

Задача 1. Дадена е отсечка с дължина K . По случаен начин се избират две други отсечки с дължина по-малка от K . Каква е вероятността от трите отсечки да може да се построи триъгълник?

Задача 2. Каква е вероятността от три избрани по случаен начин отсечки с дължина по-малка от K да може да се построи триъгълник?

Задача 3. По случаен начин и независимо едно от друго се избират две числа x и y в интервала $(0, 1]$. Каква е вероятността на събитията

1. $xy \leq 1/4$;
2. $x + y \leq 1$ и $x^2 + y^2 \geq 1/2$;
3. $xy \geq 2/5$ и $x^2 + y^2 \leq 1$?

Задача 4. Разделяме случайно отсечка с дължина 1 на 3 части. Каква е вероятността те да могат да образуват триъгълник? ; Избираме случайно три точки от окръжност с радиус 1. Каква е вероятността да са върхове на остроъгълен триъгълник?

Задача 5. (Bertrand paradox) Да разгледаме равностраничен триъгълник, вписан в окръжност с радиус 1. Каква е вероятността случайно избрана хорда от тази окръжност да е по-дълга от страната на триъгълника?

Задача 6. Човек хвърля монета и при прави крачка напред, а иначе - назад. Каква е вероятността след 10 хвърляния да се намира:

1. на мястото, откъдето е тръгнал;
2. на разстояние 2 крачки от началната си позиция;
3. на 5 крачки пред началната си позиция?

Задача 7. Играч залага 5 лева и има право да хвърли два зара. Ако хвърли две шестници печели 100 лева, а ако хвърли точно една шестница - 5 лева. Да се пресметне математическото очакване на печалбата на играча. Справедлива ли е играта?

Задача 8. • Казино предлага следната игра: играч плаща A лева. След това хвърля монета, докато хвърли ези. Ако това се случи на n -тия ход, печели 2^n лева. При какви стойности на A бихте участвали?

- (Martingale strategy) Да разгледаме по-стандартна игра - казино предлага коефициент 2 при игра на ези/тура, т.е. при залог A , бихме спечелили чисто A . Играч залага само на ези, докато спечели, като удвоява залога си всеки път, когато не спечели. Каква е очакваната му печалба? Бихте ли пробвали?

Задача 9. Два зара се хвърлят последователно пет пъти. Каква е вероятността броят на хвърлянията, при които сумата от резултатите е шест, да бъде точно 2? Да се намери средната стойност на този брой.

Задача 10. А хвърля 3 монети, а В - 2. Печели този, който хвърли повече езита и взима всичките 5 монети. В случай на равен брой печели В. Каква е вероятността А да спечели? Ако е спечелил А, каква е вероятността В да е хвърлил точно едно ези? Каква е средната печалба на играчите?

Задача 11. Извършва се серия от независими бернулиевии опити с вероятност за успех на p . Да се пресметне вероятността r -тия успех да настъпи точно на $(k + r)$ -тия опит. Алтернативна формулировка: Нека $X_1, X_2, \dots \sim \text{Ber}(p)$ са независими еднакво разпределени случайни величини (н.е.р.с.в. / iid). Как бихте формулирали въпроса на задачата чрез X_i ?

Задача 12. (Banach's matchbox problem) Пушач носи в джоба си две кутии кибрит с по n клечки. Всеки път, когато иска да запали, той избира произволна кутия и вади една клечка. След известно време той забелязва, че едната кутия е празна. Каква е вероятността в този момент в другата да са останали точно $k \leq n$ клечки?

Задача 13. Подводница стреля n пъти последователно по кораб. Всяко торпедо улучва с вероятност p . Корабът има m отсека и ако торпедо улучи кораба, вероятността да наводни кой да е от тях е една и съща. Каква е вероятността корабът да бъде потопен, ако за това е необходимо да се наводнят поне два отсека?

Задача 14. Нека съществуват две равно вероятни и единствено възможни хипотези относно вероятността за успех при един опит: $H_0 : p_0 = 1/2$ и $H_1 : p_1 = 2/3$. Коя от двете хипотези има по-голяма апостериорна вероятност, ако при провеждането на 200 опита са настъпили 120 успеха?