$X \sim Ge(p) \cdot g_X(s) = ?$

$X \sim Po(\lambda)$

$$g_X(s) = \mathbb{E}s^X = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \cdot e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda s)^k}{k!} = e^{-\lambda}\cdot e^{\lambda s} = e^{\lambda(s-1)}$$

$Po(\lambda_1) + Po(\lambda_2) \overset{d}{=} Po(\lambda_1 + \lambda_2)$

$\mathbb{P}(X=k)$

$\mathbb{E}e^{itx}$ фурие $\quad \mathbb{E}e^{tx}$ лаплас

Нека $X_1 \sim Po(\lambda_1)$, $X_2 \sim Po(\lambda_2)$ нез. и $X = X_1 + X_2$

$$g_X(s) = \mathbb{E}s^{X_1+X_2} = \mathbb{E}s^{X_1}\mathbb{E}s^{X_2} = e^{\lambda_1(s-1)}\cdot e^{\lambda_2(s-1)} = e^{(\lambda_1+\lambda_2)(s-1)} = g_{Po(\lambda_1+\lambda_2)}(s)$$

Теорема

Ако $X_1 \overset{d}{=} X_2 \iff g_{X_1}(s) = g_{X_2}(s)$

След $X = Po(\lambda_1) + Po(\lambda_2) \overset{d}{=} Po(\lambda_1 + \lambda_2)$

Зад. 80% от примерите работят правилно
за 1 седмица → 10 примера

$\mathbb{P}$(да работят ≥ 9) = ?

$\mathbb{P}$(— // — за ~~три~~ пет поредни месеца) = ?

Решение

$X \sim Bin(10, \frac{4}{5})$

$X =$ „# работещи примери" в дадена седмица

$$\mathbb{P}(X \geq 9) = \mathbb{P}(X=9) + \mathbb{P}(X=10) = \binom{10}{9}\left(\frac{4}{5}\right)^9 + \left(\frac{1}{5}\right)^1 + \binom{10}{10}\left(\frac{4}{5}\right)^{10}\left(\frac{1}{5}\right)^0 = \frac{10\cdot 4^9 + 4^{10}}{5^{10}} =: p$$

$\mathbb{P}$(5 поредни месеца ---) = $\mathbb{P}$(да няма проблем за 21 поредни седмици) = p^{21}.

Зад. A и B → минуса

↓ ↓

свер 0,2 0,3 c

а) $\mathbb{P}$(A – да умре, а B – не) = ?

б) $\mathbb{E}$(изстрели до убиване) = ?