$\binom{n}{0} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ – # подмножества на n. ел. множ.

□ ... □

↓

0 или 1

не е вътре   вътре е

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1
\end{array}
$$

$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ симетрия $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

(3) 1. # решения $x_1 + \dots + x_k = n$ в ест. числа?

Пример: $k=2$, $n=3$ $\binom{2}{1} = 2$

$x_1 + x_2 = 3$

$1+2$ или $2+1$

Stars and bars

n   k

★ | ★ ★   ★

x_1 x_2 $x_1 = 2$ $x_2 = 1$

n звезди

$k-1$ прегради

$n-1$ възм $\Rightarrow \binom{n-1}{k-1}$

2. # решения в ест. и 0

Пример: $k=2$, $n=3$

$x_1 + x_2 = 3$

$0+3$; $1+2$ или $2+1$; $3+0$

$x_1 + x_2 + x_3 = 3 \iff (x_1+1) + (x_2+1) + (x_3+1) = 6$

|| • • •

$0+0+3$

Отг а) $\binom{5}{2}$

решаваме $x_1 + \dots + x_k = n$ за $\mathbb{N} \cup \{0\} \iff x_1 + \dots + x_k = n+k$ за $\mathbb{N}$

$n+k$ звезди

$k-1$ прегради

$n+k-1$ възм

Отг а) $\binom{n+k-1}{k-1} = \frac{n+k-1}{n}$

(4) k разл. нещи в n кутии

а) ∀ кутия ≤ 1

б) няма огр.

в) няма празни ($k \geq n$)