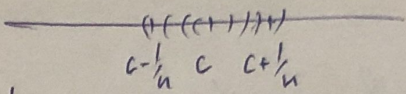
Док)



• $\{X=c\} = \bigcap_{n\ge1} \left\{ X \in \left(c-\frac{1}{n}, c+\frac{1}{n}\right) \right\}$

$\Longrightarrow \mathbb{P}(X=c) \le \mathbb{P}\left(X\in\left(c-\frac{1}{n}, c+\frac{1}{n}\right)\right) = \int_{c-1/n}^{c+1/n} f_X(x)\,dx \Longrightarrow$

$\Longrightarrow \mathbb{P}(X=c) \le \lim_{n\to\infty} \int_{c-1/n}^{c+1/n} f_X(x)\,dx = \int_{c}^{c} f_X(x)\,dx \Longrightarrow \mathbb{P}(X=c)\le 0$

• $\{X\in[a,b]\} = \{X\in(a,b)\} \cup \{X=a\} \cup \{X=b\}$ Обединение на непресичащи се събития

$\mathbb{P}(X\in[a,b]) = \mathbb{P}(X\in(a,b)) + \underbrace{\mathbb{P}(X=a)}_{0} + \underbrace{\mathbb{P}(X=b)}_{0} = \mathbb{P}(X\in(a,b))$

Дефиниция (функция на разпределение)

Нека X е НСВ с плътност f_X. Тогава функ. $F_X(x) = \mathbb{P}(X<x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(y)\,dy$ $\forall x\in(-\infty,+\infty)$ се нарича функ. на разпределение на X.

- ако f_X е непр в т. x_0, то $\left.\frac{dF_X}{dx}\right|_{x=x_0} = f_X(x_0)$
- $F_X(-\infty) = \lim_{x\to-\infty} \mathbb{P}(X<x) = \lim_{x\to-\infty} \int_{\infty}^{x} f_X(y)\,dy = 0$
- $F_X(+\infty) = 1$
- $F_X(x) = \mathbb{P}(X\le x) = \mathbb{P}(X<x) + \mathbb{P}(X=x) = \mathbb{P}(X<x)$

Смяна на променливите на НСВ

Дадена е НСВ X с плътност f_X.

$Y = g(X)$

$g:\mathbb{R}\to\{0,1\}$ $\quad g(x)=1 \;\; x\ge0$, $\quad g(x)=0 \;\; x<0$

$Y = g(X) = \begin{cases} 1 & \mathbb{P}(X\ge0) \\ 0 & \mathbb{P}(X<0) \end{cases}$

$Y \sim Be(\mathbb{P}(X\ge0))$

Теорема: Нека X е НСВ с плътност f. Нека g е строго мон. растяща/намаляваща. Тогава $Y = g(X)$ е НСВ с плътност $\varrho(y) = f(g^{-1}(y))|g^{-1\prime}(y)| = f(h(y))\cdot|h'(y)|$, $h = g^{-1}$.