1 **Problema 3**: Un perito valuta lo scontro frontale tra due auto. La prima auto, di massa $m_A = 900$ kg, viaggia verso est. La seconda, di massa $m_B = 1300$ kg, viaggia verso ovest a velocità 9.90 ms^{-1}. Le auto dopo l'urto rimangono incastrate e viaggiano assieme per 2.20 m prima di fermarsi. Il coefficiente di attrito dinamico fra le auto e il terreno, misurato dal perito, è $\mu_d = 0.660$. Si calcoli:

5. la velocità della prima auto prima dell'urto;

v_A [m/s] = $\boxed{\frac{1}{m_A}\left((m_A+m_B)\sqrt{2g\mu_d d} + m_B v_B\right)}$ A $\boxed{148}$ B $\boxed{54.4}$ C $\boxed{269}$ D $\boxed{191}$ E $\boxed{\cancel{27.3}}$

6. l'energia dissipata nell'urto.

E [MJ] = $\boxed{\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 - (m_A+m_B)g\mu_d d}$ A $\boxed{\cancel{0.369}}$ B $\boxed{0.619}$ C $\boxed{2.46}$ D $\boxed{3.40}$ E $\boxed{1.12}$

2 **Problema 4**: Un corpo di massa 2.60 kg si trova in quiete e in equilibrio su un piano orizzontale liscio attaccato ad una molla orizzontale di lunghezza a riposo 2.80 m e costante elastica 330 Nm^{-1}. Ad un certo istante il corpo viene urtato da un secondo corpo di massa 1.30 kg che sopraggiunge a velocità 1.70 ms^{-1} diretta orizzontalmente verso la direzione di compressione della molla. L'urto avviene in modo perfettamente elastico. Si trascuri ogni forma di attrito. Trovare:

7. l'ampiezza delle oscillazioni del primo corpo dopo l'urto.

A [cm] = $\boxed{\sqrt{\frac{m_1}{k}} \cdot \frac{2m_2 v_2}{m_1+m_2}}$ A $\boxed{14.7}$ B $\boxed{15.5}$ C $\boxed{\cancel{10.1}}$ D $\boxed{122}$ E $\boxed{68.3}$

8. il modulo della velocità del secondo corpo dopo l'urto.

v [m/s] = $\boxed{\left|\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right| \cdot v_2}$ A $\boxed{0.148}$ B $\boxed{1.08}$ C $\boxed{0.543}$ D $\boxed{1.82}$ E $\boxed{\cancel{0.567}}$

Problema 3: Due punti materiali di massa $m_A = 5.70$ kg e $m_B = 1.60$ kg, si trovano appoggiati sulla superficie interna di una calotta sferica capovolta (con concavità verso l'alto) di raggio 18.0 m. I due punti materiali si trovano in quiete in posizioni opposte lungo l'arco di circonferenza che passa per il punto più basso della calotta, formando un angolo di 11.0 gradi, rispettivamente positivo per A e negativo per B, rispetto alla verticale. All'istante $t = 0$ i due punti vengono lasciati liberi e scendono uno contro l'altro. Si trascurino gli attriti tra le superfici di contatto e quello dell'aria. Si calcoli:

5. dopo quanto tempo avviene l'urto;

t [s] = $\boxed{\frac{\pi}{2}\sqrt{\ell/g}}$

A 3.09 B 2.22 C 6.31 D ~~2.13~~ E 1.34

6. se l'urto avviene in modo completamente anelastico, la massima quota raggiunta dal corpo costituito da A e B rispetto al fondo della calotta.

h [cm] = $\boxed{\frac{1}{2g}\left(\frac{m_B v_B - m_A v_A}{m_A + m_B}\right)^2}$

A ~~10.4~~ B 153 C 7.97 D 17.9 E 141

o meglio: $\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)^2 R(1-\cos\theta)$

Problema 2: Una pallina di massa 0.660 kg viene lasciata libera di cadere da ferma da un'altezza di 1.40 m, urta il suolo in maniera parzialmente anelastica e rimbalza in verticale. Ad ogni urto rimane in contatto con il suolo per 0.180 s e risale ad una quota pari a metà della quota massima prima dell'urto. Determinare:

3. il modulo della forza media che agisce sulla pallina nel primo urto;

F [N] = $\boxed{\frac{1}{\Delta t}\left(m\sqrt{2gh} + m\sqrt{gh}\right)}$

A ~~32.8~~ B 74.9 C 5.36 D 99.7 E 38.8

4. il modulo della variazione della quantità di moto al secondo rimbalzo.

Δp [kg m/s] = $\boxed{m\sqrt{gh} + m\sqrt{gh/2}}$

A 0.593 B ~~4.18~~ C 2.39 D 2.29 E 0.267

5 **Problema 5**: Due automobili identiche di massa 1000 Kg procedono a velocità costante verso un incrocio seguendo due strade tra di loro ortogonali. La prima auto si muove verso est con velocità 41.0 km/h. Le due automobili si urtano in maniera completamente anelastica rimanendo attaccate dopo l'urto. Si arrestano dopo aver percorso una distanza di 14.0 m sull'asfalto, in cui è presente attrito dinamico con coefficiente 0.630. Determinare:

9. la velocità della seconda automobile prima dell'urto;

v [m/s] = $\boxed{\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}}$ A 87.7 B 278 C 432 D 62.6 E ~~23.7~~

10. l'angolo, rispetto alla direzione est, con il quale si muovono dopo l'urto le due automobili.

θ [rad] = $\boxed{\arctan\left(\sqrt{8g\mu_d d - v_A^2}/v_A\right)}$ A 0.178 B 0.0496 C ~~1.12~~ D 0.314 E 0.212

6 **Problema 1.** Un giocatore di bowling lancia una sfera, di massa *M=1 kg*, sulla pista orizzontale scabra, con coefficiente di attrito dinamico μ_d=0.1, per colpire un birillo di massa *m=500 g*. Nella prima parte del suo moto la sfera esegue una traiettoria parabolica: il lancio inizia sul piano della pista, la sfera giunge ad una altezza massima di *50 cm* ed atterra a *2 m* dal punto di partenza. Dopo essere atterrata, la sfera prosegue il suo moto sulla pista con la stessa velocità orizzontale impressa inizialmente dal giocatore. Determinare:

1. il lavoro eseguito dal giocatore nel lancio;
2. l'impulso applicato dalla pista sulla sfera;
3. il modulo della velocità della sfera subito dopo essere atterrata.

La sfera percorre *2 m* prima di raggiungere ed urtare frontalmente il birillo. Determinare:

4. la velocità acquistata dal birillo, se l'urto è elastico;
5. la distanza percorsa dai due corpi, se l'urto è completamente anelastico.

Scanned with CamScanner

(7) **Problema 1**

Un pendolo è costituito da un filo inestensibile lungo L = 50 cm, fissato ad un chiodo su di una parete verticale, distante L dal pavimento orizzontale, con una massa m = *1* kg puntiforme fissata al secondo estremo. Il pendolo esegue un moto circolare vario sul piano verticale. Nel punto più alto della traiettoria la velocità è pari a v_0 = 3 m/s. Determinare:

1. Il valore della tensione del filo quando il pendolo si trova ad una altezza 2 L;
2. La variazione della quantità di moto della massa, tra la posizione nel punto più basso della traiettoria e la posizione della domanda precedente;
3. Il modulo della velocità del pendolo, quando si trova ad un'altezza L dal pavimento.

Dopo un certo numero di giri, nell'istante in cui il pendolo passa per il punto più basso della traiettoria circolare, il filo si spezza. La massa m continua quindi il suo moto sul piano orizzontale e nella sua traiettoria urta in maniera completamente anelastica un secondo corpo di massa M = *10* kg, in quiete, fissato all'estremo libero di una molla di costante elastica k = 5 N/m, il cui altro estremo è fissato ad una parete. Determinare:

4. Il valore della compressione massima della molla, nelle ipotesi che il piano orizzontale sia liscio;
5. Il valore della compressione massima della molla, nelle ipotesi che prima di urtare il corpo di massa M il punto materiale attraversi un tratto scabro lungo D = 1 m, con coefficienti di attrito μ_s = 0.6, μ_d = 0.2.

(8) **Problema 3**: Due punti materiali di massa m_A = 0.900 kg ed m_B = 1.50 kg sono collegati ciascuno ad un filo ideale identico di lunghezza 0.750 m, appesi ad un punto comune. I corpi si trovano inizialmente in quiete con i fili a 10 gradi di inclinazione rispetto alla verticale, da parti opposte, quando vengono lasciati liberi e scendono uno contro l'altro, urtandosi in modo perfettamente elastico. Trascurando ogni forma di attrito, si calcoli:

5. dopo quanto tempo avviene l'urto;

t [s] = $\boxed{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$ A $\boxed{1.25}$ B $\boxed{\cancel{0.434}}$ C $\boxed{1.62}$ D $\boxed{0.596}$ E $\boxed{4.05}$

6. la quota massima, rispetto al punto più bassa della traiettoria, raggiunta dopo l'urto dalla massa m_A.

h_m [cm] = $\boxed{\left(\frac{m_A-3m_B}{m_A+m_B}\right)^2 \cdot \ell(1-\cos\vartheta_0)}$ A $\boxed{\cancel{2.56}}$ B $\boxed{16.6}$ C $\boxed{3.98}$ D $\boxed{2.20}$ E $\boxed{0.820}$

9 **Problema 1**

Una molla ideale di massa nulla e costante elastica incognita è disposta orizzontalmente con un estremo fissato ad una parete verticale e l'altro agganciato ad un corpo di massa m, appoggiato su un piano orizzontale liscio. Sapendo che il corpo si muove di moto armonico semplice con periodo T e che il modulo della velocità massima è v_{max}, determinare:

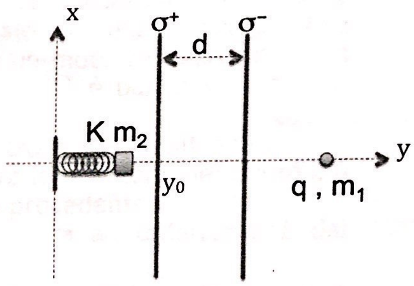
1. il valore della costante elastica k;
2. l'ampiezza A di oscillazione;
3. il modulo della velocità quando la molla è compressa di $A/2$.

Dopo varie oscillazioni, la molla si spezza nell'istante in cui è allungata di $A/2$. Il corpo di massa m, ormai libero di muoversi, dopo aver percorso un tratto L sul piano, urta un corpo di massa $2m$ inizialmente in quiete. Determinare:

4. la velocità del corpo di massa $2m$ subito dopo l'urto, sapendo che e' elastico;
5. dopo quanto tempo il corpo di massa $2m$ si ferma dall'istante in cui e' entrato in una regione scabra del piano, caratterizzata da un coefficiente di attrito dinamico μ_d.

(10) **Problema 2**

Su un piano, di dimensioni infinite, parallelo al piano (xz) e passante per y_0, è depositata una carica fissa positiva con densità uniforme, σ^+ come mostrato in figura. Determinare:



1. il vettore campo elettrico $\boldsymbol{E}$ nello spazio.

Si posizioni adesso un secondo piano, parallelo al primo a distanza d da questo, su cui viene depositata una carica fissa negativa con densità uniforme pari a σ^-. Determinare:

2. il vettore campo elettrico $\boldsymbol{E}$ nello spazio nella ipotesi che $|\sigma^-| = \sigma^+$.

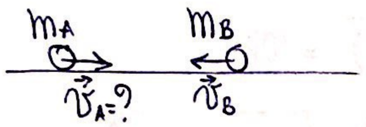
Una pallina di massa m_1 e carica q viene spedita con velocita v_0 diretta lungo l'asse y contro i due piani. Nelle ipotesi che possa attraversare indenne i piani, determinare:

3. il valore della velocità quando la carica si trova tra i due piani a distanza $d/2$;

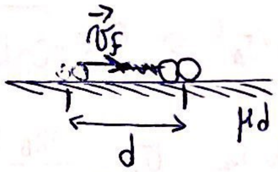
La pallina attraversa anche il primo piano ed incontra nel suo cammino un corpo di massa m_2 connesso ad una molla di costante elastica K, come mostrato in figura, urtandolo in maniera completamente anelastica. Determinare:

4. il valore della velocità con cui la pallina urta il corpo;
5. la massima compressione della molla.

Es. 1



$\Rightarrow$



urto completamente anelastico

$$\Rightarrow m_A v_A - m_B v_B = (m_A + m_B) v_f$$

dopo l'urto si può usare il teorema dell'energia generalizzato (o teorema delle forze vive): $\Delta K = L_{f_d}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_A+m_B) v_f^2 = (m_A+m_B) g \cdot \mu_d \cdot d$$

da cui si ha: $v_f = \sqrt{2 g \mu_d d}$

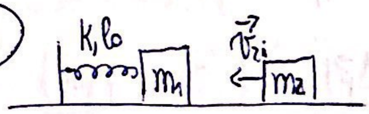
quindi $v_A = \left[(m_A+m_B) v_f + m_B v_B\right] \cdot 1/m_A$

$$\hookrightarrow v_A = \frac{1}{m_A}\left((m_A+m_B)\sqrt{2g\mu_d d} + m_B v_B\right)$$

L'energia dissipata nell'urto è pari a: $|\Delta K| = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{2}(m_A+m_B) v_f^2$

da cui: $|\Delta K| = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 - \frac{1}{\cancel{2}}(m_A+m_B)(\cancel{2} g \mu_d d) = \frac{1}{2}(m_A v_A^2 + m_B v_B^2) - (m_A+m_B) g \mu_d d$

Es. 2



Per un urto elastico vale la legge di conservazione dell'energia, oltre a quella della quantità di moto (sistema isolato)

$$\begin{cases} m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (*1) \\ \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$$

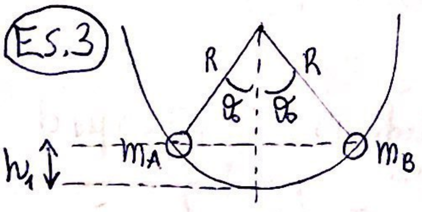
$\rightarrow$ facendo i passaggi si ottiene: $v_{1f} = \frac{2 m_2}{m_1+m_2} v_{2i}$

L'ampiezza delle oscillazioni del primo corpo dopo l'urto si ottiene dalla legge di conservazione dell'energia per il moto armonico: $\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 = \frac{1}{2} k A^2$

da cui si ha: $A = \sqrt{\frac{m_1}{k}}\, v_{1f} = \sqrt{\frac{m_1}{k}}\, \frac{2 m_2}{m_1+m_2} v_{2i}$

Dall'eq. (*1) si ha: $v_{2f} = v_{2i} - \frac{m_1}{m_2} v_{1f} = v_{2i} - \frac{m_1}{\cancel{m_2}} \cdot \frac{2\cancel{m_2}}{m_1+m_2} v_{2i} = \frac{m_2 - m_1}{m_1+m_2} v_{2i}$

Es. 3



Il moto di ciascuna delle due palline è ben rappresentato (in approssimazione armonica $\theta(t) \simeq \sin(\theta(t))$) da:

$\theta(t) = \theta_0 \cos(\Omega t)$ con $\Omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Le palline passano lungo la verticale quando $\theta(t^*) = 0 \Rightarrow \Omega t^* = \pi/2 \Rightarrow t^* = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}}$

Urto completamente anelastico $\Rightarrow m_A v_A - m_B v_B = (m_A + m_B) v_f$ (⊠)

Ora si sa che $v_A = v_B$ = velocità raggiunta dalle palline quando scendono da una quota $h_1 = R(1-\cos\theta_0)$ $\Rightarrow$

Dunque $m_A g h_1 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)} = v_B$

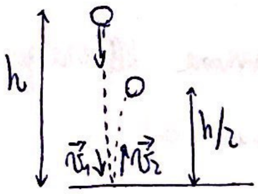
Perciò dall'eq. ($\boxtimes$) si ha: $v_f = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} \cdot v_A = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\sqrt{2gR(1-\cos\theta)}$

L'altezza massima raggiunta dal corpo A+B dopo l'urto si trova a partire da v_f, usando nuovamente la legge di cons. dell'energia: $(\cancel{m_A+m_B})gh = \frac{1}{2}(\cancel{m_A+m_B})v_f^2$

$\Rightarrow v_f = \sqrt{2gh}$; $h = \frac{v_f^2}{2g} = \frac{1}{\cancel{2g}}\left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)^2 \cdot \left(\cancel{2g}R(1-\cos\theta)\right) = \left(\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B}\right)^2 \cdot R(1-\cos\theta)$

ES.4 Dopo il primo urto, la pallina tocca terra con velocità $v_1 = \sqrt{2gh}$

Siccome dopo il rimbalzo raggiunge una quota $\frac{h}{2}$, la sua velocità immediatamente dopo il contatto col pavimento sarà $v_2 = \sqrt{2g(h/2)} = \sqrt{gh}$ (si noti che $\vec{v}_2$ ha verso opposto rispetto a $\vec{v}_1$)



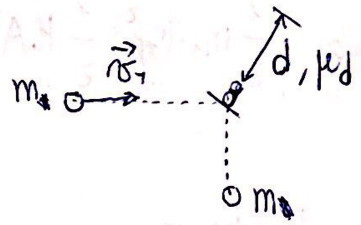
$\vec{p}_{in} = m\vec{v}_1 = m\sqrt{2gh}\,(-\hat{j})$

$\vec{p}_{fin} = m\vec{v}_2 = m\sqrt{gh}\,(\hat{j})$ $\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t} = \frac{m(\sqrt{2gh} - \sqrt{gh})}{\Delta t}$

Al secondo rimbalzo si ha: $\vec{p}_{in}^{(2)} = m\sqrt{gh}\,(-\hat{j})$; $\vec{p}_{fin}^{(2)} = m\sqrt{gh/2}\,(\hat{j})$

da cui: $|\Delta\vec{p}^{(2)}| = m(\sqrt{gh} + \sqrt{gh/2})$

ES.5



Urto totalmente anelastico. Qui si conserva solo la quantità di moto totale (sistema isolato):

$$\begin{cases} (p_{TOT,in})_x = (p_{TOT,fin})_x \\ (p_{TOT,in})_y = (p_{TOT,fin})_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m v_1 = 2m v_{fx} \\ m v_2 = 2m v_{fy} \end{cases}$$

perciò $v_f^2 = v_{fx}^2 + v_{fy}^2 = \frac{1}{4}(v_1^2 + v_2^2)$

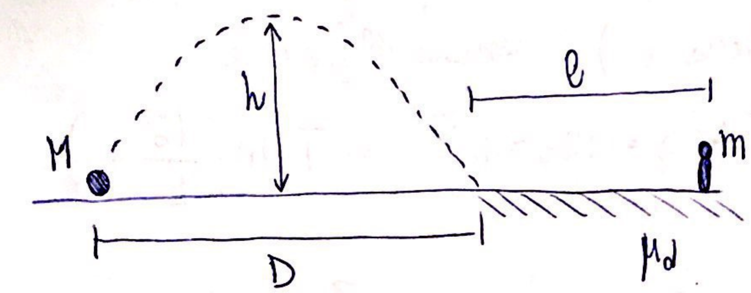
Ora possiamo calcolare v_f dal teorema dell'energia generalizzato (vedi ES.1): $v_f^2 = 2g\mu_d d$

$v_f^2 = 2g\mu_d d = \frac{1}{4}(v_1^2 + v_2^2) \Rightarrow v_1^2 + v_2^2 = 8g\mu_d d$ da cui: $v_2 = \sqrt{8g\mu_d d - v_1^2}$

L'angolo di uscita dopo l'urto, θ, rispetto alla direzione est, è dato semplicemente da:

$\tan\theta = \frac{v_{fy}}{v_{fx}} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\sqrt{8g\mu_d d - v_1^2}\,/\,v_1\right)$

Es. 6



La legge oraria del moto parabolico è la seguente: $\begin{cases} x(t) = v_{0x} \cdot t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

sia t^* il tempo impiegato a percorrere tutta la parabola $\Rightarrow x(t^*) = D$, $y(t^*) = 0$

$$\begin{cases} D = v_{0x} t^* \\ 0 = v_{0y} t^* - \frac{1}{2} g (t^*)^2 \end{cases} \Rightarrow t^* = 2 v_{0y}/g$$

perciò $v_{0x} = \frac{D}{t^*} = \frac{gD}{2 v_{0y}}$

mentre v_{0y} si calcola banalmente dalla cons. dell'energia: $v_{0y} = \sqrt{2gh}$

Dunque troviamo che:

$$v_{0y} = \sqrt{2gh} \; ; \; v_{0x} = \frac{gD}{2\sqrt{2gh}} = \frac{D}{2}\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

- Il lavoro eseguito dal giocatore nel lancio è: $\mathcal{L} = K_i = \frac{1}{2} M (v_{0x}^2 + v_{0y}^2)$
- Quando la palla giunge al suolo, un attimo prima dell'urto $\vec{v}_1 = (v_{0x}, -v_{0y})$ subito dopo l'urto $\vec{v}_2 = (v_{0x}, 0)$ $\Rightarrow \vec{J} = \Delta\vec{p} = M(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = (0, M v_{0y})$
- Il modulo della velocità subito dopo l'atterraggio vale banalmente $|\vec{v}_2| = v_{0x}$
- Dal teorema generalizzato dell'energia si ha: $\Delta K = \mathcal{L}_{f_d} \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{M} (v_2^2 - v_2'^2) = \cancel{M} g \mu_d \ell$

da cui: $(v_2')^2 = 2 g \mu_d \ell - v_2^2 =$
$= 2 g \mu_d \ell - v_{0x}^2$

(dove v_2' è la velocità della palla subito prima di colpire il birillo)

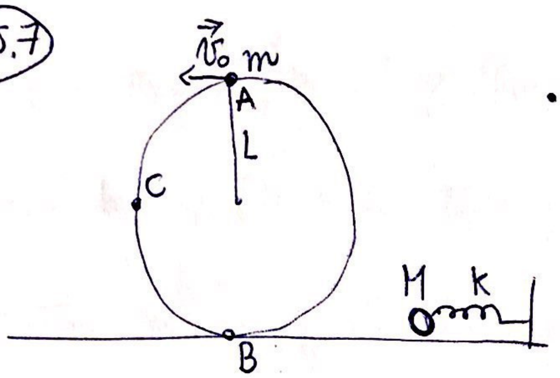
Se l'urto è elastico, la velocità acquistata dal birillo vale: $v_b = \frac{2M}{M+m} v_2'$

- Se l'urto è completamente anelastico, la velocità comune dei due corpi è: $v_3 = \frac{M}{M+m} v_2'$

perciò la d percorsa dai due corpi sarà: $\frac{1}{2} \cancel{(M+m)} v_3^2 = \mu_d \cancel{(M+m)} g \cdot d$

$$\Rightarrow d = \frac{v_3^2}{2 \mu_d g}$$

ES.7



• Quando il pendolo sta nel punto più in alto (ad altezza 2L) la tensione del filo vale:

$$T+mg = m a_c = m\frac{v_0^2}{L} \Rightarrow T = m\left(\frac{v_0^2}{L} - g\right)$$

• Nel punto più in alto $\vec v_A = (-v_0, 0)$, mentre nel punto più in basso $\vec v_B = (v_B, 0)$

$$\Rightarrow \Delta\vec p = \vec p_B - \vec p_A = m\,(v_B+v_0, 0)$$

$$\frac12 \cancel{m} v_B^2 = \frac12 \cancel{m} v_0^2 + \cancel{m} g(2L) \Rightarrow v_B^2 = v_0^2+4gL$$

• Quando il pendolo sta in C, abbiamo:

$$\frac12 m v_0^2 + mg(2L) = \frac12 m v_C^2 + mgL \Rightarrow \cancel{m}v_0^2 + 2\cancel{m}gL = \cancel{m} v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{v_0^2+2gL}$$

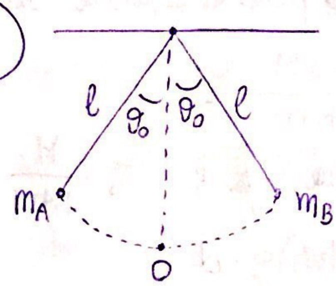
• Quando il corpo è in B e il filo si spezza, esso prosegue il suo moto rettilineo con velocità $v_B=\sqrt{v_0^2+4gL}$. Per determinare la compressione della molla, determiniamo prima la velocità dei due corpi subito dopo l'urto (completamente anelastico):

$v_f = \frac{m\cdot v_B}{M+m}$. Dunque abbiamo: $\frac{1}{\cancel{2}}(m+M)\,v_f^2 = \frac{1}{\cancel{2}}k\,\Delta x^2 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m+M}{k}}\cdot v_f = \frac{m v_B}{\sqrt{k(M+m)}}$

- Se invece, prima di urtare, il corpo passa attraverso un tratto scabro, la sua velocità verrà ridotta: $\frac12 \cancel{m}\,(v_B^2 - \tilde v_B^2) = \mu_d \cancel{m} g\, D \Rightarrow \tilde v_B = \sqrt{-2\mu_d g D + v_B}$

perciò, proseguendo poi in modo analogo a prima, $\tilde{\Delta x} = \frac{m\tilde v_B}{\sqrt{k(M+m)}}$

ES.8



L'urto tra le due palline avviene nel punto O ($\theta=0$). Ciascuna pallina esegue un moto (quasi) armonico, ben descritto da $\theta(t)=\theta_0\cos(\Omega t)$ con $\Omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$

Nell'istante t^* in cui ciascuna pallina passa per O, si ha: $\theta(t^*)=0 \Rightarrow \Omega t^* = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t^*=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$

• Per un urto perfettamente elastico con $|v_{Ai}|=|v_{Bi}|=\sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$ si ha: —▷ (vedi retro)

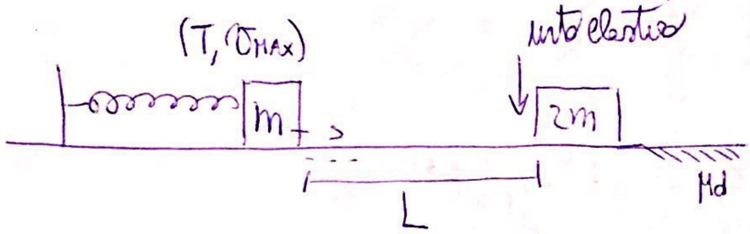
$$v_{Af} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{Ai} + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_{Bi} = \frac{m_A - m_B - 2m_B}{m_A + m_B} \sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$$

dove abbiamo usato: $v_{Ai} = -v_{Bi} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_0)}$

L'altezza massima raggiunta da m_A dopo l'urto pertanto è: (si usi nuovamente la cons. dell'energia)

$$v_{Af}^2 = 2g\,h_M \Rightarrow h_M = \frac{v_{Af}^2}{2g} = \left(\frac{m_A - 3m_B}{m_A + m_B}\right)^2 \cdot l(1-\cos\theta_0)$$

ES. 9



- Se il corpo di massa m, oscilla di moto armonico con periodo T e velocità massima v_{MAX}, sappiamo che il moto è descritto da: $x(t) = A\cos(wt)$ ($x(t)$: coordinata relativa alla posizione a riposo della molla)

$$T = \frac{2\pi}{w} \quad \text{dove } w = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

da cui: $\frac{m}{k} = \frac{T^2}{4\pi^2} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$

- L'ampiezza di oscillazione A si ricava dalla cons. dell'energia: $\cancel{\frac{1}{2}} m v_{MAX}^2 = \cancel{\frac{1}{2}} k A^2$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_{MAX} = \sqrt{\frac{\cancel{m}T^2}{4\pi^2 \cancel{m}}}\, v_{MAX} = \frac{T}{2\pi}\, v_{MAX}$$

- Se la molla è compressa di $\frac{A}{2}$, il sistema in quell'istante ha sia energia cinetica, sia potenziale. Legge di cons. dell'energia: $\cancel{\frac{1}{2}} m v_x^2 + \cancel{\frac{1}{2}} k \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m v_{MAX}^2$

da cui: $v_x^2 = v_{MAX}^2 - \frac{k}{m}\frac{A^2}{4} = \frac{4\pi^2 A^2}{T^2} - \frac{k}{m}\frac{A^2}{4} = \frac{\cancel{4\pi^2} A^2}{\cancel{(2\pi)^2}} \cdot \frac{k}{m} - \frac{k}{m}\frac{A^2}{4} = \frac{3}{4}\frac{k}{m} A^2$

perciò $v_x = \frac{A}{2} \cdot \sqrt{3\frac{k}{m}}$

- Quando la molla si ripete, m si stacca con velocità v_x.

Se l'urto con l'altra massa è elastico, abbiamo: $v_{2f} = \frac{2m}{m + (2m)} v_x = \frac{2}{3} v_x$

Per il teorema delle forze vive, $\Delta K = L_{f\,attr.}$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(2m)v_{2f}^2 = (2m)g\mu_d d$

perciò il secondo blocco percorre una distanza $d = \frac{v_{2f}^2}{2g\mu_d}$ nella regione scabra.

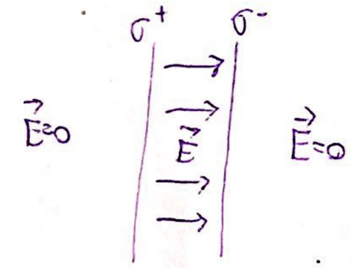
Il moto lì è uniformemente decelerato, con accelerazione $a = -g\mu_d$ e velocità iniziale v_{2f}.

$\Rightarrow d = x(t^*) = v_{2f}t^* - \frac{1}{2}(g\mu_d)(t^*)^2$ dove t^* è il tempo trascorso nella regione scabra.

$\hookrightarrow \frac{v_{2f}^2}{2g\mu_d} = v_{2f}t^* - \frac{1}{2}g\mu_d(t^*)^2 \Rightarrow t^* = \frac{v_{2f} \pm \sqrt{v_{2f}^2 - v_{2f}^2}}{g\mu_d} = \frac{v_{2f}}{g\mu_d}$

ES.10 • Se c'è solo un piano infinito, con densità di carica σ^+, il campo $\vec{E}$ vale in modulo $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ed è ortogonale al piano, in verso "uscente".

• Se ci sono due piani infiniti σ^+, σ^- tali che $\sigma^+ = |\sigma^-|$, il campo $\vec{E}$ è zero al di fuori ed $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ all'interno (ortogonale ai piani, diretto "da + a −")



• La pallina viene accelerata quando sta nella regione tra i due piani. $a = -qE/m_1$ (se $q>0$ e la palla viene da destra, essa è decelerata)

$x(t) = v_0 t - \frac{qE}{2m_1}t^2$ moto uniformemente decelerato

Quando la pallina sta in mezzo, possiamo calcolare la velocità dalla legge di conservazione dell'energia: $\frac{1}{2}m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_x^2 + qE\frac{d}{2}$ $\Rightarrow v_x^2 = v_0^2 - \frac{qEd}{m_1}$

perciò $v_x = \sqrt{v_0^2 - \frac{qEd}{m_1}}$

• Se invece la pallina riesce ad oltrepassare anche il piano più a sinistra, abbiamo:

$\frac{1}{2}m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_f^2 + qEd \Rightarrow v_f = \sqrt{v_0^2 - \frac{2qEd}{m_1}}$

• Urto totalmente anelastico $\Rightarrow$ la velocità di m_1+m_2 dopo l'urto è: $v_{f2} = \frac{m_1 v_f}{m_1+m_2}$

e la massima compressione della molla si calcola dalla conservazione dell'energia: $\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{f2}^2 = \frac{1}{2}K\Delta x_{MAX}^2 \Rightarrow \Delta x_{MAX} = \sqrt{\frac{\cancel{m_1+m_2}}{K}\cdot\frac{m_1 v_f^2}{\cancel{m_1+m_2}}} = \sqrt{\frac{m_1 v_f^2}{K}}$