Задача 1. Билетите в лотария имат номера от 0 до 999999. Да се определи вероятността случайно избран билет

1. да има сума от цифрите, равна на 21;
2. да има равна сума от първите три и последните три цифри;
3. сумата от първите три цифри да е с 2 по-голяма от сумата на последните три.

Задача 2. Дадена е случайна величина X с плътност $f_X(x) = \begin{cases} c(x^2+2x) & , x \in [0,1] \\ 0 & , x \notin [0,1] \end{cases}$. Намерете

1. константата c;
2. $\mathbb{E}X$ и DX;
3. вероятността X да е по-малка от математическото си очакване;
4. очакването на случайната величина $X^2 + 3X$.

Задача 3. Върху окръжност $k(O,r)$ е фиксирана точка A, а точка B попада по случаен начин върху окръжността. Да се намери математическото очакване на лицето на $\triangle AOB$.

Задача 4. Нека $X \sim U(0,7)$ е времето на безотказна работа в години на даден апарат. Съгласно гаранцията на апарата, той ще бъде заменен с нов на петата година или преди това, в случай на дефект. Нека Y е времето до смяната на апарата. Да се пресметнат $\mathbb{P}(Y < 4), \mathbb{E}Y$ и DY. Ако са продадени 1000 апарата, колко средно ще трябва да се подменят преди петата година?

Задача 5. Във вътрешността на кръг с радиус R случайно се избират точките A и B. Да се намери вероятността окръжността с център A и радиус AB да лежи във вътрешността на кръга.

Задача 6. В магазин работят две касиерки. Предполагаме, че времето необходимо за обслужване на клиент на всяка от двете опашки е експоненциално разпределена случайна величина с математическо очакване 8(мин) за първата опашка и 5(мин) за втората. Клиент, избрал по случаен начин опашка, е чакал по-малко от 4 минути. Каква е вероятността той да е бил на първата опашка?

Задача 7. Времето за преглед на пациент е експоненциално разпределена случайна величина с очакване 30(мин). За преглед има записани двама пациенти - първият за 11:00, а вторият за 11:30, като и двамата пристигат в точно определения час. Ако прегледът на първия не е завършил, вторият изчаква. Да се пресметне средно колко време ще прекара вторият пациент в поликлиниката.

Задача 8. Нека случайната величина $X \sim Exp(\lambda)$. Да се намерят плътностите на случайните величини

- $Y = -X$;
- $Y = 2X - 1$;
- $Y = \sqrt{X}$;
- $Y = X^\alpha$ за $\alpha > 0$.

Задача 9. Лъч (светлина) минава от точката $(0,2)$ към т. $(0,1)$ и се пречупва случайно, сключвайки ъгъл $\theta \in (-\pi/2; \pi/2)$ с Oy. Нека X е точката, в която пречупеният лъч пресича Ox. Да се намери плътността на X.