Secondo compitino (esempio)

Compito n. 1

Nome | *Cognome* | *Numero di matricola*

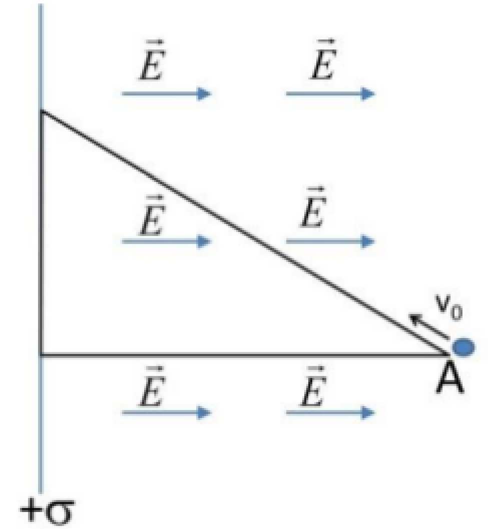
Corso di Laurea in Informatica

Fisica - Corso A+B - A.A. 2015-2016 - Recupero II Prova in itinere - Pisa, 5 giugno 2017

- Modalità di risposta: Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva **la formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito **riquadro** e si barri **la lettera associata** al valore numerico corretto. Tra le alternative numeriche proposte c'è sempre la risposta corretta (tolleranza massima ± 5 %).
  Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3 punti** se corretta, **0 punti** se sbagliata o non presente.
  Saranno valutati **esclusivamente** gli elaborati accompagnati da risoluzione su foglio protocollo.

- Si assumano i seguenti valori per le costanti che compaiono nei problemi: intensità campo gravitazionale sulla superficie terrestre $g = 9.81\ \mathrm{ms^{-2}}$, costante di gravitazione universale $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$, costante di Coulomb $k_e = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \times 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$, $\pi = 3.14159265$.

Problema 1: Si ha un piano (non conduttore) infinito uniformemente carico positivamente, con densità superficiale di carica $\sigma = 10^{-6}$ C/m^2. Il piano è orientato verticalmente (piano yz). Una pallina di massa 1 g e carica elettrica positiva $q = 2*10^{-5}$ C si trova inizialmente nel punto A a distanza 2 m dal piano, alla base di una rampa liscia inclinata di 45° rispetto all'orizzontale. Si considerino entrambe le forze peso ed elettrica.



1. Quale differenza di potenziale elettrico possiede il punto A rispetto al piano carico?

ΔV [kV]=

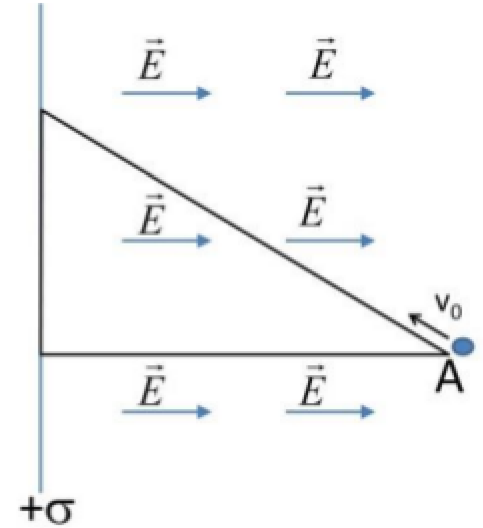
A	-113	B	-10.2	C	+49	D	-12.1	E	0

2. Con quale velocità minima deve essere lanciata la pallina lungo la rampa perché raggiunga il piano?

v [m/s]=

A	1.20	B	90.20	C	15.20	D	2.25	E	67.5

Problema 1: Si ha un piano (non conduttore) infinito uniformemente carico positivamente, con densità superficiale di carica $\sigma = 10^{-6}$ C/m^2. Il piano è orientato verticalmente (piano yz). Una pallina di massa 1 g e carica elettrica positiva $q = 2*10^{-5}$ C si trova inizialmente nel punto A a distanza 2 m dal piano, alla base di una rampa liscia inclinata di 45° rispetto all'orizzontale. Si considerino entrambe le forze peso ed elettrica.



1. Quale differenza di potenziale elettrico possiede il punto A rispetto al piano carico?

ΔV [kV]=

A	-113	B	-10.2	C	+49	D	-12.1	E	0

2. Con quale velocità minima deve essere lanciata la pallina lungo la rampa perché raggiunga il piano?

v [m/s]=

A	1.20	B	90.20	C	15.20	D	2.25	E	67.5

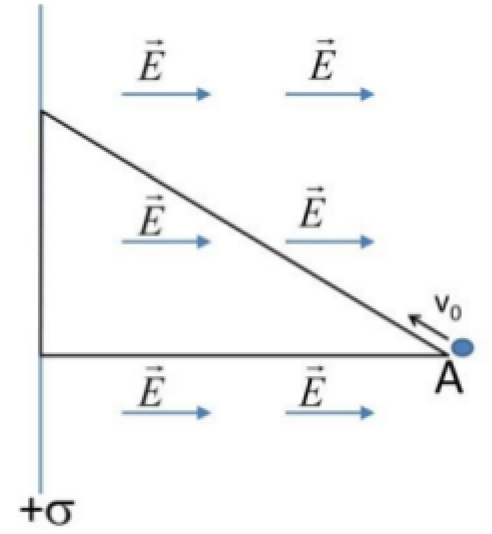
1) Il piano infinito carico genera un campo uniforme diretto perpendicolarmente di modulo

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 2\pi k_e \sigma \approx 56.49\, kN/C$$

La differenza di potenziale fra il piano e il punto A, che dista *d* dal piano, è:

$$\Delta V = -Ed = -2\pi k_e \sigma d \approx -112.98\, kV$$

Problema 1: Si ha un piano (non conduttore) infinito uniformemente carico positivamente, con densità superficiale di carica σ = 10^{-6} C/m^2. Il piano è orientato verticalmente (piano yz). Una pallina di massa 1 g e carica elettrica positiva q = 2*10^{-5} C si trova inizialmente nel punto A a distanza 2 m dal piano, alla base di una rampa liscia inclinata di 45° rispetto all'orizzontale. Si considerino entrambe le forze peso ed elettrica.



1. Quale differenza di potenziale elettrico possiede il punto A rispetto al piano carico?

ΔV [kV]=

A	-113	B	-10.2	C	+49	D	-12.1	E	0

2. Con quale velocità minima deve essere lanciata la pallina lungo la rampa perché raggiunga il piano?

v [m/s]=

A	1.20	B	90.20	C	15.20	D	2.25	E	67.5

2) Il sistema è conservativo, dunque l'energia meccanica totale si conserva.
→ la variazione di energia potenziale gravitazionale è: $\Delta U_g = mgy$.
→ quella elettrostatica si calcola a partire dal potenziale: $\Delta U_e = q\,\Delta V$.
Se la pallina arriva al piano ferma, abbiamo $K_f = 0$.
L'altezza finale sarà uguale alla distanza iniziale *d* (l'inclinazione della rampa è di 45°).

$$K_i + U_{ei} + U_{gi} = \cancel{K_f} + U_{ef} + U_{gf} \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}mv_0^2 = q(2\pi k_e \sigma d) + mgd$$

$$v_0 = \sqrt{(4\pi k_e \sigma q d + 2mgd)/m} \approx 67.51\, m/s$$

Problema 2: La stazione spaziale internazionale ha una massa di 450000 kg e compie un'orbita circolare completa intorno alla Terra ogni 93 minuti. L'astronave Shuttle, di massa 39000 kg, viaggia intorno alla Terra su un'orbita circolare distinta, di raggio 6500 km. La massa della Terra è pari a 5.972×10^{24} kg. Si calcoli:

3. il periodo dell'orbita dello Shuttle;

   T [s] = $\boxed{}$ A $\boxed{5220}$ B $\boxed{11900}$ C $\boxed{853}$ D $\boxed{15900}$ E $\boxed{6170}$

4. quanto vale il valore minimo di energia meccanica che si dovrebbe fornire allo Shuttle per portarlo a orbitare stabilmente su un'orbita coincidente con quella della stazione spaziale internazionale e poter effettuare il rifornimento.

   ΔE [GJ] = $\boxed{}$ A $\boxed{7.44}$ B $\boxed{52.4}$ C $\boxed{30.0}$ D $\boxed{28.8}$ E $\boxed{3.35}$

Problema 2: La stazione spaziale internazionale ha una massa di 450000 kg e compie un'orbita circolare completa intorno alla Terra ogni 93 minuti. L'astronave Shuttle, di massa 39000 kg, viaggia intorno alla Terra su un'orbita circolare distinta, di raggio 6500 km. La massa della Terra è pari a 5.972×10^{24} kg. Si calcoli:

3. il periodo dell'orbita dello Shuttle;

   T [s] = $\boxed{}$ A $\boxed{5220}$ B $\boxed{11900}$ C $\boxed{853}$ D $\boxed{15900}$ E $\boxed{6170}$

4. quanto vale il valore minimo di energia meccanica che si dovrebbe fornire allo Shuttle per portarlo a orbitare stabilmente su un'orbita coincidente con quella della stazione spaziale internazionale e poter effettuare il rifornimento.

   ΔE [GJ] = $\boxed{}$ A $\boxed{7.44}$ B $\boxed{52.4}$ C $\boxed{30.0}$ D $\boxed{28.8}$ E $\boxed{3.35}$

3) Il periodo dell'orbita e il raggio devono essere tali da assicurare le condizioni per un moto circolare uniforme, con raggio *R*, periodo *T* e velocità angolare ω = 2π /*T*.

In altre parole la forza di attrazione gravitazionale dev'essere uguale alla massa dello Shuttle (corpo A) per l'accelerazione centripeta:

$$\frac{G M_T m_A}{R_A^2} = m_A\,\omega_A^2 R_A = \frac{4\pi^2 R_A m_A}{T_A^2}$$

$$\Rightarrow\ T_A = 2\pi\sqrt{\frac{R_A^3}{G M_T}} \approx 5220\,s$$

Problema 2: La stazione spaziale internazionale ha una massa di 450000 kg e compie un'orbita circolare completa intorno alla Terra ogni 93 minuti. L'astronave Shuttle, di massa 39000 kg, viaggia intorno alla Terra su un'orbita circolare distinta, di raggio 6500 km. La massa della Terra è pari a 5.972×10^{24} kg. Si calcoli:

3. il periodo dell'orbita dello Shuttle;

   T [s] = ☐ A 5220 B 11900 C 853 D 15900 E 6170

4. quanto vale il valore minimo di energia meccanica che si dovrebbe fornire allo Shuttle per portarlo a orbitare stabilmente su un'orbita coincidente con quella della stazione spaziale internazionale e poter effettuare il rifornimento.

   ΔE [GJ] = ☐ A 7.44 B 52.4 C 30.0 D 28.8 E 3.35

4) Per quanto riguarda la stazione spaziale (corpo B), possiamo prima utilizzare una formula analoga a quella di prima, per ricavare il raggio della sua orbita:

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{R_B^3}{GM_T}} \;\Rightarrow\; R_2 = \sqrt[3]{\frac{GM_T T_B^2}{4\pi^2}} \approx 6797.3\,km$$

In generale, l'energia per un corpo che orbita intorno alla Terra con raggio di orbita *R* è:

$$E = K + U = \tfrac{1}{2}m(\omega r)^2 - \frac{GM_T m}{r} = -\frac{GM_T m}{2r} \qquad \left[\omega^2 = \frac{GM_T}{r^3}\right]$$

Quindi la differenza di energia da fornire allo Shuttle deve essere tale da permettere di passare dal raggio iniziale (A) di 6500 *km* a quello finale (B) di 6797.3 *km*:

$$L = E_f - E_i = -\frac{GM_T m}{2R_B} + \frac{GM_T m}{2R_A} = \approx 52.4 \times 10^9\ J$$

Problema 3: Due punti materiali di massa $m_A = 5.70$ kg e $m_B = 1.60$ kg, si trovano appoggiati sulla superficie interna di una calotta sferica capovolta (con concavità verso l'alto) di raggio 18.0 m. I due punti materiali si trovano in quiete in posizioni opposte lungo l'arco di circonferenza che passa per il punto più basso della calotta, formando un angolo di 11.0 gradi, rispettivamente positivo per A e negativo per B, rispetto alla verticale. All'istante $t = 0$ i due punti vengono lasciati liberi e scendono uno contro l'altro. Si trascurino gli attriti tra le superfici di contatto e quello dell'aria. Si calcoli:

5. dopo quanto tempo avviene l'urto;

   t [s] = $\boxed{}$ A $\boxed{3.09}$ B $\boxed{2.22}$ C $\boxed{6.31}$ D $\boxed{2.13}$ E $\boxed{1.34}$

6. se l'urto avviene in modo completamente anelastico, la massima quota raggiunta dal corpo costituito da A e B rispetto al fondo della calotta.

   h [cm] = $\boxed{}$ A $\boxed{10.4}$ B $\boxed{153}$ C $\boxed{7.97}$ D $\boxed{17.9}$ E $\boxed{141}$

Problema 3: Due punti materiali di massa $m_A = 5.70$ kg e $m_B = 1.60$ kg, si trovano appoggiati sulla superficie interna di una calotta sferica capovolta (con concavità verso l'alto) di raggio 18.0 m. I due punti materiali si trovano in quiete in posizioni opposte lungo l'arco di circonferenza che passa per il punto più basso della calotta, formando un angolo di 11.0 gradi, rispettivamente positivo per A e negativo per B, rispetto alla verticale. All'istante $t = 0$ i due punti vengono lasciati liberi e scendono uno contro l'altro. Si trascurino gli attriti tra le superfici di contatto e quello dell'aria. Si calcoli:

5. dopo quanto tempo avviene l'urto;

t [s] = $\boxed{}$ A $\boxed{3.09}$ B $\boxed{2.22}$ C $\boxed{6.31}$ D $\boxed{2.13}$ E $\boxed{1.34}$

6. se l'urto avviene in modo completamente anelastico, la massima quota raggiunta dal corpo costituito da A e B rispetto al fondo della calotta.

h [cm] = $\boxed{}$ A $\boxed{10.4}$ B $\boxed{153}$ C $\boxed{7.97}$ D $\boxed{17.9}$ E $\boxed{141}$

5) Ciascuno dei due corpi si muove seguendo un arco di cerchio, sottoposto alla forza normale (diretta verso il centro della calotta) e alla forza peso. Il problema è analogo a quello di un pendolo, solo che al posto della tensione del filo c'è la forza normale.

Il periodo del moto, sostituendo il raggio della calotta *R* alla lunghezza del filo, è:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Dunque i due corpi arriveranno alla verticale e all'urto in un quarto di periodo:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 2.13\, s$$

Problema 3: Due punti materiali di massa $m_A = 5.70$ kg e $m_B = 1.60$ kg, si trovano appoggiati sulla superficie interna di una calotta sferica capovolta (con concavità verso l'alto) di raggio 18.0 m. I due punti materiali si trovano in quiete in posizioni opposte lungo l'arco di circonferenza che passa per il punto più basso della calotta, formando un angolo di 11.0 gradi, rispettivamente positivo per A e negativo per B, rispetto alla verticale. All'istante $t = 0$ i due punti vengono lasciati liberi e scendono uno contro l'altro. Si trascurino gli attriti tra le superfici di contatto e quello dell'aria. Si calcoli:

5. dopo quanto tempo avviene l'urto;

t [s] = ☐ A 3.09 B 2.22 C 6.31 D 2.13 E 1.34

6. se l'urto avviene in modo completamente anelastico, la massima quota raggiunta dal corpo costituito da A e B rispetto al fondo della calotta.

h [cm] = ☐ A 10.4 B 153 C 7.97 D 17.9 E 141

6) L'urto avviene in modo completamente anelastico (→*nell'urto si conserva la quantità di moto*, ma non l'energia). La velocità dopo l'urto è:

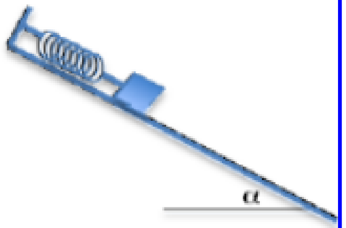
$$P_{ix} = P_{fx} \;\Rightarrow\; m_1 v_i - m_2 v_i = (m_1 + m_2) v_f$$

$$\Rightarrow\; v_f = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh_i} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gR(1-\cos\theta_i)}$$

La quota massima che raggiunge il corpo formato dai due corpi attaccati la si trova sfruttando la *conservazione dell'energia dopo l'urto*:

$$v_f = \sqrt{2gh_{\max}} \;\Rightarrow\; h_{\max} = R(1-\cos\theta_i)\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \approx 10.4\,cm$$

Problema 4: Una molla di lunghezza a riposo 0.970 m e costante elastica 7.00 Nm^{-1} è fissata con uno dei suoi estremi all'apice di un piano inclinato liscio. Il piano è inclinato di 30 gradi rispetto all'orizzontale. All'altro estremo della molla è fissato un corpo di massa 10.0 kg. La molla, inizialmente totalmente compressa rispetto alla sua posizione di riposo, viene lasciata libera di estendersi partendo da una condizione di quiete. Si trascuri ogni forma di attrito. Si considerino la forza peso e la reazione vincolare del piano. Calcolare:



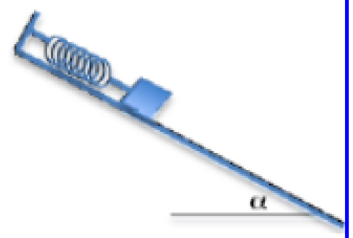
7. il periodo delle oscillazioni;

T [s] = $\boxed{}$ A $\boxed{7.51}$ B $\boxed{103}$ C $\boxed{61.6}$ D $\boxed{5.22}$ E $\boxed{95.0}$

8. l'ampiezza delle oscillazioni.

A [m] = $\boxed{}$ A $\boxed{8.43}$ B $\boxed{2.03}$ C $\boxed{12.0}$ D $\boxed{7.98}$ E $\boxed{9.78}$

Problema 4: Una molla di lunghezza a riposo 0.970 m e costante elastica 7.00 Nm^{-1} è fissata con uno dei suoi estremi all'apice di un piano inclinato liscio. Il piano è inclinato di 30 gradi rispetto all'orizzontale. All'altro estremo della molla è fissato un corpo di massa 10.0 kg. La molla, inizialmente totalmente compressa rispetto alla sua posizione di riposo, viene lasciata libera di estendersi partendo da una condizione di quiete. Si trascuri ogni forma di attrito. Si considerino la forza peso e la reazione vincolare del piano. Calcolare:



7. il periodo delle oscillazioni;

T [s] =

A 7.51 B 103 C 61.6 D 5.22 E 95.0

8. l'ampiezza delle oscillazioni.

A [m] =

A 8.43 B 2.03 C 12.0 D 7.98 E 9.78

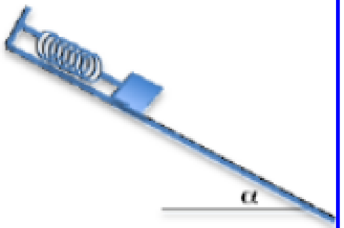
Il moto è quello di un oscillatore armonico con una forza costante applicata (forza peso lungo il piano inclinato ($mg \sin\theta$). Scrivendo l'equazione differenziale in modo che lo zero sia nel punto di riposo della molla, e mettendo l'asse x lungo il piano inclinato discendente:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + mg\sin\theta$$

7) Il periodo delle oscillazioni si ricava dalla pulsazione $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ del moto armonico dell'omogenea associata:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 7.51\, s$$

Problema 4: Una molla di lunghezza a riposo 0.970 m e costante elastica 7.00 Nm^{-1} è fissata con uno dei suoi estremi all'apice di un piano inclinato liscio. Il piano è inclinato di 30 gradi rispetto all'orizzontale. All'altro estremo della molla è fissato un corpo di massa 10.0 kg. La molla, inizialmente totalmente compressa rispetto alla sua posizione di riposo, viene lasciata libera di estendersi partendo da una condizione di quiete. Si trascuri ogni forma di attrito. Si considerino la forza peso e la reazione vincolare del piano. Calcolare:



7. il periodo delle oscillazioni;

T [s] = ☐ A 7.51 B 103 C 61.6 D 5.22 E 95.0

8. l'ampiezza delle oscillazioni.

A [m] = ☐ A 8.43 B 2.03 C 12.0 D 7.98 E 9.78

Il moto è quello di un oscillatore armonico con una forza costante applicata (forza peso lungo il piano inclinato (*mg* sin*θ*). Scrivendo l'equazione differenziale in modo che lo zero sia nel punto di riposo della molla, e mettendo l'asse x lungo il piano inclinato discendente:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + mg\sin\theta$$

sol. particolare (di equilibrio): $$x_{\mathrm{eq}} = \frac{mg\sin\theta}{k}$$

8) L'ampiezza delle oscillazioni sarà data dalla distanza del punto iniziale, in cui la molla è completamente compressa ($x_0 = -\ell_0$), dalla posizione di equilibrio x_{eq} intorno alla quale oscilla il corpo.

$$A = \ell_0 + \frac{mg\sin\theta}{k} \approx 7.98\,m$$

Problema 5: Tre cariche positive del valore di $Q = +\ 1.50$ nC sono fissate in tre posizioni degli assi cartesiani equidistanti dall'origine O. La distanza dall'origine è $a = +\ 0.560$ m. Una carica si trova sull'asse positivo delle ordinate, mentre le altre due cariche si trovano rispettivamente sull'asse positivo e negativo delle ascisse, come mostrato in figura. Si calcoli:

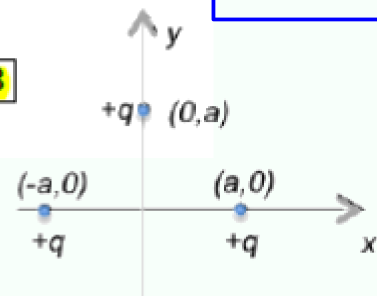
9. la componente lungo y del campo elettrico complessivo generato dalle tre cariche nell'origine O.

   E_y [N/C] = $\boxed{}$ A $\boxed{31.5}$ B $\boxed{-8.39}$ C $\boxed{-65.2}$ D $\boxed{-101}$ E $\boxed{-43.0}$

Nell'origine O viene posta una particella di massa 1.60 μg e carica + 3.70 nC. La particella viene lasciata libera di muoversi partendo dalla condizione di quiete. Si trascuri la forza di gravità e ogni forma di attrito. Si calcoli:

10. il modulo della velocità con cui si muove la particella quando arriva a distanza molto grande (ovvero all'infinito) rispetto all'origine.

    v [m/s] = $\boxed{}$ A $\boxed{45.2}$ B $\boxed{29.3}$ C $\boxed{66.0}$ D $\boxed{165}$ E $\boxed{18.3}$



Problema 5: Tre cariche positive del valore di $Q = +\ 1.50$ nC sono fissate in tre posizioni degli assi cartesiani equidistanti dall'origine O. La distanza dall'origine è $a = +\ 0.560$ m. Una carica si trova sull'asse positivo delle ordinate, mentre le altre due cariche si trovano rispettivamente sull'asse positivo e negativo delle ascisse, come mostrato in figura. Si calcoli:

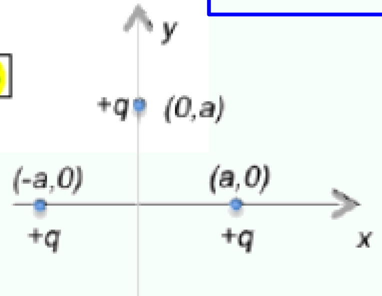
9. la componente lungo y del campo elettrico complessivo generato dalle tre cariche nell'origine O.

E_y [N/C] = $\boxed{}$ A $\boxed{31.5}$ B $\boxed{-8.39}$ C $\boxed{-65.2}$ D $\boxed{-101}$ E $\boxed{-43.0}$

Nell'origine O viene posta una particella di massa 1.60 μg e carica $+\ 3.70$ nC. La particella viene lasciata libera di muoversi partendo dalla condizione di quiete. Si trascuri la forza di gravità e ogni forma di attrito. Si calcoli:

10. il modulo della velocità con cui si muove la particella quando arriva a distanza molto grande (ovvero all'infinito) rispetto all'origine.

v [m/s] = $\boxed{}$ A $\boxed{45.2}$ B $\boxed{29.3}$ C $\boxed{66.0}$ D $\boxed{165}$ E $\boxed{18.3}$



9) Per il principio di sovrapposizione il campo nell'origine è dato dalla somma vettoriale dei campi generati dalle singole cariche.

Le cariche poste sull'asse *x* generano campi che si annullano a vicenda.

Il campo totale ha quindi *solo componente y*, è diretto verso il basso, e ha componente *y* uguale al modulo del campo generato dalla carica che si trova sulle ordinate:

$$E_y = -\frac{k_e Q}{a^2} \approx -43.0\, N/C$$

Problema 5: Tre cariche positive del valore di $Q = +\ 1.50$ nC sono fissate in tre posizioni degli assi cartesiani equidistanti dall'origine O. La distanza dall'origine è $a = +\ 0.560$ m. Una carica si trova sull'asse positivo delle ordinate, mentre le altre due cariche si trovano rispettivamente sull'asse positivo e negativo delle ascisse, come mostrato in figura. Si calcoli:

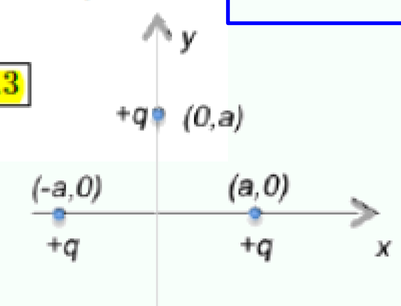
9. la componente lungo y del campo elettrico complessivo generato dalle tre cariche nell'origine O.

   E_y [N/C] = ☐ A 31.5 B -8.39 C -65.2 D -101 E -43.0

Nell'origine O viene posta una particella di massa 1.60 μg e carica + 3.70 nC. La particella viene lasciata libera di muoversi partendo dalla condizione di quiete. Si trascuri la forza di gravità e ogni forma di attrito. Si calcoli:

10. il modulo della velocità con cui si muove la particella quando arriva a distanza molto grande (ovvero all'infinito) rispetto all'origine.

    v [m/s] = ☐ A 45.2 B 29.3 C 66.0 D 165 E 18.3



10) La carica posta nell'origine sarà accelerata fino ad arrivare all'infinito.

La velocità all'infinito si calcola sfruttando la conservazione dell'energia e valutando la differenza di energia potenziale elettrica (quest'ultima si può ricavare a partire dal potenziale elettrico).

$$U_i + \cancel{K_i} = \cancel{U_f} + K_f \;\Rightarrow\; \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{3 k_e Q q}{a}$$

Da cui quindi: $v_f = \sqrt{\dfrac{6 k_e Q q}{a\, m}} \approx 18.3\, m/s$