PROBLEMA 1

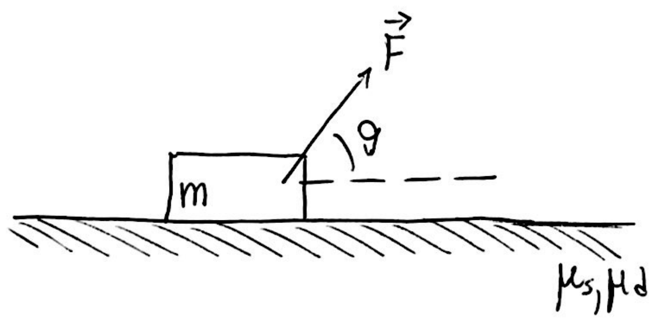
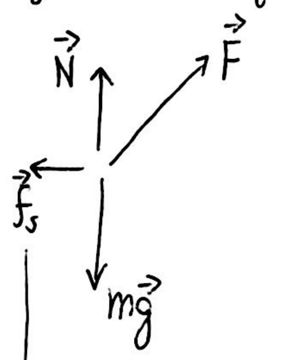
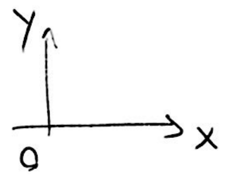


diagramma delle forze: (equilibrio statico)





$$\begin{cases} \text{asse } x: & F\cos\vartheta - f_s = 0 \\ \text{asse } y: & N + F\sin\vartheta - mg = 0 \end{cases}$$

forza di attrito statico: $f_s \leq \mu_s N$

$N = mg - F\sin\vartheta$; $\underline{f_s = F\cos\vartheta}$ ①

Il valore massimo della forza di attrito è: $f_{s,MAX} = \mu_s N = \mu_s(mg - F\sin\vartheta)$

perciò $F_{MAX}\cos\vartheta = f_{s,MAX} = \mu_s(mg - F_{MAX}\sin\vartheta) \Rightarrow F_{MAX}(\cos\vartheta + \mu_s\sin\vartheta) = \mu_s mg$

da cui: $\underline{F_{MAX} = \dfrac{\mu_s mg}{\cos\vartheta + \mu_s\sin\vartheta}}$ ②

Se la forza $\vec{F}$ viene modificata in $\vec{F_1}$,
il corpo si può muovere di moto accelerato uniformemente, nel caso in cui $|\vec{F_1}| > |\vec{F}|$.

$$\begin{cases} \text{asse } x: & ma = F_1\cos\vartheta - f_d \\ \text{asse } y: & N + F_1\sin\vartheta - mg = 0 \end{cases}$$

dove $f_d = \mu_d N$ $\Rightarrow$ $ma = F_1\cos\vartheta - \mu_d(mg - F_1\sin\vartheta)$

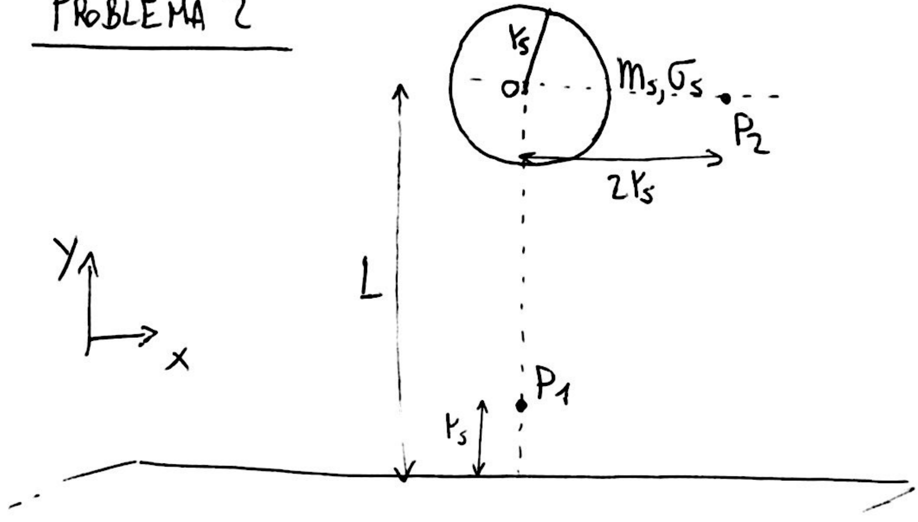
perciò $\underline{a = \frac{1}{m}\left[F_1(\cos\vartheta + \mu_d\sin\vartheta) - \mu_d mg\right]}$ ③

Per il teorema dell'energia cinetica abbiamo: $\Delta K = L_{forze} = ma \cdot L$
le forze che compiono lavoro sono solo $F_{\parallel} = F\cos\vartheta$ e f_d (lo spostamento è lungo x)
perciò $\underline{\Delta K = \left[F_1(\cos\vartheta + \mu_d\sin\vartheta) - \mu_d mg\right]L}$ ④

Durante l'urto anelastico (completamente) si conserva la quantità di moto: $m v_L = (2m) v_f$
Dopo l'urto, $\vec{F_1}$ viene rimossa, quindi il moto è uniformemente decelerato. Sia T il tempo intercorso tra l'urto e l'arresto $\Rightarrow v(T) = 0 = v_f - \frac{f_d}{2m}T \Rightarrow \underline{T} = \frac{2m v_f}{f_d} = \underline{\frac{v_L}{2\mu_d g}}$ avendo usato: $f_d = \mu_d 2mg$

La velocità v_L prima dell'urto è tale che: $\frac{1}{2}m v_L^2 = maL \Rightarrow v_L = \sqrt{2aL}$ ⑤

PROBLEMA 2



Se la sfera è in equilibrio, la forza di gravità deve essere compensata dalla forza elettrica.

Il piano è immobile e genera un campo $E_p = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}$ ortogonale ad esso.

La sfera è dunque sottoposta ad una forza elettrica $F_e = E_p \cdot q_s$ dove q_s è la carica sulla sua superficie.
(si noti che il piano è supposto essere immobile; la sfera dunque si muove nello spazio in cui è presente il campo generato dal piano)

$\Rightarrow$ all'equilibrio(*) $m_s g = E_p \cdot (4\pi r_s^2 \cdot \sigma_s) = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0} \cdot 4\pi r_s^2 \sigma_s \Rightarrow \sigma_p = \frac{2\varepsilon_0 m_s g}{\sigma_s \cdot 4\pi r_s^2}$ ①

- $\vec{E}_{P_1}$ è diretto lungo y, di modulo: $E_{P_1} = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma_s 4\pi r_s^2}{(L-r_s)^2}$

  $\vec{E}_{P_2}$ ha componenti: $E_{P_2,y} = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}$; $E_{P_2,x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\sigma_s 4\pi r_s^2}{(2r_s)^2} = \frac{\sigma_s r_s^2}{\varepsilon_0 (2r_s)^2} = \frac{\sigma_s}{4\varepsilon_0}$ ②

- $\Delta V_{OP_1} = \Delta V_{piano} + \Delta V_{sfera} = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}(L - r_s) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\sigma_s 4\pi r_s^2}{r_s} - \frac{\sigma_s 4\pi r_s^2}{2r_s}\right) =$

$= \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}(L-r_s) + \frac{\sigma_s r_s}{\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}(L-r_s) + \frac{\sigma_s r_s}{2\varepsilon_0}$ ③

il potenziale elettrico al centro della sfera è uguale a quello sulla sua superficie, essendo la carica disposta sulla superficie (guscio sferico carico)

Aggiungendo una ulteriore carica Q sulla superficie della sfera, essa accelererà in modo tale che: $m_s a = \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0}(\sigma_s 4\pi r_s^2 + Q) - m_s g \Rightarrow a = \underbrace{\cancel{-g + \frac{\sigma_p}{2\varepsilon_0} \sigma_s 4\pi r_s^2}}_{\text{queste sono le due forze che all'equilibrio si bilanciano perfettamente (*)}} + \frac{\sigma_p Q}{2\varepsilon_0 m_s}$

perciò: $a = \frac{\sigma_p Q}{2\varepsilon_0 m_s} = \frac{g Q}{\sigma_s \cdot 4\pi r_s^2}$ ④

Si noti che il moto è uniformemente accelerato ($\vec{a}$ costante), con $\vec{a}$ rivolta verso l'alto, $\Rightarrow$ dopo un tempo T, la sfera avrà velocità $v(T) = aT$ ⑤