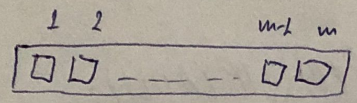
3зад $X_1, X_2, \ldots \underset{\text{нез.}}{\sim} Ber(p)$

$$\mathbb{P}(\{X_1 + \ldots X_{k+r} = r\} \cap \{X_1 + \ldots + X_{k+r-1} = r-1\}) = ?$$

4зад



подводница

~~Решение: Ост. 1 P~~

$\mathbb{P}(\text{улучи}) = p$

стреля n пъти

Ако уцели → пурпедото е в случаен отсек

$\mathbb{P}(\text{да улучим} \geq 2 \text{ отсека})$

Решение:

Отг: $1 - \underbrace{\mathbb{P}(\text{да уцелим } 0)}_{p_0} - \underbrace{\mathbb{P}(\ldots 1)}_{p_1}$ $\qquad p_0 = (1-p)^n$

$$p_1 = m \cdot \sum_{k=1}^{n} \underbrace{\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}_{Bin(n,k)} \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^k =$$

избор кой отсек сме уцелили

колко пурпеда са улучили

всеки от k-те уцелили са във фикс. отсек

$$= m\left(\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(\frac{p}{m}\right)^k (1-p)^{n-k} - (1-p)^n\right) = m\left(\left(\frac{p}{m} + 1 - p\right)\right.$$

5зад $H_0 = p_0 = 112$ $\qquad \mathbb{P}(H_0) = \mathbb{P}(H_1) = \frac{1}{2}$

$H_1 : p_0 = \frac{2}{3}$

$A =$ „от 200 опита има 120 успешни"

$\mathbb{P}(H_0 | A) \leq \mathbb{P}(H_1 | A)$

$\mathbb{P}(A | H_0) = \mathbb{P}(Ber(200; \frac{1}{2}) = 120) =$

$= \binom{200}{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{120} \left(\frac{1}{2}\right)^{80}$

$\mathbb{P}(A | H_1) = \binom{200}{120} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{120} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{80}$

Решение: $p_0 = \frac{1}{2} \approx 200$ успеха

$p_0 = \frac{2}{3} \approx 200 \frac{2}{3} \approx 133$ успеха

$$\mathbb{P}(H_0 | A) = \frac{\mathbb{P}(H_0 \cap A)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\mathbb{P}(A | H_0) \cdot \mathbb{P}(H_0)}{\mathbb{P}(A)}.$$

$$\mathbb{P}(H_1 | A) \overset{\text{Бейс}}{=} \frac{\mathbb{P}(A | H_1) \mathbb{P}(H_1)}{\mathbb{P}(A)}$$