Compito n. 180

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2017-2018 - recupero I Prova in itinere - Pisa, 14/6/2018.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente.

Problema 1: Due vettori sono rappresentati sul piano come segue: il primo **V1** di modulo 2.70 è disposto lungo l'asse x e punta nel verso positivo, il secondo **V2** invece ha un modulo 14.0, è inclinato di un angolo 0.670 rad rispetto all'asse x e punta nel primo quadrante del piano. Determinare:

1. il modulo del vettore differenza;

$|\Delta \mathbf{V}| = \boxed{\sqrt{V_1^2+V_2^2-2V_1V_2\cos\vartheta}}$ A $\boxed{51.8}$ B $\cancel{\boxed{12.0}}$ C $\boxed{17.8}$ D $\boxed{2.56}$ E $\boxed{5.16}$

2. il modulo del vettore **K**, diretto lungo l'asse y da sommare a **V1** affinché il prodotto scalare tra **V1+K** e **V2** sia nullo.

$|\mathbf{K}| = \boxed{|\vec{V}_1|/\tan\vartheta}$ A $\cancel{\boxed{3.40}}$ B $\boxed{4.94}$ C $\boxed{26.2}$ D $\boxed{3.66}$ E $\boxed{2.93}$

Problema 2: Un bambino gioca con un sasso lanciandolo a partire da una altezza 0.940 m rispetto al suolo e con velocità iniziale verso l'alto pari a 1.90 m/s. Determinare:

3. la quota massima raggiunta dal sasso;

h_{max} [m] $= \boxed{h_0+\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}}$ A $\boxed{1.37}$ B $\boxed{0.442}$ C $\cancel{\boxed{1.12}}$ D $\boxed{1.19}$ E $\boxed{1.27}$

4. il tempo di volo all'arrivo al suolo.

t_{volo} [s] $= \boxed{\frac{1}{g}\left(v_0+\sqrt{v_0^2+2gh_0}\right)}$ A $\cancel{\boxed{0.672}}$ B $\boxed{0.814}$ C $\boxed{0.0680}$ D $\boxed{0.102}$ E $\boxed{0.0482}$

Problema 3: Un punto materiale segue una traiettoria circolare di raggio 2.90 m sul piano orizzontale. Lungo un quarto della traiettoria è presente attrito caratterizzato dal coefficiente dinamico 0.420. Il punto inizia il suo moto nella posizione di inizio del tratto scabro, con velocità 51.0 m/s. Determinare:

5. il tempo necessario a percorrere per la prima volta l'arco scabro;

ΔT [s] $= \boxed{\frac{1}{g\mu_d}\left(v_0-\sqrt{v_0^2-\pi R g \mu_d}\right)}$ A $\cancel{\boxed{0.0896}}$ B $\boxed{1.22}$ C $\boxed{0.114}$ D $\boxed{0.245}$ E $\boxed{0.141}$

6. il modulo della velocità dopo aver percorso 5 giri completi.

v [m/s] $= \boxed{\sqrt{v_0^2-5\pi R g\mu_d}}$ A $\cancel{\boxed{49.1}}$ B $\boxed{475}$ C $\boxed{190}$ D $\boxed{70.3}$ E $\boxed{61.8}$

Problema 4: Un pacco postale viene fatto scivolare giù da una rampa, lunga 15.0 m ed inclinata di un angolo 0.270 rad rispetto all'orizzontale. Il pacco percorre la rampa con una velocità costante v_0 = 19.0 m/s. Determinare:

7. il valore del coefficiente di attrito dinamico se la rampa è scabra;

$\mu_d = \boxed{\tan\vartheta}$ A $\boxed{2.04}$ B $\boxed{0.172}$ C $\cancel{\boxed{0.277}}$ D $\boxed{0.329}$ E $\boxed{0.441}$

8. la differenza dei tempi di percorrenza della rampa nel caso di rampa liscia e rampa scabra, con lo stesso coefficiente di attrito dinamico del punto precedente, partendo in entrambi i casi con la stessa velocità iniziale v_0.

$|\Delta t|$ [s] $= \boxed{\frac{l}{v_0}-\left(\frac{-v_0+\sqrt{v_0^2+2gl\sin\vartheta}}{g\sin\vartheta}\right)}$ A $\boxed{0.0192}$ B $\boxed{0.00155}$ C $\cancel{\boxed{0.0388}}$ D $\boxed{0.00812}$ E $\boxed{0.00204}$

Problema 5: Un corpo, di massa 2.40 kg, si trova sul piano orizzontale ed è connesso ad una molla di costante elastica 3.90 N/m. Un secondo corpo, di massa 9.10 Kg, è connesso al primo tramite un filo inestensibile, e si trova sospeso nel vuoto lungo la verticale (la direzione del filo è modificata tramite una carrucola). Determinare:

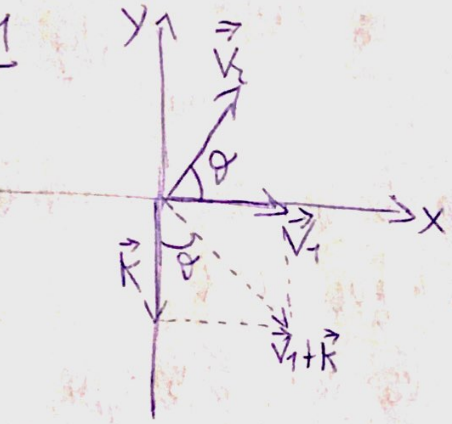
9. l'allungamento della molla in condizione di equilibrio;

Δ [m] $= \boxed{m_2 g/k}$ A $\boxed{392}$ B $\boxed{288}$ C $\boxed{460}$ D $\boxed{84.5}$ E $\cancel{\boxed{22.9}}$

10. il valore massimo della massa del secondo corpo se, in presenza di attrito sul piano orizzontale caratterizzato da coefficienti μ_d = 0.1 e μ_s = 0.760, il sistema è in condizioni di equilibrio con molla allungata di 0.430 m.

m_2^{max} [Kg] $= \boxed{\mu_s m_1+\frac{1}{g}k\Delta x_2}$ A $\boxed{8.11}$ B $\boxed{1.78}$ C $\boxed{10.6}$ D $\cancel{\boxed{1.99}}$ E $\boxed{17.9}$

Es.1



$\vec V_1=(V_1,0)$

$\vec V_2=(V_2\cos\theta, V_2\sin\theta)$

• $|\Delta\vec V| = \sqrt{(V_2\cos\theta - V_1)^2+(V_2\sin\theta)^2}$

$= \sqrt{V_2^2+V_1^2-2V_1V_2\cos\theta}$ (1)

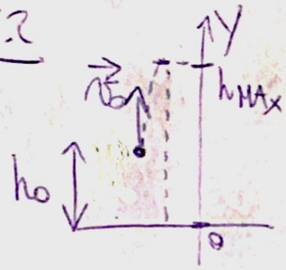
• Vogliamo che sia: $(\vec V_1+\vec K)\cdot\vec V_2 = 0$

$\Rightarrow$ l'angolo tra $\vec V_1+\vec K$ e $\vec V_2$ deve essere di 90°

l'angolo tra $\vec V_1+\vec K$ e $\vec K$ è θ (si veda disegno)

$\tan\theta = \dfrac{|\vec V_1|}{|\vec K|} \Rightarrow |\vec K| = |\vec V_1|/\tan\theta$ (2)

Es.2



$\begin{cases} y(t)=y_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 & \Rightarrow y(t)=h_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \\ v(t)=v_0+at & \Rightarrow v(t)=v_0-gt \end{cases}$

ad h_{MAX} la velocità è nulla $\Rightarrow v(h_{MAX})=0=v_0-g\,t_{MAX} \Rightarrow t_{MAX}=\dfrac{v_0}{g}$

tempo impiegato per raggiungere la quota massima

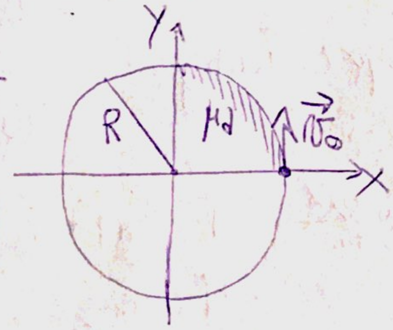
$y(t_{MAX})=h_{MAX}=h_0+v_0t_{MAX}-\frac{1}{2}g\,t_{MAX}^2=h_0+\dfrac{v_0^2}{g}-\dfrac{1}{2}g\dfrac{v_0^2}{g^2}$

$=h_0+\dfrac{v_0^2}{g}-\dfrac{1}{2}\dfrac{v_0^2}{g}=h_0+\dfrac{1}{2}\dfrac{v_0^2}{g}$ (3)

Quando il sasso tocca il suolo $y(t_{vol})=0=h_0+v_0t_{vol}-\frac{1}{2}g t_{vol}^2 \Rightarrow t_{vol}=\dfrac{-v_0\pm\sqrt{v_0^2+2gh_0}}{-g}$

la sol. buona è: $t_{vol}=\dfrac{1}{g}\left(v_0+\sqrt{v_0^2+2gh_0}\right)$ (4) (l'altra viene negativa)

Es.3



$\theta(t)=\theta_0+\omega_0t-\frac{1}{2}\alpha t^2$ legge del moto angolare lungo il primo quarto di giro (attrito)

$\omega_0=\dfrac{v_0}{R}$ velocità angolare iniziale

$\alpha=\dfrac{a}{R}=\dfrac{g\mu_d}{R}$ decelerazione angolare indotta dall'attrito

$\Rightarrow \theta(t)=\dfrac{v_0}{R}t-\dfrac{1}{2}\dfrac{g\mu_d}{R}t^2$. dopo $\frac{1}{4}$ giro $\theta(\Delta t)=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \dfrac{\pi}{2}=\dfrac{v_0}{R}\Delta T-\dfrac{1}{2}\dfrac{g\mu_d}{R}\Delta T^2$

$\hookrightarrow \Delta T=\dfrac{v_0-\sqrt{v_0^2-\pi R g\mu_d}}{g\mu_d}$ (5)

• Dopo 5 giri il punto ha percorso un tratto angolare di $\frac{\pi}{2}\cdot 5$ dove c'è attrito. Lì è avvenuta la decelerazione. Calcoliamo il tempo T_s impiegato in tale tratto. $\rightarrow$

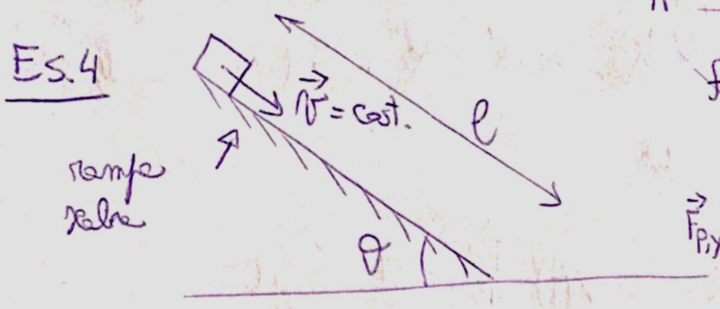
$\vartheta(T_5)=\frac{5}{2}\pi = \omega_0 T_5 - \frac{1}{2}\alpha T_5^2$ $\longrightarrow$ passaggi analoghi a prima $T_5 = \frac{v_0-\sqrt{v_0^2-5\pi R g\mu_d}}{g\mu_d}$

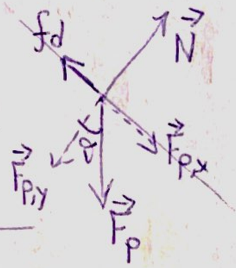
Il modulo della velocità dopo 5 giri si calcola quindi imponendo un moto uniformemente decelerato in $\frac{5}{2}\pi$ rad con attrito: $v(t)=\omega(t)\cdot R = [\omega_0-\alpha t]R$

Dunque $v(T_5)=[\omega_0-\alpha T_5]R = \left[\frac{v_0}{R}-g\mu_d T_5\right]R = v_0 - v_0 + \sqrt{v_0^2-5\pi R g\mu_d}$

(6) $\Rightarrow v(T_5)=\sqrt{v_0^2-5\pi R g\mu_d}$

Es.4





(x) $mg\sin\vartheta = \underbrace{mg\mu_d\cos\vartheta}_{f_d}$

(y) $N = mg\cos\vartheta$

Bilanciando le forze lungo x si ha:

$mg\sin\vartheta = f_d = \mu_d N = mg\mu_d\cos\vartheta \Rightarrow \sin\vartheta = \mu_d\cos\vartheta \Rightarrow \mu_d = \tan\vartheta$ (7)

→ Rampa con attrito. Moto rettilineo uniforme: $\ell = v\cdot t_A \Rightarrow t_A = \ell/v$

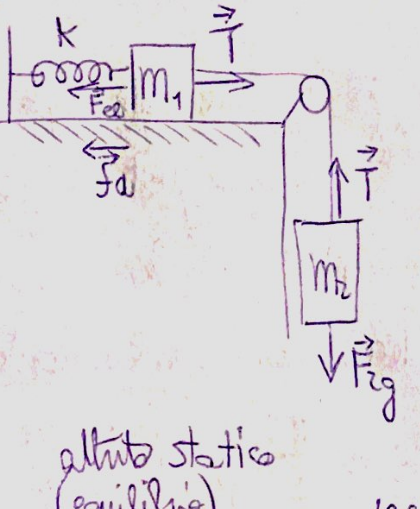
→ Rampa senza attrito. Moto rettilineo unif. accelerato: $\ell = v t_L + \frac{1}{2}(g\sin\vartheta)\cdot t_L^2$

(accelerazione: $a_x = g\sin\vartheta$)

$\Rightarrow t_L = \frac{-v+\sqrt{v^2+2(g\sin\vartheta)\cdot\ell}}{g\sin\vartheta}$

$\Rightarrow |\Delta T| = t_A - t_L = \frac{\ell}{v} + \frac{v-\sqrt{v^2+2(g\sin\vartheta)\ell}}{g\sin\vartheta}$ (8)

Es.5



• Senza attrito, all'equilibrio:

corpo 1: $T = k\Delta x$

corpo 2: $m_2 g = T$

$\Rightarrow \Delta x = \frac{m_2 g}{k}$ (9)

• Con attrito, all'equilibrio:

corpo 1: $T = |\vec{F}_{el}| + |\vec{f}_a|$, $N = m_1 g$

corpo 2: $m_2 g = T$

perciò: $T = m_2 g = k\tilde{\Delta x} + |\vec{f}_a|$

attrito statico (equilibrio)

Siccome $(f_a)_{MAX} = \mu_s N = \mu_s m_1 g$, abbiamo: $m_2^{MAX} g = k\tilde{\Delta x} + \mu_s m_1 g$

$\Rightarrow m_2^{MAX} = \frac{1}{g}(k\tilde{\Delta x}) + \mu_s m_1$ (10)