

Задача 1. От урна съдържаща 5 бели и 3 черни топки се избират последователно, една по една топки докато се появи бяла. Да се намери разпределението, очакването и дисперсията на случайната величина $X = \text{"брой на изтеглените черни топки"}$ при извадка

1. без връщане;
2. с връщане.

Опитът се повтаря 1000 пъти. Да се оцени вероятността да са извадени повече от 900 черни топки.

Задача 2. Вероятността за уличване на цел при един изстрел е равна на 0.001. За поразяване са необходими поне две попадения. Каква е вероятността за поразяване на целта, ако за това са нужни две попадения и са направени 5000 изстрела?

Задача 3. В кутия има 7 лампи, от които 3 са дефектни. По случаен начин се избират за проверка 4 лампи. Да се намери разпределението на случайната величина $X = \text{"брой на изпробваните дефектни лампи"}$ и да се пресметне нейното очакване.

Задача 4. В Патагония на месец се регистрират средно две слаби земетресения. Каква е вероятността за три месеца да има по-малко от четири слаби земетресения?

Задача 5. 80% от принтерите за домашна употреба работят добре при инсталирането им, а останалите имат нужда от допълнителни настройки. Фирма продава 10 принтера за една седмица. Намерете вероятността поне 9 от тях да работят без нужда от допълнителни настройки. Каква е съответната вероятност това да се случи за пет поредни месеца? Каква е вероятността, първата седмица, за която това не се случва да е точно 21-та?

Задача 6. A и B стрелят по мишена, като стрелят едновременно, а ако никой не улови - стрелят отново. A уличва с вероятност 0.2, а B - с 0.3. Каква е вероятността A да улови, а B - не. Какъв е средният брой изстрели, необходими за уличване на мишената?

Задача 7. A и B играят последователно партии, като A печели една партия с вероятност $2/3$, а B - с $1/3$. Равни партии не са възможни. Играта продължава докато някой спечели две последователни партии. Нека X е случайната величина "брой на изиграните партии". Да се определи разпределението и математическото очакване на X .

Задача 8. Нека ξ, η са независими случайни величини с разпределение $P(\xi = k) = P(\eta = k) = q^k p, k = 0, 1, \dots, p > 0, p + q = 1$. Нека $\zeta = \max(\xi, \eta)$.

1. Да се намери разпределението на ζ .
2. Да се намери разпределението на $\tau = (\zeta, \xi)$.

Задача 9. В урна има 3 бели и 2 черни топки. От урната теглим последователно без връщане топки. Нека ξ е номерът на тегленето на първата бяла топка. След това продължаваме да теглим, докато се появи черна топка. Нека η е номерът на опита на тегленето на първата черна топка след първата бяла. Дефинираме $\eta = 6$, ако няма такава. Да се определи

- съвместното разпределение на η и ξ ;
- $\mathbb{P}(\eta > 2 | \xi = 1)$ и $\mathbb{P}(\eta = 3 | \xi < 3)$.

Задача 10. Хвърляме два червени и един син зар. Нека ξ е броят на шестите върху червените зарове, а η е броя на двойките върху трите зара. Да се определи

- съвместното разпределение на η и ξ ;
- $\mathbb{P}(\xi > 0 | \eta = 1)$.

Задача 11. Нека случайната величина $\zeta = (\xi, \eta)$ има разпределение

$$\mathbb{P}(\zeta = (j, k)) = \mathbb{P}(\xi = j, \eta = k) = c \frac{\lambda^j \mu^k \nu^{j+k}}{j!k!},$$

за $\lambda > 0, \mu > 0, \nu \in (0, 1], j, k = 0, 1, \dots$ и c - подходяща константа. Да се определи c и да се намерят разпределенията на ξ и η . Да се докаже, че ξ и η са независими, тогава и само тогава, когато $\nu = 1$. Да се намери $\mathbb{P}(\xi = j | \eta = k)$.