- Introduction à l'algorithmique et au langage C -

Bases et numération

TD7

1re année ES**IEA** - Semestre 1

L. Beaudoin & R. Erra & A. Gademer & L. Avanthey

2015 - 2016

Avant propos

Une des plus anciennes pratiques humaines[1] *est la représentation des quantités. La* ***numération*** *consiste à associer à ces quantités des nombres symbolisés par des mots, des gestes ou des signes. Comme les ordinateurs ne font aujourd'hui que manipuler des nombres (à une très grande vitesse cependant), il est nécessaire, pour comprendre leur fonctionnement, de faire quelques rappels à ce sujet.*

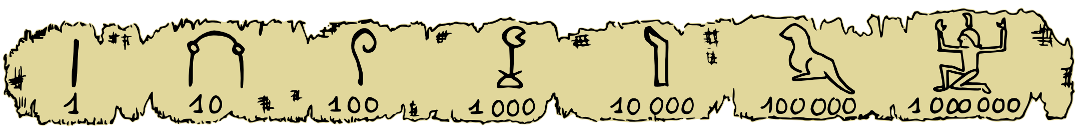
Cow says[2] **:**

```
 ________________________________________
/ There are only 10 types of people in   \
| the world: those who understand binary, |
\ and those who don't.                   /
 ----------------------------------------
        \   ^__^
         \  (oo)\_______
            (__)\       )\/\
                ||----w |
                ||     ||
```

1 Numération

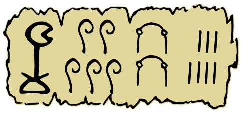
1.1 Numération égyptienne[3] (-3000)[4]

Les égyptiens utilisaient un système de numération additionnel : chacun des hiéroglyphes (chiffres) suivants correspondait à une quantité donnée et les nombres étaient donc représentés par la juxtaposition de ces hiéroglyphes.

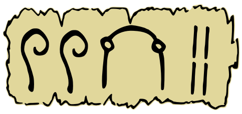


1. Peut-être même antérieure au langage et à l'écriture selon http://fr.wikipedia.org/wiki/Numération
2. http://fr.wikipedia.org/wiki/Cowsay
3. Les graphismes de cette section proviennent du manuel Sésamath http://manuel.sesamath.net, sous licence libre CC-By-SA.
4. Les dates données sont tirées de http://www.math93.com/abrege_dhistoire_des_maths.html

QUESTION 1

À quoi correspond le nombre suivant :  ?

QUESTION 2

Que pouvez-vous dire des deux nombres suivants :   ?

1.2 Numération romaine

Les romains, quant à eux, écrivaient les nombres à l'aide de sept chiffres : `I` (1), `V` (5), `X` (10), `L` (50), `C` (100), `D` (500) et `M` (1 000) mais dans une variante additionnelle/soustractive. En effet, nous obtenons 4 avec le symbole `V` et le symbole `I` placé **avant**. Nous lirons donc `IV` $= 5 - 1 = 4$ mais `VI` $= 5 + 1 = 6$.

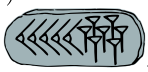
QUESTION 3

À quoi correspond le nombre suivant : `CDXXXIV` ?

QUESTION 4

En n'utilisant pas les chiffres arabes (0 .. 9), posez le détail de l'opération `LXXXIV` + `CXL`. Comment expliquez-vous la disparition des chiffres romains dans les mathématiques ?

1.3 Numération babylonienne[5] (-1800)

Les babyloniens utilisaient uniquement deux symboles : les clous  (unité) et les chevrons  (dizaine). Leur numération était additive, le nombre 57 était donc représenté par .

En plus de cela, la numération babylonienne introduit un concept très important : **la notation positionnelle**, c'est-à-dire que la place des chiffres détermine leur valeur. De manière générale dans cette notation, les chiffres sont multipliés par une valeur qui croit **exponentiellement**.

Les babyloniens avaient choisi le nombre 60 et chaque paquet était donc multiplié par une puissance de 60 en fonction de sa position dans le nombre. Cela donne donc en partant de la droite, 1, puis 60, puis 3600. . .

Le nombre  correspondait donc à la quantité : $1 \times 3600 + 3 \times 60 + 13 = 3793$!

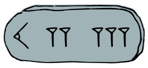
Vous trouvez cela étrange ? Et pourtant nous l'utilisons encore de nos jours, car nous avons hérité des babyloniens notre manière de décompter le temps. Vous pouvez écrire la même quantité que le nombre précédent sous la forme 1h 3min 13s. C'est tout de suite moins exotique, non ?

Pourquoi 60 ?

Il pourrait sembler étrange de choisir un nombre aussi grand pour effectuer les puissances, mais 60 est un des nombres (plus petit que 100) qui a le plus de diviseurs (dont 2, 3, 4, 5 et 6) ! Ce qui facilite grandement le calcul des fractions : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{30}$ tombent justes en base 60 !

5. Les graphismes de cette section proviennent du manuel Sésamath http://manuel.sesamath.net, sous licence libre CC-By-SA.

QUESTION 5

À quoi correspond le nombre suivant :  ?

QUESTION 6

Comment écririez vous les nombres 7, 60, 66, 600 et 3 600 ?

QUESTION 7

Quels défauts percevez vous dans la numération babylonienne ?

1.4 Numération indo-arabe (+300)

La numération indo-arabe, utilisée aujourd'hui dans le monde entier (mais dont la diffusion a pris plus de mille ans et de nombreux détours), utilise les chiffres de 1 à 9 auquel s'ajoute le 0. C'est un système positionnel, c'est à dire que la place des chiffres dans le nombre détermine leur valeur (milliers, centaines, dizaines, unités. . .).

Chaque chiffre étant multiplié par une puissance de 10 ($1000 = 10^3$, $100 = 10^2$, $10 = 10^1$, $1 = 10^0$), nous disons que ce système est un système **décimal** ou en **base 10**.

C'est le système que nous avons appris quand nous étions en primaire et il est difficile de ne pas s'y raccrocher pour comprendre tous les autres systèmes.

Système positionnel non additif
Contrairement aux systèmes précédents (égyptien, romain et babylonien), la numération indo-arabe n'est pas un système additionnel ! 333 ne vaut pas 9 !

2 Notion de bases mathématiques

2.1 Chiffres et nombres

Chiffre : Nous nommerons chiffre, ou digit (qui vient du mot latin digitus signifiant doigt), les symboles qui permettent à eux seuls de représenter des quantités : 0, 1, . . ., 9 ou .

Représenter des valeurs supérieures à 9
Nous verrons bientôt que certaines lettres de l'alphabet peuvent aussi être associées à des valeurs : A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15), etc.

Nombre : Nous nommerons nombre une série de symboles qui représentent, lorsqu'ils sont placés ensembles, une quantité donnée. Par exemple : 12, 678 ou `MMXI`.

2.2 Base

Base : Dans un système positionnel (babylonien ou indo-arabe par exemple), nous nommerons base la valeur à partir de laquelle nous constituons un nouveau paquet placé à la gauche du paquet précédent. La valeur de ce nouveau paquet est multiplié par une puissance de la base dont le rang dépend de la position du paquet.

Prenons un exemple concret. Dans le système décimal, les nombres de zéro (0) à neuf (9) sont chacun représentés par un chiffre. Pour représenter le nombre d'après nous utilisons **deux** chiffres (nous plaçons le chiffre des dizaines à gauche de celui des unités) : 1 dizaine + 0 unité soit 10.

Arrivés à 9 dizaines et 9 unités (99), nous n'avons plus de chiffre à notre disposition (nous avons déjà utilisé toutes les combinaisons possibles). Nous rajoutons donc un nouveau paquet : 1 centaine + 0 dizaine + 0 unité, soit 100.

- La valeur d'une unité est 10^0 soit 1.
- La valeur d'une dizaine est 10^1 soit 10.
- La valeur d'une centaine est 10^2 soit 100.
- La valeur d'un millier est 10^3 soit 1000.
- etc.

En prenant un formalisme mathématique, écrire un nombre N en base 10 équivaut à l'écrire sous la forme $(a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0)_{10}$ où les coefficient a_i correspondent au polynôme :

$$N = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \ldots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 \quad (1)$$

La valeur 1234 s'écrit par exemple $(1234)_{10}$ en base 10, car nous pouvons écrire :

$$1234 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Nous pouvons généraliser cette démarche pour n'importe quelle base B, avec la formule suivante :

$$(N)_B = (a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0)_B = a_n \times B^n + a_{n-1} \times B^{n-1} + \ldots + a_1 \times B^1 + a_0 \times B^0 \quad (2)$$

Testons cela. Si nous prenons par exemple la base 2, soit $B = 2$, et que nous cherchons à écrire 5, pour pouvoir effectuer cela, nous devons l'écrire à l'aide de puissance de deux, comme l'indique la formule ci-dessus. Nous avons alors :

$$5 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

En base 2, la valeur 5 s'écrit donc $(101)_2$ (valeur des coefficients a_n dans le polynôme ci-dessus).

Combien de symboles ?

Dans les systèmes positionnels non additifs, nous avons besoin d'autant de symboles que la valeur de la base (base 2 : 2 symboles, base 3 : 3 symboles, etc.). Mais comment faire quand la base est plus grande que 10 ? Car nous aurons besoin de plus de 10 symboles, or notre système étant décimal, nous n'en possédons que 10. Pour pallier à cela, nous utilisons alors les lettres de l'alphabet pour compléter la série de symbole avec la convention A = 10, B = 11, C = 12, etc.

Nombres à virgules

Les nombres à virgules sont aussi représentables dans cette formulation en considérant des puissances négatives (et ce quelque soit la base) !

$$(12,34)_{10} = 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$$

2.3 Bases particulières utilisées en informatique

En informatique, nous avons principalement recours à la base 2, aussi appelée **représentation binaire**, car elle est simple à réaliser techniquement. Le nombre de symboles nécessaire étant de deux, il suffit d'utiliser des systèmes à deux états :

- des transistors qui laissent (1) ou non (0) passer du courant,
- un système plat (0) / bosse (1) comme sur les CD/DVD,
- en mesurant la polarité d'une bande magnétique comme dans les disques durs,
- ...

De plus les opérations arithmétiques de base (addition [6], multiplication, etc.) et les opérations de l'algèbre de Boole (ET, OU, etc.) sont faciles à exprimer en base 2. Par exemple :

AND (×)	0	1
0	0	0
1	0	1

OR	0	1
0	0	1
1	1	1

XOR (+)	0	1
0	0	1
1	1	$^{1}0$

Comme la notation binaire peut devenir rapidement fastidieuse — $(2615723)_{10} = (1001111110100110101011)_2$ — nous utilisons généralement dans les programmes la **représentation hexadécimale** (base 16). Cette représentation utilise les symboles de 0 à 9 plus les lettres de A (10) à F (15).

Par rapport à notre exemple précédent vous voyez tout de suite l'avantage : $(2615723)_{10} = (27E9AB)_{16}$

QUESTION 8

Complétez le tableau suivant :

Système décimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Système binaire	0	1	10							
Système hexadécimal										

Système décimal	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Système binaire										
Système hexadécimal		B								

Octal ?

Nous trouvons aussi dans le monde informatique l'utilisation du système octal (base 8). Ce système permettait de représenter facilement les calculs sur des systèmes 8, 12 ou 24 bits, mais tend à disparaitre de nos jours devant l'hexadécimal sur les systèmes modernes 16, 32 ou 64 bits.

2.4 Opérations en base 2 et en base 16

Les opérations mathématiques simples sont les mêmes dans tous les systèmes positionnels : lorsque nous dépassons la valeur de la base, nous utilisons un système de **retenue**.

Dans l'**addition** de 17 et 8, nous additionnons d'abord les unités : $8 + 7 = 15$. Or 15 est supérieur ou égal à 10, donc nous soustrayons la base pour obtenir les unités : $15 - 10 = 5$ et nous obtenons une retenue

6. L'addition de 1 + 1 donne 10 soit 0 plus une retenue de 1.

de 1 sur les dizaines. Nous additionnons cette retenue aux dizaines, soit : $1 + 1 = 2$. Nous obtenons donc un total de 25.

Dans la **soustraction** de 17 et 8, la retenue survient lorsque nous cherchons à soustraire 8 de 7 qui est plus petit. Nous posons alors une retenue dans les dizaines ce qui nous permet d'écrire $17 - 8 = 9$ unités. Il faut reporter la retenue et la soustraction des dizaines devient donc : $1 - 1 = 0$.

Dans la **multiplication** de 17 par 8, nous commençons par la multiplication des unités : $8 \times 7 = 56$. Puis nous effectuons la multiplication des dizaines $8 \times 1 = 8$. Le résultat de cette deuxième multiplication est décalée d'une position vers la gauche. Nous effectuons alors la somme des deux résultats intermédiaires : $56 + 80 = 136$.

$$\begin{array}{rcccl} & & \color{red}{1} & & \\ & (& 1 & 7 &)_{10} \\ + & (& & 8 &)_{10} \\ \hline & (& 2 & 5 &)_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{rcccl} & (& 1 & 7 &)_{10} \\ & & \color{red}{1} & & \\ - & (& & 8 &)_{10} \\ \hline & (& & 9 &)_{10} \end{array} \qquad \begin{array}{rccccl} & (& & 1 & 7 &)_{10} \\ \times & (& & & 8 &)_{10} \\ \hline & (& & 5 & 6 &)_{10} \\ & (& & 8 & \bullet &)_{10} \\ \hline & (& 1 & 3 & 6 &)_{10} \end{array}$$

QUESTION 9

Réalisez les opérations suivantes :

Rappel :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A(10)	B(11)	C(12)	D(13)	E(14)	F(15)

$$\begin{array}{rccccccl} & (& 1 & 0 & 1 & 0 &)_{2} \\ + & (& & & 1 & 0 &)_{2} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rccccl} & (& 1 & 1 & 1 & 0 &)_{2} \\ - & (& & 1 & 0 & 1 &)_{2} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rccccl} & (& & 1 & 1 &)_{2} \\ \times & (& & 1 & 0 &)_{2} \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccl} & (& A & B & C &)_{16} \\ + & (& 3 & 4 & 5 &)_{16} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rcccccl} & (& F & E & E &)_{16} \\ - & (& B & A & F &)_{16} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rccccl} & (& & 1 & 2 &)_{16} \\ \times & (& & 1 & 7 &)_{16} \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

3 Conversion d'une base à l'autre

En informatique, nous avons souvent besoin de changer de mode de représentation : base 10 (vision humaine), base (vision matérielle) 2, base 16 (vision intermédiaire), les programmeurs jonglent allègrement entre ces trois bases.

3.1 De la représentation décimale vers une base B

Nous allons voir deux méthodes pour passer de la base 10 à une base B quelconque.

3.1.1 Méthode de Hörner

Venant de la base 10, la méthode systématique la plus simple pour convertir un nombre dans une autre base consiste à diviser ce nombre de départ, puis les quotients obtenus, par la base voulue jusqu'à obtenir 0. Les restes successifs, lus à partir du dernier (nous lisons en remontant donc), donnent alors le nombre d'arrivé !

Prenons un exemple pour convertir un nombre décimal en base 2 :

$$\begin{array}{l}
34 \mid 2 \\
\mathbf{0} \mid 17 \mid 2 \\
\quad \mathbf{1} \mid 8 \mid 2 \\
\quad\quad \mathbf{0} \mid 4 \mid 2 \\
\quad\quad\quad \mathbf{0} \mid 2 \mid 2 \\
\quad\quad\quad\quad \mathbf{0} \mid 1 \mid 2 \\
\quad\quad\quad\quad\quad \mathbf{1} \mid 0
\end{array}$$

ce qui nous donne : $(34)_{10} = (100010)_2$

Le même exemple, mais pour le convertir en base 16 cette fois-ci :

$$\begin{array}{l}
34 \mid 16 \\
\mathbf{2} \mid 2 \mid 16 \\
\quad \mathbf{2} \mid 0
\end{array}$$

ce qui nous donne : $(34)_{10} = (22)_{16}$

QUESTION 10

Calculez, par la méthode de Hörner, les représentations en base 2 et 16 du nombre $(29)_{10}$

3.1.2 Méthode des puissances

La méthode des puissances est, dans beaucoup de cas, plus rapide que la précédente, mais elle demande plus d'agilité mentale.

Elle consiste à connaitre (ou à retrouver) toutes les puissances de 2 (ou de 16, ou de B de manière générale) et à soustraire au nombre de départ, puis aux restes, la plus grande puissance (ou produit de puissance) possible. Nous avons alors une écriture polynomiale qui nous donne immédiatement le nombre d'arrivé.

A savoir par coeur !

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

16^0 (2^0)	16^1 (2^4)	16^2 (2^8)	16^3 (2^{12})	16^4 (2^{16})
1	16	256	4096	65536

Prenons l'exemple de la conversion du nombre $(387)_{10}$ en base 2 :

- La plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 387 est **256**. Nous écrivons donc $387 = 256 + 131$.
- La plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 131 est **128**. Nous écrivons donc $387 = 256 + 128 + 3$.
- La plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 3 est **2**. Nous écrivons donc $387 = 256 + 128 + 2 + 1$.
- La plus grande puissance de 2 inférieure ou égale à 1 est **1**. Nous écrivons donc $387 = 256 + 128 + 2 + 1$.

L'écriture polynomiale donne $387 = 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, nous avons donc $(387)_{10} = (110000011)_2$, car :

$$387 = \mathbf{1} \times 2^8 + \mathbf{1} \times 2^7 + \mathbf{0} \times 2^6 + \mathbf{0} \times 2^5 + \mathbf{0} \times 2^4 + \mathbf{0} \times 2^3 + \mathbf{0} \times 2^2 + \mathbf{1} \times 2^1 + \mathbf{1} \times 2^0.$$

Testons le même exemple avec une conversion en base 16 :

- Le plus grand produit de puissances de 16 inférieur ou égal à 387 est **1** × **256**. Nous écrivons donc $387 = 256 + 131$.

– Le plus grand produit de puissances de 16 inférieur ou égal à 131 est $\mathbf{8} \times \mathbf{16} = 128$. Nous écrivons donc $387 = 256 + 8 \times 16 + 3$.
– Le plus grand produit de puissances de 16 inférieur ou égal à 3 est $\mathbf{3} \times \mathbf{1}$. Nous écrivons donc $387 = 256 + 128 + 3$.

L'écriture polynomiale donne $387 = \mathbf{1} \times 16^2 + \mathbf{8} \times 16^1 + \mathbf{3} \times 16^0$. Nous avons donc $(387)_{10} = (183)_{16}$.

QUESTION 11

Calculez, par la méthode des puissances, les représentations en base 2 et 16 du nombre $(4736)_{10}$

3.2 D'une base B vers la représentation décimale

Comment revenons-nous du binaire ou de l'hexadécimal vers le décimal ? Simplement par la notation polynomiale.

$$\begin{aligned}
(11011010)_2 &= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\
&= 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 \\
&= 128 + 64 + 16 + 8 + 2 \\
&= (218)_{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(BEEF)_{16} &= 11 \times 16^3 + 14 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 15 \times 16^0 \\
&= 11 \times 4096 + 14 \times 256 + 14 \times 16 + 15 \\
&= 45056 + 3584 + 224 + 15 \\
&= (48879)_{10}
\end{aligned}$$

QUESTION 12

Retrouvez les valeurs en base 10 des nombres $(101010)_2$ et $(7DB)_{16}$.

3.3 D'une base B_1 vers une autre B_2

Dans le cas général, lorsque nous essayons de convertir un nombre d'une base quelconque vers une autre base quelconque (de la base 16 vers la base 20 par exemple), nous passons par l'intermédiaire de la base 10.

$$(DEAD)_{16} \Rightarrow (57005)_{10} \Rightarrow (72A5)_{20}$$

3.3.1 Cas particulier du binaire ⇔ hexadécimal

Lorsque la base d'arrivée est une puissance de la base de départ, il existe une astuce qui permet d'éviter de recourir à la base 10.

Lorsque nous voulons convertir un nombre binaire en hexadécimal, en remarquant que $16 = 2^{\mathbf{4}}$, nous allons regrouper les digits du nombre en base 2 par paquets de 4 en partant de la fin [7]. Sur ces paquets nous appliquerons la méthode des polynômes.

$$(\underbrace{0\,1\,0\,1}_{5}\ \underbrace{1\,1\,0\,0}_{C})_2 \qquad (\underbrace{\,1\,0}_{2}\ \underbrace{1\,1\,1\,1}_{F})_2 \qquad (\underbrace{1\,1\,0\,1}_{D}\ \underbrace{0\,0\,0\,0}_{0})_2$$

$$(5\ C)_{16} \qquad (2\ F)_{16} \qquad (D\ 0)_{16}$$

Prenons le premier exemple. Le paquet de droite est le suivant : (1100) soit $0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 2^2 + 2^3 = (4 + 8)_{16} = (C)_{16}$. La méthode est la même pour les autres paquets, il suffit ensuite de juxtaposer les résultats. Ainsi $(01011100)_2 = (5C)_{16}$.

7. Pour aller du binaire vers l'octal, nous regrouperons par paquets de 3 car $8 = 2^3$.

QUESTION 13

Convertissez en base 16 les nombres $(1111000111101010)_2$ et $(1010111101011111111)_2$.

Pour convertir dans l'autre sens (hexadécimal vers binaire), nous allons pouvoir juxtaposer les valeurs binaires de chacun des chiffres du nombre hexadécimal pour obtenir le nombre binaire en entier.

$$\begin{array}{ccccccc} (& B & A & 5 & E & 5 &)_{16} \\ (& \overbrace{1\,0\,1\,1} & \overbrace{1\,0\,1\,0} & \overbrace{0\,1\,0\,1} & \overbrace{1\,1\,1\,0} & \overbrace{0\,1\,0\,1} &)_2 \end{array}$$

QUESTION 14

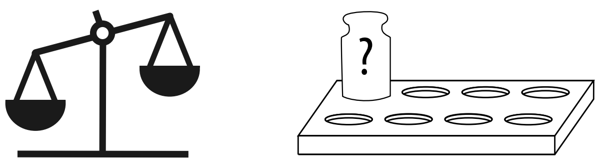
Convertissez en base 2 les nombres $(FACE)_{16}$ et $(50DA)_{16}$.

QUESTION 15 (*Récapitulatif*)

Complétez le tableau suivant :

Binaire	Hexadécimal	Décimal
$(1011\ 1110\ 1101)_2$		
$(1101\ 1110\ 1010\ 1111)_2$		
$(1100\ 1010\ 1111\ 1110)_2$		
	C1EF	
	F00D	
	3469	
		256
		255
		65535

4 Autre regard : Le problème des pesées de Bachet de Méziriac



Un épicier dispose d'une balance de Roberval (balance à deux plateaux), il ne peut avoir que huit poids de référence sur son établi. Il désire que ces huit poids lui permettent de peser exactement tous les articles dont le poids est un nombre entier compris entre 1 et N, où N est la somme des huit poids. Il désire de plus que N soit **le plus grand possible**.

QUESTION 16

Afin de connaître le poids d'un article, nous désirons placer les poids de référence sur un seul plateau uniquement (sur l'autre plateau se trouve l'article). Quelles sont les valeurs des huit poids ? Quelle valeur de N obtenons-nous (n'oubliez pas que nous cherchons N le plus grand possible) ?

Poids	g	g	g	g	g	g	g	g
0 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
2 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
3 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
4 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
5 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
8 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
9 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
15 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
47 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
78 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
112 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
243 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
500 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

QUESTION 17

Nous désirons maintenant pouvoir mettre chacun des poids soit sur le plateau sur lequel se trouve l'article soit sur l'autre plateau comme précédemment. Quelles sont les valeurs des huit poids et que vaut N (n'oubliez pas que nous cherchons N le plus grand possible) ?

Plateaux	Gauche (avec l'objet)								Droite							
Poids																
0 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
2 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
3 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
4 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
5 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
8 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
9 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
15 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
47 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
78 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
112 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
243 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
500 g	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Mémo

« La représentation des valeurs par des nombres est un choix arbitraire. »

« La numération indo-arabe, système positionnel non additif permet la représentation des nombres dans différentes bases, à condition d'avoir autant de symboles pour les chiffres que la valeur de la base. »

« Les bases les plus utilisées sont la base 10 (décimale), la base 2 (binaire) et la base 16 (hexadécimale). »

« La base 10 est celle que nous utilisons au jour le jour pour compter (nous avons dix doigts). »

« La base 2 est utilisée pour sa simplicité d'implémentation en électronique. »

« La base 16 est utilisée pour noter de manière compacte des valeurs binaires. »