_S}\, d_{TS}^3}$$

III legge di Keplero