Méthodes de Conception d'Algorithmes

C. TRABELSI & M. FRANÇOIS

TD9 - - Algorithmes gloutons

EXERCICE 1. (Arrêts de bus)

Sur la rue *Gloutonne* se trouvent n maisons aux coordonnées $x_1, x_2, \ldots, x_n$. On considère que les coordonnées sont dans l'ordre croissant de numéros $x_1 < x_2 < \cdots < x_n$. Une ligne de bus passe par cette rue et on cherche à placer les arrêts de bus de manière que pour chaque maison il y ait un arrêt à moins (ou=) de 100 m. Trouver le nombre minimal m et les coordonnées de tels arrêts $a_1, \ldots, a_m$.

► **1.** Pour $x_1 = 180$, $x_2 = 200$, $x_3 = 370$, $x_4 = 390$ et $x_5 = 590$, faire un dessin et trouver une solution optimale.

► **2.** Proposer un choix glouton pour le premier arrêt.

► **3.** Proposer un algorithme glouton qui résout ce problème.

EXERCICE 2. (Panne sèche d'un automobiliste)

Une route comporte `n` stations-service numérotées dans l'ordre du parcours de `0` à `n-1`. La première est à une distance `d[0]` du départ, la deuxième est à une distance `d[1]` de la première, la troisième à une distance `d[2]` de la deuxième, etc. La fin de la route est à une distance d[n] de la n-ième et dernière station-service. Un automobiliste prend le départ de la route avec une voiture dont le réservoir est plein. Sa voiture est capable de parcourir une distance `D` avec un plein.

► **1.** Donner une condition nécessaire et suffisante pour que l'automobiliste puisse effectuer le parcours. On la supposera réalisée par la suite.

► **2.** L'automobiliste désire faire le plein le moins souvent possible. Écrire une fonction `ECONOMIE` qui détermine à quelles stations-service il doit s'arrêter pour faire le plein. Cette fonction prend en entrée un tableau $d[d_0, d_1, \ldots, d_{n-1}, d_n]$, indiquant les distances intermédiaires entre les stations et aussi entre la fin de route et la dernière station. On considère que pour un plein, la distance maximale à parcourir est $D = 100$.
Astuce : *toujours aller le plus loin possible avec un plein et refaire le plein à la dernière station avant la panne sèche.*

► **3.** Soient 17 stations-service placées à des distances suivantes :
`d = [23, 40, 12, 44, 21, 9, 67, 32, 51, 30, 11, 55, 24, 64, 32, 57, 12, 80]`
et `D = 100`. À quelles stations-service doit-il s'arrêter pour faire le plein ?

EXERCICE 3. (Le voleur intelligent)

Un cambrioleur entre par effraction dans une maison et désire emporter quelques-uns des objets de valeur qui s'y trouvent. Il n'est capable de porter que x kilos : il lui faudra donc choisir entre les objets, suivant leurs valeurs (il veut bien-sur partir avec le plus gros magot possible). On suppose que les objets sont des matières fractionnelles (on peut en prendre n'importe quelle quantité. Il y a n matières différentes, numérotées de 0 à $n-1$, la i-ème ayant un prix p_i par kilo. La quantité disponible de cette matière est q_i. On suppose que tous les prix sont différents deux à deux.
Proposer un algorithme qui donne un choix optimal au voleur.