Primo compitino (esempio)

Compito n. 1

Nome | *Cognome* | *Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica
Fisica - Corso A+B - A.A. 2016-2017 - I Prova in itinere - Pisa, 7 Aprile 2017.

- Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva il **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto. Tra le alternative numeriche proposte c'è sempre la risposta corretta (tolleranza massima ± 5 %).
  Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3 punti** se corretta, **0 punti** se sbagliata o non presente.
  Saranno valutati **esclusivamente** gli elaborati accompagnati da risoluzione su foglio protocollo.
- Si assumano i seguenti valori per le costanti che compaiono nei problemi: intensità campo gravitazionale sulla superficie terrestre $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$, $\pi = 3.14159265$.

Problema 1: Un punto materiale è soggetto, per un tempo 1.60 s, ad un'accelerazione costante lungo il verso negativo dell'asse delle x: a_x=−2.90 m/s^2. Alla fine di questo intervallo di tempo il punto ha raggiunto una velocità 3.40 m/s (in modulo) inclinata di 45 gradi rispetto all'asse delle x.

1. Determinare il modulo della velocità iniziale.

v [m/s] =

A	4.27	B	15.4	C	7.44	D	2.33	E	1.22

2. Determinare l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x alla fine se l'accelerazione costante dura per un tempo totale di 2.1 s

θ [rad]=

A	0.56	B	-1.45	C	0.12	D	1.19	E	0.0

Problema 1: Un punto materiale è soggetto, per un tempo 1.60 s, ad un'accelerazione costante lungo il verso negativo dell'asse delle x: a_x=−2.90 m/s^2. Alla fine di questo intervallo di tempo il punto ha raggiunto una velocità 3.40 m/s (in modulo) inclinata di 45 gradi rispetto all'asse delle x.

1. Determinare il modulo della velocità iniziale.

v [m/s] =

A	B	C	D	E
4.27	15.4	7.44	2.33	1.22

2. Determinare l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x alla fine se l'accelerazione costante dura per un tempo totale di 2.1 s

θ [rad]=

A		B		C		D		E	
A	0.56	B	-1.45	C	0.12	D	1.19	E	0.0

Il punto materiale al tempo t=0 ha velocità con componenti v_{0x} e v_{0y}. Per un intervallo di tempo Δt=1.60 s è sottoposto ad una accelerazione costante lungo x: a_x=-2.90 m/s^2; a_y=0. Come cambiano nel tempo le componenti della velocità di un punto materiale se l'accelerazione è costante?

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

Alla fine la velocità ha modulo v_f=3.40 m/s ed è inclinata a 45 gradi rispetto all'orizzontale, quindi v_{fx}=3.40cos(45°) e v_{fy}=3.40sin(45°)

$$\begin{cases} v_f \cos(45°) = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = v_{fx} = v_{0x} + a_x \Delta t \\ v_f \sin(45°) = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = v_{fy} = v_{0y} + 0 \cdot \Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{0x} = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} - a_x \Delta t = 2.404 + 2.90 \times 1.60 = 7.044 \quad m/s \\ v_{0y} = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2.404 \quad m/s \end{cases}$$

Per trovare il modulo della velocità iniziale: **(1)** $v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = 7.44 \quad m/s$

Problema 1: Un punto materiale è soggetto, per un tempo 1.60 s, ad un'accelerazione costante lungo il verso negativo dell'asse delle x: a_x=−2.90 m/s^2. Alla fine di questo intervallo di tempo il punto ha raggiunto una velocità 3.40 m/s (in modulo) inclinata di 45 gradi rispetto all'asse delle x.

1. Determinare il modulo della velocità iniziale.

v [m/s] =

A	4.27	B	15.4	C	7.44	D	2.33	E	1.22

2. Determinare l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x alla fine se l'accelerazione costante dura per un tempo totale di 2.1 s

θ [rad]=

A	0.56	B	-1.45	C	0.12	D	1.19	E	0.0

Per determinare l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x dopo un tempo t_2=2.1 s, occorre calcolare le due componenti x e y della velocità al tempo t_2.

$$\begin{cases} v_x(t_2) = v_{0x} + a_x t_2 = v_{0x} + a_x t_2 \\ v_y(t_2) = v_{0y} \end{cases}$$

v_{0x}, v_{0y} e a_x sono note dai punti precedenti. Per l'angolo $\theta(t_2)$ si applica la relazione secondo la quale:

$$\tan\theta = \frac{v_y(t_2)}{v_x(t_2)} = \frac{v_{0y}}{v_{0x} + a_x t_2}$$

Da cui $\theta = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x} + a_x t_2}\right) = \arctan\left(\frac{2.404}{7.044 - 2.90 * 2.1}\right) = 1.193\ rad$

Problema 2.

Due velocisti si sfidano. Uno di essi corre a velocità costante v_1=5.2 m/s e parte alle spalle dell'altro. Nel momento in cui il primo lo sorpassa, l'altro parte da fermo dai blocchi di partenza con una accelerazione costante a_2=6.2 m/s^2. Determinare:

3. A che distanza dai blocchi di partenza il secondo corridore raggiungerà il primo?

d [m]=

A	8.72	B	20.5	C	16.2	D	55.5	E	2.70

4. Con quale velocità viaggia il secondo atleta quando raggiunge il primo?

v [m/s]=

A	1.22	B	3.20	C	5.20	D	15.2	E	10.4

Problema 2.

Due velocisti si sfidano. Uno di essi corre a velocità costante v_1=5.2 m/s e parte alle spalle dell'altro. Nel momento in cui il primo lo sorpassa, l'altro parte da fermo dai blocchi di partenza con una accelerazione costante a_2=6.2 m/s^2. Determinare:

3. A che distanza dai blocchi di partenza il secondo corridore raggiungerà il primo?

d [m]=

A	8.72	B	20.5	C	16.2	D	55.5	E	2.70

4. Con quale velocità viaggia il secondo atleta quando raggiunge il primo?

v [m/s]=

A	1.22	B	3.20	C	5.20	D	15.2	E	10.4

Se fissiamo l'origine degli assi nel punto di partenza, il primo corridore avrà una legge oraria di un moto uniforme con velocità v_1 =5.2 m/s

$$x_1 = v_1 t$$

Il secondo corridore si muove con una legge oraria di un moto uniformemente accelerato con accelerazione costante a_2=6.2 m/s^2, e velocità iniziale nulla:

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

Il secondo corridore raggiunge il primo nel tempo t_f tale che:

$$v_1 t_f = x_1 = x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_f^2 \Rightarrow t_f = \frac{2v_1}{a_2}$$

Problema 2.

Due velocisti si sfidano. Uno di essi corre a velocità costante v_1=5.2 m/s e parte alle spalle dell'altro. Nel momento in cui il primo lo sorpassa, l'altro parte da fermo dai blocchi di partenza con una accelerazione costante a_2=6.2 m/s^2. Determinare:

3. A che distanza dai blocchi di partenza il secondo corridore raggiungerà il primo?

d [m]=

A	8.72	B	20.5	C	16.2	D	55.5	E	2.70

4. Con quale velocità viaggia il secondo atleta quando raggiunge il primo?

v [m/s]=

A	1.22	B	3.20	C	5.20	D	15.2	E	10.4

La distanza dal punto di partenza è quindi:

$$x_1 = v_1 t_f = \frac{2v_1^2}{a_2} = 8.72 \ m$$

Problema 2.

Due velocisti si sfidano. Uno di essi corre a velocità costante v_1=5.2 m/s e parte alle spalle dell'altro. Nel momento in cui il primo lo sorpassa, l'altro parte da fermo dai blocchi di partenza con una accelerazione costante a_2=6.2 m/s^2. Determinare:

3. A che distanza dai blocchi di partenza il secondo corridore raggiungerà il primo?

d [m]=

A	8.72	B	20.5	C	16.2	D	55.5	E	2.70

4. Con quale velocità viaggia il secondo atleta quando raggiunge il primo?

v [m/s]=

A	1.22	B	3.20	C	5.20	D	15.2	E	10.4

La velocità del secondo corridore è:

$$v_2 = a_2 t_f = a_2 \frac{2v_1}{a_2} = 2v_1 = 10.4 \ m$$

Problema 3: Un corpo di massa 65.0 kg viene lanciato con velocità 7.10 m/s verso il basso lungo una rampa inclinata scabra con un'inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e la rampa vale $\mu_d = 1.10$. Calcolare:

5. dopo quanto tempo si ferma il corpo.

t_f [s] = ☐ A 0.417 B 0.463 C 1.60 D 0.388 E 0.299

A questo punto al corpo è collegata l'estremità di una fune, inestensibile e di massa trascurabile, tesa parallelamente alla rampa, la cui altra estremità è collegata ad un motore che si trova alla sommità della rampa e fa salire il corpo ad una velocità costante. Calcolare:

6. quanto vale, in modulo, la tensione della fune.

T [N] = ☐ A 1080 B 926 C 3040 D 6740 E 4650

Problema 3: Un corpo di massa 65.0 kg viene lanciato con velocità 7.10 m/s verso il basso lungo una rampa inclinata scabra con un'inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e la rampa vale $\mu_d = 1.10$. Calcolare:

5. dopo quanto tempo si ferma il corpo.

t_f [s] = $\boxed{}$ A 0.417 B 0.463 C 1.60 D 0.388 E 0.299

A questo punto al corpo è collegata l'estremità di una fune, inestensibile e di massa trascurabile, tesa parallelamente alla rampa, la cui altra estremità è collegata ad un motore che si trova alla sommità della rampa e fa salire il corpo ad una velocità costante. Calcolare:

6. quanto vale, in modulo, la tensione della fune.

T [N] = $\boxed{}$ A 1080 B 926 C 3040 D 6740 E 4650

Consideriamo per il corpo un asse x diretto giù lungo la rampa (verso positivo discendente). Questa la seconda legge della dinamica applicata al corpi:

$$ma_x = mg\sin\theta - \mu_d N;$$
$$ma_y = 0 = N - mg\cos\theta \Rightarrow N = mg\cos\theta$$

$$mg\sin\theta - \mu_d N = mg\sin\theta - \mu_d mg\cos\theta = ma_x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a_x = g\sin\theta - \mu_d g\cos\theta$$

Il corpo si muove a accelerazione costante, quindi si ferma dopo il tempo

$$t_f = \frac{v_0}{a_x} = \frac{v_0}{g\sin\theta - \mu_d g\cos\theta} = 1.60 \ s$$

Problema 3: Un corpo di massa 65.0 kg viene lanciato con velocità 7.10 m/s verso il basso lungo una rampa inclinata scabra con un'inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra il corpo e la rampa vale $\mu_d = 1.10$. Calcolare:

5. dopo quanto tempo si ferma il corpo.

t_f [s] = ______ A 0.417 B 0.463 C 1.60 D 0.388 E 0.299

A questo punto al corpo è collegata l'estremità di una fune, inestensibile e di massa trascurabile, tesa parallelamente alla rampa, la cui altra estremità è collegata ad un motore che si trova alla sommità della rampa e fa salire il corpo ad una velocità costante. Calcolare:

6. quanto vale, in modulo, la tensione della fune.

T [N] = ______ A 1080 B 926 C 3040 D 6740 E 4650

A corpo fermo, si collega la fune e si fa salire il corpo a velocità costante. Quindi la risultante delle forze è nulla, in tutte le sue componenti.

Se l'asse x è sempre diretto verso la discesa:

$$0 = ma_x = mg\sin\theta + \mu_d mg\cos\theta - T \Rightarrow \; T = mg\sin\theta + \mu_d mg\cos\theta = 926 \;\; N$$

Problema 4

Un oggetto di massa 8.70 kg è appeso, per mezzo di un filo inestensibile e di massa trascurabile, al soffitto all'interno di un vagone di un treno. Durante una fase di accelerazione costante del treno, un osservatore all'interno vede che il filo a cui è sospeso l'oggetto in equilibrio risulta inclinato rispetto alla verticale di un angolo $\theta = 18.0°$ (per convenzione il verso positivo dell'angolo è scelto per deflessioni dalla verticale verso la direzione del fondo del vagone, negativo per deflessioni verso la testa). Calcolare:

3. l'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari (con l'asse X nel verso del moto).

$a\ [\mathrm{ms}^{-2}] =$ ______ A 3.19 B -3.16 C -1.18 D -0.137 E -0.170

Lo stesso osservatore, quando il treno è fermo, appoggia sul pavimento del vagone un oggetto di massa 17.0 kg. Il coefficiente di attrito statico tra il corpo e il pavimento è $\mu_s = 0.430$. Quando il treno si rimette in marcia, ad un certo istante il corpo si muove relativamente al pavimento. Calcolare, in quell'istante:

4. il modulo dell'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari.

$a\ [\mathrm{ms}^{-2}] =$ ______ A 9.85 B 4.22 C 0.974 D 6.58 E 9.45

Problema 4

Un oggetto di massa 8.70 kg è appeso, per mezzo di un filo inestensibile e di massa trascurabile, al soffitto all'interno di un vagone di un treno. Durante una fase di accelerazione costante del treno, un osservatore all'interno vede che il filo a cui è sospeso l'oggetto in equilibrio risulta inclinato rispetto alla verticale di un angolo $\theta = 18.0°$ (per convenzione il verso positivo dell'angolo è scelto per deflessioni dalla verticale verso la direzione del fondo del vagone, negativo per deflessioni verso la testa). Calcolare:

3. l'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari (con l'asse X nel verso del moto).

$a\ [\mathrm{ms}^{-2}] =$ ______ A 3.19 B -3.16 C -1.18 D -0.137 E -0.170

Lo stesso osservatore, quando il treno è fermo, appoggia sul pavimento del vagone un oggetto di massa 17.0 kg. Il coefficiente di attrito statico tra il corpo e il pavimento è $\mu_s = 0.430$. Quando il treno si rimette in marcia, ad un certo istante il corpo si muove relativamente al pavimento. Calcolare, in quell'istante:

4. il modulo dell'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari.

$a\ [\mathrm{ms}^{-2}] =$ ______ A 9.85 B 4.22 C 0.974 D 6.58 E 9.45

Abbiamo un sistema in moto non inerziale, S', quello solidale con il vagone. E abbiamo il sistema inerziale S che è il sistema solidale con i binari. La accelerazione del punto P dove si trova l'oggetto nei due sistemi è:

$$\vec{a}_{PS} = \vec{a}_{PS'} + \vec{a}_{S'S}$$

dove $a_{S'S}=a_0$ è diretta verso l'asse X, è costante e vale il valore richiesto dalla domanda.

Applicando la seconda legge della dinamica nel sistema inerziale (S) si ottiene:

$$m(\vec{a}_{PS})_x = ma_0 = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_x = T_x = T\sin\theta$$

$$m(\vec{a}_{PS})_y = 0 = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_y = T_y - mg = T\cos\theta - mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$a_0 = \frac{T\sin\theta}{m} = \frac{mg}{\cos\theta}\frac{\sin\theta}{m} = g\cdot tg\theta = 3.19ms^{-2}$$

Problema 4

Un oggetto di massa 8.70 kg è appeso, per mezzo di un filo inestensibile e di massa trascurabile, al soffitto all'interno di un vagone di un treno. Durante una fase di accelerazione costante del treno, un osservatore all'interno vede che il filo a cui è sospeso l'oggetto in equilibrio risulta inclinato rispetto alla verticale di un angolo $\theta = 18.0°$ (per convenzione il verso positivo dell'angolo è scelto per deflessioni dalla verticale verso la direzione del fondo del vagone, negativo per deflessioni verso la testa). Calcolare:

3. l'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari (con l'asse X nel verso del moto).

$a\,[\mathrm{ms^{-2}}] =$ ☐ A $\boxed{3.19}$ B $\boxed{-3.16}$ C $\boxed{-1.18}$ D $\boxed{-0.137}$ E $\boxed{-0.170}$

Lo stesso osservatore, quando il treno è fermo, appoggia sul pavimento del vagone un oggetto di massa 17.0 kg. Il coefficiente di attrito statico tra il corpo e il pavimento è $\mu_s = 0.430$. Quando il treno si rimette in marcia, ad un certo istante il corpo si muove relativamente al pavimento. Calcolare, in quell'istante:

4. il modulo dell'accelerazione del vagone rispetto ad un sistema di riferimento solidale con i binari.

$a\,[\mathrm{ms^{-2}}] =$ ☐ A $\boxed{9.85}$ B $\boxed{4.22}$ C $\boxed{0.974}$ D $\boxed{6.58}$ E $\boxed{9.45}$

Lo stesso ragionamento lo si può fare per la domanda successiva, dove il corpo è fermo e sottoposto a f di attrito.

$$m\left(\dot{a}_{PS}\right)_x = ma_0 = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_x = f_s \le \mu_s N = \mu_s mg$$

$$m\left(\dot{a}_{PS}\right)_y = 0 = \left(\sum_i \dot{F}_i\right)_y = N - mg$$

$$a_0 = \frac{f_s}{m} \le \mu_s g = 4.22 ms^{-2}$$

Problema 5

Un corpo di massa 18.0 kg si muove di moto circolare uniforme e senza attrito su un piano orizzontale lungo una traiettoria circolare di raggio 15.0 m, vincolato al centro da un filo inestensibile e di massa trascurabile. Il corpo percorre la circonferenza in un periodo di 51.0 s. Calcolare:

9 la tensione del filo.

T [N] =

A 114 B 4.10 C 5.69 D 14.9 E 78.7

Se il corpo di cui sopra parte da fermo al tempo t=0 con una accelerazione tangenziale costante pari a 1.20 ms^{-2}, grazie ad un propulsore interno, e la tensione di rottura del filo è di 95.0 N, calcolare:

10 dopo quanto tempo dalla partenza il filo si spezza.

t_f [s] =

A 12.9 B 5.19 C 4.29 D 4.06 E 7.41

Problema 5 Un corpo di massa 18.0 kg si muove di moto circolare uniforme e senza attrito su un piano orizzontale lungo una traiettoria circolare di raggio 15.0 m, vincolato al centro da un filo inestensibile e di massa trascurabile. Il corpo percorre la circonferenza in un periodo di 51.0 s. Calcolare:

9 la tensione del filo.

T [N] = ☐ A 114 B 4.10 C 5.69 D 14.9 E 78.7

Se il corpo di cui sopra parte da fermo al tempo t=0 con una accelerazione tangenziale costante pari a 1.20 ms^{-2}, grazie ad un propulsore interno, e la tensione di rottura del filo è di 95.0 N, calcolare:

10 dopo quanto tempo dalla partenza il filo si spezza.

t_f [s] = ☐ A 12.9 B 5.19 C 4.29 D 4.06 E 7.41

Risposta alla domanda n. 9: Il corpo di massa m compie un moto circolare con raggio L su un piano orizzontale liscio. L'unica forza radiale è la tensione del filo. Essa deve assicurare l'accelerazione centripeta.

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow T = \frac{mv^2}{L} = m\omega^2 L = m\left(\frac{2\pi}{Periodo}\right)^2 L = 4.10N$$

Problema 5 Un corpo di massa 18.0 kg si muove di moto circolare uniforme e senza attrito su un piano orizzontale lungo una traiettoria circolare di raggio 15.0 m, vincolato al centro da un filo inestensibile e di massa trascurabile. Il corpo percorre la circonferenza in un periodo di 51.0 s. Calcolare:

9 la tensione del filo.

T [N] = ____ A 114 B 4.10 C 5.69 D 14.9 E 78.7

Se il corpo di cui sopra parte da fermo al tempo t=0 con una accelerazione tangenziale costante pari a 1.20 ms^{-2}, grazie ad un propulsore interno, e la tensione di rottura del filo è di 95.0 N, calcolare:

10 dopo quanto tempo dalla partenza il filo si spezza.

t_f [s] = ____ A 12.9 B 5.19 C 4.29 D 4.06 E 7.41

Risposta alla domanda n. 10: Se parte da fermo con accelerazione tangenziale costante a_t, allora si può scrivere la seconda legge della dinamica e guardare la componente radiale, che deve assicurare la condizione sulla accelerazione centripeta. La differenza con il moto circolare uniforme è che, in questo caso, la velocità in modulo aumenta nel tempo, ma la condizione sulla accelerazione centripeta deve essere sempre garantita:

$$\vec{F} = m\dot{a}; \Rightarrow T = \frac{mv^2}{L} = m\omega^2 L = m\frac{(a_t t)^2}{L}$$

Sapendo che il filo si rompe per T_{max}=95 N, l'istante di rottura sarà:

$$t_f = \sqrt{\frac{T_{max} L}{m}}\frac{1}{a_t} = 7.41 s$$