Compito n. 1

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica
Fisica - Corso A+B - A.A. 2013-2014 - I Prova in itinere - Pisa, 4 Aprile 2014.

- Modalità di risposta: Saranno valutati esclusivamente gli elaborati accompagnati da risoluzione su foglio protocollo allegato. Maggior peso nella valutazione (3 punti a risposta) sarà dato alla correttezza del metodo e delle procedure così come emergono dallo svolgimento dei problemi, mentre un peso minore (0.33 punti) sarà dato all'individuazione del valore numerico corretto di ogni risposta. Sul presente foglio, per ogni risposta si scriva in forma algebrica la formula risolutiva nell'apposito riquadro e si barri la lettera associata al valore numerico corretto. Si effettuino entrambe le operazioni, oltre a fornire lo svolgimento del problema in forma sufficientemente estesa su foglio protocollo allegato. Tra le alternative numeriche proposte c'è sempre la risposta corretta. La tolleranza prevista per il risultato numerico è ± 5 % salvo ove diversamente indicato. Attenzione: non saranno valutate, pur se corrette, le scelte con crocetta fra le alternative a risposta multipla, se non accompagnate da adeguato svolgimento della soluzione nel foglio protocollo allegato.
- Si assumano i seguenti valori per le costanti che compaiono nei problemi: intensità campo gravitazionale sulla superficie terrestre g = 9.81 $\mathrm{ms^{-2}}$, costante di gravitazione universale G = 6.67×10^{-11} $\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$.

Problema 1: Un punto materiale di massa 19.0 kg si trova all'istante t=0 sul piano orizzontale, nel punto di coordinate (7.10,2.10) m e possiede in questo punto velocità v_0 con componenti (4.70, 6.50) m/s. Sapendo che il punto si muove con accelerazione costante (6.10,−6.10) $\mathrm{m/s^2}$, determinare:

1. Il valore dell'energia cinetica all'istante t=1s.

   K [J] = ☐ A 4500 B 325 C 850 D 1110 E 1230

2. l'istante di tempo t_x nel quale il punto si muove parallelamente all'asse x.

   t_x [s] = ☐ A 1.07 B 2.22 C 2.11 D 3.35 E 2.69

Problema 2: Uno sciatore di massa 85.0 kg scende lungo un pendio scabro schematizzato come un piano di lunghezza 54.0 m inclinato di un angolo 30° rispetto all'orizzontale. Si osserva che il moto dello sciatore avviene a velocità costante. Determinare:

3. quanto vale, in modulo, la forza di attrito, costante in tutti i punti della traiettoria, che agisce sullo sciatore;

   F_a [N] = ☐ A 1140 B 49.5 C 202 D 417 E 224

4. il lavoro della forza di attrito durante tutta la discesa.

   L_a [kJ] = ☐ A 15.1 B -26.0 C 12.9 D -55.4 E -22.5

Problema 3: Una motoslitta di massa 590 kg percorre, a motore spento, scivolando su un piano orizzontale nevoso, una curva rappresentabile come un quarto di circonferenza di raggio 46.0 m. Nel punto di inizio della curva la motoslitta possiede una velocità di modulo 62.0 m/s. Se tra suolo innevato e pattini della slitta è presente attrito dinamico con coefficiente μ_d=0.130, calcolare:

5. il modulo della velocità alla fine della curva.

   v [$\mathrm{ms^{-1}}$] = ☐ A 327 B 120 C 595 D 422 E 60.5

6. il modulo della forza totale agente sulla slitta a metà della curva.

   $|F|$ [kN] = ☐ A 48.1 B 80.8 C 321 D 443 E 146

Problema 4: Un abile pizzaro sta per infornare la sua pizza nel forno a legna. Schematizziamo la pala su cui è posta la pizza come un piano inclinato di inclinazione 0.620 rad e la pizza come un blocco di massa inerziale 0.620 kg. Tra pala e pizza è inoltre presente attrito con coefficiente di attrito statico 1.20. Calcolare:

7. il valore del modulo della forza di attrito F_{att} agente sulla pizza in condizioni di equilibrio.

   F_{att} [N] = ☐ A 5.17 B 5.45 C 3.53 D 42.8 E 24.0

8. il modulo della accelerazione minima costante con cui il pizzaro tira orizzontalmente verso di se la pala per scaricare la pizza nel forno.

   a [ms^{-2}] = ☐ A 0.670 B 4.91 C 2.46 D 8.26 E 2.57

Problema 5: Un corpo di massa 4.20 kg è connesso all'estremità di una molla, posta su un piano orizzontale liscio, di lunghezza a riposo 3.10 m e costante elastica 10.0 N/m. Ad un certo istante si osserva che il corpo passa per la posizione di riposo della molla con velocità di modulo 0.490 m/s diretta nel verso di estensione della molla. Si trascuri ogni forma di attrito. Calcolare:

9. il periodo di oscillazione

   T [s] = ☐ A 15.6 B 2.27 C 4.07 D 0.671 E 0.592

10. la massima elongazione della molla durante il moto del corpo.

   x_m [m] = ☐ A 1.40 B 2.07 C 0.318 D 8.03 E 2.74

(in giallo nelle pagine precedenti sono evidenziate le risposte numeriche giuste)

Svolgimento

Esercizio 1

Il moto è di tipo uniformemente accelerato. Si conoscono posizione e velocità iniziale e accelerazione constante. Il problema forniva i valori in componenti orizzontali e verticali: (x_0,y_0), (v_{x0},v_{y0}), (a_x,a_y).

Per rispondere al quesito (1) si devono calcolare le componenti della velocità a t=1s.

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{x0} + a_x t \\ v_y(t) = v_{y0} + a_y t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t=1s) = v_{x0} + a_x \cdot 1s \\ v_y(t=1s) = v_{y0} + a_y \cdot 1s \end{cases} \Rightarrow K(t=1s) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(v_x^2(t=1s) + v_y^2(t=1s)\right)$$

Per rispondere al quesito (2), basta vedere per quale istante t_x la componente verticale della velocità si annulla:

$$0 = v_y(t_x) = v_{y0} + a_y t_x \Rightarrow t_x = -\frac{v_{y0}}{a_y}$$

Esercizio 2

Lo sciatore scende a velocità costante. Quindi la risultante delle forze è nulla. Perciò la forza di attrito dinamico, in modulo, equivale alla componente della forza peso lungo il pendio. Il quesito (3) ha quindi come risposta:

$$F_{ad} - mg\sin 30° = 0 \Rightarrow F_{ad} = mg\sin 30°$$

NON c'è bisogno di sapere il coefficiente di attrito dinamico e la forza normale. Basta applicare la condizione di equilibrio lungo la direzione del piano inclinato.

Quesito (4): che lavoro fa la forza di attrito? Sapendo la lunghezza L della rampa si può scrivere:

$$\mathscr{L} = \vec{F}_{ad} \cdot \Delta\vec{s} = F_{ad} L \cos(180°) = -F_{ad} L = -mg\sin 30° L$$

Esercizio 3

Il quesito (5) si può risolvere in vari modi. Eccone un esempio. La motoslitta percorre un quarto di circonferenza sotto l'azione di una forza di attrito dinamica costante e sempre diretta contro il moto. Il modulo di questa forza di attrito è $F_{ad} = \mu_d N = \mu_d mg$.

Il lavoro di questa forza nel tratto considerato è $\mathscr{L} = \int \vec{F}_{ad} \cdot d\vec{s} = -\mu_d mgL = -\mu_d mg \frac{\pi}{2} R$

Per il teorema dell'energia:

$$\mathscr{L} = -\mu_d mg \frac{\pi}{2} R = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow v_f^2 = v_i^2 - 2\mu_d g \frac{\pi}{2} R \Rightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 - \mu_d g \pi R}$$

Al quesito (6) si risponde calcolando la forza di attrito dinamica, che agisce in direzione tangenziale, e che vale $\mu_d mg$ e la forza centripeta mv^2/R (determinata dall'attrito statico trasversale al moto determinato da speciali pattini) calcolata nel punto A di mezzo della curva. Il quadrato del modulo della forza si ottiene sommando i quadrati delle due componenti, che sono ortogonali.

$$v_A^2 = v_i^2 - 2\mu_d g \frac{\pi}{4} R = v_i^2 - \mu_d g \frac{\pi}{2} R; \qquad F_{tot} = \sqrt{(\mu_d mg)^2 + \frac{mv_A^2}{R}}$$

Esercizio 4

In condizioni di equilibrio la pizza sta ferma sulla pala inclinata di un angolo θ. Questo significa che la risultante delle forze è nulla. Perciò, se consideriamo le componenti lungo la pala inclinata, e chiamiamo f_s il modulo della forza di attrito statico avremo (quesito (7)):

$$f_s - mg\sin\theta = 0 \Rightarrow f_s = mg\sin\theta$$

N.B.: NON C'ERA BISOGNO di sapere il coefficiente di attrito statico. ERRORE molto ricorrente è quello di dire (senza riflettere un attimo su come è definito l'attrito statico) $f_s = \mu_S N$!!!

Infatti invece: $f_s \le \mu_S N;\ f_{s\max} = \mu_S N$. La forza di attrito statico assume il valore che è necessario a far permanere fermo il corpo rispetto alla superficie di contatto, e quello di sopra è solo il suo limite massimo. Scrivere che sempre $f_s = \mu_S N$ è un grave errore che la dice lunga su come si sono appresi i concetti relativi alle forze di contatto.

Il quesito (8) richiede nozioni sui moti in sistemi non inerziali. In effetti quando il pizzaiolo ritira verso di sé la pala (N.B. in direzione orizzontale, non nella direzione di inclinazione della pala, poiché il forno è lungo e stretto e la pizza deve andare ben dentro il forno...) la superficie inclinata si muove parallelamente a sé stessa con una certa accelerazione a_P. Quale è l'accelerazione minima per far staccare la pizza (quesito (8))? La procedura più semplice è quella di metterci in un sistema di riferimento solidale con il forno e considerare le componenti orizzontali e verticali, vedere le forze agenti sulla pizza, e applicare la seconda legge della dinamica, sapendo che se la pizza segue la pala ha la stessa accelerazione orizzontale a_P e accelerazione verticale nulla. Le forze in gioco sono l'attrito statico, la forza peso e la normale alla pala. Si consideri la pala inclinata verso le x e y crescenti e l'accelerazione che imprime il pizzaiolo come positiva (in altre parole, la pizza è a x minori del pizzaiolo). Se non ci fosse la forza di attrito la pizza scivolerebbe in basso.

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\begin{cases} f_s\cos\theta - N\sin\theta = ma_P \\ f_s\sin\theta + N\cos\theta - Mg = 0 \end{cases}$$

A questo punto mettiamoci nelle condizioni critiche, cioè quelle per le quali $f_s = f_{s\max} = \mu_S N$: esse si otterranno al raggiungimento dell'accelerazione critica, al di sopra la quale la pizza si stacca:

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\begin{cases} \mu_s N\cos\theta - N\sin\theta = ma_{P\_critica} \\ \mu_s N\sin\theta + N\cos\theta - mg = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N\left(\mu_s\cos\theta - \sin\theta\right) = ma_{P\_critica} \\ N\left(\mu_s\sin\theta + \cos\theta\right) = mg \end{cases}$$

dividendo termine a termine le due equazioni si trova la risposta al quesito (8):

$$\frac{a_{P\_critica}}{g} = \frac{\left(\mu_s\cos\theta - \sin\theta\right)}{\left(\mu_s\sin\theta + \cos\theta\right)} \Rightarrow a_{P\_critica} = g\frac{\left(\mu_s - \tan\theta\right)}{\left(1+\mu_s\tan\theta\right)}$$

Esercizio 5

Il quesito (9) si risolve facilmente rendendosi conto che il sistema in questione è un oscillatore armonico. La pulsazione è $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. I moti saranno del tipo $x = A\cos(\omega t + \phi) + l_0$

Un periodo è definito come il tempo che ci vuole affinché la funzione torni ad avere lo stesso valore con la stessa derivata. Per funzione seno e coseno questo avviene ogni T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Il quesito (10) può essere risolto in vari modi. Il più semplice è applicare la conservazione dell'energia (è in gioco solo la forza elastica), rendendosi conto che quando la elongazione è massima la velocità è nulla. La elongazione Δx è la distanza positiva dalla posizione a riposo, cioè $\Delta x = x - l_0$. Sappiamo che l'energia potenziale elastica è data da $U_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2$. Inoltre a t=0 noi conosciamo la velocità e sappiamo che $x = l_0$ e quindi l'energia potenziale è nulla. Applichiamo la conservazione dell'energia:

$$const = E = U + K = U_i + K_i = 0 + \frac{1}{2}mv_i^2 = U_f + K_f = \frac{1}{2}k\Delta x_f^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_{\max} = \Delta x_f = \sqrt{\frac{m}{k}}v_i = \frac{v_i}{\omega}$$