Зад. $X \sim N(6;(1,5)^2)$

Яма - в метра

a) $P(X > 8) = ?$

$P(N(6,(1,5)^2) > 8) = P\left(\dfrac{N(6,(1,5)^2) - 6}{1,5} > \dfrac{8-6}{1,5}\right) = P(N(0,1) > \dfrac{4}{3}) = 1 - P(N(0,1) \le \dfrac{4}{3})$

$\approx 1 - \Phi(1,33) \approx 1 - 0,9082 = 0,0918 \approx 92\%$

б) Колко трябва да е ямата, т.е. от 200 прилива да има max 1 наводнение?

Търсим c, т.е. $P(X > c) \le \dfrac{1}{200}$

$P(N(6,(1,5)^2) > c) \le \dfrac{1}{200}$

$P\left(N(0,1) > \dfrac{c-6}{1,5}\right) \le \dfrac{1}{200} = 0,005$

$1 - P\left(N(0,1) \le \dfrac{c-6}{1,5}\right) \le 0,005$

$\Phi\left(\dfrac{c-6}{1,5}\right) \ge 0,995$

От таблицата можем да вземем c.

$\dfrac{c - 6}{1,5} = 2,58 \quad (\text{може и} > 2,58)$

$c = 1,5 \cdot 2,58 + 6 = 9,87$

т.е. ако ямата е с височина $\ge 9,87$, то P да не помогне е $< \dfrac{1}{200}$

Зад. хвърляме монета с вер. $q_H = \dfrac{3}{4}$ 2000 пъти

$P(\#ези \in [1475, 1535]) = ?$

$X \sim Bin(2000, \dfrac{3}{4})$

$P(X = 1475) + \cdots + P(X = 1535)$

$Bin(2000, \dfrac{3}{4}) \approx N(2000, \dfrac{3}{4})$ $\qquad Bin(2000, \dfrac{3}{4}) \approx N\left(2000 \cdot \dfrac{3}{4}; 2000 \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{4}\right)$

$X = x_1 + \cdots + x_{2000}$

$x_i \sim Ber(\dfrac{3}{4})$

От ЦГТ: $\dfrac{x_1 + \cdots + x_{2000} - 2000 \cdot \dfrac{3}{4}}{\sqrt{\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{4}} \sqrt{2000}} \to N(0,1)$ $\qquad P(1475 \le N(1500, 375) \le 1535) =$

$= P\left(\dfrac{1475 - 1500}{\sqrt{375}} \le N(0,1) \le \dfrac{1535 - 1500}{\sqrt{375}}\right) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$