Compito n. 1

Nome	*Cognome*	*Numero di matricola*

Corso di Laurea in Informatica
Fisica - Corso A+B - A.A. 2014-2015 - I Prova in itinere - Pisa, 13 Aprile 2015.

- Modalità di risposta: Saranno valutati esclusivamente gli elaborati accompagnati da risoluzione su foglio protocollo allegato. Maggior peso nella valutazione (3 punti a risposta) sarà dato alla correttezza del metodo e delle procedure così come emergono dallo svolgimento dei problemi, mentre un peso minore (0.33 punti) sarà dato all'individuazione del valore numerico corretto di ogni risposta. Sul presente foglio, per ogni risposta si scriva in forma algebrica la formula risolutiva nell'apposito riquadro e si barri la lettera associata al valore numerico corretto. Si effettuino entrambe le operazioni, oltre a fornire lo svolgimento del problema in forma sufficientemente estesa su foglio protocollo allegato. Tra le alternative numeriche proposte c'è sempre la risposta corretta. La tolleranza prevista per il risultato numerico è ±5 % salvo ove diversamente indicato. Attenzione: non saranno valutate, pur se corrette, le scelte con crocetta fra le alternative a risposta multipla, se non accompagnate da adeguato svolgimento della soluzione nel foglio protocollo allegato.
- Si assumano i seguenti valori per le costanti che compaiono nei problemi: intensità campo gravitazionale sulla superficie terrestre g = 9.81 ms^{-2}, costante di gravitazione universale G = 6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2},

Problema 1: Un punto materiale è soggetto, per un tempo 1.60 s, ad un'accelerazione costante lungo il verso negativo dell'asse delle x: a_x=−2.90 m/s^2. Alla fine di questo intervallo di tempo il punto ha raggiunto una velocità 3.40 m/s (in modulo) inclinata di 45 gradi rispetto all'asse delle x.

1. Determinare il modulo della velocità iniziale.

   v [m/s] = ☐ A 4.27 B 15.4 C 7.44 D 2.33 E 1.22

Problema 2: Il volo controllato di un falco, sia rettilineo che curvo, avviene con un'accelerazione massima pari a 5.10 × g m/s^2. Il falco, inizialmente immobile lungo la verticale, alla vista di una preda al suolo scende in picchiata con l'accelerazione massima raggiungendo una velocità massima pari a 20.0 m/s.

2. Il falco esce dalla picchiata eseguendo una traiettoria pari ad un quarto di cerchio, il cui punto più basso è radente al suolo: determinarne il raggio se questa traiettoria viene percorsa alla velocità massima sopra definita e con l'accelerazione radiale pari all'accelerazione massima:

   r [m] = ☐ A 5.96 B 16.4 C 7.30 D 8.00 E 9.93

3. Da quale altezza rispetto al suolo è iniziato il moto del falco ?

   h [m] = ☐ A 3.13 B 3.47 C 12.0 D 2.91 E 2.25

Problema 3: Una palla viene lanciata verso l'alto, in direzione verticale, con una velocità iniziale 8.40 m/s. Il moto avviene nei pressi della superficie terrestre. Si trascuri l'attrito dell'aria.

4. Qual è la velocità della palla quando si trova 2.30 m al di sopra della quota di lancio?

   v [m/s] = ☐ A 5.90 B 5.04 C 16.5 D 36.7 E 25.3

Problema 4: Il profilo di una pista per skateboard consiste di un piano inclinato alto 1.10 m e lungo 5 m, seguito da un piano orizzontale, lungo 5 m, connesso a un profilo ascendente a forma di un quarto di cerchio di raggio 3.00 m.

5. Trascurando tutti i possibili attriti determinare il valore della velocità che deve essere impressa allo skateboard all'inizio del piano inclinato per riuscire a percorrere interamente il profilo a un quarto di cerchio.

v [m/s] =

A 3.39 B 6.11 C 0.390 D 4.70 E 2.41

Problema 5: Una cassa di massa inerziale 1.60 kg è posta sopra una seconda cassa di massa inerziale 3.60 kg, e quest'ultima è posta sul pavimento orizzontale. Tra le due casse è presente attrito con coefficienti statico 0.790 e dinamico 0.470. Non vi è attrito fra cassa e pavimento. Alla prima cassa (quella superiore) è applicata una forza diretta orizzontalmente e come risultato le due casse si muovono assieme.

6. Quanto vale l'intensità massima della forza orizzontale che si può applicare alla prima cassa in modo tale che le due casse si mettano in movimento assieme e con la stessa accelerazione?

F [N] =

A 77.5 B 17.9 C 7.01 D 132 E 107

7. Quanto vale l'accelerazione comune delle casse?

a [ms^{-2}] =

A 33.4 B 59.6 C 27.0 D 3.44 E 14.0

Problema 6: In un ufficio di smistamento postale un pacco di massa 0.750 kg scivola su una rampa inclinata di 45 gradi rispetto all'orizzontale e lunga 1.00 m. Fra la rampa e il pacco è presente attrito. Nel punto più alto del piano inclinato il pacco ha una velocità pari a 2.00 m/s.

8. Determinare il valore del coefficiente di attrito dinamico necessario per fare giungere il pacco alla base del piano inclinato con velocità nulla.

μ_d =

A 2.56 B 1.29 C 10.8 D 1.81 E 8.58

Problema 7: Un osservatore si trova al centro della piatttaforma orizzontale di una giostra. L'osservatore pone una pallina di massa 0.310 kg in condizione di quiete sul fondo di un solco tracciato radialmente sul pavimento della giostra fissandola all'estremità libera di una molla ideale di costante elastica 4.40 N/m e lunghezza a riposo 0.590 m. La molla è posizionata lungo il solco, in direzione radiale, ed il suo secondo estremo è fissato al centro della giostra. Fra fondo del solco e la pallina non è presente attrito. La giostra viene messa in rotazione e a regime esegue 6.60 giri al minuto.

9. Quanto vale a regime la lunghezza della molla misurata dall'osservatore?

l [m] =

A 0.130 B 0.147 C 0.611 D 3.43 E 2.14

Problema 8: La pallina di un flipper, con massa inerziale di 0.0280 kg, viene lanciata su un piano inclinato di altezza 0.510 m ed angolo 30 gradi rispetto all'orizzontale da una molla ideale di lunghezza di riposo 5 cm e costante elastica 2100 N/m. Un estremo della molla è fissato alla base del piano inclinato mentre il secondo estremo è in contatto con la pallina. La molla viene compressa fino a 1.20 cm dalla base del piano e successivamente lasciata libera di espandersi. NB: la molla rimane in contatto con la pallina fino alla sua lunghezza a riposo, poi la molla e la pallina si separano.

10. Trascurando tutti i possibili attriti determinare il valore della velocità che possiede la pallina all'apice del piano inclinato.

v [m/s] =

A 2.59 B 3.43 C 7.38 D 9.92 E 9.06

Svolgimento I prova in itinere 13/04/2015

N.B.: Nel testo le risposte numeriche esatte sono evidenziate in giallo

Problema 1.

Il punto materiale al tempo t=0 ha velocità con componenti v_{0x} e v_{0y}. Per un intervallo di tempo Δt=1.60 s è sottoposto ad una accelerazione costante lungo x: a_x=-2.90 m/s^2; a_y=0. Come cambiano nel tempo le componenti della velocità di un punto materiale se l'accelerazione è costante?

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

Alla fine la velocità ha modulo v_f=3.40 m/s ed è inclinata a 45 gradi rispetto all'orizzontale, quindi v_{fx}=3.40cos(45°) e v_{fy}=3.40sin(45°)

$$\begin{cases} v_f \cos(45°) = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = v_{fx} = v_{0x} + a_x \Delta t \\ v_f \sin(45°) = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = v_{fy} = v_{0y} + 0 \cdot \Delta t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{0x} = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} - a_x \Delta t = 2.404 + 2.90 \times 1.60 = 7.044 \quad m/s \\ v_{0y} = v_f \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2.404 \quad m/s \end{cases}$$

Per trovare il modulo della velocità iniziale: **(1)** $v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = 7.44 \quad m/s$

Problema 2.

Il falco percorre il tratto a quarto di cerchio a velocità costante (uguale alla velocità massima di v_{max}= 20 m/s) e accelerazione centripeta in modulo costante (a_{max}= 5.10*g m/s^2=50.03 m/s^2). La relazione che lega accelerazione centripeta, raggio e velocità per moto circolare è:

$|a_R| = \dfrac{v^2}{r}$ e quindi: **(2)** $r = \dfrac{v^2}{|a_R|} = \dfrac{v_{\max}^2}{|a_{\max}|} = 8.00 \quad m$

Da quale altezza è partito il falco? Siccome è partito da fermo e ha accelerato in modo costante con la a_{max} per tutto il tratto verticale allora si può applicare la relazione fra spazio percorso, accelerazione e differenza di velocità al quadrato: $v_f^2 - v_0^2 = 2a_y(y - y_0)$, con v_0=0, e $|v_f|$=v_{max} e a_y = -a_{max}, quindi

(3) $\Delta y = \left| \dfrac{v_f^2}{2a_{\max}} \right| \Rightarrow h = \Delta y + r = 12.0 \quad m$

Problema 3.

Per trovare la velocità dopo un aumento di quota di h=2.30 m, sapendo che si è partiti da una velocità diretta verso l'alto di 8.40 m/s si possono seguire due strade. Innanzi tutto, l'unica forza che agisce sul corpo è la forza peso. Applicando il secondo principio della dinamica:

$$ma_y = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_y = -mg \Rightarrow a_y = -g$$

Il moto è del tipo ad accelerazione costante. Si può applicare quindi la relazione fra spazio percorso, accelerazione e differenza di velocità al quadrato: $v_f^2 - v_0^2 = 2a_y\left(y - y_0\right)$ che nel caso specifico è

(4) $v_f^2 - v_0^2 = -2gh \Rightarrow v_f = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

Oppure, sapendo che la forza peso è conservativa, si poteva applicare la conservazione dell'energia:

$$\Delta\left(K+U\right) = 0 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -\Delta U = mg(y_i - y_f) = -mgh$$

(4) $\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -mgh \Rightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gh} = 5.04 \quad m/s$

Problema 4.

In questo problema le forze in gioco sono la forza peso (che è conservativa) e le forze vincolari (queste ultime non fanno lavoro). È quindi un caso in cui si conserva l'energia. Fissiamo lo zero dell'energia potenziale nel punto più basso della traiettoria (lungo il piano orizzontale). Questa è una convenzione, si potrebbe fissarlo in qualunque altro punto, però questa scelta facilita i conti. Quindi la quota iniziale è quella del piano inclinato (h=1.10 m), la quota finale è quella alla fine del quarto di cerchio (R=3 m), la velocità iniziale è ignota e quella finale è nulla: si chiede infatti la minima velocità iniziale per arrivare alla fine del quarto di cerchio e in questo caso alla fine del quarto di cerchio ci si arriva anche con velocità finale nulla. Questo caso è ben diverso da quello del cosiddetto "giro della morte", che prevede una traiettoria circolare per l'intero angolo giro di 360°: in quel caso la velocità alla sommità della traiettoria non può essere nulla, ma deve essere sufficiente a soddisfare le condizioni per l'accelerazione centripeta, pena il distacco dalla superficie. Fatte queste considerazioni, applichiamo la conservazione dell'energia al nostro caso:

$$\Delta\left(K+U\right) = 0 \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh = mgR$$

(5) $v_i = \sqrt{2g\left(R-h\right)} = 6.11 \quad m/s$

Problema 5.

Per risolvere il problema vanno considerate le forze sulla cassa superiore di massa M_1= 1.60 kg e sulla cassa inferiore M_2= 3.60 kg . Su entrambe c'è la forza peso (verticale). Su quella inferiore c'è la forza vincolare del pavimento (verticale) N_p, la forza di contatto N_c che la cassa superiore esercita sull'inferiore e la forza di attrito, che sarà statico, almeno finché le casse si muovono insieme. La massima forza di attrito sarà quella pari a $\mu_S N_c$ dove μ_S =0.79 è il coefficiente di attrito statico. Su quella superiore c'è la forza di contatto N_c che la cassa inferiore esercita sulla superiore (diretta in verso opposto alla N_c che agisce sulla inferiore), la forza di attrito (diretta in verso opposto a quella che che agisce sulla inferiore) e la forza applicata orizzontale che chiameremo F_{ext}. Applicando il secondo principio ai due corpi componente per componente abbiamo:

$$corpo1\begin{cases} 0 = M_1 a_{1y} = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_{1y} = N_c - M_1 g \Rightarrow N_c = M_1 g \\ M_1 a_{1x} = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_{1x} = F_{ext} - f_s \end{cases}$$

$$corpo2\begin{cases} 0 = M_2 a_{2y} = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_{2y} = N_p - N_c - M_2 g \\ M_2 a_{2x} = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_{2x} = f_s \end{cases}$$

Se i due corpi si muovono assieme le due accelerazioni devono essere uguali $a_{1x}=a_{2x}=a_x$. Se si vuole trovare la forza massima, questa si avrà quando la forza di attrito è massima:

$$|f_{s\max}| = \mu_S N_c = \mu_S M_1 g$$

$$M_1 a_x = F_{ext} - \mu_S M_1 g$$
$$M_2 a_x = \mu_S M_1 g$$

Dalle ultime equazioni otteniamo così le risposte **(7)** e **(6)** :

$$a_x = \mu_S g \frac{M_1}{M_2} = 3.44 \quad m/s^2 \Rightarrow F_{ext} = \mu_S M_1 g \left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) = 17.9 \quad N$$

Problema 6.

Il modo più rapido di risolvere il problema è con il teorema energia-lavoro o energia-lavoro generalizzato e cioè che le variazioni di energia meccanica (cinetica + potenziale) sono dovute al lavoro che fanno le forze non conservative. Sul pacco agiscono la forza peso (conservativa), la forza vincolare del piano (che non fa lavoro) e la forza di attrito (non conservativa). Poniamo lo zero dell'energia potenziale nel punto più basso del piano inclinato. L'energia cinetica finale è zero (il pacco arriva con velocità nulla). La massa è 0.75 kg. La velocità inziale è v_i= 2.0 m/s. La lunghezza della rampa è l=1.0 m. La forza vincolare equilibra la componente della forza peso perpendicolare al piano inclinato, N=mg(cosθ). Abbiamo quindi:

$$\Delta(K+U) = K_f + U_f - K_i - U_i = L_{FNC}$$

$$0 + 0 - \frac{1}{2} m v_i^2 - m g h_i = -f_d l$$

$$-\frac{1}{2} m v_i^2 - m g l \sin\theta = -\mu_d N l = -\mu_d m g \cos\theta l$$

Quindi: $\mu_d = \dfrac{m v_i^2}{2 m g \cos\theta l} + \dfrac{m g l \sin\theta}{m g \cos\theta l} = \dfrac{v_i^2}{2 g l \cos\theta} + \tan\theta$

E siccome l'angolo è di 45° abbiamo, come risposta **(8)**:

$$\mu_d = \frac{v_i^2}{g l \sqrt{2}} + 1 = 1.29$$

Problema 7.

Il problema si può risolvere considerando il moto da un sistema inerziale: il moto di giostra e pallina è quindi circolare uniforme con velocità angolare comune ω=2πN/(60s, dove N è il numero di giri al minuto (6.60). La massa della pallina è 0.31 kg, la costante elastica della molla è 4.40 N/m e la lunghezza a riposo è 0.59 m. Se mi scrivo la seconda legge della dinamica, devo calcolarmi la somma delle componenti delle forze lungo la direzione radiale e metterla uguale alla massa della pallina per l'accelerazione radiale:

$$ma_r = -m\frac{v^2}{l} = -m\omega^2 l = \left(\sum_i \vec{F}_i\right)_r = -k\left(l - l_0\right)$$

da cui la risposta **(9):**

$$l = \frac{kl_0}{\left(k - m\omega^2\right)} = \frac{l_0}{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)} = 0.611m$$

Un'altra possibilità è di considerare il moto da un sistema non inerziale, solidale con la giostra: in quel caso dovrò considerare la forza apparente ("centrifuga") che equilibra la forza della molla e si arriva allo stesso risultato.

Problema 8.

Il problema si risolve con la conservazione dell'energia: infatti la forza normale del piano non fa lavoro, la forza peso e la forza della molla sono conservative. La massa della pallina è 0.028 kg, la costante elastica della molla è 2100 N/m e la lunghezza a riposo è l_0=5 cm=0.05 m. La molla inizialmente è compressa fino a l=1.20cm=0.012 m dalla base. Inoltre la rampa è inclinata di 30° rispetto all'orizzontale e la altezza è h=0.51 m. All'inizio il corpo è fermo. Nel momento che la molla raggiunge la sua lunghezza di riposo lascia la pallina, per cui dal quel punto in poi fino alla fine il termine dell'energia potenziale elastica è nullo. Poniamo lo zero dell'energia potenziale nel punto alla base del piano inclinato. Abbiamo:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow 0 + mgl\sin\theta + \frac{1}{2}k\left(l - l_0\right)^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_f^2$$

Da cui risposta **(10)** $v_f = \sqrt{\frac{k}{m}\left(l - l_0\right)^2 - 2g\left(h - l\sin\theta\right)} = 9.92m/s$