Compito n. 50

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2017-2018 - I Prova in itinere - Pisa, 6 Aprile 2018.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente.

Problema 1: Ad un corpo di massa 4.50 kg sono applicate due forze, di intensità 18.0 N ed 54.0 N. Il moto risultante è uniformemente accelerato.

1. Determinare il valore assoluto dell'accelerazione minima con cui si muove il corpo.

   $|a_{min}|$ [m/s²] = $\boxed{|F_1 - F_2|/m}$ A 25.1 B 32.5 ~~C 8.00~~ D 31.0 E 12.1

Problema 2: Un armadillo spaventato fa un balzo elevandosi in verticale in modo tale da transitare alla quota di 0.350 m dopo 0.470 s. Determinare:

2. il valore della sua velocità all'inzio del salto;

   v_{in} [m/s] = $\boxed{\frac{y^*}{t^*} + \frac{1}{2} g t^*}$ ~~A 3.05~~ B 14.3 C 0.854 D 6.34 E 2.67

3. il valore dell'altezza massima raggiunta dall'armadillo.

   h_{max} [m] = $\boxed{v_{in}^2/2g}$ A 0.512 B 0.252 C 0.0398 D 0.0245 ~~E 0.474~~

Problema 3: Uno studente di informatica gioca a freccette ed al suo turno lancia una freccia con velocità orizzontale, di valore 3.20 m/s, in direzione del centro del bersaglio ed alla sua stessa quota, posto a 3.80 m dal punto di lancio. Determinare:

4. quanto più in basso del centro sarà arrivata la freccia;

   d [m] = $\boxed{\frac{1}{2} g L^2/v_0^2}$ A 3.36 B 4.47 C 10.5 D 27.2 ~~E 6.91~~

5. il modulo della velocità con cui la freccia colpisce il bersaglio.

   v [m/s] = $\boxed{\sqrt{v_0^2 + g^2 L^2/v_0^2}}$ A 10.8 B 43.8 ~~C 12.1~~ D 18.2 E 82.3

Problema 4: Un pacco postale viene fatto scivolare giu da una rampa, lunga 3.00 m ed inclinata di angolo 0.220 rad rispetto all'orizzontale. Il pacco possiede una velocità di 14.0 m/s all'apice della rampa, parallela ad essa. Tra pacco e rampa è presente attrito con coefficienti $\mu_s = 1.0$ e $\mu_d = 0.770$. Determinare:

6. il tempo di arrivo alla base della rampa;

   T [s] = $\boxed{\frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2aL}}{a} \quad \text{con } a = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)}$ A 0.0182 ~~B 0.224~~ C 0.00920 D 0.0135 E 0.0689

7. la velocità all'apice della rampa se il pacco deve arrivare fermo alla base della stessa.

   v_{top} [m/s] = $\boxed{\sqrt{-2aL} \quad \text{con } a = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)}$ A 1.35 B 1.50 C 26.0 ~~D 5.60~~ E 9.79

Problema 5: Un punto materiale, di massa 0.570 kg, percorre un'orbita circolare di raggio 4.90 m sul piano orizzontale.

8. Determinare lo spazio percorso dal punto in 5.40 s se si muove con velocità angolare costante pari a 44.0 rad/s.

   s [m] = $\boxed{\omega_0 R t}$ A 3740 B 12200 C 2130 D 5300 ~~E 1160~~

9. Determinare il modulo della forza agente sul corpo dopo 3.00 s, se tra piano e punto è presente attrito dinamico caratterizzato dal coefficiente 0.730 e se il punto inizia il suo moto con la velocità angolare della domanda precedente.

   $|F|$ [N] = $\boxed{m\sqrt{\mu_d^2 g^2 + R^2\left(\omega_0 - \frac{\mu_d g T}{R}\right)^4}}$ A 871 B 13500 ~~C 4380~~ D 2760 E 3860

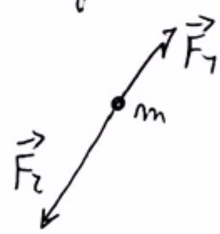
Problema 6: Due blocchi, di massa 3.70 kg, si trovano su un piano orizzontale scabro, con coefficienti di attrito $\mu_s = 0.930$ e $\mu_d = 0.3$, fissati agli estremi di una molla di costante elastica 37.0 N/m.

10. Determinare il valore della compressione massima della molla in condizioni di equilibrio.

    Δ [m] = $\boxed{\mu_s m g/k}$ ~~A 0.912~~ B 1.18 C 2.59 D 0.123 E 1.67

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA - I compitino AA. 2017/2018

PROBLEMA 1 L'accelerazione del corpo è minima quando le due forze sono orientate nella stessa direzione, ma con verso opposto:



$$|\vec{a}_{MIN}| = \frac{|\vec{F}_1 - \vec{F}_2|}{m}$$ siccome $\vec{F}_1 \parallel \vec{F}_2$,

abbiamo che $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |F_1 - F_2|$

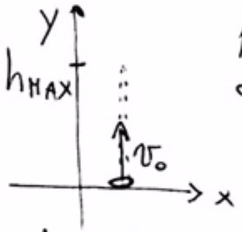
$\hookrightarrow$ $a_{MIN} = \dfrac{|F_1 - F_2|}{m}$ (1) dove F_1 e F_2 sono i moduli delle intensità delle due forze.

PROBLEMA 2 Il moto dell'armadillo è rettilineo uniformemente decelerato (lungo l'asse y). Esso è sottoposto all'accelerazione di gravità $\vec{g}$.

La sua legge oraria è: $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Se fissiamo il sistema di riferimento in modo che il pavimento coincide con l'origine dell'asse y, abbiamo $y_0 = 0$

$\hookrightarrow y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ dove $v_0 \equiv v_{in}$ (velocità iniziale)



Il testo del problema dice che:

dopo un tempo t^* l'armadillo transita alla quota y^*

$\Rightarrow y(t^*) = y^*$ $\rightarrow$ sostituendo nella legge oraria: $y^* = v_{in} \cdot t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2$

perciò $v_{in} = \dfrac{y^*}{t^*} + \dfrac{1}{2} g t^*$ (2)

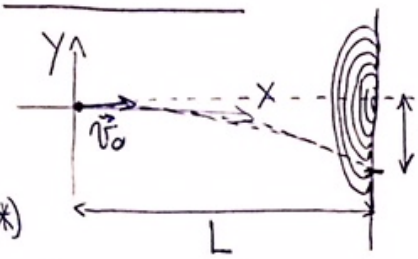
L'altezza massima h_{MAX} è tale per cui, in quel punto, la velocità è nulla.

Si ha che $v(t) = v_{in} - g t$. Dunque l'armadillo transiterà ad h_{MAX} ad un tempo t_{MAX} tale che $v(t_{MAX}) = 0 = v_{in} - g t_{MAX} \Rightarrow t_{MAX} = \dfrac{v_{in}}{g}$

Perciò $y(t_{MAX}) = h_{MAX} = v_{in} t_{MAX} - \frac{1}{2} g t_{MAX}^2 = v_{in} \cdot \dfrac{v_{in}}{g} - \dfrac{1}{2} g \left(\dfrac{v_{in}}{g}\right)^2 = \dfrac{v_{in}^2}{g} - \dfrac{1}{2} \cancel{g} \dfrac{v_{in}^2}{g^{\cancel{2}}} = \dfrac{v_{in}^2}{2g}$

$\Rightarrow y(t_{MAX}) = h_{MAX} = \dfrac{v_{in}^2}{2g}$ (3)

PROBLEMA 3 Il moto della freccia è rettilineo uniforme lungo x e unif. accelerato lungo y.



(*)

$$\begin{cases} \text{asse } x: & x(t) = x_0 + v_0 t \\ \text{asse } y: & y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

possiamo supporre che $x_0 = y_0 = 0$ (vedere figura *)

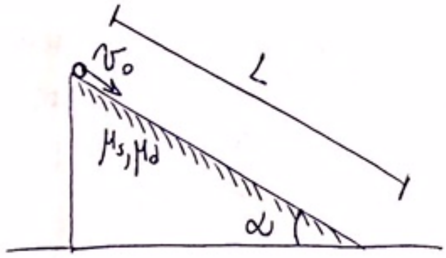
La freccia raggiunge il piano del bersaglio al tempo t^* tale che $x(t^*) = L$, $y(t^*) = -d$

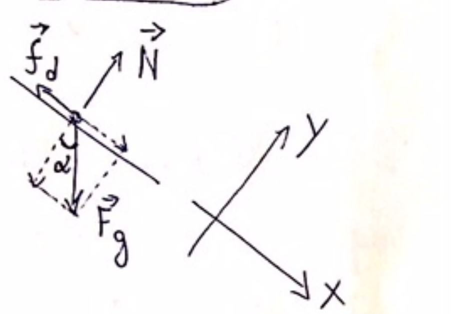
$$\hookrightarrow \begin{cases} x(t^*) = L = v_0 t^* \longrightarrow t^* = L/v_0 \\ y(t^*) = -d = -\frac{1}{2} g (t^*)^2 \longrightarrow d = \frac{1}{2} g (t^*)^2 = \frac{1}{2} g \frac{L^2}{v_0^2} \end{cases} \quad (4)$$

Quando la freccia colpisce il bersaglio (a distanza d dal centro) la sua velocità ha componente lungo x pari a quella iniziale: $v_x^* = v_0$, e componente lungo y pari a: $v_y^* = -g t^*$, essendo $v_y^* = v_y(t^*)$ e in generale $v_y(t) = -g t$

Perciò il modulo è: $|\vec{v}^*| = \sqrt{(v_x^*)^2 + (v_y^*)^2} = \sqrt{v_0^2 + (g t^*)^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 \frac{L^2}{v_0^2}}$ (5)

PROBLEMA 4





Durante la discesa, le tre forze che agiscono sul pacco sono:
forza peso $\vec{F}_g$, forza di attrito dinamico $\vec{f}_d$, reazione vincolare normale $\vec{N}$.

$$\begin{cases} \text{asse } x: & (F_g)_x - f_d = |\vec{F}_g| \sin\alpha - \mu_d |\vec{N}| = mg\sin\alpha - \mu_d N = m \cdot a \\ \text{asse } y: & N - (F_g)_y = |\vec{N}| - |\vec{F}_g| \cos\alpha = N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

← Non c'è accelerazione lungo y

$\Rightarrow N = mg\cos\alpha$; $mg\sin\alpha - \mu_d N = mg(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) = m a$

da cui si ha: $a = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha)$ diretta lungo l'asse x.

Il moto è uniformemente accelerato (o meglio, decelerato, in quanto $a < 0$) lungo x.

$\Rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ $\Rightarrow$ il tempo T di arrivo è dato da: $x(T) - x_0 = L = v_0 T + \frac{1}{2} a T^2$

Da cui: $\frac{1}{2} a T^2 + v_0 T - L = 0$ $\Rightarrow T_\pm = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2aL}}{a}$

Si noti che $a<0$ (provare a calcolarla, inserendo i valori numerici), dunque $v_0^2+2aL < v_0^2$, perciò: $\frac{-v_0-\sqrt{v_0^2+2aL}}{a} > \frac{-v_0+\sqrt{v_0^2+2aL}}{a}$

e dunque $T_- > T_+$. La soluzione sensata è quella che corrisponde al tempo più piccolo (T_+), dunque il tempo di arrivo è: $T_+ = \frac{-v_0+\sqrt{v_0^2+2aL}}{a}$ (6)

Durante il moto lungo la rampa, la velocità istantanea è: $v(t)=v_0+at$

perciò $v(T_+)=0$ per ipotesi $\Rightarrow v_0+aT_+ = v(T_+)=0 \Rightarrow v_0=-aT_+;\ T_+=-\frac{v_0}{a}$

Inserendo ora nella legge oraria: $x(T_+)-x_0 = v_0T_+ + \frac{1}{2} a T_+^2 \cancel{= -a(T_+)^2+\frac{1}{2}a(T_+)^2 = -\frac{aT_+^2}{2}}$

$$x(T_+)-x_0 = L = v_0\left(-\frac{v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a\left(-\frac{v_0}{a}\right)^2 = -\frac{v_0^2}{a}+\frac{1}{2}\cancel{a}\frac{v_0^2}{a^{\cancel{2}}} = -\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a}$$

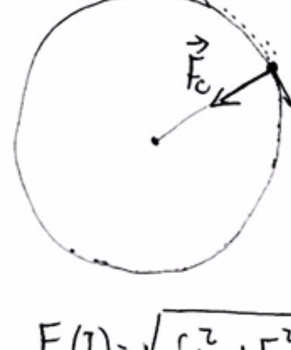
$$\Rightarrow L=-\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} \Rightarrow v_0^2=-2aL \Rightarrow v_0=\sqrt{-2aL}$$ (7)

PROBLEMA 5 Nota la velocità angolare ω (costante), conosciamo l'angolo a cui il punto materiale si trova al tempo t: $\theta(t)=\theta_0+\omega t$

Lo spazio percorso dopo un tempo t^* è dunque uguale a $(\theta(t^*)-\theta_0)\times R$ ↗ raggio dell'orbita circolare

$\Rightarrow s(t^*)=\omega R t^*$ (8)

(moto antiorario)



Ora, se è presente anche una forza di attrito dinamico $\vec f_d$, essa è parallela allo spostamento, e dunque perpendicolare alla forza centripeta che permette al punto di ruotare.

Dunque il modulo della forza agente sul corpo ad un tempo T è: $F(T)=\sqrt{f_d^2+F_c^2(T)}$

$|\vec f_d| = f_d = \mu_d\cdot N = \mu_d\cdot mg$ è costante nel tempo.

$|\vec F_c(T)| = m\frac{v^2(T)}{R}$ non è costante nel tempo, perché la velocità $v(T)$ diminuisce a causa dell'attrito.

Il moto lungo la circonferenza è uniformemente decelerato: $l(t)=\omega_0 R t - \frac{1}{2}\frac{f_d}{m}t^2$

dove $\frac{f_d}{m}$ è la decelerazione imposta dalla forza di attrito, lungo la direzione tangenziale della circonferenza; ω_0 è la velocità angolare iniziale (dunque $\omega_0 R$ è la velocità iniziale)

$$l(t) = \omega_0 R t - \frac{1}{2}\frac{f_d}{m} t^2 \Rightarrow v(t) = \omega_0 R - \frac{f_d}{m} t$$

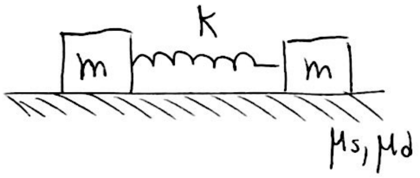
perciò $v(T) = \omega_0 R - \frac{f_d}{m} T = \omega_0 R - \frac{1}{\cancel{m}}(\mu_d \cancel{m} g)T = \omega_0 R - \mu_d g T = R\left(\omega_0 - \frac{\mu_d g T}{R}\right)$

Dunque $F_c(T) = m\frac{v^2(T)}{R} = mR\left(\omega_0 - \frac{\mu_d g T}{R}\right)^2$

e riassumendo: $F(T) = \sqrt{f_d^2 + (F_c(T))^2} = \sqrt{(\mu_d m g)^2 + m^2 R^2\left(\omega_0 - \frac{\mu_d g T}{R}\right)^4}$

$$\Rightarrow F(T) = m\sqrt{\mu_d^2 g^2 + R^2\left(\omega_0 - \frac{\mu_d g T}{R}\right)^4} \quad (9)$$

PROBLEMA 6



Quando la molla è compressa, essa esercita una forza elastica $|\vec{F}_{el}| = K\Delta$ su ciascuna delle due masse.

Perché il sistema sia in equilibrio, la forza di attrito statico f_s deve essere in grado di bilanciare tale forza elastica, dunque su ciascuno dei due corpi abbiamo: $F_{el} \le f_{s,MAX}$ dove $F_{el} = K\Delta$ e $f_{s,MAX} = \mu_s \cdot mg$

$$\Rightarrow K\Delta \le \mu_s mg \Rightarrow \Delta_{MAX} = \frac{\mu_s mg}{K} \quad (10)$$