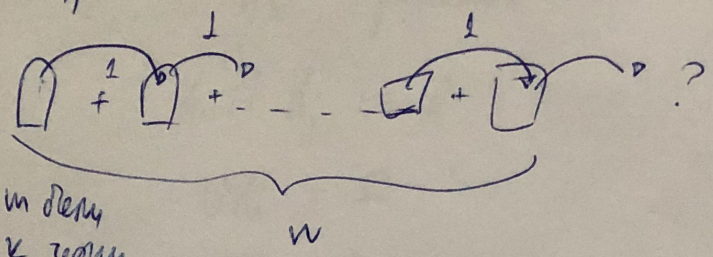
Зад n урни

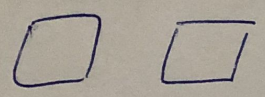


m бели
k черни

$\frac{m}{m+k}$

5 бели
6 черни
1 урна

$\mathbb{P}$(накрая да изтеглим бяла) = ? =



$A_i := \{$ изтеглим бяла на i-ото изтегляне $\}$

$$\mathbb{P}(A_1) = \frac{m}{m+k} \cdot \mathbb{P}(A_n) = ?$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \mathbb{P}(A_2|A_1)\mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2|\bar{A_1})\mathbb{P}(\bar{A_1}) =$$

$$= \frac{m+1}{m+k+1} \cdot \frac{m}{m+k} + \frac{m}{m+k+1} \cdot \frac{k}{m+k} = \frac{m(m+k+1)}{(m+k)(m+k+1)} = \frac{m}{m+k}$$

$$p_n = \frac{1}{m+k+1} p_{n-1} + \frac{m}{m+k+1}$$

$$p_1 = \frac{m}{m+k}$$

$$\mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}(A_n|A_{n-1})\mathbb{P}(A_{n-1}) + \mathbb{P}(A_n|\bar{A_{n-1}})\mathbb{P}(\bar{A_{n-1}}) =$$

$$= \frac{m+1}{m+k+1}\mathbb{P}(A_{n-1}) + \frac{m}{m+k+1}(1 - \mathbb{P}(A_{n-1}))$$

заключ. по индукция

Зад 7 ученис ученки
↓
4 нови

избираме 3 за норва игра → врещаме ги

избираме 3 за втора игра → $\mathbb{P}(\underbrace{\text{II пте да са само нови}}_{:=A}) = ?$

— — — — — — — — — — —

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|\text{I-ят ныт изтеглим 0 нови})\,\mathbb{P}(\text{I ныт 0 нови}) +$$

$$+ \mathbb{P}(A|\text{— // — 1})\,\mathbb{P}(\text{— // — 1}) = \underbrace{\frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}}}_{\text{само стари}} \cdot \underbrace{\frac{\binom{4}{3}}{\binom{7}{3}}}_{\text{само нови}} + \underbrace{\frac{\binom{3}{2}\binom{4}{1}}{\binom{7}{3}}}_{\text{4 нови 3 стари}} \cdot \underbrace{\frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}}}_{\text{3 нови 4 стари}} = \frac{3.4 + 3.4}{\binom{7}{3}^2}$$