$X \perp\!\!\!\perp Y$ $\quad \mathbb{P}(x=k, Y=m) = \mathbb{P}(x=k)\mathbb{P}(Y=m)$

$\mathbb{P}(Y=y_1)$

$\mathbb{P}(x=x_1)\mathbb{P}(x=x_2)$

$\mathbb{P}(x=x_1, \ Y=y_1, \ Z=z_1)$

Зад. 3 бели, 2 черни топчета

ако $\boxed{Z} = \#$ I-ва бяла

ето $\boxed{Y} = $ I-ва черна след з

$Y = 6$, ако няма такава

1) съвместното разпред. на з и y? т.е. $\mathbb{P}(з=k, y=m) = ?$

Решение

y \ з	1	2	3	4
2	$3/10$	0	0	0
3	$2/10$	$1/10$	0	0
4	$1/10$	$1/10$	0	0
5	0	$1/10$	0	0
6	0	0	$1/10$	0

$\mathbb{P}(з=1, y=2) = \mathbb{P}(\text{бяла, черна}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$

$\mathbb{P}(з=1, y=3) = \mathbb{P}(\text{бяла, бяла, черна}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3}$

$\mathbb{P}(з=1, y=4) = \mathbb{P}(ббчч) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{2}$

$\mathbb{P}(з=2, y=2) = 0$

$\mathbb{P}(з=2, y=3) = \mathbb{P}(чбч) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$

$\mathbb{P}(з=2, y=4) = \mathbb{P}(чббч) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(з=2, y=5) = \mathbb{P}(чбббч) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$

Ако $з=3 \longrightarrow$ ччббб

$\mathbb{P}(з=3) = \mathbb{P}(ччббб) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3}$

2) $\mathbb{P}(y>2 \mid з=1) = \dfrac{\mathbb{P}(y>2, з=1)}{\mathbb{P}(з=1)} \left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}(y=3 \mid з=3) = \\ = \dfrac{\mathbb{P}(y=3, з<3)}{\mathbb{P}(з<3)} = \\ = \dfrac{\left(\frac{2+1}{10}\right)}{\frac{(3+2+1+1+1)}{10}} = \frac{1}{3} \end{array} \right.$

$= \dfrac{\frac{(2+1)}{10}}{\frac{(3+2+1)}{10}} = \frac{1}{2}$