Probabilidad y estadística para la Inteligencia Artificial, clase 4

Camilo Enrique Argoty Pulido

Especialización en Inteligencia Artificial

4 de junio de 2025

El comportamiento de la media muestral

La ley de los grandes números

Enunciado sin demostración por primera vez por Girolamo Cardano, fue demostrado por primera vez por Jacob Bernoulli para el caso de un evento de éxito o fracaso. Luego fue refinado por Chebyshev, Markov, Borel y Kolmogorov entre otros.

La ley de los grandes números

Enunciado sin demostración por primera vez por Girolamo Cardano, fue demostrado por primera vez por Jacob Bernoulli para el caso de un evento de éxito o fracaso. Luego fue refinado por Chebyshev, Markov, Borel y Kolmogorov entre otros.

Se presenta en dos formas: la **Ley fuerte** y la **Ley Débil**. En ambos casos, el significado es que la media muestral se acerca cada vez más a la media de la distribución, a medida que el tamaño de la muestra se hace más grande.

Theorem (Ley fuerte de los grandes números)

Si X_1, X_2,...*es una sucesión infintia de v.a.'s iid con esperanza finita* μ *entonces,*

Theorem (Ley fuerte de los grandes números)

Si X_1, X_2,*...es una sucesión infintia de v.a.'s iid con esperanza finita* μ *entonces,*

$$P\big(\lim_{n\to\infty} \overline{X}_x = \mu\big) = 1$$

Theorem (Ley fuerte de los grandes números)

Si X_1, X_2,*...es una sucesión infintia de v.a.'s iid con esperanza finita* μ *entonces,*

$$P\Big(\lim_{n\to\infty} \overline{X}_x = \mu\Big) = 1$$

Theorem (Ley débil de los grandes números)

Si X_1, X_2,*...es una sucesión infinita de v.a.'s iid con esperanza finita* μ, *y* $\epsilon > 0$ *entonces,*

Theorem (Ley fuerte de los grandes números)

Si X_1, X_2,...es una sucesión infintia de v.a.'s iid con esperanza finita μ entonces,

$$P\left(\lim_{n\to\infty} \overline{X}_x = \mu\right) = 1$$

Theorem (Ley débil de los grandes números)

Si X_1, X_2,...es una sucesión infinita de v.a.'s iid con esperanza finita μ, y $\epsilon > 0$ entonces,

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\overline{X}_n - \mu\right| < \epsilon\right) = 1$$

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X-\mu)^n]$

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X-\mu)^n]$

Dada una v.a. X, la **función generadora de momentos** de X es $M_X(t) = E[e^{tX}]$.

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X-\mu)^n]$

Dada una v.a. X, la **función generadora de momentos** de X es $M_X(t) = E[e^{tX}]$.

Se la llama función generadora de momentos, porque el n-ésimo momento es igual a $\frac{d}{dt} M_X(0)$.

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X - \mu)^n]$

Dada una v.a. X, la **función generadora de momentos** de X es $M_X(t) = E[e^{tX}]$.

Se la llama función generadora de momentos, porque el n-ésimo momento es igual a $\frac{d}{dt} M_X(0)$.

Para quienes saben de señales, la función generadora de momentos se parece mucho a una transformada de Laplace de la variable X:

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X - \mu)^n]$

Dada una v.a. X, la **función generadora de momentos** de X es $M_X(t) = E[e^{tX}]$.

Se la llama función generadora de momentos, porque el n-ésimo momento es igual a $\frac{d}{dt} M_X(0)$.

Para quienes saben de señales, la función generadora de momentos se parece mucho a una transformada de Laplace de la variable X:

$$\mathcal{L}(f_X) = \int_0^\infty e^{-tx} f_X(x) dx$$

La función generadora de momentos

El n-**ésimo momento** de una v.a. X es $E[X^n]$

Si $E[X] = \mu$, el n-**ésimo momento central** de una v.a. X es $E[(X-\mu)^n]$

Dada una v.a. X, la **función generadora de momentos** de X es $M_X(t) = E[e^{tX}]$.

Se la llama función generadora de momentos, porque el n-ésimo momento es igual a $\frac{d}{dt}M_X(0)$.

Para quienes saben de señales, la función generadora de momentos se parece mucho a una transformada de Laplace de la variable X:

$$\mathcal{L}(f_X) = \int_0^\infty e^{-tx} f_X(x)dx$$

Por lo tanto, dos variables X e Y tienen la misma distribución, si y sólo si $M_X(t) = M_Y(t)$

La f.g.m. de la media muestral

Supóngase que X_1, X_2, ..., X_n son v.a.'s iid de media μ y varianza σ^2. Entonces,

La f.g.m. de la media muestral

Supóngase que X_1, X_2, ..., X_n son v.a.'s iid de media μ y varianza σ^2. Entonces,

$$M_{\overline{X}}(t) = E\left[e^{\frac{t}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}\right] = E\left[\Pi_{i=1}^{n} e^{\frac{tX_i}{n}}\right]$$

La f.g.m. de la media muestral

Supóngase que X_1, X_2, ..., X_n son v.a.'s iid de media μ y varianza σ^2. Entonces,

$$M_{\overline{X}}(t) = E\left[e^{\frac{t}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}\right] = E\left[\Pi_{i=1}^{n} e^{\frac{tX_i}{n}}\right]$$

Dado que las X_i son independientes,:

La f.g.m. de la media muestral

Supóngase que X_1, X_2, ..., X_n son v.a.'s iid de media μ y varianza σ^2. Entonces,

$$M_{\overline{X}}(t) = E\big[e^{\frac{t}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}\big] = E\big[\Pi_{i=1}^{n} e^{\frac{tX_i}{n}}\big]$$

Dado que las X_i son independientes,:

$$M_{\overline{X}_n}(t) = \Pi_{i=1}^{n} E\big[e^{\frac{tX_i}{n}}\big] = \big[M_X(\frac{t}{n})\big]^n$$

La f.g.m. de la media muestral

Supóngase que X_1, X_2, ..., X_n son v.a.'s iid de media μ y varianza σ^2. Entonces,

$$M_{\overline{X}}(t) = E\left[e^{\frac{t}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i}\right] = E\left[\Pi_{i=1}^{n} e^{\frac{tX_i}{n}}\right]$$

Dado que las X_i son independientes,:

$$M_{\overline{X}_n}(t) = \Pi_{i=1}^{n} E\left[e^{\frac{tX_i}{n}}\right] = \left[M_X(\frac{t}{n})\right]^n$$

Esto es

$$M_{\overline{X}_n}(t) = \left[E[e^{\frac{tX}{n}}]\right]^n = \left[E[1 + \frac{tX}{n} + \frac{t^2X^2}{2n^2} + \frac{t^3X^3}{6n^3} + \dots)]\right]^n$$

Asumamos, por sencillez que $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$. Entonces

$$M_{\overline{X}_n}(t) = \left[1 + \frac{t^2}{2n^2} + \frac{t^3}{6n^3} E[X^3] + \dots)\right]^n$$

La f.g.m. de la media muestral modificada

Lo anterior no parece llevar a nada. Entonces, cambiemos un poco el cálculo y calculemos la f.g.m. de

$$\overline{Z}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n}}$$

Entonces:

La f.g.m. de la media muestral modificada

Lo anterior no parece llevar a nada. Entonces, cambiemos un poco el cálculo y calculemos la f.g.m. de

$$\overline{Z}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n}}$$

Entonces:

$$M_{\overline{Z}_n}(t) = \left(1 + \frac{t^2}{2n} + \frac{t^3}{6n^{3/2}} E[X^3] + \dots\right)^n = (1 + \frac{t^2}{2n})^n + o(\frac{t^2}{n}) \to e^{\frac{t^2}{2}}$$

cuando $n \to \infty$.

El Teorema Central del Límite

La campana de Gauss

Así que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. Z tal que $M_Z(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$. Si se aplica la transformada inversa, se obtiene:

La campana de Gauss

Así que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. Z tal que $M_Z(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$. Si se aplica la transformada inversa, se obtiene:

$$f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

La campana de Gauss

Así que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. Z tal que $M_Z(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$. Si se aplica la transformada inversa, se obtiene:

$$f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Esta distribución ya había sido observada por De Moivre, Bernoulli, Gauss y varios otros. Este último la usó para describir los errores en la medición de la posición de los cuerpos celestes. De ahí que hasta ese momento la llamaban la **campana de Gauss**.

Reformulando $\overline{Z}_n$

Si recordamos cómo se definió $\overline{Z}_n$, podemos modificarlo un poco y nos damos cuenta de que,

Reformulando $\overline{Z}_n$

Si recordamos cómo se definió $\overline{Z}_n$, podemos modificarlo un poco y nos damos cuenta de que,

$$\overline{Z}_n = \frac{\overline{X}_n}{\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$$

Reformulando $\overline{Z}_n$

Si recordamos cómo se definió $\overline{Z}_n$, podemos modificarlo un poco y nos damos cuenta de que,

$$\overline{Z}_n = \frac{\overline{X}_n}{\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$$

Por otro lado, vale la pena recordar que, transitoriamente, habíamos supesto que $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$. Así que ahora podemos redefinir $\overline{Z}_n$, como:

Reformulando $\overline{Z}_n$

Si recordamos cómo se definió $\overline{Z}_n$, podemos modificarlo un poco y nos damos cuenta de que,

$$\overline{Z}_n = \frac{\overline{X}_n}{\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}$$

Por otro lado, vale la pena recordar que, transitoriamente, habíamos supesto que $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$. Así que ahora podemos redefinir $\overline{Z}_n$, como:

$$\overline{Z}_n = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

El Teorema Central del Límite

Si se repite el proceso anterior, volvemos a encontrarnos con que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. que se distribuye:

El Teorema Central del Límite

Si se repite el proceso anterior, volvemos a encontrarnos con que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. que se distribuye:

$$f_Z(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

El Teorema Central del Límite

Si se repite el proceso anterior, volvemos a encontrarnos con que $\overline{Z}_n$ converge a una v.a. que se distribuye:

$$f_Z(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Este resultado, bastante sorprendente, fue bautizado por George Polya como **Teorema Central del Límite**, debido a que lo consideró tan importante, que debía ser central en toda la estadística, y no se equivocaba.

La distribución normal

Uno de los puntos más interesantes del Teorema Central del límite, es que no es necesario suponer nada de la distribución de las v.a.'s X_i, más allá de saber su media y varianza.

La distribución normal

Uno de los puntos más interesantes del Teorema Central del límite, es que no es necesario suponer nada de la distribución de las v.a.'s X_i, más allá de saber su media y varianza.

Esto puede interpretarse que la distribución $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ está presente en todas partes. De alguna forma, esta distribución viene a ser un estándar de la naturaleza, es lo que debe considerarse **normal**.

La distribución normal

Uno de los puntos más interesantes del Teorema Central del límite, es que no es necesario suponer nada de la distribución de las v.a.'s X_i, más allá de saber su media y varianza.

Esto puede interpretarse que la distribución $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ está presente en todas partes. De alguna forma, esta distribución viene a ser un estándar de la naturaleza, es lo que debe considerarse **normal**.

De aquí que a esta distribución se la haya terminado llamando **distribución normal**.

La distribución normal

Uno de los puntos más interesantes del Teorema Central del límite, es que no es necesario suponer nada de la distribución de las v.a.'s X_i, más allá de saber su media y varianza.

Esto puede interpretarse que la distribución $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ está presente en todas partes. De alguna forma, esta distribución viene a ser un estándar de la naturaleza, es lo que debe considerarse **normal**.

De aquí que a esta distribución se la haya terminado llamando **distribución normal**.

A partir de aquí, no es dificil generalizar para definir una distribución normal que tenga media μ y varianza σ^2 como aquella cuya densidad es:

La distribución normal

Uno de los puntos más interesantes del Teorema Central del límite, es que no es necesario suponer nada de la distribución de las v.a.'s X_i, más allá de saber su media y varianza.

Esto puede interpretarse que la distribución $f_Z(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ está presente en todas partes. De alguna forma, esta distribución viene a ser un estándar de la naturaleza, es lo que debe considerarse **normal**.

De aquí que a esta distribución se la haya terminado llamando **distribución normal**.

A partir de aquí, no es dificil generalizar para definir una distribución normal que tenga media μ y varianza σ^2 como aquella cuya densidad es:

$$f_Z(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Teoremas similares al Teorema Central del límite

La distribución χ-cuadrado

Theorem

Sean Z_1, Z_2,..., Z_k un conjunto de v.a.'s independientes que se distribuyen $\mathcal{N}(0,1)$.

La distribución χ-cuadrado

Theorem

Sean Z_1, Z_2,..., Z_k *un conjunto de v.a.'s independientes que se distribuyen* $\mathcal{N}(0, 1)$.

Entonces, la v.a.:

La distribución χ-cuadrado

Theorem

Sean Z_1, Z_2,..., Z_k un conjunto de v.a.'s independientes que se distribuyen $\mathcal{N}(0,1)$.

Entonces, la v.a.:

$$X = \sum_{i=1}^{k} Z_i^2$$

La distribución χ-cuadrado

Theorem

Sean Z_1, Z_2,..., Z_k un conjunto de v.a.'s independientes que se distribuyen $\mathcal{N}(0,1)$.

Entonces, la v.a.:

$$X = \sum_{i=1}^{k} Z_i^2$$

tiene función de densidad:

$$f_X(x) = \frac{\left(\frac{1}{2}^{\frac{k}{2}}\right)}{\Gamma\left(\frac{K}{2}\right)} X^{\frac{k}{2}-1} e^{-x/2}$$

Esta distribución se denomina **Ji-cuadrada** o (chi-cuadrado coloquialmente), con k **grados de libertad** y se denota χ_k^2

La distribución de la varianza muestral

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. *Si*

La distribución de la varianza muestral

Theorem

Sea X_1*,* X_2*,...,*X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$*. Si*

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

Entonces:

La distribución de la varianza muestral

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n una muestra aleatoria de una población que se distribuye $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Si

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

Entonces:

1. $E[S^2] = \sigma^2$

La distribución de la varianza muestral

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n una muestra aleatoria de una población que se distribuye $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Si

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

Entonces:

1. $E[S^2] = \sigma^2$
2. $Var(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$

La distribución de la varianza muestral

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n una muestra aleatoria de una población que se distribuye $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Si

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{(n-1)}$$

Entonces:

1. $E[S^2] = \sigma^2$
2. $Var(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$
3. S^2 *se distribuye* χ^2_{n-1}

La distribución t-Student: historia

Descrita en 1908 por William Gosset, que trabajaba en control de calidad en la fábrica de cerveza Guiness.

La distribución t-Student: historia

Descrita en 1908 por William Gosset, que trabajaba en control de calidad en la fábrica de cerveza Guiness.

Gosset no estaba conforme usando la distribución normal, porque sus muestras eran muy pequeñas, y empezó a utilizar la hoy denominada distribución t.

La distribución t-Student: historia

Descrita en 1908 por William Gosset, que trabajaba en control de calidad en la fábrica de cerveza Guiness.

Gosset no estaba conforme usando la distribución normal, porque sus muestras eran muy pequeñas, y empezó a utilizar la hoy denominada distribución t. Gosset

quería publicar sus resultados, pero parece que en su empresa estaba prohibido publicar este tipo de resultados, posiblemente por secreto industrial, así que publicó sus resultados con el seudónimo **Student**.

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. *Entonces la v.a.:*

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. *Entonces la v.a.:*

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. *Entonces la v.a.:*

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

Se distribuye con densidad:

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1*,* X_2*,...,*X_n *una muestra aleatoria de una población que se distribuye* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$*. Entonces la v.a.:*

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

Se distribuye con densidad:

$$f_t(x) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{(n-1)\pi\Gamma((n-1)/2)}}(1 + x^2/(n-1))^{-n/2}$$

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n una muestra aleatoria de una población que se distribuye $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Entonces la v.a.:

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

Se distribuye con densidad:

$$f_t(x) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{(n-1)\pi\Gamma((n-1)/2)}}(1 + x^2/(n-1))^{-n/2}$$

*Esta distribución se denomina t **Student** con $n-1$ grados de libertad y,*

- $E[T] = 0$

La distribución t-Student: densidad

Theorem

Sea X_1, X_2,...,X_n una muestra aleatoria de una población que se distribuye $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Entonces la v.a.:

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

Se distribuye con densidad:

$$f_t(x) = \frac{\Gamma(n/2)}{\sqrt{(n-1)\pi\Gamma((n-1)/2)}}(1 + x^2/(n-1))^{-n/2}$$

*Esta distribución se denomina t **Student** con $n-1$ grados de libertad y,*

- $E[T] = 0$
- $Var(T) = \frac{n-1}{n-3}$

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U *y* V *v.a. independientes tales que* $U \sim \chi^2_m$ *y* $V \sim \chi^2_n$*. Entonces el cociente,*

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

Se distribuye con densidad

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

Se distribuye con densidad

$$f_{F_{mn}} = \frac{\sqrt{\frac{(mx)^m n^n}{(mx+n)^{m+n}}}}{xB(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})}$$

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

Se distribuye con densidad

$$f_{F_{mn}} = \frac{\sqrt{\frac{(mx)^m n^n}{(mx+n)^{m+n}}}}{xB(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})}$$

*Esta distribución se denomina distribución **F de Fisher**, con (m, n) grados de libertad y,*

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

Se distribuye con densidad

$$f_{F_{mn}} = \frac{\sqrt{\frac{(mx)^m n^n}{(mx+n)^{m+n}}}}{xB(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})}$$

Esta distribución se denomina distribución ***F de Fisher****, con (m, n) grados de libertad y,*

- $E[F_{mn}] = \frac{n-1}{n-3}$

La distribución F de Fisher

Theorem

Sean U y V v.a. independientes tales que $U \sim \chi^2_m$ y $V \sim \chi^2_n$. Entonces el cociente,

$$F_{mn} = \frac{U/m}{V/n}$$

Se distribuye con densidad

$$f_{F_{mn}} = \frac{\sqrt{\frac{(mx)^m n^n}{(mx+n)^{m+n}}}}{xB(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})}$$

Esta distribución se denomina distribución ***F de Fisher****, con (m, n) grados de libertad y,*

- $E[F_{mn}] = \frac{n-1}{n-3}$
- $Var(F_{mn}) = \frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$

Intervalos de confianza

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

Bilateral: $(\mu - k^*\sigma, \mu + k^*\sigma)$

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en R. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

Bilateral: $(\mu - k^*\sigma, \mu + k^*\sigma)$

Unilateral acotado superiormente: $(-\infty, \mu + k^*\sigma)$

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en R. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

Bilateral: $(\mu - k^*\sigma, \mu + k^*\sigma)$

Unilateral acotado superiormente: $(-\infty, \mu + k^*\sigma)$

Unilateral acotado inferiormente: $(\mu - k^*\sigma, \infty)$

La confianza

Sea X una v.a. e $I=(a,b)$ in intervalo en R. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X\in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu-k\sigma,\mu+k\sigma)$ es por lo menos $1-\frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

Bilateral: $(\mu-k^*\sigma,\mu+k^*\sigma)$

Unilateral acotado superiormente: $(-\infty,\mu+k^*\sigma)$

Unilateral acotado inferiormente: $(\mu-k^*\sigma,\infty)$

Si la confianza del intervalo es p, estos intervalos se denominan **intervalos de confianza** p.

La confianza

Sea X una v.a. e $I = (a, b)$ in intervalo en $\mathbb{R}$. La **confianza** de I para X es la probabilidad $P(X \in I)$.

Por ejemplo, el Teorema de Chebyshev que vimos anteriormente puede expresarse como: "La confianza para una variable X con media μ y desviación estándar σ de $(\mu - k\sigma, \mu + k\sigma)$ es por lo menos $1 - \frac{1}{k^2}$"Esta cota inferior para la confianza puede mejorarse si la distribución de X se conoce.

En general, los intervalos sobre los cuáles se calcula la confianza tienen las siguientes formas:

Bilateral: $(\mu - k^*\sigma, \mu + k^*\sigma)$

Unilateral acotado superiormente: $(-\infty, \mu + k^*\sigma)$

Unilateral acotado inferiormente: $(\mu - k^*\sigma, \infty)$

Si la confianza del intervalo es p, estos intervalos se denominan **intervalos de confianza** p.
El valor k se denomina **valor crítico** para la confianza p.

Intervalos de confianza para la normal

En el caso de una v.a. que se distribuye normal, los valores críticos según el tipo de intervalo de confianza y el nivel de confianza son:

Intervalos de confianza para la normal

En el caso de una v.a. que se distribuye normal, los valores críticos según el tipo de intervalo de confianza y el nivel de confianza son:

Tipo de intervalo	Confianza	Valor crítico
Bilateral	95 %	$1,96$
Bilateral	99 %	$2,575$
Unilateral superior	95 %	$1,645$
Unilateral superior	99 %	$2,33$
Unilateral inferior	95 %	$1,645$
Unilateral inferior	99 %	$2,33$