MAT 2051 TD Révisions

Exercice 1. Résoudre les systèmes suivants (précisez l'ensemble des solutions):

$$(1)\ \begin{cases} x+3y+3z &= 1 \\ 2x+5y+3z &= 0 \\ x+2y+z &= 0 \end{cases} \qquad (2)\ \begin{cases} 3x-y+2z &= 3 \\ 4x+y+2z &= -1 \\ 8x+2y-3z &= 1 \end{cases} \qquad (3)\ \begin{cases} -x-3y+3z &= 2 \\ 3x+y+5z &= -2 \\ x+y-2z &= -1 \end{cases}$$

$$(4)\ \begin{cases} x-3y+7z+t &= -4 \\ x+2y-3z+2t &= 6 \\ 7x+4y-z+6t &= 22 \end{cases} \qquad (5)\ \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x+2y-3z=1 \\ x+2y-z=-1 \\ 4x+3y-5z=0 \end{cases}$$

Exercice 2.

On note $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

Résoudre dans $\mathbf{R}^3$ le système $(A+I_3)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercice 3. Dans $\mathbf{R}^3$, on pose $u=(1,0,0);\ v=(5,3,0); w=(-1,1,2)$.

1) La famille $\{u, v, w\}$ est-elle libre ?

2) Prouvez que $\{u, v, w\}$ est une base de $\mathbf{R}^3$

3) Donner les composantes de $(1,2,0)$ dans la base $\{u, v, w\}$.

Exercice 4. On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Calculer les produits suivants (si possible): AB; CB et BC.

2) La matrice B est-elle inversible ?

TOURNEZ LA PAGE S.V.P

Exercice 5.

On considère les matrices suivantes : $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ et $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

Soit $\lambda \in \mathbf{R}$, on note $P(\lambda)=\det(A-\lambda I_2)$

Déterminer les solutions de l'équation $P(\lambda)=0$;

Exercice 6. Soient $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix}$ et $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

Pour $\lambda \in \mathbf{R}$, on note $P(\lambda)=\det(A-\lambda I_3)$

Déterminer les solutions de l'équation $P(\lambda)=0$;

Exercice 7.

Effectuer la division euclidienne de P par D :

$P=2X^4-3X^3+4X^2-5X+6$; $D=X^2-3X+1$

Exercice 8.

Factoriser les polynômes suivants :

a) $A=3X^2-X$

b) $B=2X^2-3X+1$

Exercice 9.

On considère le polynôme suivant : $P=X^3-X^2-2X+2$

1) Calculer $P(1)$

2) Factoriser le polynôme $P=X^3-X^2-2X+2$