$$EX = \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}\, dx$$

$$\int_{0}^{\infty} x \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}\, d(1+x^2) = \frac{1}{\pi} \left(\ln(1+x^2) \right) \Big|_{0}^{\infty} = \infty$$

X няма очакване!

• Закон за големите числа:

$X_1 \dots X_n \sim X \quad EX < \infty$

$$\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \xrightarrow[n \to \infty]{\text{п.с}} EX$$

$$\overset{def}{\iff} \mathbb{P}\left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \xrightarrow[n \to \infty]{} EX \right) = 1$$

$$\overline{X_n} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} \qquad \overline{X_n} \Rightarrow EX \iff \overline{X_n} - EX \xrightarrow{\text{п.с}} 0$$

$$\frac{1}{n} \qquad \frac{1}{n^3} \qquad \frac{1}{e^n} \qquad \frac{1}{\ln n} \qquad \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Централна гранична теорема:

$X_1 \dots X_n \overset{iid}{\sim} X \quad DX = \sigma^2 < \infty$

$$\frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\overline{X_n} - EX) \xrightarrow{d} N(0,1)$$

стандартно нормално разп.

$$\frac{X_1 + \dots + X_n - nEX}{\sigma \sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

Казваме $Y_n \xrightarrow{d} Y$, ако $F_{Y_n}(t) \longrightarrow F_Y(t)$ $\forall t$, която е точка на непрекъснатост на F_Y.

$\iff$ f - непр. ограничена, то $Ef(Y_n) \xrightarrow[n \to \infty]{} Ef(Y)$

Казваме, че N има ~~стандартно~~ нормално разпределение със средно μ и дисперсия σ^2, ако $f_N(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Пишем $N \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\mathbb{P}(N(\mu,\sigma^2) \le t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$