

SYS2041 – Électronique numérique

Cours 4 : Formes canoniques

Alexandre BRIÈRE



- Aussi appelées formes normales
- Cette mise en forme d'une équation permet de faciliter :
 - ▶ sa simplification
 - ▶ son évaluation \Rightarrow Table de vérité
 - ▶ sa mise en œuvre \Rightarrow Circuit logique

Domaine d'une expression booléenne

Les variables utilisées dans une expression booléenne

Exemple :

$$AB + CDE + BC\overline{D} \Rightarrow A, B, C, D, E$$

Aussi appelée somme de produits (SDP)

- Exemple :

$$A(B + CD) = AB + ACD$$

⇒ Utilisation de la distributivité

- Forme standard : chaque produit doit contenir toutes les variables
 - ▶ Multiplier par la somme de la variable manquante et son complément
 $A = A \cdot (B + \overline{B})$
 - ▶ Distribuer cette variable manquante :
 $A \cdot (B + \overline{B}) = AB + A\overline{B}$

On cherche à connaître les valeurs pour lesquelles le SDP est égale à 1 :

- Isoler chaque terme de produit
- Déterminer la valeur des variables pour que le produit soit égale à 1
- Exemple :

▶ $A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$

$\Rightarrow A = 1$

$\Rightarrow B = 0$

$\Rightarrow C = 1$

$\Rightarrow D = 0$

Aussi appelée produit de sommes (PDS)

- Exemple :

$$(\overline{A + B} + CD) \cdot (\overline{A} + B) = (\overline{A} + C) \cdot (\overline{A} + D) \cdot (\overline{B} + C) \cdot (\overline{B} + D) \cdot (\overline{A} + B)$$

⇒ Utilisation des lois de De Morgan et de la distributivité

- Forme standard : chaque somme doit contenir toutes les variables
 - ▶ Ajouter à chaque terme la variable manquante et son complément
 $A = A + B\overline{B}$
 - ▶ Distribuer cette variable manquante :
 $A + B\overline{B} = (A + B)(A + \overline{B})$

Représentation binaire d'un PDS standard

On cherche à connaître les valeurs pour lesquelles le PDS est égale à 0 :

- Isoler chaque terme de somme
- Déterminer la valeur des variables pour que la somme soit égale à 0
- Exemple :
 - ▶ $A + \overline{B} + C + \overline{D}$
 - $\Rightarrow A = 0$
 - $\Rightarrow B = 1$
 - $\Rightarrow C = 0$
 - $\Rightarrow D = 1$
 - \Rightarrow Nombre binaire : 0101

- Identifier le domaine de l'expression booléennes
 \Rightarrow pour N variables il y a 2^N nombres binaires possibles
- Déterminer le nombre binaire de chaque terme de produit
- Déterminer les nombres binaires manquants
- Écrire le terme de somme pour chaque nombre manquant
- Exemple :
 - ▶ $SDP = A\bar{B} + \bar{A}B$
 - ▶ Nombre binaire : 10 et 01
 - ▶ Il manque 00 et 11
 - ▶ $PDS = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$

- Identifier le domaine de l'expression booléennes
 \Rightarrow pour N variables il y a 2^N nombres binaires possibles
- Déterminer le nombre binaire de chaque somme de produit
- Déterminer les nombres binaires manquants
- Écrire le terme de produit pour chaque nombre manquant
- Exemple :
 - ▶ $PDS = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$
 - ▶ Nombre binaire : 00 et 11
 - ▶ Il manque 10 et 01
 - ▶ $SDP = A\bar{B} + \bar{A}B$

Extraire la table de vérité d'une SDP

- Énumérer toutes les combinaisons possibles d'entrées
 \Rightarrow pour N variables, il y en a 2^N
- Passer la SDP sous forme standard
- Déterminer les lignes à 1 pour chaque terme
 $AB\overline{C} = 1 \Rightarrow A = 1, B = 1, C = 0$
- Compléter les lignes vides avec des 0

Extraire la table de vérité d'un PDS

- Énumérer toutes les combinaisons possibles d'entrées
 \Rightarrow pour N variables, il y en a 2^N
- Passer le PDS sous forme standard
- Déterminer les lignes à 0 pour chaque terme
 $A + B + \overline{C} = 0 \Rightarrow A = 0, B = 0, C = 1$
- Compléter les lignes vides avec des 1

Extraire la SDP d'une table de vérité

- Identifier les lignes pour lesquelles le résultat est 1
- Convertir chaque ligne en un terme en respectant les règles suivantes
 - ▶ 0 \Rightarrow reporter la variable correspondante **complémentée**
 - ▶ 1 \Rightarrow reporter la variable correspondante

Extraire le PDS d'une table de vérité

- Identifier les lignes pour lesquelles le résultat est 0
- Convertir chaque ligne en un terme en respectant les règles suivantes
 - ▶ 0 \Rightarrow reporter la variable correspondante
 - ▶ 1 \Rightarrow reporter la variable correspondante **complémentée**

Problème : Distributeur de boissons

On considère un distributeur automatique de boissons chaudes permettant d'obtenir du café, sucré ou non, ainsi que du bouillon. L'appareil comporte trois boutons Ca , Su et Bo correspondant respectivement aux ingrédients café, sucre et bouillon. Il dispose d'un voyant d'erreur E indiquant qu'il y a une incompatibilité dans les choix.

Les cas interdits sont :

- sucre seul ;
- bouillon sucré ;
- café et bouillon.

Questions :

- De quelles variables dépend la fonction d'erreur E ?
- Donnez la table de vérité de E .
- Donnez l'équation de E sous forme canonique disjonctive.
- Donnez l'équation de E sous forme canonique conjonctive.

- [1] Sébastien GAGEOT et Franck CRISON :
SYS2041 : Systèmes numériques (Laval).
- [2] Thomas FLOYD :
Systèmes numériques.
Éditions Reynald Goulet, 2018.