Principi di Elettrostatica

Carica elettrica (può essere positiva o negativa)

q_1 q_2

è una proprietà intrinseca della materia (tipo la massa)

se q_1 e q_2 hanno lo stesso segno $\Rightarrow$ si respingono

se q_1 e q_2 hanno segno opposto $\Rightarrow$ si attraggono

1 elettrone possiede una carica (elettrica) negativa $= -1.60207 \cdot 10^{-19}$ Coulomb

Coulomb: unità di misura della carica (S.I.)

1 Coulomb = 1 C

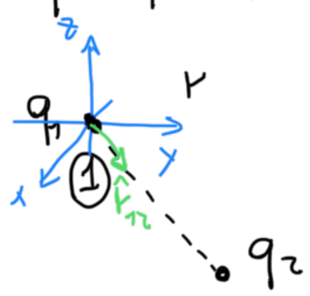
1 protone possiede una carica positiva pari a $+1.60207 \cdot 10^{-19}$ C

Materiali:

1) Conduttori (le cariche si muovono)
2) Isolanti (le cariche sono ferme)
3) Semiconduttori (ci sono poche cariche che si muovono)

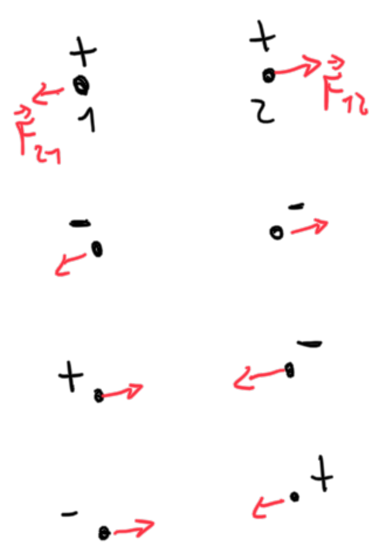
→ Forza di Coulomb (elettrica)

ci dice quanto vale la forza tra due cariche elettriche puntiformi q_1 e q_2, quando si trovano a distanza r



$$\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}}$$

per il III principio di Newton abbiamo che $\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$



Cariche di segno uguale → si respingono

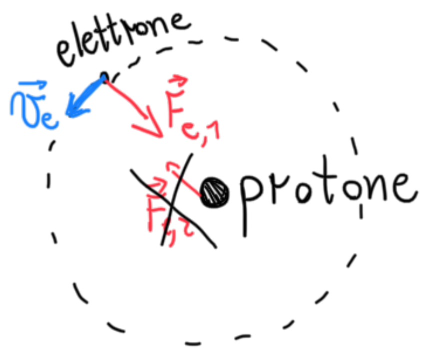
Cariche di segno opposto → si attraggono

k_e costante di Coulomb $= 8.99 \cdot 10^{9} \frac{N m^2}{C^2}$

$k_e = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ dove ε_0 è un'altra costante $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}$

(ε_0: costante dielettrica del vuoto)

- Modello di Rutherford dell'atomo di idrogeno (1 elettrone, 1 protone) 1912



$\vec{F}_{e,1} = -\vec{F}_{e,2}$

massa protone >> massa elettrone (≈ 2000 volte)

$\Rightarrow$ posso trascurare l'accelerazione indotta sul protone da $\vec{F}_{e,2}$

$\vec{F}_{e,1}$ genera l'accelerazione centripeta necessaria per il moto circolare

oltre a F elettrica, c'è anche F gravitazionale

Protone $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C$
$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$

Elettrone $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} C$
$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$

$$|\vec{F}_e| = k_e \frac{|q_p q_e|}{d^2} \simeq 8.2 \cdot 10^{-8} N$$

d è circa pari a:
$r_H = 0.5 \cdot 10^{-10} m$

$$|\vec{F}_g| = G \frac{m_p m_e}{d^2} \simeq 3.6 \cdot 10^{-47} N$$

$|\vec{F}_g| \ll |\vec{F}_e|$ quindi possiamo trascurare la $\vec{F}_g$

$$F_e = k_e \frac{|q_p||q_e|}{d^2} = m_e \frac{v_e^2}{d} = m_e \omega_e^2 d$$

$$\rightarrow v_e^2 = \frac{k_e q_p |q_e|}{m_e d}$$

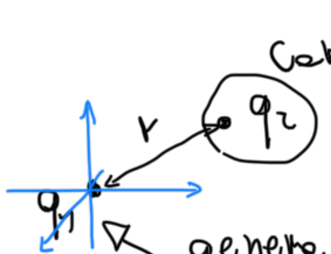
Campo elettrico

Campo: una grandezza (scalare o vettoriale) associata a qualsiasi posizione nello spazio.

se metto una carica "di prova" q_0 in un punto dello spazio, questa risentirà di una forza

$$\boxed{\vec{F}_e(x,y,z) = q_0 \vec{E}(x,y,z)}$$

il campo elettrico $\vec{E}(x,y,z)$ Non dipende da q_0, ma dalle altre cariche presenti nel sistema



genera un campo elettrico che fa in modo che q_2 venga attratta o respinta

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_2} = k_e \frac{q_1}{r^2} \hat{r}$$

Il campo E è VETTORIALE

si misura in $\frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}}$ $\left(\text{oppure } \frac{\text{Volt}}{\text{metro}}\right)$

linee di campo

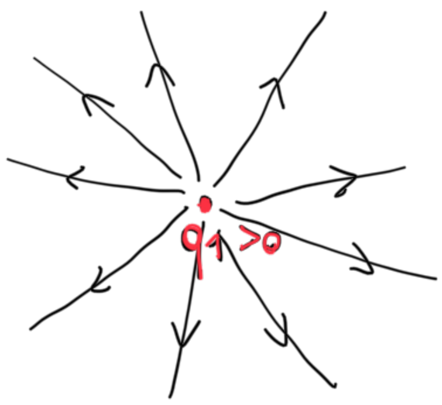
→ in ogni punto il campo è TANGENTE alle linee di campo

→ sono orientate: verso entrante ⊖

verso uscente ⊕

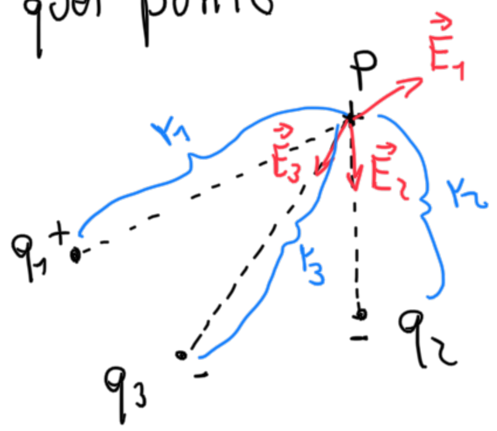
→ il # di linee è proporzionale all'intensità del campo

→ le linee di campo NON si intersecano mai



Principio di sovrapposizione

Se ho tante cariche nel sistema $(q_1, q_2, q_3, \dots)$, allora il campo elettrico generato dalle cariche in un punto dello spazio è la somma VETTORIALE dei campi generati da ogni carica in quel punto



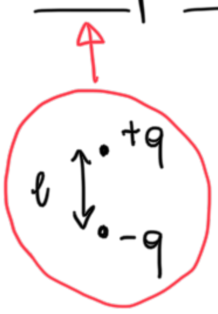
$$|\vec{E}_1| = k_e \frac{q_1}{r_1^2} \quad ; \quad |\vec{E}_2| = k_e \frac{q_2}{r_2^2} \ ; \ |\vec{E}_3| = k_e \frac{q_3}{r_3^2}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

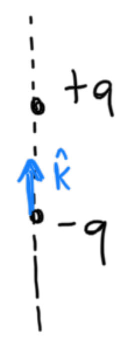
- Se io ora mettessi una carica di prova q_0 nel punto P, avrei questa forza elettrica su di essa: $\vec{F}_e = q_0 \vec{E}_p = q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + q_0 \vec{E}_3$

$$= k_e \frac{q_0 q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k_e \frac{q_0 q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + k_e \frac{q_0 q_3}{r_3^2} \hat{r}_3$$

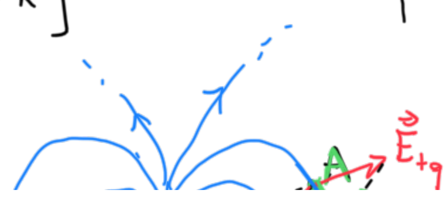
→ **Dipolo elettrico** genera un campo elettrico

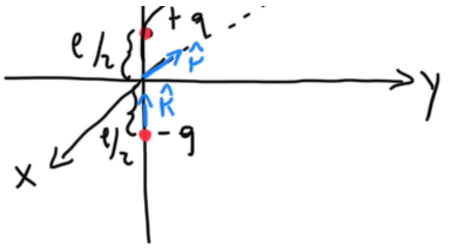


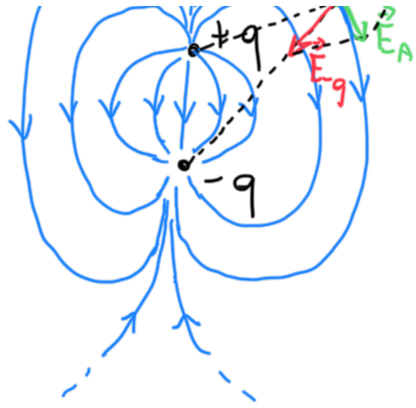
momento di dipolo: $\vec{p} = q\ell\hat{k}$



$$\vec{E}(\text{in } A) \simeq k_e \frac{p}{R^3}\left[3(\hat{r}\cdot\hat{k})\hat{r} - \hat{k}\right]$$



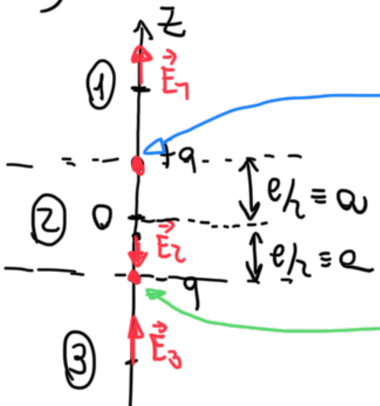




$$\vec{E}_A = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q}$$

- Ci sono punti nello spazio in cui è facile calcolare il campo del dipolo

1) sull'asse del dipolo



$$|\vec{E}(z)| = k_e \frac{q}{(z-a)^2} + k_e \frac{-q}{(z+a)^2} = k_e q \left(\frac{1}{z^2 - 2az + a^2} - \frac{1}{z^2 + 2az + a^2} \right)$$

$+q = |-q|$

(se il punto dove voglio calcolare $\vec{E}$ è sopra l'origine $\Rightarrow z > 0$
se è sotto l'origine $\Rightarrow z < 0$)

si semplifica se prendo un punto molto lontano dalle 2 cariche
$(z \gg a)$

$$\frac{1}{z^2 - 2az + \cancel{a^2}} \simeq \frac{1}{z^2\left(1 - 2\frac{a}{z}\right)} \simeq \frac{1}{z^2}\left(1 + \frac{2a}{z}\right)$$

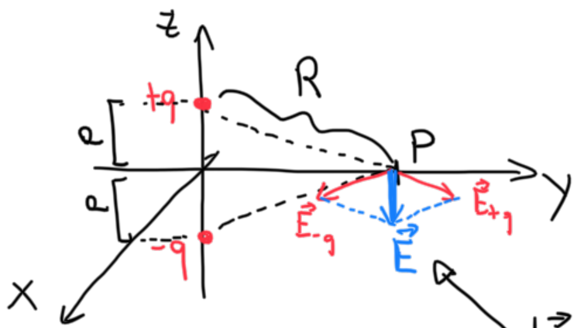
$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{1-\varepsilon} = 1 + \varepsilon$$

$$\frac{1}{z^2 + 2az + \cancel{a^2}} \simeq \frac{1}{z^2\left(1 + 2\frac{a}{z}\right)} \simeq \frac{1}{z^2}\left(1 - \frac{2a}{z}\right)$$

$$|\vec{E}(z)| \simeq k_e \frac{q}{z^2}\left(\cancel{1} + \frac{2a}{z} - \left(\cancel{1} - \frac{2a}{z}\right)\right)$$

$$\simeq k_e \frac{q}{z^2}\left(\frac{4a}{z}\right) = k_e \frac{4aq}{z^3}$$

2) sul piano xy

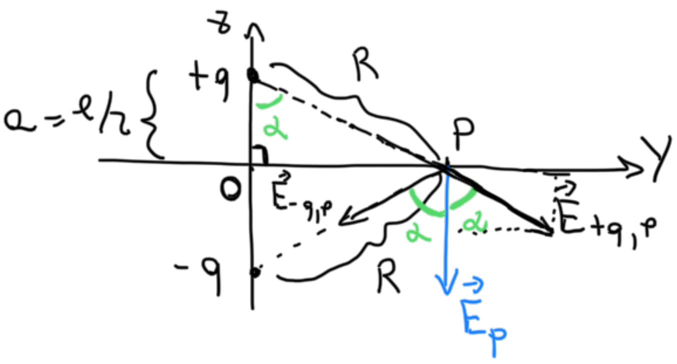


$$|\vec{E}_{+q}| = |\vec{E}_{-q}| = k_e \frac{q}{R^2}$$

significa che $\vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q} = \vec{E}$ è orientato verso il basso (per simmetria)

$$|\vec{E}| = k_e \frac{2aq}{R^3}$$

$$\vec{E}_p = \vec{E}_{+q,p} + \vec{E}_{-q,p}$$



$$|\vec{E}_{+q,p}| = k_e \cdot \frac{+q}{R^2} = |\vec{E}_{-q,p}|$$

$$(\vec{E}_{+q})_y = |\vec{E}_{+q}| \sin\alpha$$

$$(\vec{E}_{+q})_z = -|\vec{E}_{+q}| \cdot \cos\alpha$$

$$(\vec{E}_{-q})_y = -|\vec{E}_{-q}| \sin\alpha = -(\vec{E}_{+q})_y$$

$$(\vec{E}_{-q})_z = -|\vec{E}_{-q}| \cos\alpha = (\vec{E}_{+q})_z$$

$$(\vec{E}_p)_y = 0$$

$$R \cos\alpha = a$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{a}{R}$$

$$(\vec{E}_P)_z = -2\,|\vec{E}_{+q}|\cos\alpha = -2\left(k_e \frac{+q}{R^2}\right)\cdot\cos\alpha$$

$$\Rightarrow (\vec{E}_P)_z = -2k_e \frac{q a}{R^3}$$