

Функция Гамма-распределения $X \in \Gamma(\alpha, \beta)$ $\alpha > 0, \beta > 0$ ато $f_X(x) = \beta^\alpha \frac{x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}$ $x > 0$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty \beta^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\beta x} dx = 1;$$

⊕ ~~Exp~~ $\alpha = 1$ $X \in \Gamma(1, \beta) = \text{Exp}(\beta)$
 $f_X(x) = \frac{\beta e^{-\beta x}}{\Gamma(1)} = \beta e^{-\beta x}$ $x > 0$

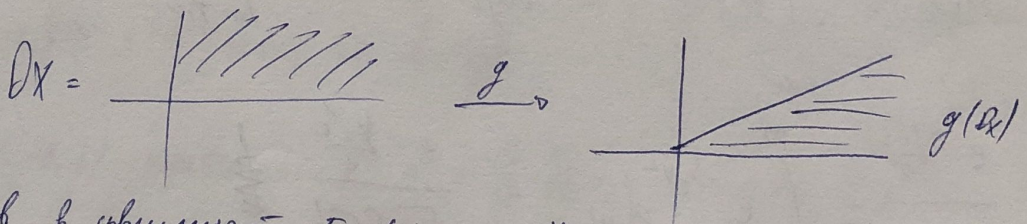
Теорема $X_1 \in \Gamma(\alpha_1, \beta)$ и $X_2 \in \Gamma(\alpha_2, \beta)$ и $X_1 \perp X_2$, то $X_1 + X_2 \in \Gamma(\alpha_1 + \alpha_2, \beta)$

Сл.) $X_i \in \Gamma(\alpha_i, \beta)$ $i = 1, \dots, n$ и X_1, \dots, X_n независимы в совокупности, то
 $X_1 + \dots + X_n \in \Gamma(\alpha_1 + \dots + \alpha_n, \beta)$

Доказ.) $Y_1 = X_1 + X_2$
 $Y_2 = X_2$

$$f_X(x_1, x_2) = \frac{\beta^{\alpha_1 + \alpha_2}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} e^{-\beta(x_1 + x_2)}$$

$x_1 \geq 0$
 $x_2 \geq 0$



X_1, \dots, X_n независ. в совокупности $\text{Exp}(\beta)$, то $\sum_{i=1}^n X_i \sim \Gamma(n, \beta)$

$$EY = n EX_1 = \frac{n}{\beta}$$

$$DY = \frac{n}{\beta^2}$$

Найдем $X \in \Gamma(\alpha, \beta)$

$$EX = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$DX = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

Функция χ^2 распределение с n степенями свободы

$X \in \chi^2(n)$, то $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^{n/2-1} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} & x > 0 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$ $X \in \chi^2(n)$, то $X \sim \Gamma(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})$