Зад. $\mathbb{P}(\text{уцелим мишена}) = 0.001$

$\mathbb{P}(\text{да уцелим} \geq 2 \text{ пъти от } 5000 \text{ стрелби}) = ?$

Решение:

$$X \sim Bin(5000, 0.001)$$

$X = \text{„\# уцелвания"}$

$$\mathbb{P}(x \geq 2) = 1 - \mathbb{P}(x=0) + \mathbb{P}(x=1) = 1 - \binom{5000}{0}p^0(1-p)^{5000} - \binom{5000}{1}p^1(1-p)^{5000} =$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{1000}\right)^{5000} - 5000 \cdot \left(\frac{1}{1000}\right)\left(1 - \frac{1}{1000}\right)^{4999}$$

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \longrightarrow e^{-1} \approx 1 - e^{-5} - 5 \cdot e^{-5} = 1 - 6e^{-5} \approx 0.95 \ldots$$

Зад. 7 лампи, от които 3 дефектни
Избираме 4.

$X = \text{„\# дефектни от изтеглените"}$ разпр. и очакваното на X (EX)

Хипергеометрично разпределение

Теглим n пъти от общо N, между които има M бележани (успешни)

$$X \sim HG(n, M, N)$$

$X = \text{„\# изтеглени специални изтегл."}$ (от \# n-те изтегл.)

$$\mathbb{P}(X=k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$EX = n \cdot \frac{M}{N}$$

Решение:

$$X \sim HG(4, 3, 7), \text{ т.е. } \mathbb{P}(X=k) =$$

X	0	1	2	3
	$\frac{4}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

$$EX = n \cdot \frac{M}{N} = 4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{7}$$

$$\mathbb{P}(X=0) = \frac{\binom{3}{0}\binom{4}{3}}{\binom{7}{4}}$$

$$\mathbb{P}(X=2) = \frac{\binom{3}{2}\binom{4}{2}}{\binom{7}{4}}$$

$$\mathbb{P}(X=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{3}}{\binom{7}{4}}$$

$$EX = 1 \cdot \frac{12}{35} + 2 \cdot \frac{18}{35} + 3 \cdot \frac{4}{35} =$$

$$= \frac{60}{35} = \frac{12}{7}$$