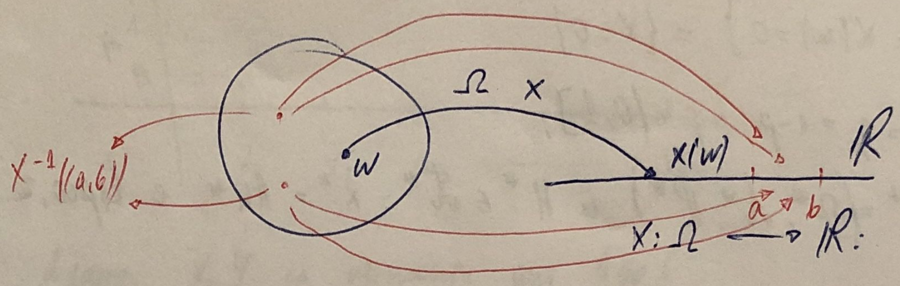
22.10.

Случайни величини

СеМ лекция

$V = (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$



Дефиниция: Нека V е вер. простр. Тогава $X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ е случ. вел. тогава когато $\forall a<b$, $a,b \in \mathbb{R}$ е в сила $X^{-1}((a,b)) \in \mathcal{A}$, където $X^{-1}(B) = \{w \in \Omega : X(w) \in B\}$
$B \in \mathbb{R}$

Факт: Вярно е, че $X^{-1}(I) \in \mathcal{A}$, ако $I = (a;b]$; $I = [a;b]$; $\bar{I} = \{\bar{x}\}$ $x \in \mathbb{R}$

Теорема: Нека V е вер. простр. и X, Y са случ. вел. ($X, Y: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$). Тогава е в сила

а) $aX \pm bY$ е сл. вел. за $\forall a,b \in \mathbb{R}$

б) $X \cdot Y$ е случ. вел

в) cX е сл. вел $\forall c \in \mathbb{R}$

г) Ако $\mathbb{P}(Y=0) = 0$, то $\frac{X}{Y}$ е сл. вел

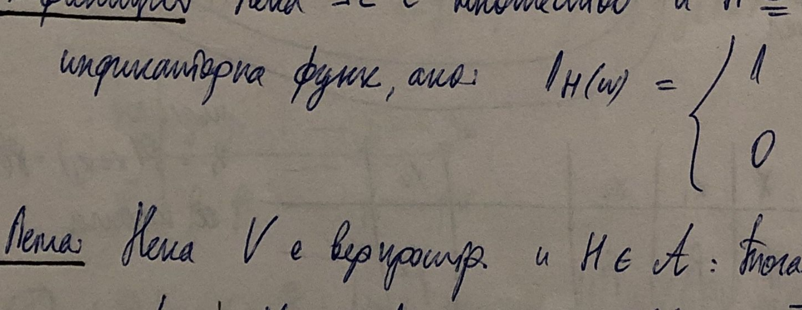
Дискретна случайна величина

Дефиниция: Нека Ω е множество и $H \subseteq \Omega$. Тогава 1_H ($1_{\{H\}}$) се нарича индикаторна функ., ако:

$$1_H(w) = \begin{cases} 1 & w \in H \\ 0 & w \in \bar{H} \end{cases} \qquad 1_H: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

Лема: Нека V е вер. простр. и $H \in \mathcal{A}$. Тогава $1_H: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ е случ. вел.

Док) $X_w := 1_H(w)$, то $X^{-1}(\{0\}) = \bar{H}$, $X^{-1}(\{1\}) = H$



Тогава $\forall a<b$ е вярно, че

$$X^{-1}(a,b) = \begin{cases} \emptyset & a>1 \text{ или } b<0 \text{ и vice versa} \\ \Omega & 0 \in (a,b) \text{ и } 1 \in (a,b) \\ H & 1 \in (a,b) \text{ и } 0 \notin (a,b) \\ \bar{H} & 1 \notin (a,b) \text{ и } 0 \in (a,b) \end{cases}$$

Във всеки случай $X^{-1}(a,b) \in \mathcal{A} \Rightarrow$
$\Rightarrow X = 1_H$ е сл. вел