Compito n. 180

Nome

Cognome

Numero di matricola

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2017-2018 - recupero II Prova in itinere - Pisa, 14/06/2018.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (presente con tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente.

Problema 1: Due cariche di valore q = 4.20 pC sono fissate sull'asse delle y di un sistema di riferimento cartesiano simmetricamente rispetto all'origine, e distanti da questo d = 4.10 m. Altre due cariche, ciascuna di valore 4 q, sono fissate sull'asse delle x simmetricamente rispetto all'origine, ciascuna a distanza 2 d da esso. Determinare:

1. il valore del flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica centrata in x=-d y=0 e di raggio 2 d;

   Flusso [Nm²/C] = $\boxed{6q/\varepsilon_0}$ A 0.620 B 0.817 C 3.72 D $\cancel{2.85}$ E 8.93

2. Il valore della velocità che deve possedere una carica di -2.30 C e massa 3.80 kg posta nell'origine delle coordinate per allontanarsi da questo punto fino a distanza infinita.

   v_0 [m/s] = $\boxed{\sqrt{\frac{3q\,|q'|}{\pi \varepsilon_0 m d}}}$ A 0.504 B 0.185 C 0.324 D $\cancel{0.269}$ E 0.343

Problema 2: Due satelliti artificiali di un pianeta extrasolare si muovono su orbite circolari con raggio rispettivamente di 1800 km e 5000 km. La massa del primo satellite vale 1500 Kg e la sua energia potenziale gravitazionale -8.40 KJ.

3. Determinare il modulo della velocità del secondo satellite;

   v_2 [m/s] = $\boxed{\sqrt{\frac{|U_g^{(1)}|}{m_1}\cdot\frac{R_1}{R_2}}}$ A 2.05 B 2.85 C 3.26 D 3.54 E $\cancel{1.42}$

4. determinare l'energia meccanica supplementare da fornire al primo satellite per trasferirlo sull'orbita del secondo.

   E_1 [KJ] = $\boxed{\frac{1}{2}|U_g^{(1)}|\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right)}$ A $\cancel{2.69}$ B 5.83 C 0.965 D 2.51 E 3.81

Problema 3: Una cassa, di massa 0.580 kg, scende con velocità costante, di 11.0 m/s, lungo una rampa inclinata scabra, alta 9.80 m.

5. Determinare il lavoro compiuto dalla forza di attrito;

   L_{att} [J] = $\boxed{-mgh}$ A -58.8 B -35.4 C -18.2 D -9.63 E $\cancel{-55.8}$

6. determinare la lunghezza della rampa se la potenza della forza di attrito sviluppata sulla cassa vale 17.0 J/s.

   l_{rampa} [m] = $\boxed{mgh\,v/W}$ A 223 B $\cancel{36.1}$ C 378 D 41.2 E 694

Problema 4: Una molla, di costante elastica 9.00 N/m, ha una estremità fissata ad una parete verticale e giace su un piano orizzontale liscio. All'estremità libera della molla viene appoggiato un corpo di massa 6.30 g in quiete. Determinare:

7. il modulo della velocità del corpo nell'istante in cui si stacca dalla molla, se quest'ultima era compressa di 0.280 m e nella zona di accelerazione è presente attrito con coefficiente dinamico 0.660;

   v [m/s] = $\boxed{\sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - 2g\mu_d\Delta x}}$ A 14.8 B 8.59 C 8.19 D $\cancel{10.4}$ E 1.02

8. in assenza di attrito il valore della compressione della molla se il corpo, dopo aver abbandonato la molla, urta in modo completamente anelastico un secondo corpo di massa doppia, e dopo l'urto i due corpi si muovono con velocità 1.90 m/s.

   Δ [m] = $\boxed{3v_f\sqrt{\frac{m}{k}}}$ A 0.0233 B $\cancel{0.151}$ C 0.0689 D 0.0832 E 0.171

Problema 5: Un punto materiale di massa 0.670 kg oscilla, connesso all'estremo libero di una molla di costante elastica 43.0 N/m, su un piano orizzontale liscio. All'istante iniziale la molla è compressa di 4.40 m ed il corpo in quiete. Determinare:

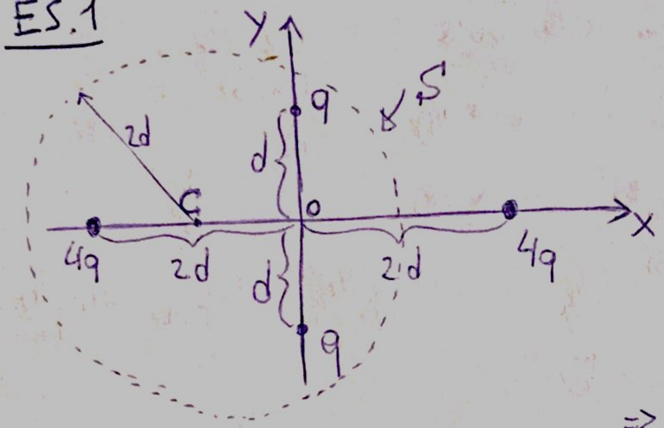
9. il modulo della velocità del punto nella posizione pari a metà dell'ampiezza delle oscillazioni;

   v [m/s] = $\boxed{\Delta x\cdot\sqrt{\frac{3}{4}\frac{k}{m}}}$ A $\cancel{30.5}$ B 22.6 C 186 D 6.39 E 42.1

10. la coordinata del punto, rispetto alla posizione di partenza, dopo un tempo pari a 1/8 del periodo di oscillazione dall'istante iniziale.

    Δ [m] = $\boxed{\Delta x\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$ A 13.4 B $\cancel{1.29}$ C 12.5 D 0.601 E 0.890

ES.1



La superficie sferica è centrata in C(-d,0) ed ha un raggio 2d (linea tratteggiata). Le cariche contenute in essa sono le due sull'asse y e quella sull'asse x a sinistra.

$$\Rightarrow \Phi_{S'} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{int} = \frac{1}{\varepsilon_0}(2q+4q) = \frac{6q}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

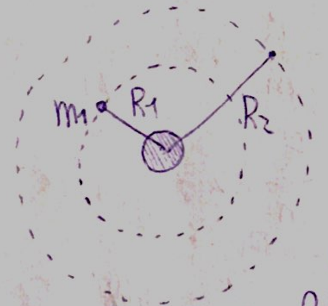
Prendiamo una carica di prova q', di massa m.
Per allontanarsi dall'origine O(0,0) ad infinito, occorre che la forza elettrica compia un lavoro $-L = -\Delta K = \frac{1}{2}mv^2$ (trascuriamo la forza peso)

$$-L = \Delta U_{ee} = U_{ee}^{(fin)} - U_{ee}^{(in)} = -U_{ee}^{(in)} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{qq'}{d}+\frac{qq'}{d}+\frac{4qq'}{2d}+\frac{4qq'}{2d}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{6qq'}{d}$$

Siccome la carica q' è negativa, abbiamo: $-L = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{6q|q'|}{d} = \frac{1}{2}mv^2$
e la carica q è positiva

$$\Rightarrow \frac{3q|q'|}{\cancel{2}\pi\varepsilon_0 d} = \frac{1}{\cancel{2}}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3q|q'|}{\pi\varepsilon_0 m d}} \quad (2)$$

ES.2



$U_g^{(1)}$ è nota
Eguagliando la forza centripeta del moto circolare di ciascuno dei due satelliti alla rispettiva forza di interazione gravitazionale, abbiamo:

$$(1)\quad G\frac{M\cancel{m_1}}{R_1^2} = \cancel{m_1}\frac{v_1^2}{R_1}$$

$$(2)\quad G\frac{M\cancel{m_2}}{R_2^2} = \cancel{m_2}\frac{v_2^2}{R_2}$$

Perciò: $v_1^2 = G\frac{M}{R_1}$; $v_2^2 = G\frac{M}{R_2}$ $\Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{R_2}{R_1}$ da cui si ha: $v_2 = v_1\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$

La velocità del 1° satellite si ricava da $U_g^{(1)} = -G\frac{Mm_1}{R_1}$ $\Rightarrow$ dalla (1): $\frac{|U_g^{(1)}|}{\cancel{R_1}} = m_1\frac{v_1^2}{\cancel{R_1}}$

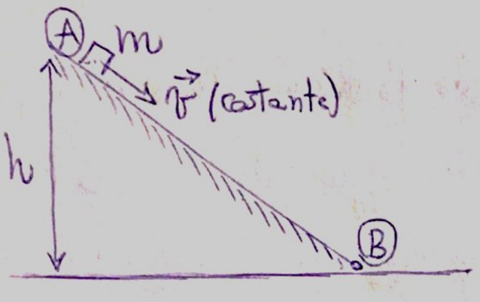
però $v_1^2 = \frac{|U_g^{(1)}|}{m_1}$ e quindi $v_2 = v_1\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{|U_g^{(1)}|}{m_1}\cdot\frac{R_1}{R_2}}$ (3)

L'energia meccanica di un satellite in orbita circolare è: $E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$

dunque E per portare il 1° satellite dalla 1ª alla 2ª orbita è:

$$\Delta E = E_{(2)} - E_{(1)} = -\frac{1}{2}GMm_1\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right) = \frac{GMm_1}{2R_1}\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}|U_g^{(1)}|\left(1-\frac{R_1}{R_2}\right) \quad (4)$$

Es. 3



Il teorema delle forze vive dice che:

$$\Delta K_{A\to B} = L_{forze(A\to B)} = -\Delta U_g^{(A\to B)} + L_{f_{attr.}}$$

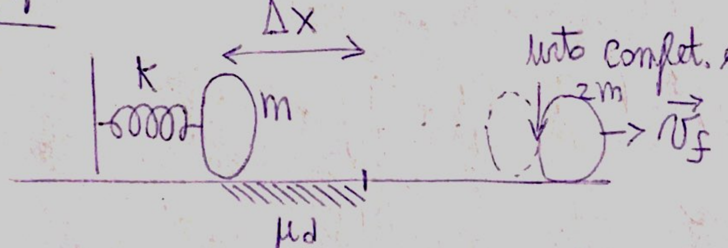
$\vec v$ = costante $\Rightarrow \Delta K = 0$ $\Downarrow$ (5)

$\Delta U_g^{(A\to B)} = U_B - U_A = -mgh$ $\qquad \underline{L_{f_{attr.}} = -mgh}$

La potenza della forza di attrito W lungo lo spostamento è data da $W = \frac{L_{f_{attr.}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = L_{f_{attr.}}/W$ è il tempo impiegato dalla cassa per scendere.

Il moto è rettilineo uniforme, perciò: $\underline{\ell} = v\cdot\Delta t = \frac{L_{f_{attr.}}}{W}\cdot v = \underline{\frac{mgh}{W}\cdot v}$ (6)

Es. 4



• Per il teorema dell'energia generalizzato, applicato dall'istante iniziale a quello in cui la pallina si stacca dalla molla, si ha: $\cancel{K_{in}} + U_{ee,in} = K_{fin} + \cancel{U_{ee,fin}} + |L_{f_{attr.}}|$

quindi: $\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg\mu_d\cdot\Delta x \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m}\Delta x^2 - 2g\mu_d\Delta x$

• Nel secondo punto togliamo l'attrito. $\qquad \hookrightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}\Delta x^2 - 2g\mu_d\Delta x}$ (7)

$\Rightarrow$ th. di conservazione dell'energia:

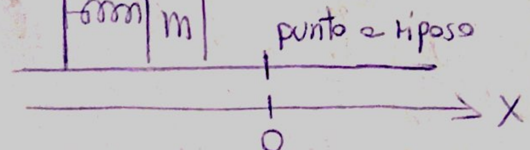
$\frac{1}{2}k\tilde{\Delta x}^2 = \frac{1}{2}m\bar v^2$ dove $\bar v$ è la velocità della pallina prima dell'urto

urto anelastico $\Rightarrow$ conserv. q. di moto. $m\bar v = (m+2m)v_f \Rightarrow \bar v = 3v_f$ (8)

perciò: $\tilde{\Delta x} = \bar v\sqrt{\frac{m}{k}} = 3v_f\sqrt{\frac{m}{k}}$

Es. 5

$\omega = \sqrt{k/m}$



Cond. iniziali:

$\begin{cases} x(t=0) = -\Delta x \leftarrow \text{(noto)} \\ v(t=0) = 0 \end{cases}$

Sol. generale:

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

$\begin{cases} x(0) = -\Delta x \\ v(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\Delta x = A\cos\varphi \\ 0 = -\omega A\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0;\ A = -\Delta x \rightarrow \begin{array}{l} x(t) = -\Delta x\cos(\omega t) \\ v(t) = \omega\Delta x\sin(\omega t) \end{array}$ $\qquad v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$

$\frac{1}{\cancel{2}}k\Delta x^2 = \frac{1}{\cancel{2}}k\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 + \frac{1}{\cancel{2}}mv_{1/2}^2 \Rightarrow k\Delta x^2\left(1-\frac{1}{4}\right) = mv_{1/2}^2 \Rightarrow v_{1/2} = \Delta x\sqrt{\frac{3}{4}\frac{k}{m}}$ (9)

(10)
$x\left(\frac{1}{8}T\right) = x\left(\frac{2\pi}{8\omega}\right) = -\Delta x\cos(\pi/4) = -\Delta x\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \Delta = x\left(\frac{T}{8}\right) - \Delta x = \Delta x\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$