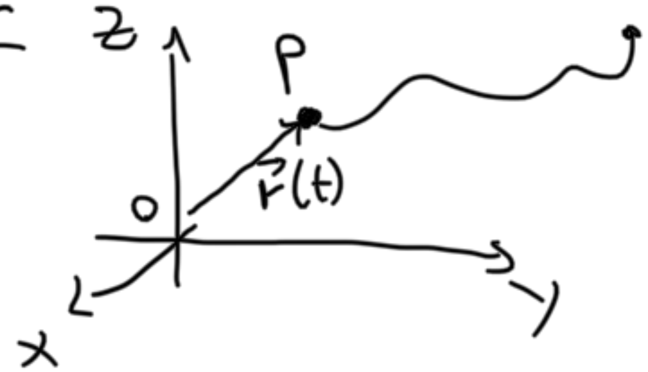
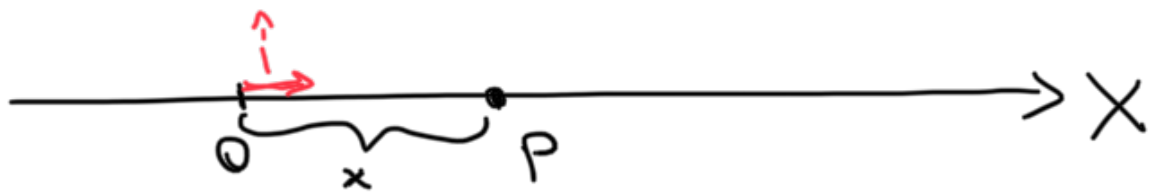
Legge oraria



$$\vec{r} = \vec{r}(t) = ?$$

casi in $\boxed{\text{una dimensione}}$ (1D)



d(OP) come varia nel tempo?

$$x = f(t) \qquad \vec{r}(t) = f(t)\cdot\hat{i}$$

se conosco f(t), cioè conosco la legge oraria allora trovo facilmente la velocità e l'accelerazione

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{df}{dt} \quad \left(\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{df}{dt}\,\hat{i} \right) \quad ; \quad \langle v \rangle = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 f}{dt^2} \quad \left(\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 f}{dt^2}\,\hat{i} \right) \quad ; \quad \langle a \rangle = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

se conosco a(t) o v(t) come faccio a trovare la legge oraria?

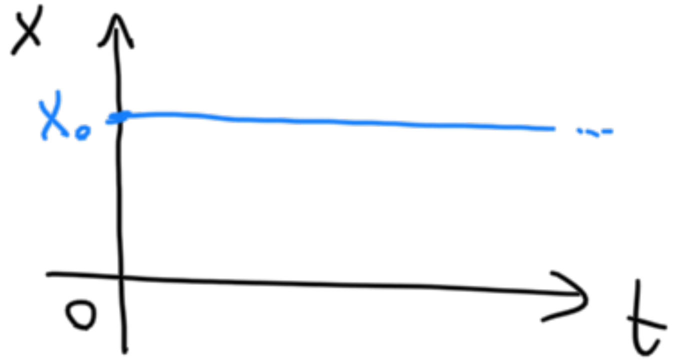
$$v = \int a(t)\,dt \quad ; \quad x = \int v(t)\,dt$$

$$\langle v \rangle_{t_1,t_2} = \int^{t_2} a\,dt$$

t_1

<u>Esempi:</u> (1) Stato di quiete (la pallina non si muove)

$$x(t) = \text{costante} \ (= x_0)$$



velocità: $v = \frac{dx}{dt} = 0$

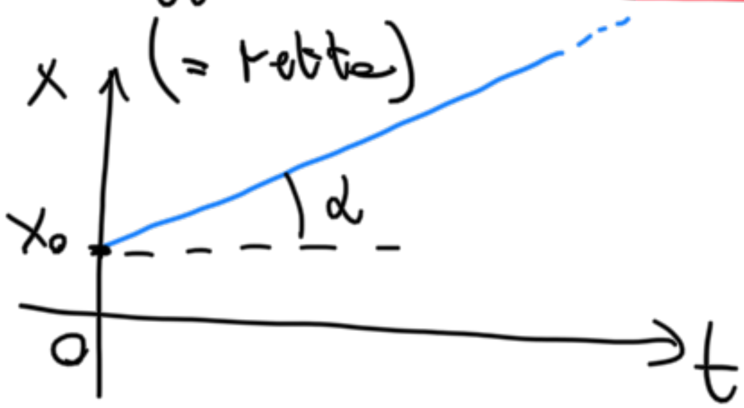
accelerazione: $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$

(2) Moto a velocità costante (in 1D)

$v(t) = \text{costante} \ (= v_0)$

accelerazione: $a = \frac{dv}{dt} = 0$

legge oraria: $\boxed{x(t) = x_0 + v_0 t}$ (da qui si vede che $\frac{dx(t)}{dt} = v_0$)



$v_0 = \tan\alpha$

distanze uguali sono percorse in tempi uguali

$$\langle v \rangle = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{[\cancel{x_0} + v_0(t+\Delta t)] - [\cancel{x_0} + v_0 t]}{\Delta t}$$

$= \cancel{v_0 t} + v_0 \Delta t - \cancel{v_0 t} \quad = v_0 \Delta t$

Moto Rettilineo Uniforme

$$= \frac{\ldots}{\Delta t} = \frac{v_0 \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = v_0$$

1) lo spostamento avviene su una linea retta
2) il modulo della velocità è costante

$\Bigg\}$ la velocità $\vec{v}$ è COSTANTE

③ Moto ad accelerazione costante (1D)

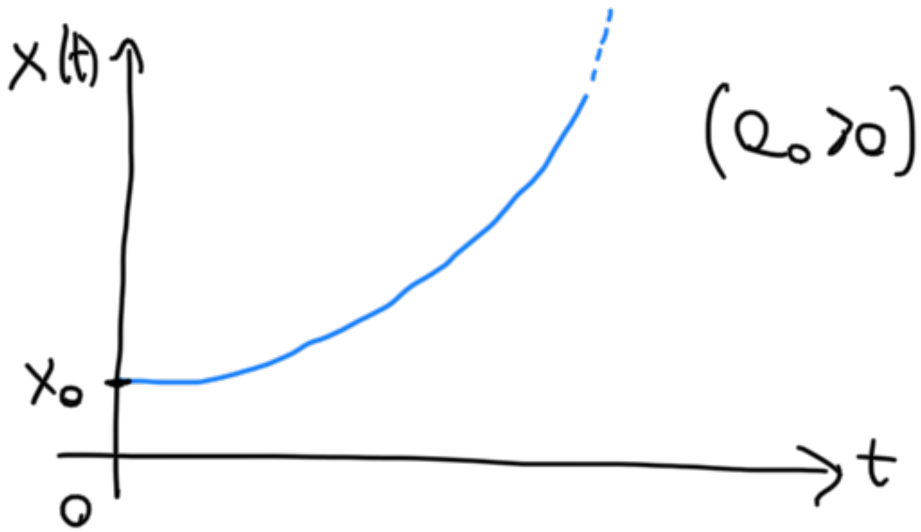
$$a(t) = \text{costante} \quad (= a_0)$$

legge oraria: $\boxed{x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2}$

Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato

$$v = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2\right) = v_0 + \frac{1}{2} a_0 (2t)$$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 + a_0 t}$$



$(a_0 > 0)$

(legge oraria = parabola)

$$a = a_0 \Rightarrow v = \int a_0\, dt = a_0 \int dt = a_0 t + \overbrace{\text{cost.}}^{v_0}$$

$$\hookrightarrow v = a_0 t + v_0$$

$$\Rightarrow x = \int v\,dt = \int (a_0 t + v_0)\,dt =$$
$$= \int a_0 t\,dt + \int v_0\,dt = a_0 \int t\,dt + v_0 \int dt$$
$$= a_0 \cdot \frac{1}{2} t^2 + v_0 t + \underbrace{\text{cost.}}_{x_0}$$

$$\begin{cases} (1)\quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \\ (2)\quad v(t) = v_0 + a_0 t \end{cases}$$

dalla (2) troviamo:

$$(2a)\quad t = \frac{v - v_0}{a_0}$$

$$(2b)\quad a_0 = \frac{v - v_0}{t}$$

- sostituiamo la (2a) nella (1):

$$x(t) = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a_0}\right) + \frac{1}{2} a_0 \left(\frac{v - v_0}{a_0}\right)^2 = x_0 + \frac{v_0 v}{a_0} - \frac{v_0^2}{a_0} + \frac{1}{2} \cancel{a_0} \left(\frac{v^2 + v_0^2 - 2 v v_0}{a_0^{\cancel{2}}}\right)$$

$$= x_0 + \cancel{\frac{v_0 v}{a_0}} \underbrace{- \frac{v_0^2}{a_0}} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{a_0} \underbrace{+ \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_0}} - \cancel{\frac{v v_0}{a_0}} = x_0 - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a_0} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{a_0}$$

$$\Rightarrow x = x_0 + \frac{1}{2 a_0}\left(v^2 - v_0^2\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2 a_0}\left(v^2 - v_0^2\right) = x - x_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{v^2 - v_0^2 = 2 a_0 (x - x_0)}$$

- sostituiamo la (2b) nella (1):

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{v - v_0}{\cancel{t}}\right) t^{\cancel{2}} = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}(v - v_0) t = x_0 + \underbrace{v_0 t} + \frac{1}{2} v t - \underbrace{\frac{1}{2} v_0 t}$$

$$\Rightarrow \underline{x = x_0 + \frac{1}{2}(v + v_0)t}$$