Закони за големите числа (ЗГЧ) 1

Дефиниция: Нека $X = (X_i)_{i=1}^{\infty}$ с очакване $\mathbb{E}X_i$. Казваме, че за X е изпълнено ЗГЧ (слаб), ако

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mathbb{E}X_i)}{n} \xrightarrow[n\to\infty]{\mathbb{P}} 0$$

Казваме, че за X е изпълнен УЗГЧ (усилен), ако $\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mathbb{E}X_i)}{n} \xrightarrow[n\to\infty]{п.с.} 0$

Ако $\mathbb{E}X_i = \mathbb{E}X_1 = c$ $\forall i \geq 1$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \xrightarrow{\mathbb{P}(п.с.)} \mathbb{E}X_1 = c$$

Дефиниция: $X = (X_i)_{i=1}^{\infty}$ наричаме редица от независими в съвкупност и еднакво разпределени (НЕР) сл. вел. ако $X_i \overset{d}{=} X_1$ $\forall i \geq 1$ и всички сл. вел. независими.

$F_{X_i} = F_{X_1}$

$\mathbb{E}X_i = \mathbb{E}X_1$ ______

Теорема: Нека $X = (X_i)_{i=1}^{\infty}$ ред. нер. сл. вел. Нека в допълнение $\mathbb{E}|X_1| < \infty$ и $\mathbb{E}X_1 = \mu \in (-\infty, \infty)$. Тогава

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \xrightarrow{\mathbb{P}(п.с.)} \mu = \mathbb{E}X_1,$$

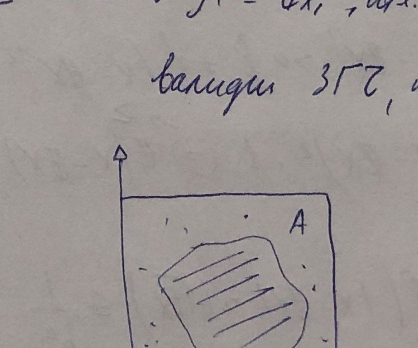
т.е. за X са валидни ЗГЧ, както и УЗГЧ.

⊕ $X_i \in Be(p)$ $p = \mathbb{P}(X_i = 1)$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \xrightarrow{п.с.} p = \mathbb{E}X_1$$

⊕ $p = 18/37$ за червено

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \xrightarrow[n\to\infty]{} 18/37$$



X_i е равномерно $\square$

$$X_i = \begin{cases} 1 & \cdot \in \square \\ 0 & \cdot \in \square \end{cases}$$

$\mathbb{P}(X_i = 1) = |A| = \int_A dx$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \xrightarrow{п.с.} \mathbb{E}X_i = \mathbb{P}(X_1 \in \square) = |A|$$