

Corso di Laurea in Informatica Fisica - Corso A+B - A.A. 2016-2017 - I Prova in itinere - Pisa, 7 Aprile 2017.

**Modalità di risposta:** Sul presente foglio, per ogni risposta, si scriva la **formula risolutiva in forma algebrica** nell'apposito riquadro e si barri la lettera associata al valore numerico corretto (sempre presente con una tolleranza massima  $\pm 5\%$ ). Ciascuna risposta sarà valutata come segue: **3 punti** se corretta, **0 punti** se sbagliata o non presente. Saranno valutati **esclusivamente** gli elaborati accompagnati da risoluzione su foglio protocollo.

**Problema 1:** Dati due vettori posizione  $\mathbf{U} = (33.0 \text{ m}, 44.0 \text{ m}, -19.0 \text{ m})$  e  $\mathbf{V} = (41.0 \text{ m}, 21.0 \text{ m}, V_z \text{ m})$ , tra di loro perpendicolari, determinare:

1. il valore della componente z del vettore  $\mathbf{V}$ ;

$$V_z [\text{m}] = \frac{(-U_x V_x - U_y V_y)}{U_z} \quad \text{A } 24.3 \quad \text{B } 20.1 \quad \text{C } 5.13 \quad \text{D } 120 \quad \text{E } 28.6$$

2. l'angolo formato dal vettore  $\mathbf{V} + \mathbf{K}$  con l'asse delle x, se  $V_z = 0$  e sapendo che  $\mathbf{K} = (90.0 \text{ m}, 19.0 \text{ m}, 0)$ .

$$\theta [\text{rad}] = \arctan(V_y + K_y / V_x + K_x) \quad \text{A } 0.296 \quad \text{B } 0.458 \quad \text{C } 0.548 \quad \text{D } 0.183 \quad \text{E } 0.480$$

**Problema 2:** Un aereo per poter decollare deve raggiungere una velocità pari a 300 km/h. Sapendo che l'aereo, inizialmente fermo, si muove con accelerazione costante, determinare:

3. il valore minimo dell'accelerazione affinché l'aereo riesca a decollare su una pista lunga 1.90 km;

$$a_{\min} [\text{m/s}^2] = v_d^2 / 2d \quad \text{A } 0.175 \quad \text{B } 2.01 \quad \text{C } 2.20 \quad \text{D } 0.362 \quad \text{E } 1.83$$

4. dopo quanto tempo l'aereo decolla se l'accelerazione vale  $6.70 \text{ m/s}^2$ .

$$t [\text{s}] = v_d / a_0 \quad \text{A } 1.24 \quad \text{B } 1.28 \quad \text{C } 0.891 \quad \text{D } 5.77 \quad \text{E } 3.55$$

**Problema 3:** L'automobile di un tuo amico, identica alla tua e di massa 1200 kg, rimane senza benzina, e ti offri di trainarla collegandola con un cavo alla tua automobile fino al più vicino distributore. Inizialmente acceleri in modo costante fino a raggiungere una velocità di 37.0 km/h in 1 minuto. Determinare:

5. il valore della tensione del cavo durante il periodo di accelerazione, se le automobili viaggiano su una strada orizzontale scabra con attrito dinamico 0.480;

$$F [\text{N}] = m(\mu_d g + v/t) \quad \text{A } 5860 \quad \text{B } 1620 \quad \text{C } 2300 \quad \text{D } 13800 \quad \text{E } 1230$$

6. il lavoro compiuto dalla tua automobile risalendo a velocità costante il piano inclinato che porta al distributore, di angolo 0.590 radianti rispetto all'orizzontale, con attrito dinamico trascurabile e lungo 96.0 m.

$$L [\text{MJ}] = 2mgd \sin \theta \quad \text{A } 1.86 \quad \text{B } 8.62 \quad \text{C } 11.1 \quad \text{D } 22.4 \quad \text{E } 9.36$$

**Problema 4:** Una scatola, di massa 1.10 kg, è appoggiata sul pavimento di una giostra ad una distanza di 2.10 m dall'asse di rotazione. Sapendo che il coefficiente di attrito statico fra la scatola ed il pavimento della giostra è pari a 0.570, determinare:

7. il modulo della forza di attrito statico se il periodo di rotazione della giostra è pari a 6.60 s;

$$F_s [\text{N}] = m 4\pi^2 R / T^2 \quad \text{A } 0.493 \quad \text{B } 0.0864 \quad \text{C } 1.13 \quad \text{D } 0.230 \quad \text{E } 2.69$$

8. la massima velocità angolare di rotazione della giostra affinché la scatola non scivoli sul pavimento.

$$w [\text{rad/s}] = \sqrt{\mu_s g / R} \quad \text{A } 0.198 \quad \text{B } 0.182 \quad \text{C } 3.62 \quad \text{D } 3.41 \quad \text{E } 1.93$$

**Problema 5:** Due campioni di tennis si contendono la partita: il giocatore del campo di sinistra risponde e lancia la pallina verso l'avversario, distante da lui 19.0 m, imprimendole una velocità pari a 5.20 m/s inclinata di 0.250 radianti rispetto all'orizzontale quando la pallina si trova ad una quota di 0.5 m. Determinare:

9. il valore della distanza di cui deve avanzare il giocatore di destra se vuole colpire la pallina quando questa raggiunge il punto più alto della sua traiettoria;

$$\Delta d [\text{m}] = d_0 - (v_0^2 / g) \cdot \sin \theta \cos \theta \quad \text{A } 51.0 \quad \text{B } 1.83 \quad \text{C } 2.09 \quad \text{D } 28.4 \quad \text{E } 30.2$$

10. a quale altezza deve porre la racchetta se non vuole mancare la pallina.

$$h [\text{m}] = y_0 + \frac{1}{2g} (v_0 \sin \theta)^2 \quad \text{A } 0.484 \quad \text{B } 0.202 \quad \text{C } 0.0376 \quad \text{D } 0.0680 \quad \text{E } 0.584$$

## ESERCIZIO ①

- Possiamo esprimere la condizione di perpendicolarità tra vettori mediante il prodotto scalare:  $\vec{U} \perp \vec{V} \Rightarrow \vec{U} \cdot \vec{V} = 0$

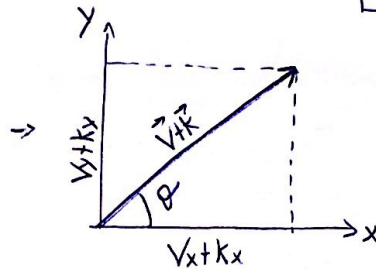
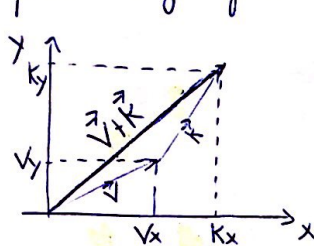
In componenti si ha:  $U_x V_x + U_y V_y + U_z V_z = 0$

da cui si trova:  $V_z = \frac{1}{U_z} (-U_x V_x - U_y V_y)$  (A)

- Nel secondo punto i vettori giacciono sul piano xy.

Il vettore  $\vec{V} + \vec{K}$  ha componenti:  $(\vec{V} + \vec{K})_x = V_x + K_x$  ;  $(\vec{V} + \vec{K})_y = V_y + K_y$

però l'angolo formato con l'asse x è dato da:  $\theta = \arctan \frac{V_y + K_y}{V_x + K_x}$  (B)



## ESERCIZIO ②

- L'aereo si muove di moto uniformemente accelerato, partendo da fermo.

⇒ legge oraria del moto:  $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = a \cdot t \end{cases}$

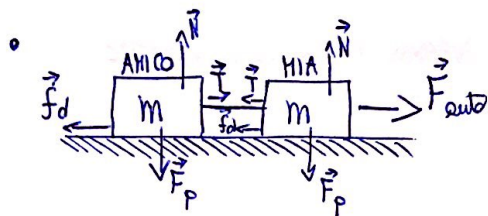
Dato la distanza percorsa d e la velocità raggiunta  $v_d$  al tempo di decollo ( $t_d$ )

allora quindi:  $\begin{cases} d = \frac{1}{2} a t_d^2 \\ v_d = a t_d \end{cases} \Rightarrow a = \frac{v_d^2}{2d}$  (A)

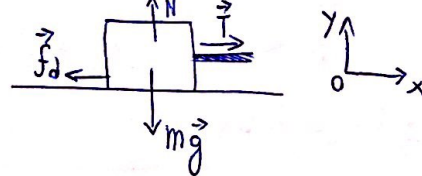
- fissando una accelerazione  $a_0$ , l'aereo raggiungerà la velocità di decollo  $v_d$  in un tempo  $t_d^{(2)} = v_d / a_0$



### ESERCIZIO (3)



analizziamo il diagramma delle forze sull'automobile dell'emiss:



Equazioni delle dinamiche:

$$\begin{aligned} \text{asse } y & \begin{cases} -mg + N = 0 \end{cases} \\ \text{asse } x & \begin{cases} -f_d + T = ma \end{cases} \end{aligned}$$

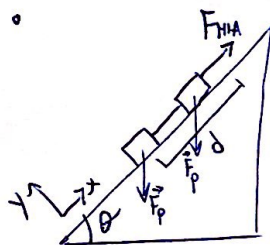
ricorrendo  $|f_d| = \mu_d |N|$

abbiamo:  $ma_x = -\mu_d \cdot mg + T$

perciò  $T = \mu_d mg + ma_x$

poiché il moto è uniformemente accelerato, partendo da fermo, si ha:  $a_x = \frac{v}{t}$

$$\Rightarrow T = \mu_d mg + m \frac{v}{t} \Rightarrow \boxed{T = m \left( \mu_d g + \frac{v}{t} \right)}$$



Il lavoro compiuto dalle mie automobile è dato da:

$$\vec{F}_{HIA} \cdot \vec{d} = L_{HIA}$$

la componente delle forze lungo il piano inclinato è:  $(F_{HIA})_x - 2mg \sin \theta = ma_x$

$a_x = 0 \Rightarrow (F_{HIA})_x = 2mg \sin \theta$  perciò  $\boxed{L_{HIA} = 2mg \cdot d \sin \theta}$

### ESERCIZIO (4)

poiché la rotella ruota a regime di moto circolare uniforme, deve esistere una forza centripeta pari a:  $F_c = m \frac{v^2}{R}$  in direzione radiale, verso il centro.

Essa viene data dall'attrito statico col perimetro.

Conoscendo il periodo di rotazione  $T = \frac{2\pi R}{v}$  abbiamo:  $F_c = m \cdot \left( \frac{2\pi R}{T} \right)^2 \cdot \frac{1}{R}$

perciò  $\boxed{F_c = m \frac{4\pi^2 R}{T^2}}$

Perché la giostra non scivoli, deve essere  $\mu_s \cdot mg \geq F_c$

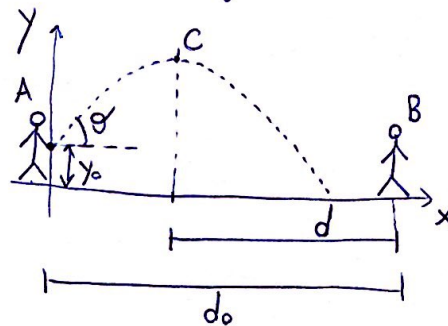
la velocità angolare massima  $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$  è quindi data da:

$$\mu_s mg = m \omega_c^2 R \Rightarrow \boxed{\omega_c = \sqrt{\frac{\mu_s g}{R}}}$$

# ESERCIZIO ⑤

- La pallina compie un moto parabolico, in presenza dell'accelerazione di gravità (moto del proiettile)

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{x0}t \\ y(t) = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = v_{y0} - gt \end{cases}$$



Quando la pallina è nel punto più alto della traiettoria (C), si ha  $v_y(t_c) = 0 \Rightarrow t_c = \frac{v_{y0}}{g}$

Perciò la distanza percorsa lungo x dalla pallina all'istante  $t_c$  è:

$$x(t_c) = x_0 + v_{x0}t_c = (v_0 \cos \theta) \cdot \frac{1}{g} (v_0 \sin \theta) = \frac{v_0^2}{g} \sin \theta \cos \theta$$

Quindi il giocatore B andrà incontro ad A di una distanza  $d = d_0 - \frac{v_0^2}{g} \sin \theta \cos \theta$

- L'altezza della pallina in C sarà data da:  $y(t_c) = y_0 + v_{y0}t_c - \frac{1}{2}gt_c^2$

$$\Rightarrow y(t_c) = y_0 + \frac{1}{g} v_{y0}^2 - \frac{1}{2}g \frac{v_{y0}^2}{g^2} = y_0 + \frac{1}{2g} (v_{y0})^2$$

però  $y(t_c) = y_0 + \frac{1}{2g} (v_0 \sin \theta)^2$