

Задача 1. Вероятността стрелец да улови мишена е $2/3$. Ако улови, той получава право да стреля по друга мишена. Вероятността да уцели и двете мишени е $1/2$. Каква е вероятността за улавяне на втората мишена, ако стрелецът е получил право да стреля втори път?

Задача 2. Застрахователна компания води статистика за своите клиенти

- всички клиенти посещават поне веднъж годишно лекар;
- 60% посещават повече от веднъж годишно лекар;
- 17% посещават хирург;
- 15% от тези, които посещават повече от веднъж годишно лекар, посещават хирург.

Каква е вероятността случайно избран клиент, който посещава само веднъж годишно лекар, да не е бил при хирург?

Задача 3. Хвърлят се два зара. Каква е вероятността сумата от падналите се числа да е по-малка от 8, ако се знае, че тя е нечетна? Независими ли са двете събития?

Задача 4. Разполагаме с тесте от 36 карти (т.е. от шестица нагоре). Каква е вероятността да изтеглим дама, а пика? Независими ли са двете събития? А ако колодата е от 52 карти?

Задача 5. Около маса седят 10 мъже и 10 жени. Каква е вероятността лица от еднакъв пол да не седят едно до друго?

Задача 6 (Birthday paradox). Какъв е най-малкият брой хора, които трябва да се изберат по случаен начин, така че вероятността поне двама от тях да имат един и същ рожден ден да е по-голяма от $1/2$?

Задача 7. Двама играчи последователно хвърлят монета. Играта печели този, който първи хвърли ези. Каква е вероятността за спечелване на играта за всеки от играчите? А ако печели този, който хвърли същото като падналото се непосредствено преди това?

Задача 8. Секретарка написала n писма, сложила ги в пликове и ги запечатала. Забравила кое писмо в кой плик е, но въпреки това написала отгоре n -те различни адреса и изпратила писмата. Каква е вероятността никой да не получи своето писмо?

Задача 9. В урна има 5 бели, 8 зелени и 7 червени топки. От урната последователно се вадят топки. Каква е вероятността бяла топка да бъде извадена преди зелена, ако

1. след всяко изваждане топката се връща обратно в урната;
2. извадените топки не се връщат обратно?

Задача 10 (Reservoir sampling). Да разгледаме масив A с различни елементи, които итерираме последователно. За удобство ще считаме, че A е индексирен от 1. На стъпка k , генерираме (равномерно) случайно естествено число между 1 и k вкл. Ако генерираното число е 1, поставяме k -тия елемент на първа позиция. След пробягването на всички позиции, каква е вероятността $A[1]$ да не се е променил, а да е 3-тия елемент от началния масив, а последния?

Задача 11 (Monty Hall problem). Зад една от 3 затворени врати има чисто нова кола, а зад другите две няма нищо. Избирате врата, след това водещият отваря една от останалите две врати, зад които няма нищо. Сега трябва да решите - сменяте ли избраната врата или запазвате първоначалния си избор?

Задача 12 (Boy or Girl paradox). X има две деца. Ако по-старото е момиче, каква е вероятността и двете да са момичета? А ако знаете, че поне едно от тях е момче, каква е вероятността и двете да са момчета?

Задача 13. (***) Каква е вероятността да се получи несъкратима дроб, ако числителят и знаменателят се избират независимо от \mathbb{N} ?

(Игнорирайте проблема с дефинирането на вероятност върху \mathbb{N} . Каква е вероятността и двете избрани числа да не се делят на просто число p ? Изразете отговора чрез безкрайно произведение. Оказва се, че стойността му е $6/\pi^2$.)