Видове сходимост на сл. вел

$X_n : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ $n \geq 1$ и $X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ и те са сл. вел $V = (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$

Деф. (сходимост почти сигурно (п.с)) Казваме, че $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{п.с} X \iff \mathbb{P}(L) = 1$, където

$$\mathcal{A} \ni L = \{ \lim_{n\to\infty} X_n = X \} = \{ \omega \in \Omega : \lim_{n\to\infty} X_n(\omega) = X(\omega) \}$$

Дефиниция (сходимост по вероятност) Казваме, че $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{\mathbb{P}} X \iff \forall \varepsilon > 0$
$\lim \mathbb{P}(A_{n,\varepsilon}) = 0$, където $A_{n,\varepsilon} = \{ |X_n - X| > \varepsilon \} = \{ \omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \varepsilon \}$

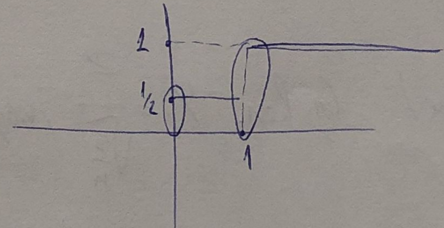
Дефиниция Ако F_X е функ на разпр. $C_X = \{ x \in \mathbb{R} : F_X$ е в $x \}$

и $x \in C_{F_X} \iff \mathbb{P}(X = x) = 0$

+ X е непр. сл. вел, то $\mathbb{P}(X = x) = 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \implies C_{F_X} = \mathbb{R}$

Дефиниция (сходимост по разпределение) Казваме, че $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{d} X \iff \lim_{n\to\infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$ $\forall x \in C_{F_X}$

+ $X = \begin{cases} 1 & \text{вер } 1/2 \\ 0 & \text{вер } 1/2 \end{cases}$



Твърдение Нека $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq$ $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$. Тогава $\mathbb{P}(A) = \lim_{i\to\infty} \mathbb{P}(A_i)$

Нека $A_1 \supseteq A_2 \supseteq A_3 \supseteq$ $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$. Тогава $\mathbb{P}(A) = \lim_{i\to\infty} \mathbb{P}(A_i)$

Теорема: Нека $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ е редица от сл. вел и X е сл. вел

а) $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{п.с} X \implies X_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} X$

б) $X_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} X \implies X_n \xrightarrow[n\to\infty]{d} X$

в) обратните импликации на а) и б) не са верни