Compito n. 1

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2017-2018 - II Prova in itinere - Pisa, 1 Giugno 2018.
Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto (presente con tolleranza massima ±5 %). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3.3 punti** se corretta, **-1 punti** se sbagliata, **0 punti** se non presente.

Problema 1: Un corpo di massa 0.850 kg si muove sulla parete interna di un profilo liscio che consiste in 1/4 di cilindro di raggio 4.40 m posto sul piano verticale. A t=0 il corpo si trova all'apice del profilo e possiede una velocità pari a 3.80 m/s diretta in verticale verso il basso. Determinare:

1. il modulo della forza centripeta agente sul corpo quando passa per l'angolo $\pi/4$.

$|\mathbf{F}_{centr}|$ [N] = $m\left(\frac{v_0^2}{R}+2g\cos\theta\right)$ A 407   ~~B 14.6~~   C 20.2   D 52.9   E 280

2. il modulo della variazione della quantità di moto tra la base del profilo cilindrico ed il punto iniziale.

$|\Delta\mathbf{P}|$ [Ns] = $m\sqrt{2v_0^2+2gR}$ A 15.8   B 6.38   C 5.27   D 4.99   ~~E 9.12~~

Problema 2: Un pendolo è realizzato da un corpo di massa 0.280 Kg connesso all'estremità di un filo lungo 1.40 m, inestensibile e di massa nulla, fissato con un chiodo ad una parete verticale. Il pendolo inizia il suo moto ad un angolo 1.20 rad rispetto alla verticale con filo teso e velocità nulla. Quando giunge lungo la verticale, sfiora il pavimento urtando un corpo inizialmente immobile e di massa 1.00 Kg. Determinare:

3. la velocità del secondo corpo se l'urto è elastico;

v_2 [m/s] = $\frac{2m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_0)}$ A 0.0978   B 0.679   C 0.0788   ~~D 1.83~~   E 0.321

4. l'ampiezza delle oscillazioni se l'urto è completamente anelastico.

$A_{anelast}$ [rad] = $\arccos\left(1-\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2(1-\cos\theta_0)\right)$ A 0.0634   ~~B 0.248~~   C 0.198   D 0.340   E 0.428

Problema 3: Una sfera piena, carica uniformemente e di raggio r_s = 0.440 m è circondata da un guscio sottile sferico concentrico di raggio 2 r_s, carico uniformemente sulla superficie. Il flusso del campo elettrico attraverso due superfici sferiche concentriche alle sorgenti vale: 4.70×10^{12} Nm²/C per un raggio di 1.5 r_s e 1.50×10^{12} Nm²/C per un raggio di 3 r_s.

5. Determinare il valore della densità di carica depositata sul guscio sferico;

σ [C/m²] = $\frac{\varepsilon_0(\phi_2-\phi_1)}{16\pi r_s^2}$ A -8.37   ~~B -2.91~~   C -10.8   D -3.99   E -27.2

6. determinare il lavoro necessario per posizionare una carica 1.80 pC sulla superficie della sfera piena, inizialmente posta a distanza infinita.

L [J] = $\frac{q}{8\pi r_s}(\phi_1+\phi_2)$ ~~A 1.81~~   B 6.53   C 1.57   D 0.867   E 0.323

Problema 4: Un blocco di massa 0.680 Kg è accelerato da una molla di costante elastica 1.50 N/m compressa su un piano orizzontale. Nella zona di accelerazione il piano è liscio mentre presenta attrito dinamico con coefficiente 0.230 altrove.

7. Determinare la distanza percorsa dal blocco prima di fermarsi sapendo che il lavoro della forza di attrito vale -5.00 J;

d [m] = $-L_{fd}/mg\mu_d$ A 6.09   B 2.80   C 3.88   D 4.09   ~~E 3.26~~

8. determinare il valore della compressione iniziale della molla.

Δ [m] = $\sqrt{-2L_{fd}/K}$ A 39.3   B 8.02   C 2.86   ~~D 2.88~~   E 20.9

Problema 5: Un corpo di massa 0.820 Kg è connesso all'estremità libera di una molla disposta su di un piano orizzontale liscio, il cui altro estremo è connesso alla parete. Il corpo è carico con 2.70 C e nello spazio è presente un campo elettrico di 2.50 N/C uniforme, parallelo al piano e diretto verso la parete. A t=0 il corpo ha velocità nulla e la molla si trova in posizione di riposo. Se l'ampiezza delle oscillazioni è pari a 3.60 m determinare (si consiglia di utilizzare l'equazione differenziale):

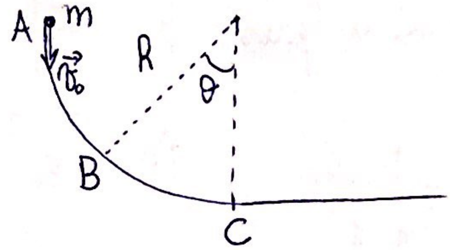
9. il periodo delle oscillazioni;

T [s] = $2\pi\sqrt{mA/qE}$ A 15.4   B 48.7   C 75.6   D 11.0   ~~E 4.16~~

10. il valore massimo della velocità del punto materiale.

v [m/s] = $\sqrt{qEA/m}$ A 0.864   B 0.240   ~~C 5.14~~   D 1.52   E 1.03

Es. 1



• Si usi dapprima la legge di conservazione dell'energia tra il punto A e il punto B:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgR$$

l'unica forma di energia potenziale è quella della forza peso

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgR(1-\cos\theta_0)$$

da cui: $E_A = E_B \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_0^2 + \cancel{m} gR = \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2 + \cancel{m} gR(1-\cos\theta) \Rightarrow v_0^2 + 2gR = v_B^2 + 2gR(1-\cos\theta)$

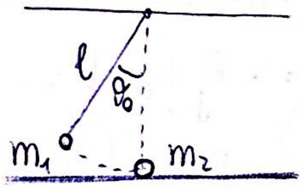
perciò $v_B^2 = v_0^2 + 2gR\cos\theta$ Dunque la forza centripeta in B vale: $F_c = m\frac{v_B^2}{R} = m\left[\frac{v_0^2}{R} + 2g\cos\theta\right]$

• Per calcolare la quantità di moto in C (base del profilo cilindrico), si usi nuovamente la cons. dell'energia: $E_A = E_C \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 + mgR = \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = v_0^2 + 2gR$

perciò: $\vec{p}_A = (0, -mv_0)$; $\vec{p}_C = (mv_C, 0) = (m\sqrt{v_0^2 + 2gR}, 0)$

e quindi $|\Delta\vec{p}| = |\vec{p}_C - \vec{p}_A| = m\sqrt{v_0^2 + v_C^2} = m\sqrt{2v_0^2 + 2gR}$

Es. 2



Calcoliamo dapprima la velocità della massa m_1 quando raggiunge la verticale. Procedere come sopra, con la conservazione dell'energia: $\cancel{m_1} g l(1-\cos\theta_0) = \frac{1}{2} \cancel{m_1} v_b^2$

Dunque la velocità con cui m_1 incontra m_2 è: $v_b = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$

• Urto elastico. Se il corpo 2 è fermo si ha:

$$\begin{cases} v_{1f} = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \\ v_{2f} = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \end{cases}$$

(conservazione energia + quantità di moto)

$$\Rightarrow v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$$

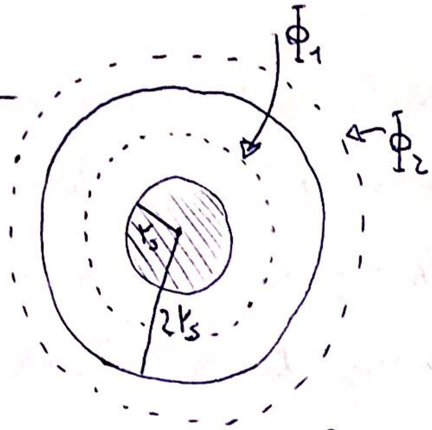
$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) v_f$

• Urto anelastico (totalmente). Dalla cons. della quantità di moto si ha: $v_f = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$

Riapplicando quindi la conservazione dell'energia dopo l'urto, si ha: $\frac{1}{2}\cancel{(m_1 + m_2)} v_f^2 = \cancel{(m_1 + m_2)} g \cdot l(1-\cos\theta_f)$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}\cancel{gl}(1-\cos\theta_0)}_{\times\left(m_1/m_1+m_2\right)^2} = \cancel{gl}(1-\cos\theta_f) \Rightarrow \cos\theta_f = 1 - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2(1-\cos\theta_0) \Rightarrow \theta_f = \arccos\left[1 - \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2(1-\cos\theta_0)\right]$$

Es. 3



Per il teorema di Gauss: $\Phi_1 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$

$\Phi_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0}$

Q_1: carica contenuta nella sfera 1

Q_2: carica sulla superficie sfera 2

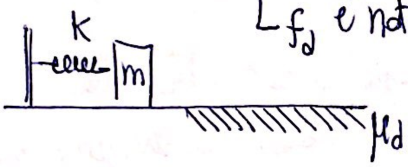
• Perciò $Q_2 = \varepsilon_0 \Phi_2 - Q_1 = \varepsilon_0 (\Phi_2 - \Phi_1)$

Siccome $\sigma = \frac{Q_2}{4\pi (2r_s)^2}$, si ha: $\underline{\underline{\sigma = \frac{\varepsilon_0(\Phi_2 - \Phi_1)}{16 \pi r_s^2}}}$ $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$

• Il lavoro per portare la carica da $r = +\infty$ a $r = r_s$ è dato dalla variazione di energia potenziale elettrica $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1 q}{r_s} + \frac{Q_2 q}{2r_s}\right) =$

$$= \frac{1}{4\pi \cancel{\varepsilon_0}}\left(\frac{\Phi_1 \cancel{\varepsilon_0} q}{r_s} + \frac{(\Phi_2 - \Phi_1)\cancel{\varepsilon_0} q}{2r_s}\right) = \frac{q}{4\pi r_s}\left(\Phi_1 + \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{2}\right) = \frac{q}{8\pi r_s}(\Phi_1 + \Phi_2)$$

Es. 4



L_{f_d} è noto.

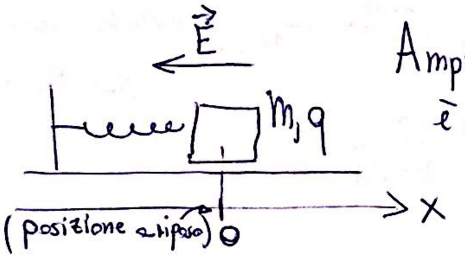
• Per definizione di lavoro, abbiamo:

$L_{f_d} = - F_g \cdot \mu_d \cdot d = - mg\mu_d d$

perciò $d = \frac{-L_{f_d}}{mg\mu_d}$

• La compressione iniziale della molla si deriva dal teorema delle forze vive: $\frac{1}{2} k \Delta^2 = -L_{f_d} \Rightarrow \Delta = \sqrt{-2L_{f_d}/k}$

Es. 5



Ampiezza oscillazioni è nota.

(*) $\underline{m \frac{d^2x}{dt^2} = \overbrace{-kx}^{\text{f. elastica}} \overbrace{- qE}^{\text{f. elettrica in campo costante}}}$

▷ Sol. particolare x_{eq} costante nel tempo

$\Rightarrow x_{eq} = -\frac{qE}{k}$

▷ Sol. eq. omogenea: $x_{om}(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$\Rightarrow$ Sol. generale di (*): $x(t) = -\frac{qE}{k} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$

condizioni iniziali: $x(0) = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{qE}{k} + A$

$v(0) = 0 \Rightarrow 0 = -\omega B$

$\Downarrow$ $A = qE/k$; $B = 0$

$x(t) = \frac{qE}{k}\left(\cos[\omega t] - 1\right)$

• $A = \frac{qE}{k} \Rightarrow k = \frac{qE}{A}$ da cui: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mA}{qE}}$

• $v_{MAX} = \left|v\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{qE}{k} \cdot \omega = \frac{qE}{\sqrt{km}} = \sqrt{\frac{qEA}{m}}$