Microéconomie 2

Notes de cours

Elias Bouacida Hela Maafi Antoine Terracol

13 septembre 2024

Table des matières

Microéconomie 2

Notes du cours de microéconomie 2 en licence 2 à l'université Paris 8, donné par Hela Maafi, Antoine Terracol et Elias Bouacida.
Ce dépôt contient les notes de cours ainsi que les corrigés des exercices. Ces notes ont été réalisées à partir des notes manuscrites d'Antoine Terracol et originellement tapées par Elias Bouacida. Les notes actuelles sont le travail combiné des trois enseignants.

Thèmes

Les principaux thèmes abordés dans ce cours sont les suivants :

- structures de marché ;
- pouvoir de marché ;
- principes de tarification ;
- comportements stratégiques ;
- problèmes d'information.

L'idée générale est de dépasser le cadre de la concurrence pure et parfaite et de se rapprocher un peu du *monde réel* en levant certaines hypothèses de la concurrence pure et parfaite.

Bibliographie

Le cours ne nécessite pas de se référer à un manuel. Néanmoins, pour ceux qui souhaitent des éclairages différents sur les notions abordés, voici quelques références utiles:

- Varian et Thiry (2015) *Introduction à la microéconomie*
- Varian, Hommet, et Thiry (2008) *Analyse Microéconomique*
- Pindyck et al. (2012) *Microéconomie*
- Jeleva et Etner (2014) *Microéconomie*

Et enfin une référence avancée, pour ceux qui cherchent les fondements mathématiques (en anglais) :

- Mas-Colell, Whinston, et Green (1995) *Microeconomic Theory*

Plan du cours

1. Le marché en concurrence pure et parfaite
2. Monopoles
    - Monopoles simples
    - Monopoles discriminants
    - Pouvoir de marché et principes de tarification
3. Oligopoles
    - Duopoles à la Cournot
    - Duopoles à la Stackelberg
    - Collusion et cartel (maintenant hors programme)

1 Le marché en concurrence pure et parfaite

Définition 1.1 (Le marché)**.** Un *marché* est un lieu, physique ou virtuel, où se rencontrent l'offre et la demande de biens ou de services. C'est là que les prix sont déterminés par les interactions entre les acheteurs et les vendeurs. Tous les biens échangé sur un marché sont parfaitement substituables.

1.1 Les hypothèses de la concurrence pure et parfaite (CPP)

5 hypothèses garantissent l'existence d'un équilibre en concurrence pure et parfaite :

1. Atomicité des agents ;
2. Information parfaite ;
3. Mobilité parfaite des facteurs de production ;
4. Homogénéité des biens ;
5. Libre entrée et sortie du marché.

Explicitons ce que signifient chacune de ces hypothèses.

Hypothèse 1.1 (Atomicité des agents)**.** *L'hypothèse d'atomicité des agents implique qu'aucun agent, individu ou entreprise, n'a d'influence* individuellement *sur les prix. En d'autres termes, chaque agent est "petit" face au marché et considère le prix du marché comme une* donnée *qu'il ne peut pas influencer. On dit que les agents sont* price-taker *sur le marché.*

Hypothèse 1.2 (Information parfaite)**.** *L'hypothèse d'information parfaite signifie que tous les acteurs disposent de toutes les informations* ***pertinentes*** *pour prendre leurs décisions. Il n'y a, par exemple, pas de coût de recherche d'information.*

Hypothèse 1.3 (Mobilité parfaite des facteurs de production)**.** *L'hypothèse de mobilité parfaite des facteurs de production garantit l'homogénéité spatiale du prix des facteurs. Les facteurs de production se déplacent où ils sont le mieux rémunérés. Les différences de coûts entre producteurs ne peuvent donc être dues qu'aux différences technologiques entre ceux-ci, et non à une différence de coût des facteurs de production.*

Hypothèse 1.4 (Homogénéité des biens)**.** *L'homogénéité des biens signifie que tous les biens vendus sur un marché sont parfaitement substituables. Sur un marché donné, tous les biens ont la même qualité. Le consommateur est donc indifférent entre tous les biens vendus. Il n'y aussi pas d'effet des marques.*

Hypothèse 1.5 (Libre entrée et sortie du marché)**.** *L'hypothèse de libre entrée et sortie du marché signifie qu'il n'y pas de barrière à l'entrée dans le marché. Concrètement, il est impossible de faire un bénéfice sur la dernière unité vendue en concurrence pure et parfaite, sinon un concurrent pourrait entrer sur le marché et faire des bénéfices.*

La violation d'une de ces hypothèses nous fait sortir du cadre de la CPP et confère un *pouvoir de marché* aux producteurs ou aux consommateurs en place. Dans le cadre de ce cours, nous allons uniquement nous intéresser au pouvoir de marché des producteurs.

1.2 Le producteur

1.2.1 Fonctions de coût

En général, un producteur est modélisé par une fonction de production, c'est-à-dire une fonction qui donne les quantités produites de biens en fonction des facteurs de productions. À l'aide de cette fonction de production, il est possible de construire une fonction de coût.

Définition 1.2 (Fonction de coût total)**.** La fonction de coût total, notée C ou CT, donne le coût total de production de q unités de bien. Elle se décompose en un *coût fixe* CF (qui ne dépend pas de q) et un *coût variable* CV qui dépend de q :

$$C(q) = CF + CV(q)$$

Définition 1.3 (Coût moyen)**.** Le coût moyen est le coût de production moyen d'une unité, noté C_M :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$$

Le coût moyen se décompose en un *coût fixe moyen* CF_M :

$$CF_M(q) = \frac{CF}{q}$$

Et un *coût variable moyen* CV_M :

$$CV_M(q) = \frac{CV(q)}{q}$$

On a alors :

$$C_M(q) = CF_M(q) + CV_M(q) \tag{1.1}$$

Preuve.

$$\begin{array}{rcl} C_M(q) & = & \frac{C(q)}{q} \\ & = & \frac{CF+CV(q)}{q} \\ & = & \frac{CF}{q} + \frac{CV(q)}{q} \\ & = & CF_M(q) + CV_M(q) \end{array}$$

□

Définition 1.4 (Coût marginal)**.** Le coût marginal, noté C_m, est l'augmentation du coût lié à la production d'une unité supplémentaire :

$$C_m(q) = \lim_{\Delta q \to 0} \frac{C(q+\Delta q) - C(q)}{\Delta q} = C'(q)$$

Autrement dit, le coût marginal est la variation de coût total quand la production varie "un tout petit peu" (infiniment peu en fait).

Proposition 1.1 (Variations des courbes de coût)**.** *En général, le coût marginal diminue puis augmente, car la productivité marginale est d'abord croissante, puis décroissante.*
Le coût variable moyen est d'abord décroissant, puis croissant, pour la même raison.
Le coût fixe moyen est toujours décroissant, car le coût fixe ne dépend pas des quantités produites et $CFM = CF/q$ est donc une fonction inverse.
La décomposition donnée par l'équation 1.1 implique que le coût moyen est d'abord décroissant, puis croissant.

Proposition 1.2 (Relations entre les coûts)**.** *Lorsque le coût marginal est inférieur au coût (variable) moyen ($C_m(q) < C_M(q)$), le coût moyen diminue. Lorsque le coût marginal est supérieur au coût (variable) moyen ($C_m(q) > C_M(q)$), le coût moyen augmente. La courbe de coût marginal coupe donc la courbe de coût (variable) moyen à son minimum.*

L'intuition de ce résultat est la suivante : si le coût d'une unité supplémentaire est supérieur au coût moyen des unités précédentes, alors l'unité supplémentaire produite sera plus chère que la moyenne du coût des unités précédentes produites, augmentant de ce fait le coût moyen, et vice-versa. L'illustration graphique est donnée sur la figure 1.1

Preuve. En son minimum, le coût moyen est tel que $C'_M(q) = 0$.

$$\begin{array}{lrcl} & C'_M(q) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{C(q)}{q}\right)' & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{C'(q)q - C(q)}{q^2} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{C_m(q)}{q} - \frac{C(q)}{q^2} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & C_m(q)q - C(q) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & C_m(q) & = & \frac{C(q)}{q} \\ \Leftrightarrow & C_m(q) & = & C_M(q) \end{array}$$

La démonstration est similaire pour le coût variable moyen. □

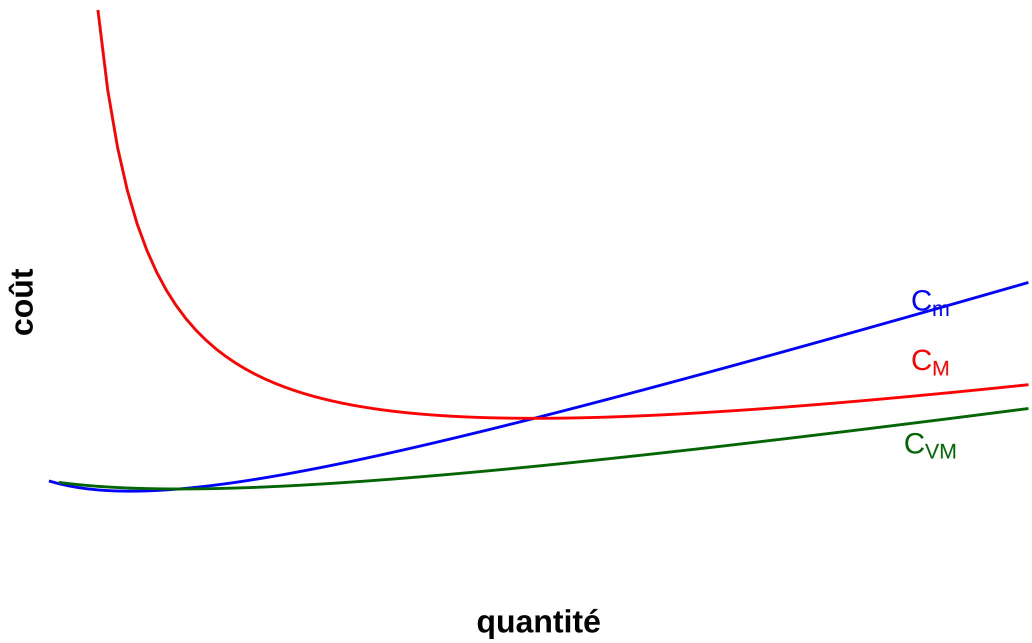

Figure 1.1: Exemples de fonctions de coût.

1.2.2 L'offre du producteur

Définition 1.5 (Recette totale)**.** La recette totale, notée R ou RT, est la recette issue de la vente des biens. Pour q unités de bien vendus, le producteur gagne $R(q)$, autrement dit, c'est le chiffre d'affaire du producteur (pour ce bien).

Définition 1.6 (Recette marginale)**.** La recette marginale, notée R_m est la recette rapportée par une unité supplémentaire de bien vendue.

$$R_m(q) = R'(q)$$

Définition 1.7 (Profit)**.** Le profit, noté π est la différence entre la recette totale et le coût total de production :

$$\pi(q) = R(q) - C(q)$$

Le profit s'appelle aussi généralement le bénéfice.

Hypothèse 1.6 (Programme du producteur)**.** *Le producteur choisit la quantité produite de manière à maximiser son profit. Mathématiquement, il résout le programme suivant :*

$$\max_q \pi(q) = \max_q R(q) - C(q)$$

Théorème 1.1 (Offre du producteur)**.** *Le programme du producteur est tel que la quantité optimale produite q^* égalise le coût marginal et la recette marginale (condition du premier ordre) :*

$$R_m(q^*) = C_m(q^*) \tag{1.2}$$

Il est aussi tel que la recette marginal croît moins vite que le coût marginal à l'optimum (condition du second ordre) :

$$R_m'(q^*) < C_m'(q^*)$$

Preuve. L'objectif du producteur est de maximiser son profit :

$$\max_q \pi(q) = \max_q R(q) - C(q)$$

À l'optimum, et à condition que les fonctions de coût et de recette soient deux fois dérivables (ce qui sera toujours le cas dans ce cours). La condition du premier ordre s'écrit :

$$\pi'(q) = 0 \Leftrightarrow R'(q) - C'(q) = 0 \Leftrightarrow R_m(q) = C_m(q)$$

On obtient donc l'équation 1.2. Pour obtenir un maximum, la condition du second ordre s'écrit :

$$\pi''(q) < 0 \Leftrightarrow R''(q) - C''(q) < 0 \Leftrightarrow R_m'(q^*) < C_m'(q^*)$$

□

L'intuition pour ce résultat est la suivante. Si la recette marginale est supérieure au coût marginal ($R_m(q) > C_m(q)$), alors augmenter la quantité produite rapporte plus que cela ne coûte et donc augmente le profit. À l'inverse, si la recette marginale est inférieure au coût marginal ($R_m(q) < C_m(q)$), diminuer la quantité produite diminue plus le coût que la recette du producteur et donc augmente le profit. La situation s'équilibre donc pour $R_m(q) = C_m(q)$. Si cette égalité n'est pas vérifiée, le producteur peut en effet augmenter son profit en jouant sur la quantité produite.

En concurrence pure et parfaite, le producteur est *price-taker*. Le prix sur le marché est unique et donné , il vaut p et ne dépend pas des quantités produites par *un* producteur. Le producteur vend son bien au prix défini par le marché. La recette totale devient donc $R(q) = p \times q$, avec p fixé. La recette marginale est donc $R_m(q) = R'(q) = p$. En réécrivant l'équation 1.2, on obtient en concurrence pure et parfaite :

$$p = C_m(q)$$

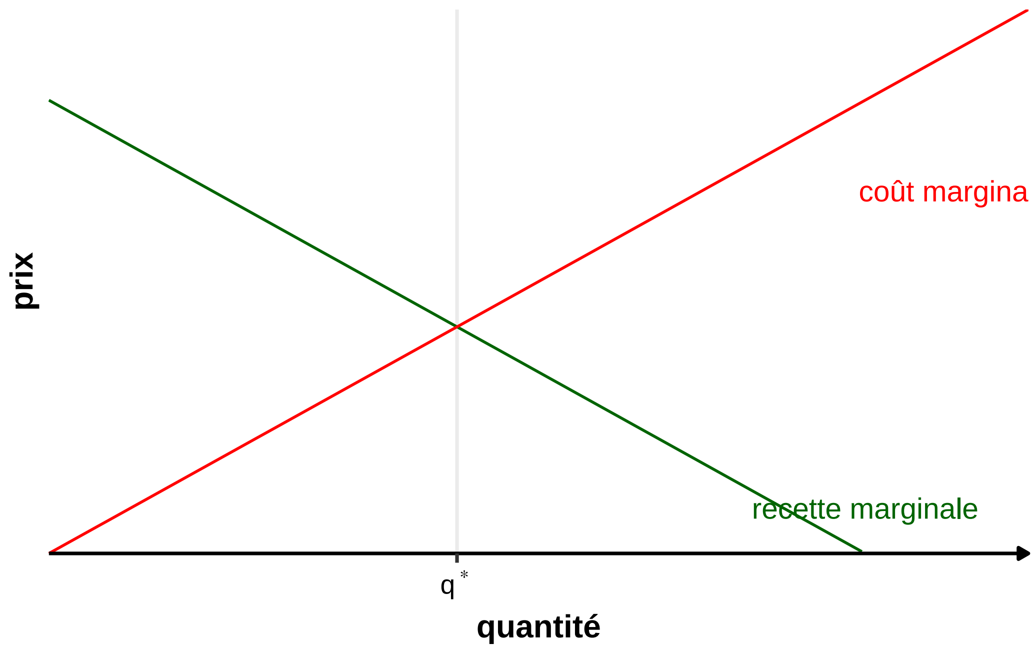

Figure 1.2: Maximisation du profit du producteur.

Proposition 1.3 (Offre du producteur en CPP)**.** *En concurrence pure et parfaite, le producteur maximise son profit en égalisant son coût marginal au prix du marché :*

$$C_m(q^*) = p$$

À condition que son coût marginal soit croissant en q^* ($C_m'(q^*) > 0$).

Définition 1.8 (Courbe d'offre d'un producteur)**.** La courbe d'offre d'un producteur donne la quantité maximale que souhaite produire un producteur pour chaque prix.

Proposition 1.4 (Courbe d'offre en CPP)**.** *En concurrence pure et parfaite, la courbe d'offre d'un producteur est donnée par son coût marginal.*

$$p = C_m(q)$$

Le profit du producteur s'écrit alors :

$$\pi(q) = R(q) - C(q) = pq - C(q) = pq - C_M(q)q = q(p - C_M(q))$$
$$\pi(q) = q(p - C_M(q)) \tag{1.3}$$

L'équation 1.3 nous dit que le profit d'un producteur en concurrence pure et parfaite est la différence entre le prix de vente et le coût moyen de production multiplié par le nombre d'unités vendues. Si ce prix est inférieur au coût moyen de toutes les unités vendues, le profit sera négatif. Dans la **?@fig-cpprofit**, le profit est donné par le rectangle vert.

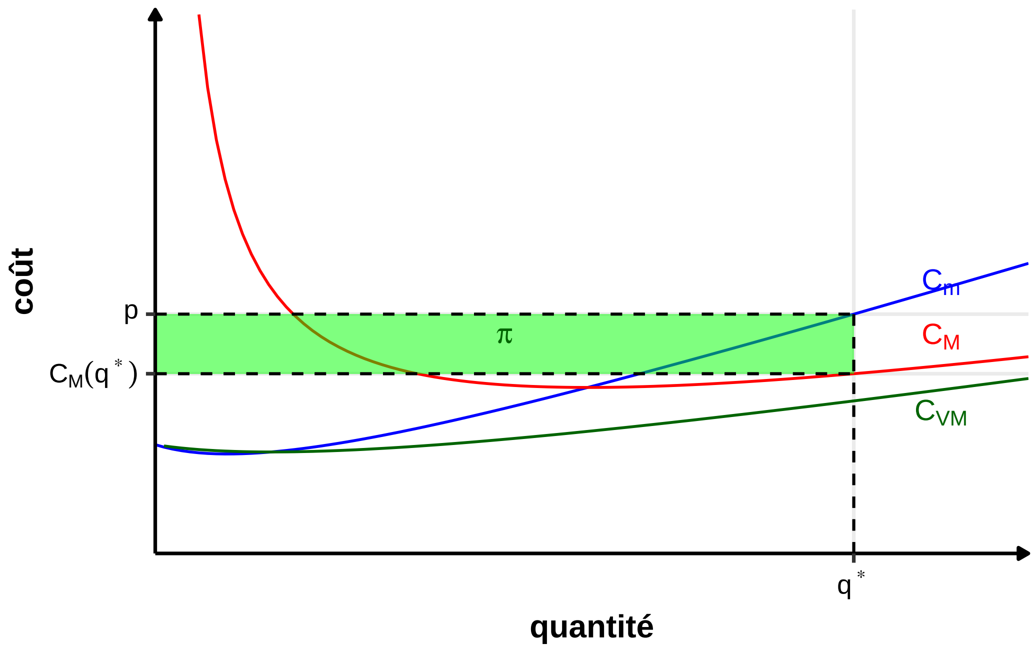

Figure 1.3: Profit d'un producteur en concurrence pure et parfaite.

1.3 Le consommateur

La modélisation des consommateurs dans ce cours est simple.

Définition 1.9 (Demande individuelle)**.** La fonction de demande d'un consommateur correspond à la suite des prix maximaux qu'un consommateur est prêt à payer pour obtenir une unité *supplémentaire* du bien. On la note souvent Q.

On appelle ce prix maximum le *prix de réserve.*

Proposition 1.5 (Variation de la fonction de demande)**.** *La fonction de demande est décroissante.*

L'intuition est la suivante, un consommateur est prêt à payer plus pour la première unité de biens reçu que pour la suivante. Par exemple, la premier litre d'eau dans le désert à beaucoup plus de valeur que le dixième.

Remarque (Demande et demande inverse)*.* La fonction de demande donne la quantité en fonction du prix ($Q(p)$). La plupart du temps, nous aurons besoin de la fonction de demande inverse ($P(q)$), qui donne le prix en fonction de la quantité. Il faudra donc inverser, au sens mathématique, la fonction de demande pour obtenir la fonction de demande inverse.

1.4 L'équilibre de marché

Définition 1.10 (Demande agrégée (D))**.** La *demande agrégée (D)* est la somme des demandes individuelles pour chaque niveau de prix.

Définition 1.11 (Offre agrégée (S))**.** L'*offre agrégée (S)* est la somme des offres individuelles pour chaque niveau de prix.

La courbe d'offre correspond à la série des coûts marginaux de production, c'est-à-dire aux prix minimaux auxquels les producteurs souhaitent vendre une unité supplémentaire du bien.

Définition 1.12 (Équilibre de marché)**.** L'équilibre de marché se fait à l'intersection entre l'offre agrégée (S) et la demande agrégée (D) (quand S=D).

À l'équilibre de marché, on obtient une quantité d'équilibre (notée q^*) et un prix d'équilibre (noté p^*). La vente de toutes les unités jusqu'à la quantité d'équilibre q^* au prix p^* procure un *surplus* aux agents économiques.

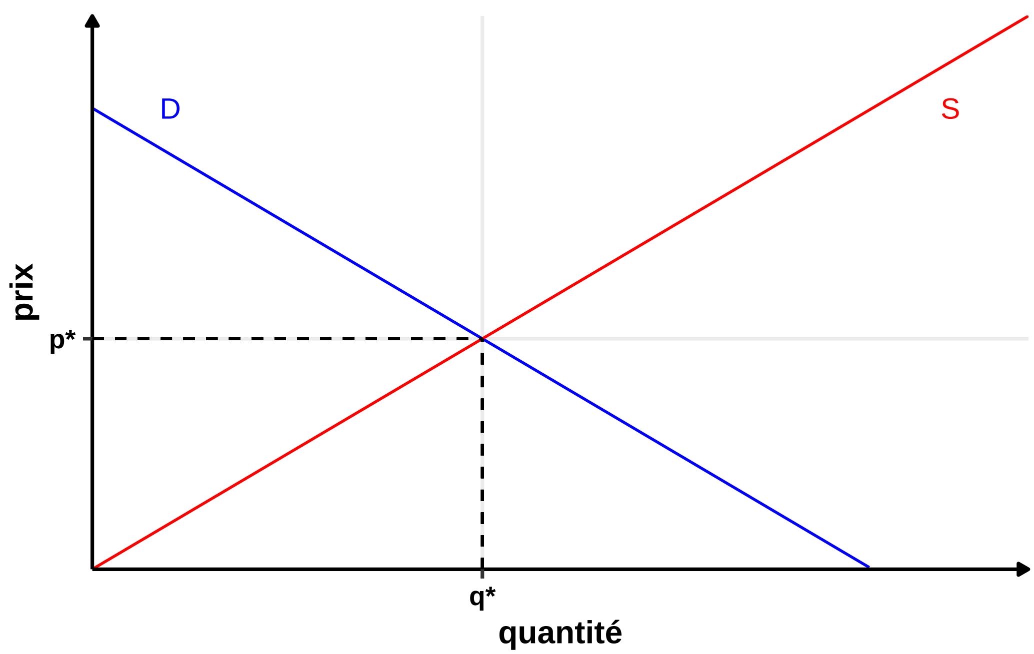

Figure 1.4: Equilibre de marché.

Définition 1.13 (Surplus des consommateurs)**.** Le surplus des consommateurs est la somme des différences entre le prix de réserve des consommateurs et le prix payé par le consommateur pour obtenir les biens. Sur le graphique quantité prix (q, p), c'est l'aire comprise entre la courbe de demande et la droite horizontale dont l'ordonnée est le prix d'échange. Formellement :

$$S_c = \int_0^{q^*} P(q) - p^* dq$$

Remarque. Seule la dernière unité de bien achetée par les consommateur l'est au prix de réserve. Il n'y a pas de gain à l'échange pour cette unité, mais pour toutes les autres, il y en a, ce qui explique pourquoi il y a un surplus à l'échange, et pourquoi celui-ci a lieu.

Définition 1.14 (Surplus des producteurs)**.** Le surplus des producteurs est la somme des différences entre le prix auquel les producteurs vendent le bien et la courbe de coût marginal, qui représente le coût d'une unité supplémentaire produite. Sur le graphique quantité prix (q, p), c'est l'aire comprise entre le prix de vente et la courbe de coût marginal. Formellement :

$$S_p = \int_0^{q^*} p^* - S(q) dq$$

En pratique, on utilisera jamais la formule avec des intégrales, mais on calculera l'aire du triangle (ou trapèze) concerné.

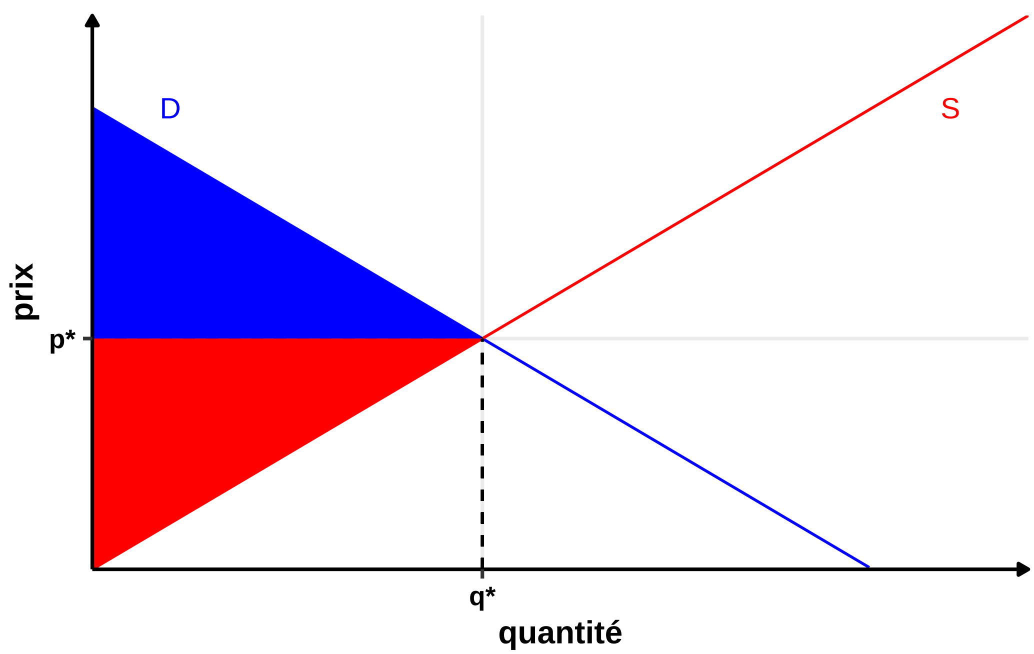

Figure 1.5: Surplus des consommateurs et des producteurs.

Proposition 1.6 (Propriétés de l'équilibre en concurrence pure et parfaite)**.** *L'équilibre en CPP* ***maximise*** *le* surplus total*. Tout autre couple (prix, quantité) abouti à un surplus total plus faible.*
L'équilibre en CPP est dit Pareto-optimal*, i.e., il est impossible d'améliorer la situation d'un agent sans détériorer celle d'un autre. C'est ce qu'on appelle le* premier théorème du bien-être*.*

Ces propriétés font de la CPP une "référence" par rapport à laquelle on peut comparer les résultats des autres structures de marché.

1.5 Perception par les agents isolés

L'hypothèse d'atomicité indique que les agents individuels sont isolés au sein d'un très grand nombre d'autres agents. Ainsi, aucun agent n'a d'influence sur le prix s'il modifie son comportement. Une conséquence directe est que le comportement des autres agents est perçu comme étant infiniment élastique. C'est-à-dire qu'un producteur sait qu'au prix de marché, il pourra vendre toute sa production, mais que s'il pratique un prix même légèrement plus élevé, il ne vendra **rien**. Il perçoit ainsi une demande infiniment élastique au prix, au niveau du prix p^*.

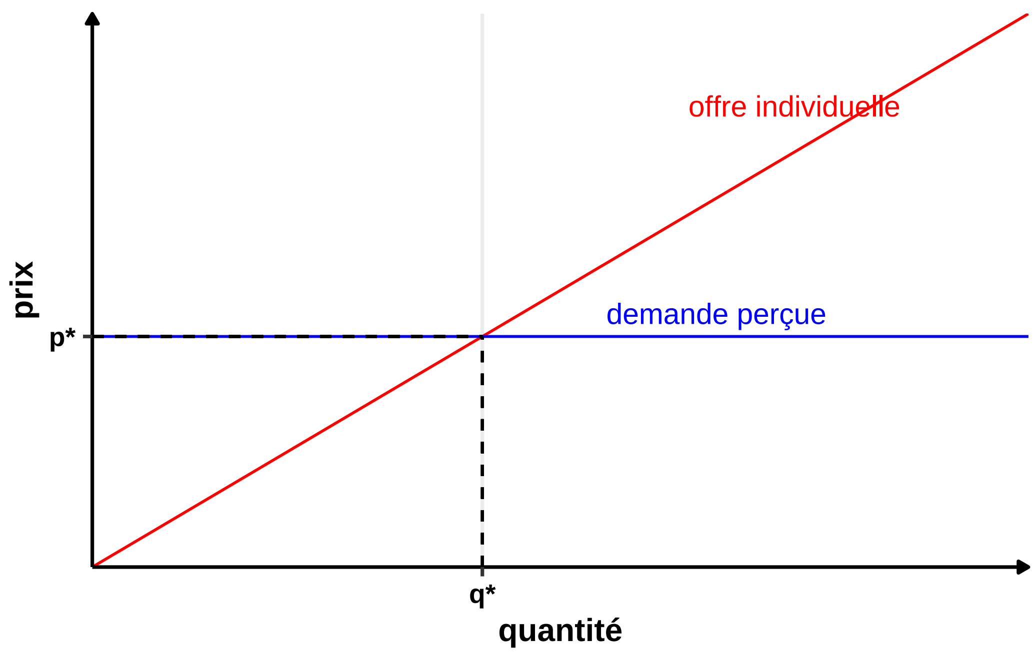

Figure 1.6: Perception de la demande globale par un producteur isolé.

Dans la figure 1.6, q^* représente la production optimale de ce producteur quand il est seul.

2 Le monopole

Définition 2.1 (Monopole)**.** Un *monopole* est sur un marché donné l'unique entreprise qui produit le bien.

C'est le cas extrême opposé à la concurrence pure et parfaite, du côté du producteur. Il est intéressant à étudier car il nous renseigne sur les principaux aspects du comportement des entreprises dans les cas intermédiaires.

Il y a de nombreuses raisons qui aboutissent à l'existence de monopoles. Les principales sont :

- Légales, à cause de réglementation particulières. C'est ce qu'on appelle en général des professions réglementées, comme les avocats, les bureaux de tabac, les taxis…
- Légales, à cause des brevets sur une technologie données (industrie pharmaceutique, …) ;
- Historique, le premier arrivé ;
- Monopoles *naturels* : en présence d'économies d'échelles, produire une quantité donnée revient moins cher avec un seul producteur qu'avec plusieurs. C'est notamment les cas des industries où il faut installer des réseaux (chemins de fer, électricité, téléphone, …). Plus généralement, les industries avec des coûts fixes ou des coûts d'entrées très élevées aboutissent à des formes proches du monopole naturel (sidérurgie, automobile, …) ;
- Exclusivité sur la production de certaines matières premières (cuivre au Chili, terres rares en Chine, …) ;
- Coalitions créant un cartel ;
- …

2.1 Recette et recette marginale

2.1.1 Définition

L'avantage du monopole sur des entreprises en concurrence pure et parfaite est qu'il connaît tout le marché. Il peut influencer le prix sur le marché, en modifiant son prix de vente ou la quantité vendue. Cela permet au monopole de percevoir la *vraie* courbe de demande agrégée et non plus une courbe de demande avec une élasticité infinie. Le choix de la quantité qu'il met sur le marché modifie le prix auquel il pourra vendre sa production et il le sait. Il va choisir **un** des paramètres du couple (q^*, p^*) du prix et de la quantité sur le marché. L'autre en découlera, à travers la demande inverse $P(q)$ ou la demande $Q(p)$. Autrement dit, s'il choisit q^*, le prix sur le marché p^* sera déterminé par le demande inverse ($p^* = P(q^*)$). Si, au contraire, il choisit p^*, la quantité échangée q^* sera déterminée par la demande ($q^* = Q(p^*)$).

En CPP, la recette totale du producteur individuel était $R(q) = q \cdot P(q^*)$, où q est sa production individuel, q^* la quantité d'équilibre sur le marché (résultat de la production de *toutes* les entreprises présentes sur le marché) et $P(q^*) = p^*$ est le prix d'équilibre.

En monopole, le prix dépend de la production du monopole (ou l'inverse, peu importe). La recette totale du monopole s'écrit donc :

$$R(q) = q \cdot P(q) = Q(p) \cdot p$$

2.1.2 Recette marginale et courbe de demande

Comme la demande est décroissante (l'élasticité prix de la demande est négative $\varepsilon_{q/p} < 0$), $P(q)$ et q ont une relation inverse. Autrement dit, si q augmente, alors p baisse et inversement. On peut constater sur la figure 2.1 que deux phénomènes influencent la variation de la recette totale quand on augmente la production d'une unité (passage de q à $q + \Delta q$ unités vendues). Le gain lié à la vente de Δq unités supplémentaires. La perte due à la baisse du prix de vente total de toutes les unités vendues (passage de $P(q)$ à un prix inférieur $P(q + \Delta q)$).

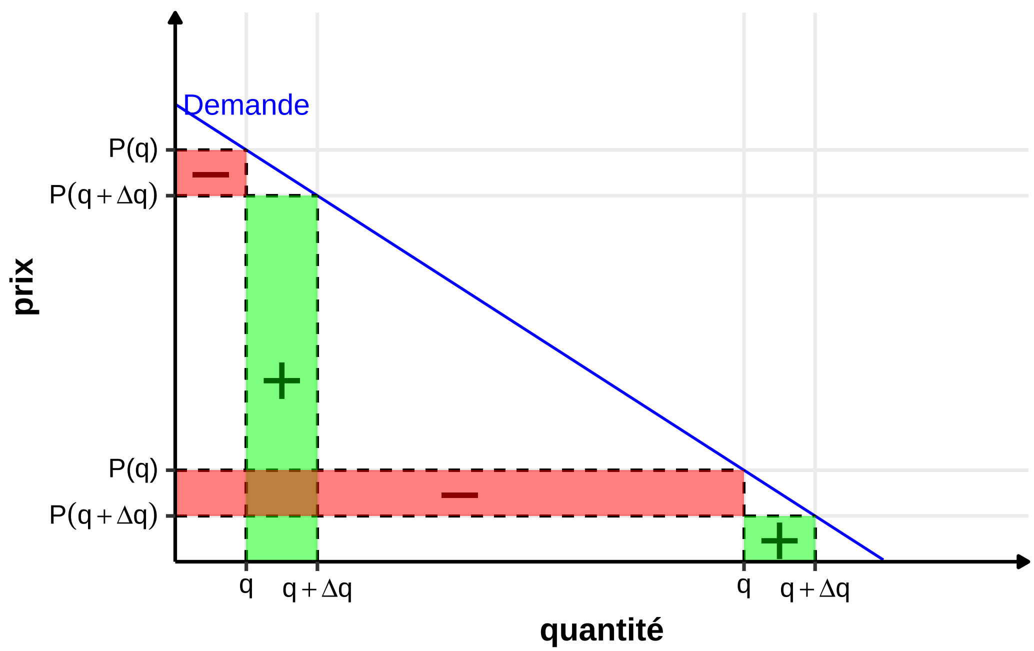

Figure 2.1: Recette marginale d'un monopole suite à une variation de quantité.

Quel est le paramètre important de la courbe de demande qui détermine si le revenu R augmente ou diminue (c'est-à-dire si la recette marginale R_m est positive ou négative) ?

$$
\begin{aligned}
R(q) &= qP(q) \\
R_m(q) &= R'(q) \\
&= (qP(q))' \\
&= P(q) + qP'(q) \\
&= P(q)\left(1 + \frac{q}{P(q)}P'(q)\right) \\
&= P(q)\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q/p}(q)}\right)
\end{aligned}
$$

Remarque (Élasticité prix de la demande). L'élasticité prix de la demande $\varepsilon_{q/p}$ s'écrit :

$$\varepsilon_{q/p}(p) = \frac{p}{D(p)}D'(p) < 0$$

Où D est la fonction de demande. Elle est toujours négative, car la demande diminue quand le prix augmente. On peut la réécrire à l'aide de la fonction de demande inverse P. Comme D et P sont les fonctions réciproques l'une de l'autre, on a $D(P(q)) = q$. En dérivant à gauche et à droite et en utilisant la formule de la dérivation composée, on obtient :

$$P'(q)D'(P(q)) = 1$$

On obtient donc :

$$P'(q) = \frac{1}{D'(p)}$$

Et l'élasticité prix de la demande peut aussi s'écrire :

$$\varepsilon_{q/p}(q) = \frac{P(q)}{q}\frac{1}{P'(q)}$$

On peut donc écrire :

$$R_m(q) = P(q)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}(q)|}\right) \tag{2.1}$$

Proposition 2.1 (Élasticité prix de la demande et recette marginale)**.** *De l'équation 2.1, on observe que le signe de la recette marginale R_m dépend de l'élasticité prix de la demande $|\varepsilon_{q/p}(q)|$.*

1. *Si la demande est élastique ($|\varepsilon_{q/p}(q)| > 1$), alors $R_m(q) > 0$, donc si la quantité augmente, le revenu augmente.*
2. *Si la demande est inélastique ($|\varepsilon_{q/p}(q)| < 1$), alors $R_m(q) < 0$, donc si la quantité augmente, le revenu diminue.*

Une représentation graphique de l'allure générale est donnée dans la figure 2.2.

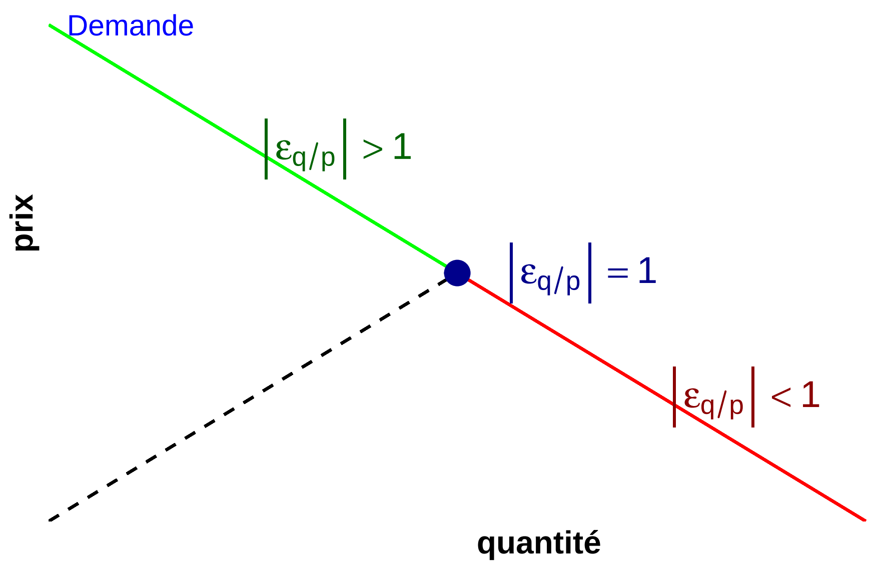

Figure 2.2: La recette marginale est maximale lorsque l'élasticité prix de la demande est égale à -1.

2.1.3 Représentation graphique

La courbe de recette marginale est toujours située en-dessous de la courbe de demande :

$$R_m(q) = P(q) + qP'(q) < P(q)$$

car $P'(q)$ est négative (la demande inverse est décroissante).

Exemple 2.1 (Demande linéaire)**.** Prenons maintenant l'exemple d'une courbe de demande inverse linéaire quelconque $P(q) = a - bq$ (a et b sont des valeurs numériques quelconques). On obtient alors $R_m(q) = a - 2bq$ (et $R(q) = aq - bq^2$).
Dans le cas linéaire, le revenu marginal est une droite de pente deux fois plus élevée que la demande, et ayant la même ordonnée à l'origine. La recette marginale divise en deux tout

segment horizontal entre l'axe des ordonnées et la courbe de demande inverse. On peut ainsi représenter graphiquement, comme dans la figure 2.3 la demande, la recette marginale et la recette totale.

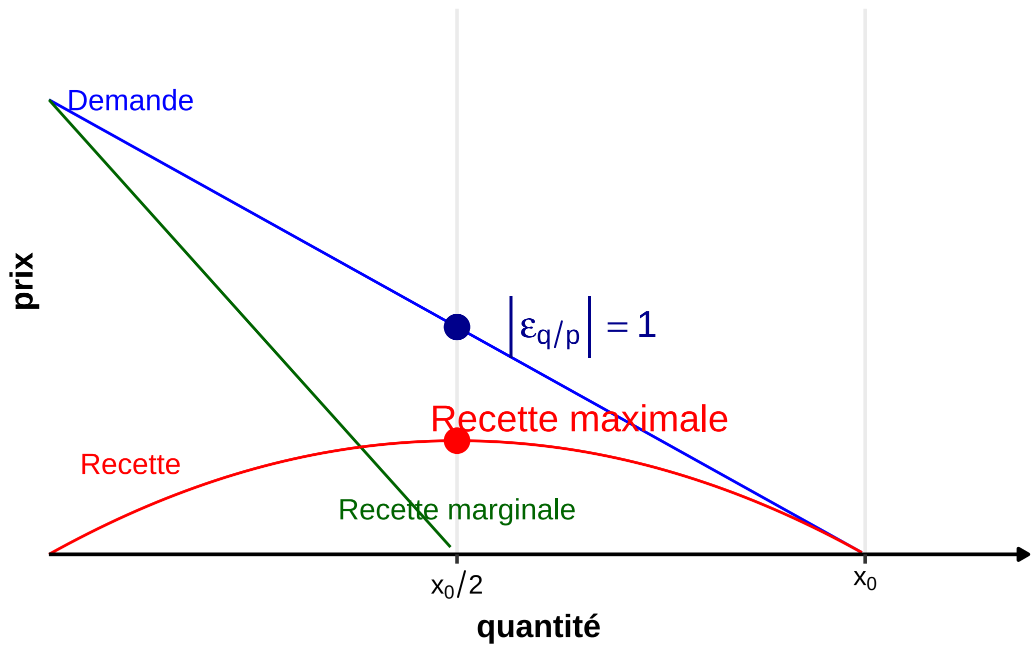

Figure 2.3: Elasticité et recette.

La recette maximale est atteinte lorsque la valeur absolue de l'élasticité prix de la demande est égale à 1 ($|\varepsilon_{q/p}(q)| = 1$).

Sur la figure 2.4, on voit qu'il est possible de calculer la recette totale de deux manières :

1. En utilisant l'aire du trapèze vert (intégrale de la recette marginale entre 0 et la quantité échangée q^*) ;
2. En utilisant l'aire du rectangle rouge ($\pi = p^*q^*$).

2.2 Décision de production du monopole

2.2.1 Maximisation du profit

Comme en CPP, le producteur, ici en situation de monopole, cherche à maximiser son profit $\pi(q) = R(q) - C(q)$, où $C(q)$ est la fonction de coût (total) du monopole.
Il y a 2 conditions d'optimalités, les conditions de premier ordre (la dérivée du profit à l'optimum est nulle : $\pi'(q^*) = 0$) et de second ordre (la dérivée seconde du profit à l'optimum

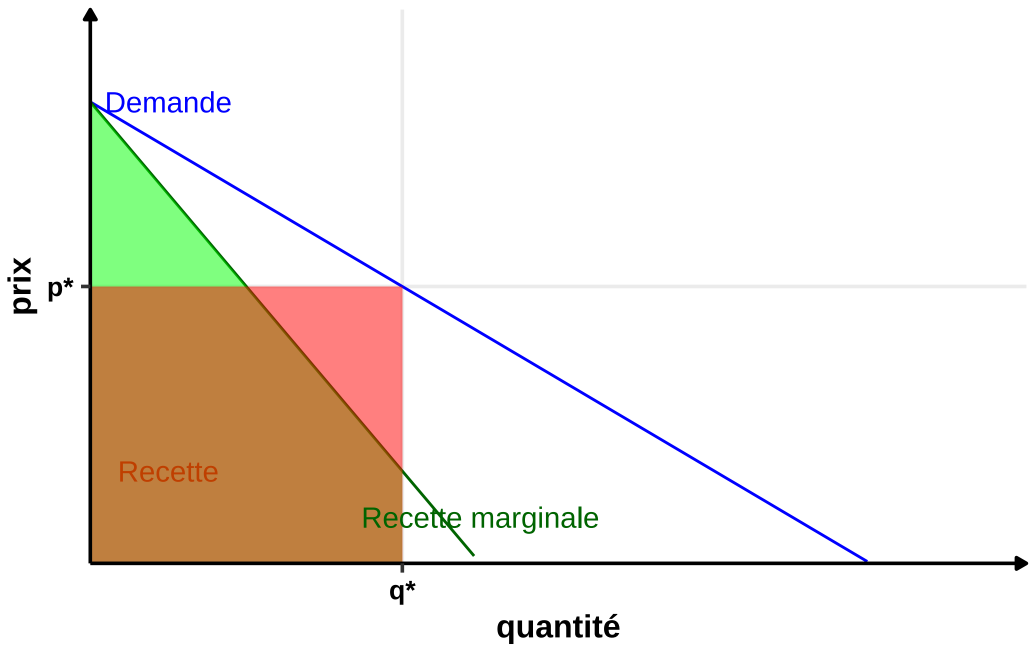

Figure 2.4: Recette maximale.

est strictement négative $\pi''(q^*) < 0$), ainsi qu'une contrainte, que le profit à l'optimum soit positif ($\pi(q^*) \geq 0$).

La condition de premier ordre s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} \pi'(q^*) &= 0 \\ \Leftrightarrow R'(q^*) - C'(q^*) &= 0 \\ \Leftrightarrow R_m(q^*) &= C_m(q^*) \end{aligned}$$

À l'optimum, le monopole égalise le coût marginal et le revenu marginal. Cette condition est similaire en apparence à la condition d'optimalité en CPP. La différence réside en fait dans l'expression de la recette marginale, tel que vu en Section 2.1.

La condition du second ordre s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} \pi''(q^*) &< 0 \\ \Leftrightarrow R'_m(q^*) - C'_m(q^*) &< 0 \\ \Leftrightarrow R'_m(q^*) &< C'_m(q^*) \end{aligned}$$

La dérivée de la recette marginale doit être inférieure à la dérivée du coût marginal. Autrement dit, la recette marginale doit croître moins vite que le coût marginal. Cette condition est en particulier vérifiée si la recette marginale est décroissante et le coût marginal croissant.

Finalement, il faut vérifier que le profit à l'optimum est positif ($\pi(q^*) \geq 0$). Dans le cas contraire, le marché n'existerait tout simplement pas, car le monopole ne voudrait pas produire le bien.

Théorème 2.1 (Optimum du monopole)**.** *À l'optimum, le monopole égalise le coût marginal et le revenu marginal. Ce n'est un maximum que si la dérivée de la recette marginale est inférieure à la dérivée du coût marginal et que le profit est positif.*

$$R_m(q^*) = C_m(q^*) \tag{2.2}$$

$$R'_m(q^*) < C'_m(q^*) \tag{2.3}$$

$$\pi(q^*) \geq 0 \tag{2.4}$$

La figure 2.5 donne l'intuition graphique de l'égalité entre le coût marginal et la recette marginale. Si le monopole produit plus que q^*_m, alors chaque unité produite en plus lui coûte plus chère qu'elle ne lui rapporte, car le coût marginal est *supérieur* à la recette marginale. A l'inverse, s'il produit moins, produire des unités en plus lui rapporterait plus que cela ne lui coûte, car le coût marginal est *inférieur* à la recette marginale.

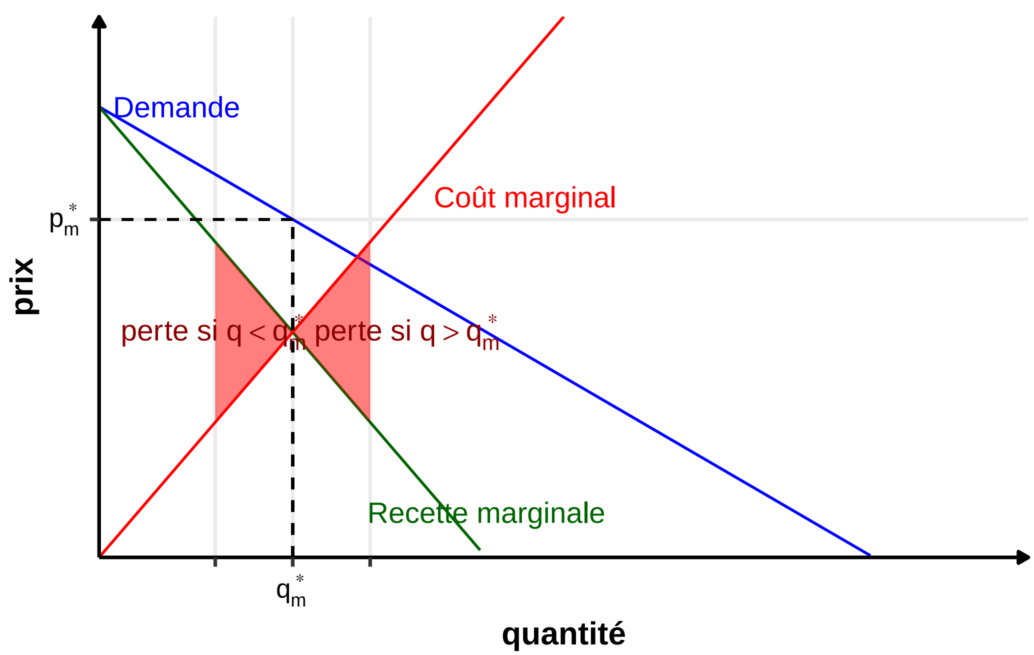

Figure 2.5: Production optimale du monopole.

Le prix est lu et obtenu sur la courbe de **demande**.

Exemple 2.2 (Maximisation du monopole)**.** Prenons un monopole avec une fonction de coût $C(q) = 50 + q^2$. Le monopole fait face à une demande inverse $P(q) = 40 - q$.

Le coût marginal est :

$$C_m(q) = C'(q) = 2q$$

La recette totale est :

$$R(q) = qP(q) = q(40 - q) = 40q - q^2$$

La recette marginale est donc :

$$R_m(q) = R'(q) = 40 - 2q$$

Le profit vaut :

$$\pi(q) = R(q) - C(q)$$

Conformément à l'équation 2.2, il est maximal lorsque :

$$\begin{aligned} R_m(q^*) &= C_m(q^*) \\ \Leftrightarrow 40 - 2q &= 2q \\ \Leftrightarrow q^* &= 10 \end{aligned}$$

La condition de second ordre de l'équation 2.3 est bien vérifiée, car $-2 < 2$.

Le prix de vente vaut :

$$P(q^*) = P(10) = 40 - 10 = 30$$

La recette vaut 300, le coût 150. On a donc un profit de **150**, qui est bien positif (condition de l'équation 2.4).

2.2.2 Propriétés de la solution du monopole

On avait dans l'équation 2.1 :

$$R_m(q) = P(q)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}(q)|}\right)$$

Comme à l'optimum, d'après l'équation 2.2, on doit avoir $R_m(q^*) = C_m(q^*)$, on a :

$$R_m(q^*) = P(q^*)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|}\right) = C_m(q^*) \tag{2.5}$$

On observe ici un lien avec la solution en CPP. En effet, en CPP, l'élasticité de la demande au prix est perçue comme infinie, on aura donc bien $P(q^*) = C_m(q^*)$, la solution obtenue en

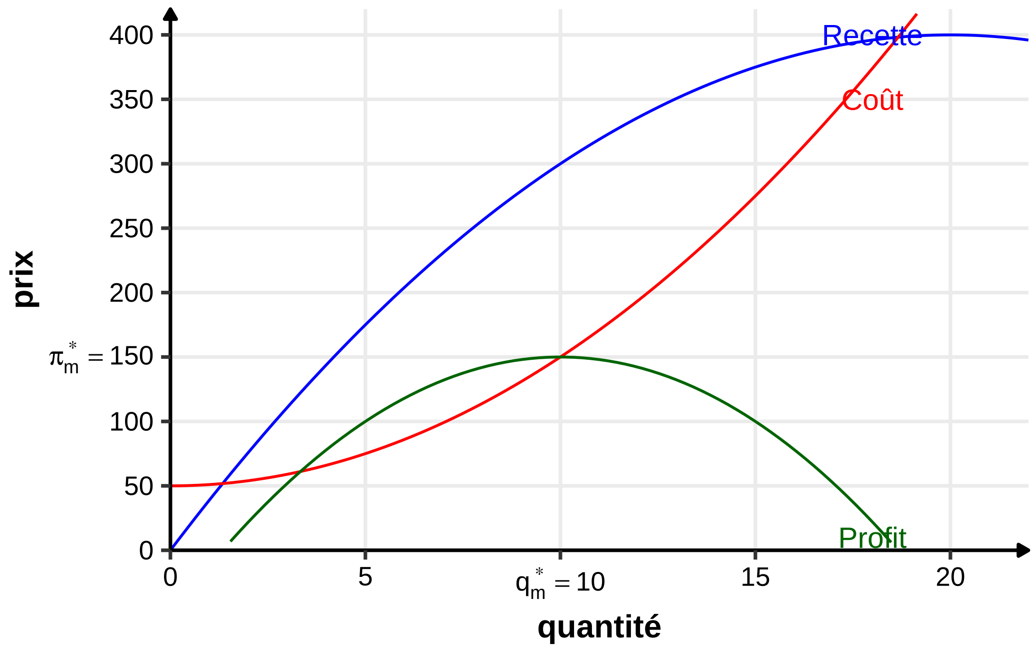

Figure 2.6: Recette, coût et profit dans l'exemple 2.2.

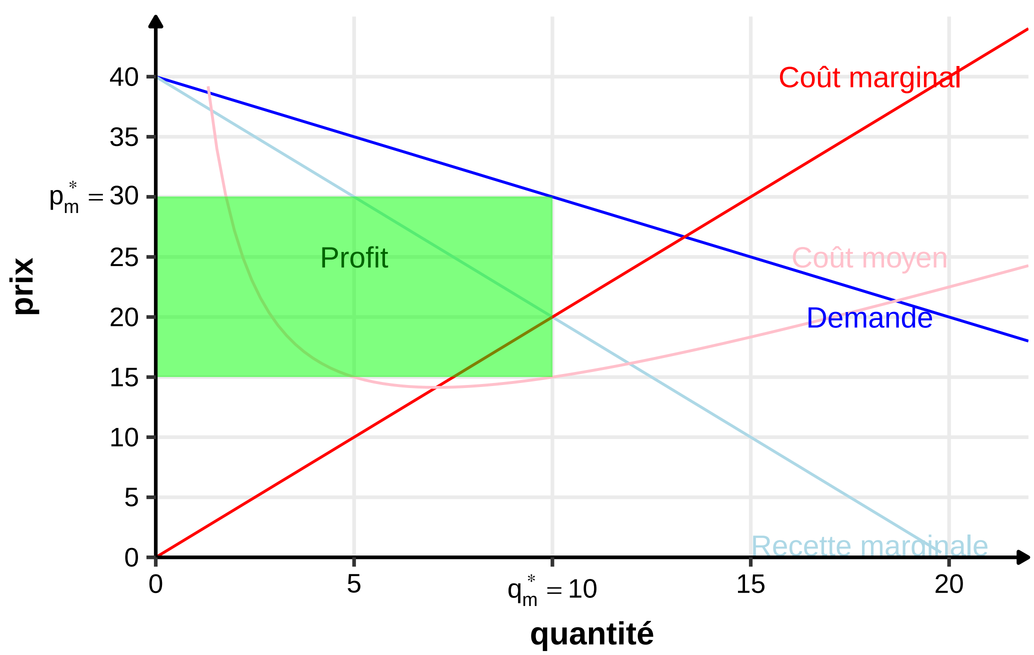

Figure 2.7: Demande, prix, coûts et profits dans l'exemple 2.2.

CPP. Dès lors que l'élasticité de la demande au prix n'est plus infinie en revanche, on obtient :

$$P(q^*) = \frac{C_m(q^*)}{1 - \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|}} > C_m(q^*)$$

Question : Dans quelle zone d'élasticité le monopole opère-t-il ?

Si $\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right| < 1$, c'est-à-dire que si la demande est inélastique, alors $1 - \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|} < 0$, ce qui implique que la recette marginale R_m est négative et donc impossible à égaliser avec le coût marginal C_m.
On peut voir la réponse d'une autre façon. Si la pente est inélastique, alors le revenu R augmente quand la quantité q baisse. Le coût total C baisse aussi quand la quantité baisse. Le monopole aurait donc tout intérêt à réduire sa production lorsque la demande est inélastique.

Corollaire 2.1 (Élasticité de la demande à l'optimum)**.** *Le monopole opère donc nécessairement dans la zone élastique de la courbe de demande :* $\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right| > 1$.

2.2.3 Indice de pouvoir du monopole

Définition 2.2 (Pouvoir de marché)**.** Le pouvoir de marché d'un producteur est sa capacité à élever son prix au-dessus de son coût marginal.

La capacité du monopole à vendre à un prix supérieur au coût marginal dépend de la plus ou moins grande élasticité de la demande au prix. Cela permet de construire un indice du *pouvoir de monopole* à partir de l'élasticité du prix à la demande à l'équilibre. On a, d'après l'équation 2.5 :

$$R_m(q^*) = P(q^*)\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|}\right) = C_m(q^*)$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} & C_m(q^*) = P(q^*) - \tfrac{P(q^*)}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|} \\ \Leftrightarrow \quad & P(q^*) - C_m(q^*) = \tfrac{P(q^*)}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|} \end{aligned}$$

Définition 2.3 (Indice de Lerner)**.** On définit l'indice de Lerner L par :

$$L = \frac{1}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|} = \frac{P(q^*) - C_m(q^*)}{P(q^*)} \tag{2.6}$$

L'indice de Lerner est donc inversement proportionnel à l'élasticité prix de la demande. Il est aussi égal à la capacité du monopole à vendre au-dessus de son coût marginal, en pourcentage du prix total.

On peut construire à partir de l'équation précédente le *markup pricing*.

Définition 2.4 (Markup pricing)**.**

$$P(q^*) = \frac{|\varepsilon_{q/p}(q^*)|}{|\varepsilon_{q/p}(q^*)| - 1} C_m(q^*)$$

2.2.4 Variation de la demande

Les décisions de production du monopole et la fixation de son prix dépendent de la demande à laquelle il fait face et du coût marginal. Le monopole n'a **pas de courbe d'offre** au sens où il n'y a pas de relation univoque entre prix et quantité produite, à la différence des producteurs en CPP. En monopole, si la demande change, le monopole s'adapte, soit en changeant sa production, mais pas son prix (figure 2.9), ou l'inverse (figure 2.8).

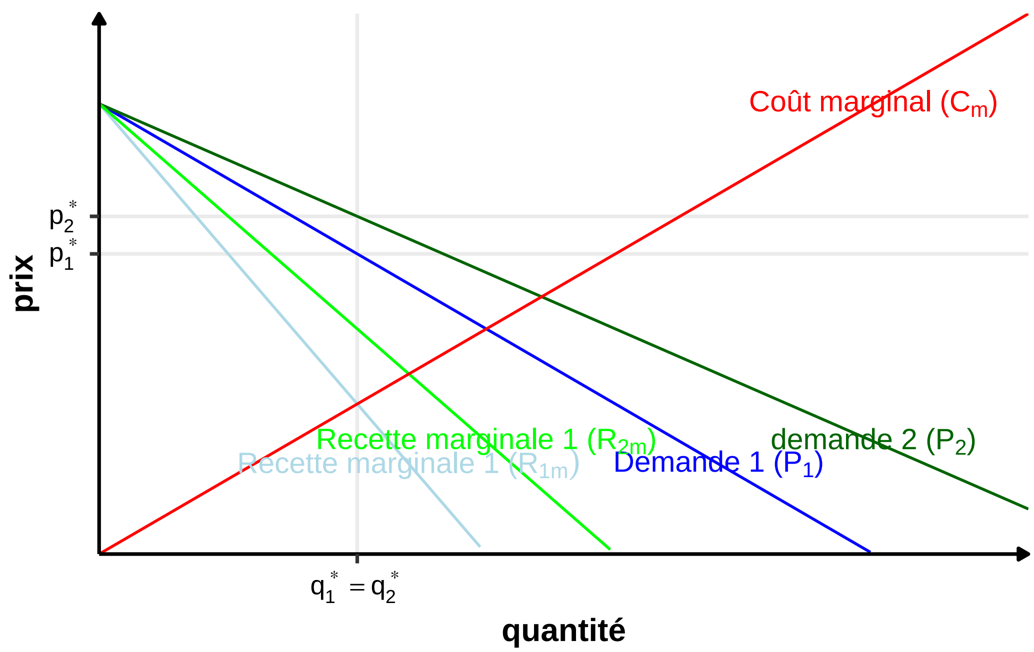

Figure 2.8: Exemple de réaction du monopole à un changement de demande: changement de prix.

En CPP, un changement de demande, si elle implique une changement du prix d'équilibre, entraîne forcément un changement dans la quantité produite par un producteur individuel.

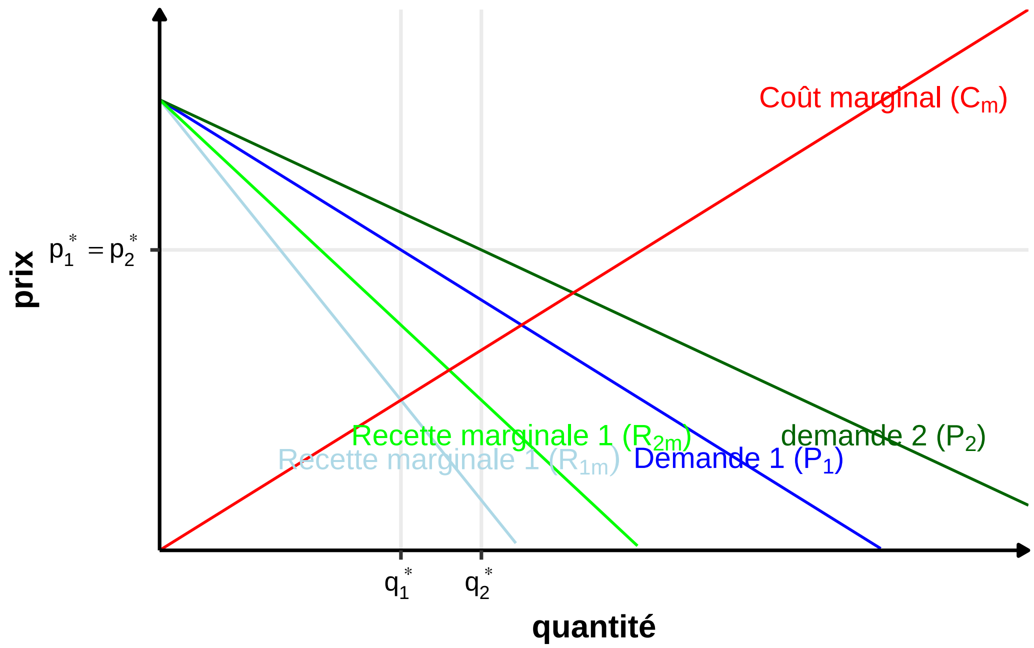

Figure 2.9: Exemple de réaction du monopole à un changement de demande: changement de quantité.

2.2.5 L'inefficience du monopole

La production du monopole est inférieure à la production en CPP et le prix est supérieur au prix de CPP.

Cela implique que le surplus du producteur (son profit) est plus élevé en monopole qu'en CPP, et que le surplus des consommateur est plus faible. Il y a globalement une perte sèche de surplus total, comme on peut le voir sur la figure 2.10. **Le monopole est inefficace au sens de Pareto.** Il existe des consommateurs prêt à acheter à un prix supérieur au coût marginal (dans le triangle de la perte sèche). Il est donc possible d'avoir une amélioration parétienne qui améliore à la fois la situation des consommateurs et du monopole. Il suffirait pour cela que le monopole produise une unité supplémentaire du bien à un prix supérieur au coût marginal, sans rien changer d'autre pour obtenir cette amélioration.

2.3 Le monopole naturel

Une situation de monopole est dite *naturelle* si le monopole émerge à cause d'une structure particulière de la technologie de production et des coûts, plutôt qu'à cause d'une disposition légale.

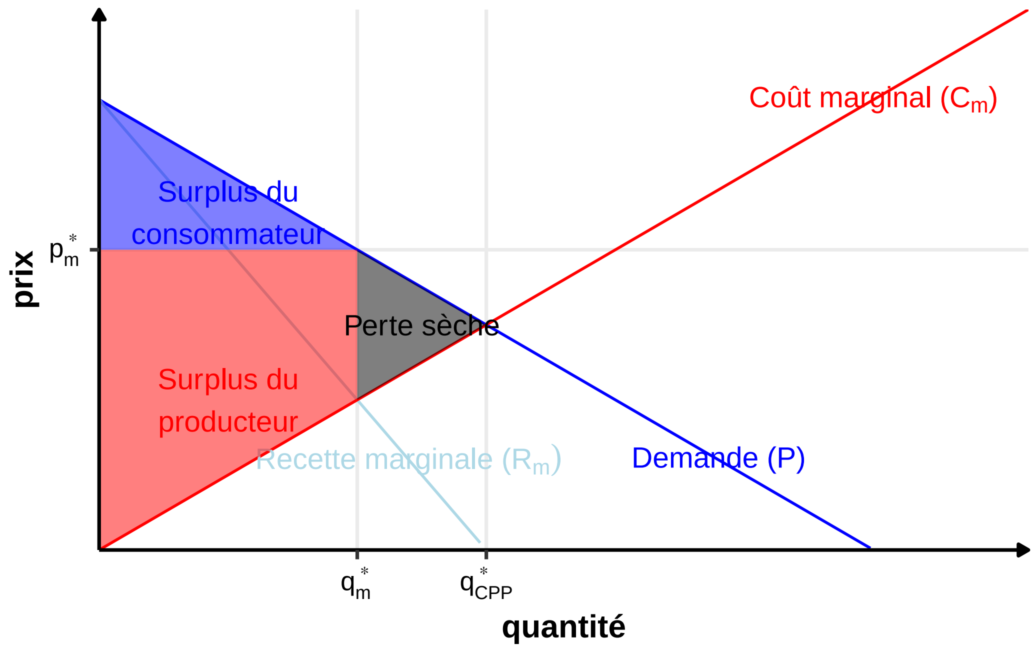

Figure 2.10: Surplus quand le producteur est en monopole.

Définition 2.5 (Rendements d'échelles)**.** Les *rendements d'échelles* sont croissants lorsque la technologie de production f est telle que :

$$f(\lambda z_1, \lambda z_2, ...\lambda z_n) > \lambda f(z_1, z_2, ..., z_n)$$

où les z_i sont les facteurs de productions. En mots : une entreprise utilisant λ fois plus de facteurs de productions qu'une petite entreprise produit plus que λ petites entreprises réunies.

Une conséquence des rendements d'échelle croissants est que le coût moyen est décroissant :

$$C_M(f(\lambda z)) = \frac{\lambda z \cdot w_z}{f(\lambda z)} < C_M(\lambda f(z)) = \frac{\lambda z \cdot w_z}{\lambda f(z)}$$

car $f(\lambda z) > \lambda f(z)$. Cela signifie qu'une seule entreprise qui produit $f(\lambda z)$ est plus efficace que λ entreprises qui produisent $\lambda f(z)$. Il y a ici des économies d'échelle.

Définition 2.6 (Économie d'échelle)**.** Il y a des *économies d'échelle* quand une unité de bien produite en plus revient moins chère que l'unité précédente. Cela signifie que le *coût moyen* baisse quand le producteur produit plus d'unités.

Définition 2.7 (Monopole naturel)**.** Un monopole naturel émerge en présence d'économies d'échelles dans la zone de production optimale.

En général, les économies d'échelles proviennent de coûts fixes élevés. Par exemple, lorsqu'il faut investir dans un réseau (ferrés, téléphone, électricité, etc).

Il y a presque toujours une zone où le coût moyen est décroissant, mais elle est rarement très étendue. Dans la figure 2.11, la demande inverse 1 coupe la courbe de coût marginal à un endroit où les économies d'échelle sont décroissantes. La demande 2, en revanche, la coupe à un endroit où les économies d'échelle sont croissantes.

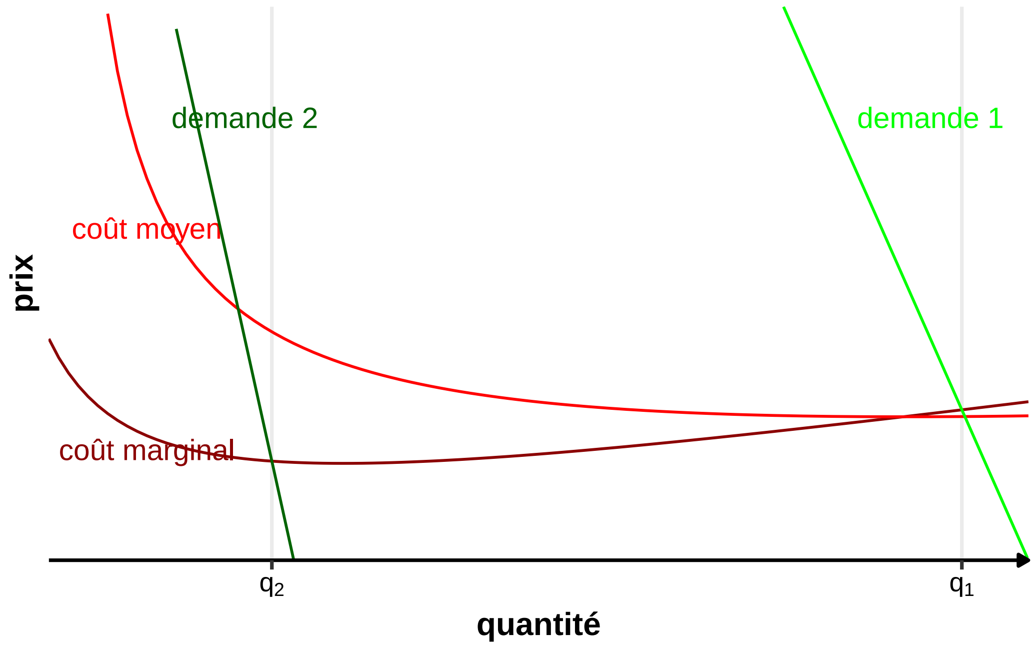

Figure 2.11: Fonction de coût et demande avec et sans économies d'échelle.

Remarque (Lien entre coût marginal et coût moyen en monopole naturel.). Lorsque le coût moyen est décroissant, c'est que le coût marginal est inférieur au coût moyen.

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$$

$$C'_M(q) = \frac{C'(q)q - C(q)}{q^2} = \frac{C_m(q) - C_M(q)}{q}$$

Or $C'_M(q) < 0$, comme le coût marginal est décroissant. On en déduit donc que :

$$C_m(q) - C_M(q) < 0 \Leftrightarrow C_m(q) < C_M(q)$$

Remarque (Rendements d'échelle et économies d'échelle). Il ne faut pas confondre les rendements d'échelle, qui mettent en relation les **quantités** de facteurs de productions et les quantités de biens produites et économies d'échelle, qui est une notion lié au **coût** de production des unités de biens produites.

2.4 Régulation du monopole

Cette partie va traiter de la manière dont un régulateur, en général l'État, peut inciter ou contraindre un monopole à modifier son comportement.

2.4.1 Objectif de la régulation

Nous avons jusqu'à présent vu deux types d'acteurs sur un marché : les consommateurs et les producteurs. On introduit maintenant un troisième type d'acteur : le régulateur. Ce type d'acteur est différent des deux types précédent. Il peut intervenir sur le marché en imposant différent types de règles (loi), que nous verrons par la suite. Dans notre modélisation, le régulateur a un objectif : maximiser le bien-être social, autrement dit, maximiser le surplus total. On fera l'hypothèse très simplificatrice qu'il n'y a pas de coût à imposer une règle et que la règle est toujours parfaitement suivie.

Nous verrons trois types de règles. Le premier type est l'imposition d'une régulation sur la tarification. Un deuxième type de régulation est par la taxation ou la subvention du monopole. Un troisième type de régulation est l'imposition d'un prix maximal.

2.4.2 Règles de tarification

On dit que le régulateur impose une tarification au coût marginal pour dire que le régulateur impose au producteur de fixer son prix de vente au niveau de son coût marginal de production. Le monopole doit égaliser la demande inverse avec son coût marginal. Cette règle est justifiée par la volonté du régulateur public de restaurer un optimum social dans la production, obtenu dans la situation de CPP par la vente de chaque bien à son coût marginal.

On dit que le régulateur impose une tarification au coût moyen pour dire que le régulateur impose au producteur de fixer son prix de vente au niveau de son coût moyen de production. Le monopole doit égaliser la demande inverse avec son coût moyen. Cette règle est surtout utile dans la situation de monopole naturel, où une tarification au coût marginal entraîne des profits négatifs et donc la fermeture du monopole et la fin du marché.

Particulièrement dans le premier cas, cette règle est difficile à mettre en oeuvre en pratique car elle nécessite une information précise sur les coûts de production.

2.4.3 Taxes et subventions

2.4.3.1 Taxe unitaire

Définition 2.8 (Taxe unitaire)**.** Une taxe unitaire t est une taxe **par unité de bien produite**.

Si un régulateur impose une taxe de t unités monétaire par unité de bien produite, le profit du monopole se réécrit :

$$\pi(q) = R(q) - C(q) - tq$$

La condition de première ordre de la maximisation du producteur de l'équation 2.2 devient :

$$\begin{array}{rrcl} & (R(q) - C(q) - tq)'(q^*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & R_m(q^*) - C_m(q*) - t & = & 0 \\ \Leftrightarrow & R_m(q^*) & = & C_m(q^*) + t \end{array}$$

Le problème est exactement le même que précédemment, en intégrant la taxe dans le coût marginal. Pour le monopole, c'est comme si le régulateur ajoutait un coût t à chaque unité produite. C'est effectivement ce que le régulateur fait si on considère le coût de production au sens large.

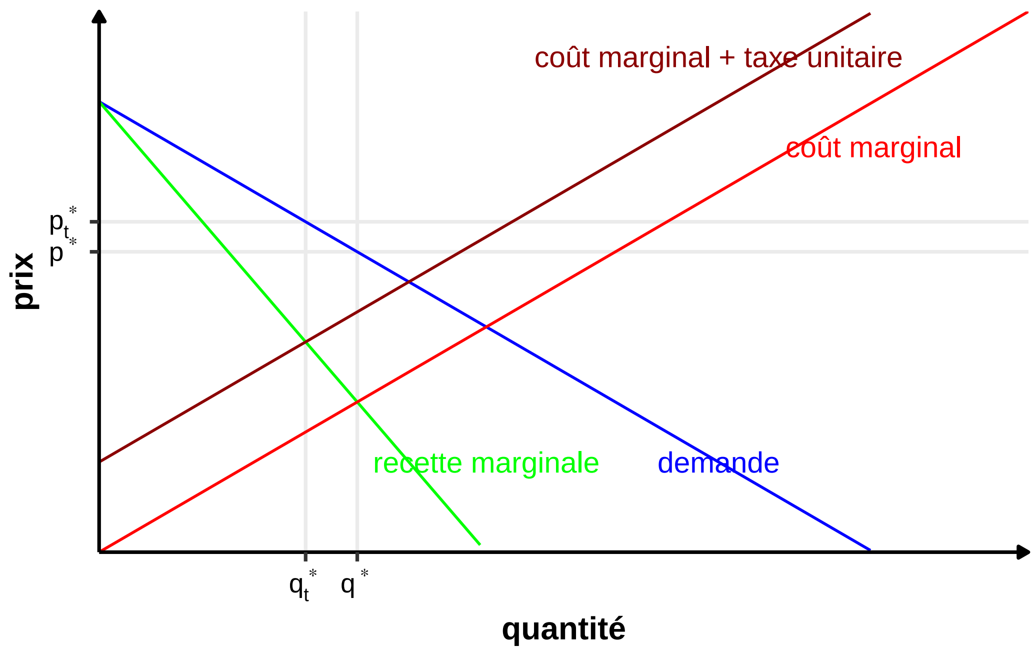

Figure 2.12: Impact d'une taxe unitaire : augmentation du coût marginal.

Cela entraîne une diminution de la quantité produite et une augmentation du prix. Le surplus des consommateurs baisse, ainsi que celui du monopole.

Une vue **alternative** à l'augmentation du coût marginal est de considérer que la taxe diminue la recette marginale de t :

$$R_m(q^*) - t = C_m(q^*)$$

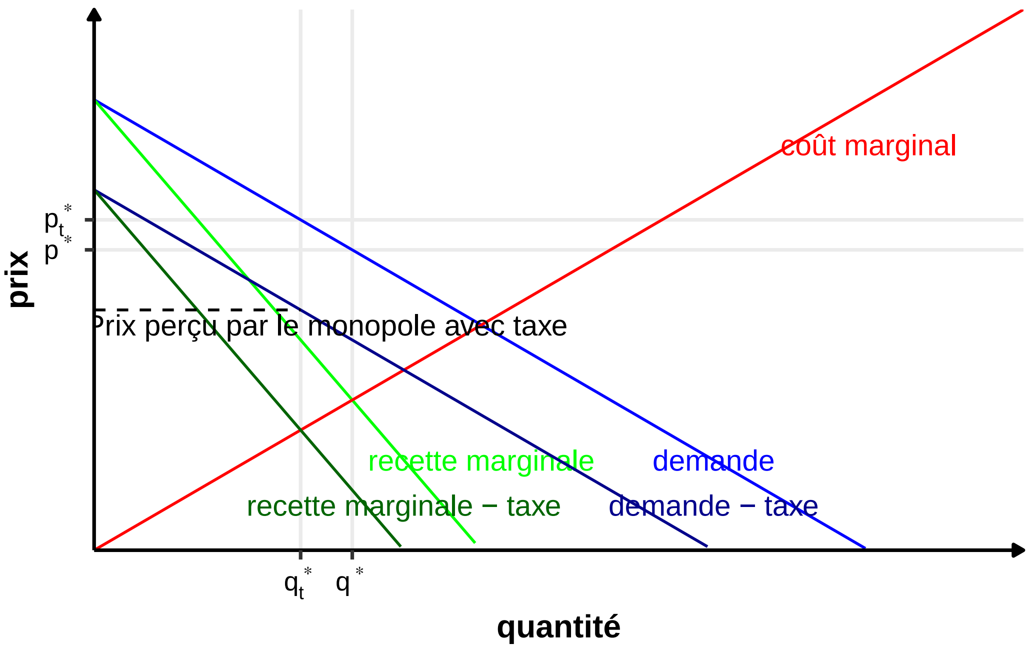

Figure 2.13: Impact d'une taxe unitaire : diminution de recette marginale.

Si le régulateur utilise une taxe négative (= une subvention), alors il peut augmenter la production et de diminuer le prix.

2.4.3.2 Taxe forfaitaire

Définition 2.9 (Taxe forfaitaire)**.** Une taxe forfaitaire est une taxe T imposée au directement au producteur, indépendamment du prix ou de la quantité produite.

Avec une taxe forfaitaire, le régulateur prélève un montant T indépendant de la quantité produite sur le profit du producteur.

$$\pi(q) = R(q) - C(q) - T$$

La condition du premier ordre de l'équation 2.2 devient alors :

$$\begin{array}{rrcl} & (R(q) - C(q) - T)'(q^*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & R_m(q^*) - C_m(q*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & R_m(q^*) & = & C_m(q^*) \end{array}$$

On retrouve exactement la même condition d'optimalité qu'en l'absence de taxe. Si elle n'est pas trop élevée, une taxe forfaitaire n'a *aucune* influence sur la quantité produite et le prix. Si la taxe forfaitaire est très élevée, supérieure au profit à l'optimum ($\pi(q^*) < T$), le monopole préfère ne rien produire et le surplus social est nul.

Remarque. Le régulateur peut envisager de combiner une subvention unitaire au monopole combinée à une taxe forfaitaire pour augmenter le surplus social.

2.4.3.3 Impôt sur les bénéfices (profit)

Un autre type d'imposition possible est l'impôt sur les bénéfices.

Définition 2.10 (Impôt sur les bénéfices)**.** L'impôt sur les bénéfices consiste à taxer le *profit* à un taux t. Le régulateur impose au monopole de payer un pourcentage de ses profits en impôts.

Au lieu de taxer chaque unité produite, le régulateur taxe le niveau de profit à un taux t. Le profit s'écrit :

$$\pi(q) = R(q) - C(q) - t(R(q) - C(q)) = (1-t)(R(q) - C(q))$$

La condition du premier ordre de l'équation 2.2 devient alors :

$$\begin{array}{rrcl} & ((1-t)(R(q) - C(q)))'(q^*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (1-t)(R_m(q^*) - C_m(q^*)) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & R_m(q^*) & = & C_m(q^*) \end{array}$$

Comme pour la taxe forfaitaire, le comportement du monopole n'est pas modifié par un impôt sur les bénéfices. On peut donc aussi envisager une subvention à la production et une taxe proportionnelle sur le profit.

2.4.4 Prix maximal

Le régulateur fixe un *prix maximal* p^{max} au dessus duquel le monopole ne peut pas vendre. Il modifie ainsi la demande perçue par le producteur.

Si le prix maximal est inférieur au prix de concurrence pure et parfaite, les quantités produites peuvent devenir sous-optimales. Le régulateur peut maximiser le surplus social en prenant le prix concurrentiel comme prix maximal.

Rappel : En CPP, on obtient le prix à l'aide de la courbe de coût marginal. L'équilibre a lieu quand le coût marginal et la demande se croisent.

Avec un prix maximal égal au prix de concurrence pure et parfaite, le revenu marginal coupe la courbe de coût marginal au point d'équilibre de la concurrence pure et parfaite. Le prix maximal génère alors exactement la situation de CPP. On est donc dans une situation optimale au sens de Pareto.

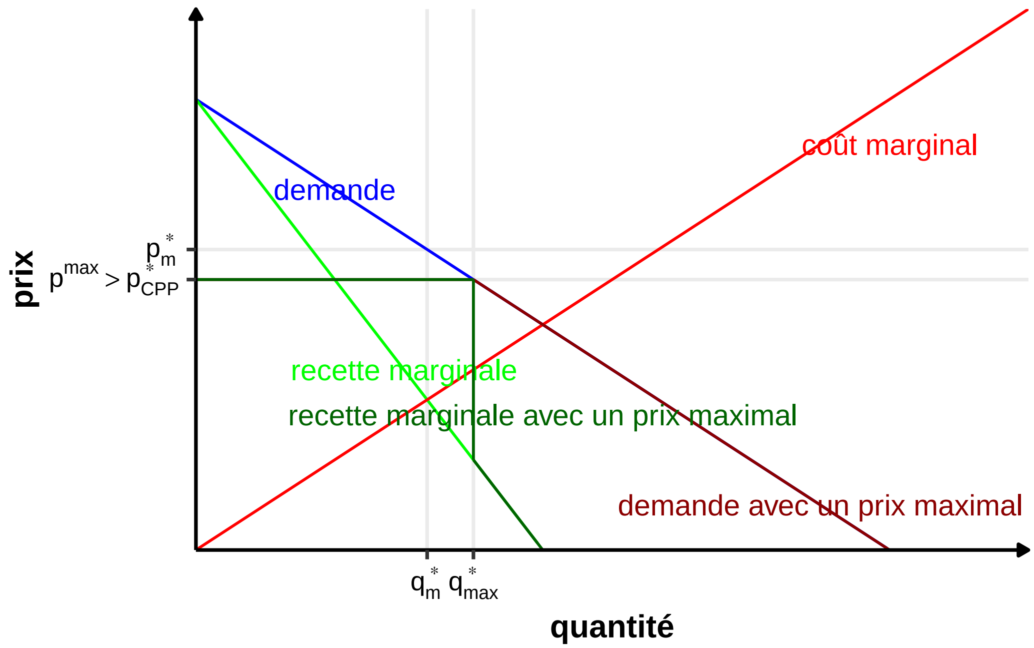

Figure 2.14: Fixation d'un prix maximal supérieur au prix de CPP.

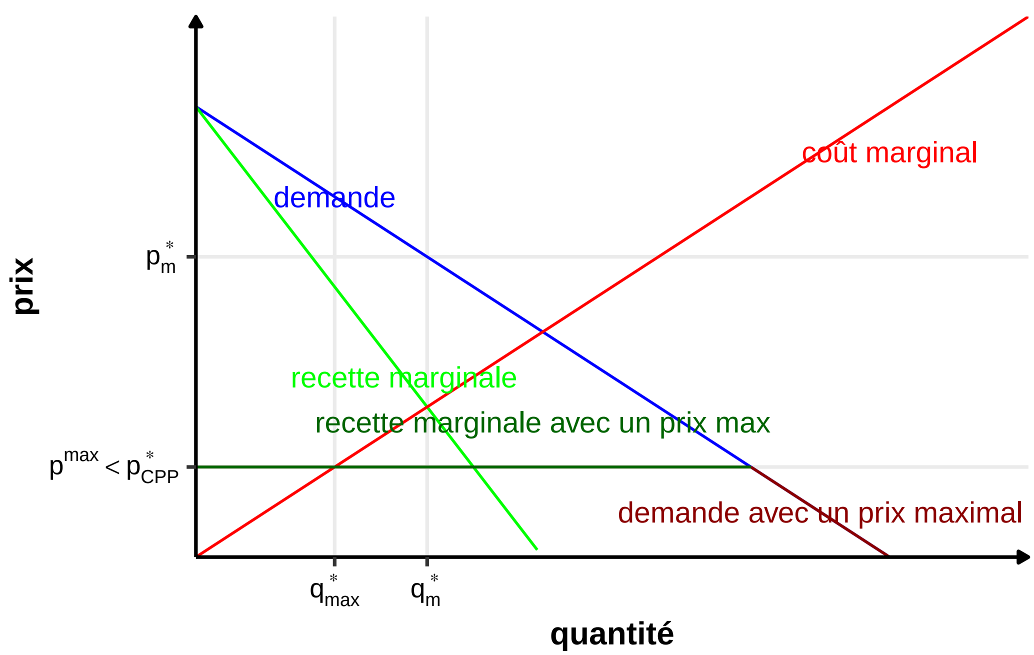

Figure 2.15: Fixation d'un prix maximal inférieur au prix de CPP.

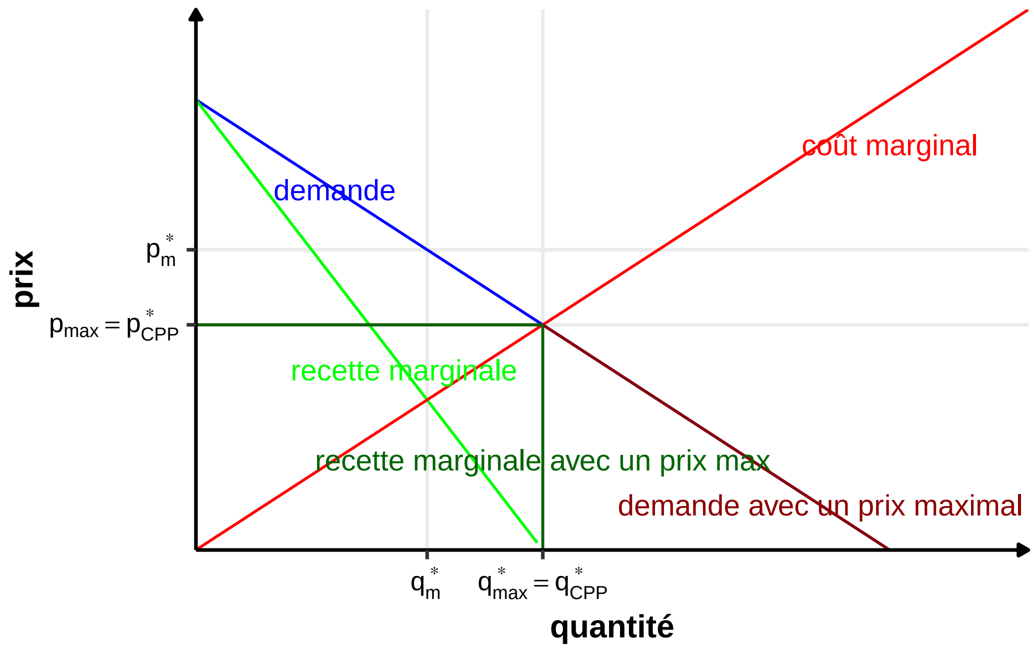

Figure 2.16: Fixation d'un prix maximal égal au prix de CPP.

Proposition 2.2 (Évolution des quantités produites avec un prix maximal)**.** *Trois situations sont possibles avec un prix maximal :*

1. *S'il est supérieur au prix de monopole ($p^{max} > p_m^*$), alors le prix maximal n'a aucune incidence.*
2. *S'il est entre le prix de monopole et le prix de concurrence pure et parfaite ($p_{CPP}^* \leq p^{max} \leq p_m^*$), alors la quantité produite augmente quand le prix maximal diminue.*
3. *S'il est inférieur au prix de CPP et donc de monopole ($p_{CPP}^* > p^{max}$), alors la quantité produite diminue quand le prix maximal augmente.*

2.4.5 Régulation du monopole naturel

Dans le cas d'un monopole naturel, le coût marginal est inférieur au coût moyen à l'optimum. Une régulation qui maximise le surplus total est une régulation qui fait en sorte que la quantité produite est celle produite en concurrence pure et parfaite. Dans le cadre du monopole naturel, cela signifie que le coût moyen sera supérieur au coût marginal et donc au prix d'échange de la concurrence pure et parfaite, comme illustré dans la figure 2.17.

Si le régulateur impose une tarification au coût marginal, à l'aide d'un prix maximal, par exemple, alors le monopole fait des pertes, car le prix est inférieur au coût moyen. La régulation

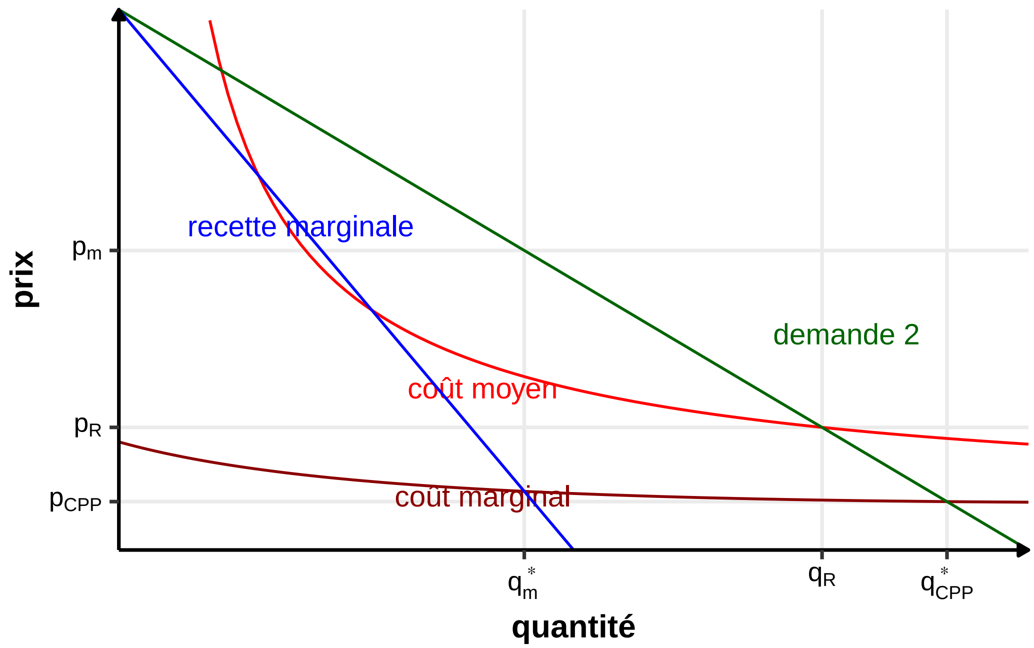

Figure 2.17: Régulation du monopole naturel.

"optimale" généralement utilisée impose *un prix au coût moyen* et une obligation de satisfaire toute la demande. Le monopole fait alors un profit nul.

Une solution alternative est un prix égal au coût marginal assorti de subventions pour couvrir les pertes.

2.5 Le monopole discriminant

Un monopole discriminant pratique un prix différent pour chaque (groupe de) consommateurs. Pour cela, il doit pouvoir identifier l'appartenance de chaque consommateur à un groupe et les marchés entre les consommateurs doivent être hermétiques. En particulier, il ne faut pas qu'un consommateur puisse revendre son unité de bien à un autre consommateur.

Il existe trois types de discriminations par les prix, les discriminations du premier, deuxième et troisième degrés. On ne traitera que les discriminations du premier et troisième degrés dans le cours, un exercice traitera de la discrimination du deuxième degré.

2.5.1 Discrimination au premier degré (discrimination parfaite)

En discrimination parfaite, le monopole connaît la valorisation (prix de réserve) de chaque individu et lui fait payer le prix maximum qu'il est prêt à payer (son prix de réserve donc). Le consommateur n'obtient aucun surplus, la *totalité* du surplus est capturé par le producteur.

Question : Quel va être le niveau de production du monopole ?

Comme le monopole fait payer chaque unité à la valorisation du consommateur, la première unité est vendue au prix P(1), la deuxième au prix P(2), etc. La recette totale est donc :

$$R(q) = \int_0^q P(x)dx$$

Le profit est :

$$\pi(q) = R(q) - C(q) = \int_0^q P(x)dx - C(q)$$

La condition du premier ordre s'écrit donc :

$$\begin{array}{ll} & \frac{d\pi(q^*)}{dq} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{d\int_0^{q^*} P(x)dx - C(q^*)}{dq} = 0 \\ \Leftrightarrow & P(q^*) - C_m(q^*) = 0 \\ \Leftrightarrow & P(q^*) = C_m(q^*) \end{array}$$

La recette marginale est ici confondue avec la courbe de demande. L'optimum se trouve donc au point où la courbe de coût marginal coupe la courbe de demande (inverse). C'est la même condition qu'en CPP. Le monopole parfaitement discriminant produit donc la quantité de concurrence pure et parfaite. Le prix de la dernière unité vendue par le monopole est égal au prix de la concurrence pure et parfaite, même si les prix des autres unités vendues sont supérieurs au prix de la CPP.

La situation de discrimination parfaite est un optimum de Pareto. En effet, le surplus social est maximal, mais capturé entièrement par le monopole.

En pratique, il est très difficile de faire de la discrimination parfaite. Les entreprises essaient de s'en approcher le plus possible.

Exemple 2.3 (Exemple de discrimination parfaite)**.** Lors d'une vente de bons du trésors des Etats-Unis, chaque ménage intéressé soumettait une offre (prix, quantité) au gouvernement. Le gouvernement triait les offres par ordre décroissant de prix et les satisfait jusqu'à épuisement des bons à vendre.

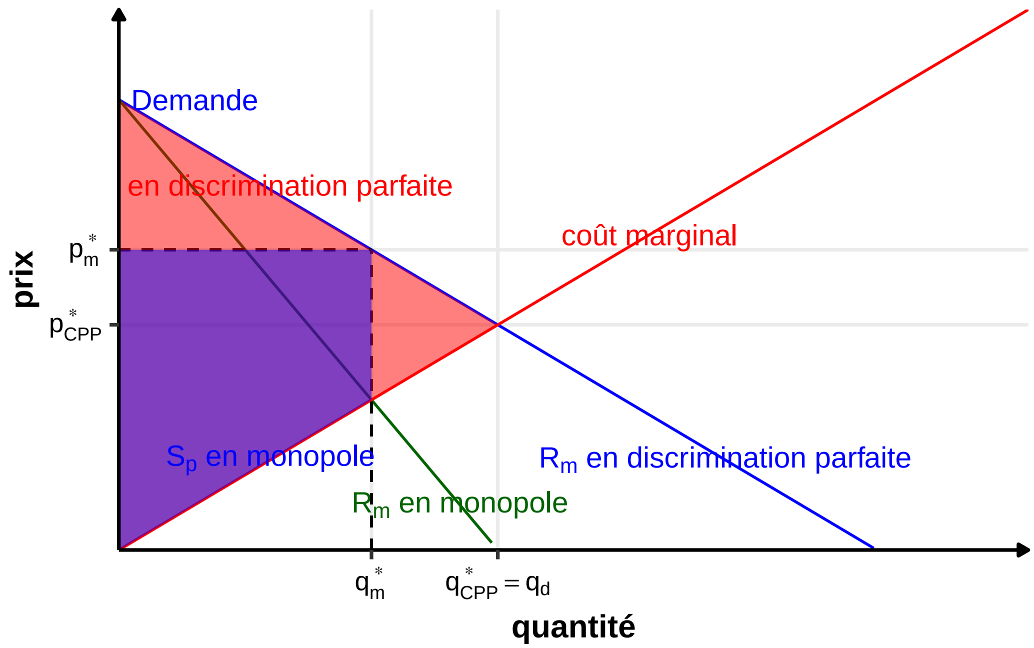

Figure 2.18: Surplus du monopole en discrimination parfaite (aire rouge et bleue).

2.5.2 Discrimination du deuxième degré

Définition 2.11 (Discrimination du deuxième degré)**.** La discrimination du deuxième degré a lieu lorsque les prix de ventes dépendent des quantités achetées.

Par exemple, si les 10 premières unités vendues le sont à 5€ et les suivantes à 2€. Les prix de vente sont nécessairement *décroissants* avec la quantité vendue.

Le monopole ajuste les quantités seuils afin de maximiser son profit. Il y a un nombre fini de seuils de dégressivité. Plus il y a de seuils, plus on s'approche d'un situation de discrimination parfaite.

2.5.3 Discrimination du troisième degré

Il s'agit de faire payer un prix différent à chaque groupe de consommateur en fonction des caractéristiques de leurs fonctions de demande. Les groupes sont en général caractérisés par des propensions à payer différentes. Tous les membres d'un groupe paient le même prix, contrairement à la discrimination au premier degré. Il s'agit d'une segmentation des consommateurs.

Exemple 2.4 (Discrimination au troisième degré)**.** Les tarifs jeunes de la SNCF, les tarifs familles. La carte Izly du CROUS pour faire payer des prix différents aux étudiants, aux

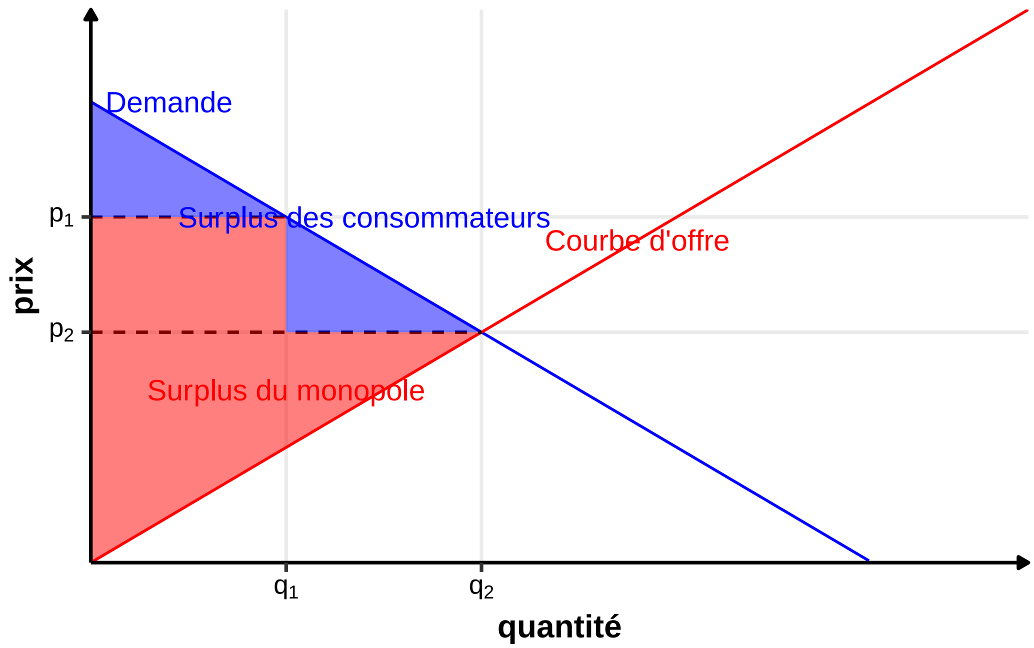

Figure 2.19: Graphique avec une discrimination du deuxième degré. Les quantités inférieures à q_1 sont vendues au prix p_1, les suivantes au prix p_2.

étudiants boursiers et aux différents personnels. Pour pratiquer la discrimination au troisième degré, il faut pouvoir identifier les groupes.

Question : Comment répartir la production entre les différents groupes ?

1. Quelle production totale ?
2. Quelle répartition ?

Méthode : On résout d'abord 2 en supposant que 1 est déjà résolu. On obtient alors la répartition en fonction de la production totale. Puis ou résout 1 à l'aide de la solution de 2.

On modélise le problème de la manière suivante :

- 2 groupes A et B ;
- Avec des fonctions de demande inverses $P_A(q_A)$ et $P_B(q_B)$;
- Une quantité q totale a été produite, qu'il faut répartir entre les 2 groupes : $q = q_A + q_B$.

Le problème du monopole s'écrit :

$$\max_{q_A, q_B} \pi(q_A, q_B) = q_A P_A(q_A) + q_B P_B(q_B) - C(q)$$

Dans un premier temps, on suppose que la quantité totale q est fixée, donc le coût total l'est aussi et peut être supprimé du problème de maximisation. On cherche donc juste à maximiser la recette totale :

$$\max_{q_A, q_B} q_A P_A(q_A) + q_B P_B(q_B)$$

Avec $q = q_A + q_B$, donc $q_B = q - q_A$, le problème devient :

$$\begin{array}{ll} & \max_{q_A, 0 \leq q_A \leq q} q_A P_A(q_A) + (q - q_A) P_B(q - q_A) \\ \Leftrightarrow & \max_{q_A, 0 \leq q_A \leq q} R_A(q_A) + R_B(q - q_A) \end{array}$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$\begin{array}{ll} & \frac{dR_A(q_A)+R_B(q-q_A)}{dq_A} = 0 \\ \Leftrightarrow & R_{mA}(q_A) - R_{mB}(q - q_A) = 0 \\ \Leftrightarrow & R_{mA}(q_A) = R_{mB}(q_B) \end{array} \tag{2.7}$$

L'équation 2.7 nous dit que le monopole réparti la quantité totale produite de manière à égaliser les recettes marginales entre les deux groupes. Elle nous donne aussi une relation implicite entre q_A et q_B, qui nous permet ainsi d'obtenir $q_A^*(q_B)$ ou bien $q_B^*(q_A)$.

Intuitivement, si la recette marginale issue du groupe A est supérieure à celle issue du groupe B ($R_{mA}(q_A) > R_{mB}(q_B)$), alors en diminuant la quantité q_B dans le groupe B et en la transférant au groupe A, le monopole perd $R_{mB}(q_B)$ et gagne $R_{mA}(q_A)$, donc la recette totale augmente et le profit aussi. Inversement dans le cas opposé. Il n'est donc pas intéressant de transférer la production d'un groupe vers un autre lorsque $R_{mA}(q_A) = R_{mB}(q_B)$ (et seulement dans ce cas).

Maintenant que la répartition est résolue, il faut trouver la quantité totale produite. Le problème devient maintenant :

$$\max_{q_A, q_B} \pi(q_A, q_B) = q_A P_A(q_A) + q_B P_B(q_B) - C(q_A + q_B)$$

La condition du premier ordre s'obtient maintenant en dérivant suivant q_A et q_B séparément :

$$\begin{array}{lll} \frac{\partial \pi(q_A, q_B)}{\partial q_A} = 0 & \Leftrightarrow & R_{mA}(q_A^*) = C_m(q_A^* + q_B^*) \\ \frac{\partial \pi(q_A, q_B)}{\partial q_B} = 0 & \Leftrightarrow & R_{mB}(q_B^*) = C_m(q_A^* + q_B^*) \end{array}$$

Le monopole doit faire en sorte que le coût marginal de sa production totale soit égale à la recette marginale sur chacun des marchés.

Intuition : Le monopole doit égaliser la recette marginale sur les deux marchés. Or le coût marginal dépend de la quantité *totale* produite, pas de la répartition entre les marchés. Si on est dans la situation telle que $C_m(q) < R_{mA}(q_A)$, alors il y a la possibilité de faire du profit sur le marché A (et le marché B par conséquent). Inversement, si $C_m(q) > R_{mA}(q_A)$, alors le monopole fait des pertes.

Remarque. On utilise bien $C_m(q_A + q_B)$ et non $C_m(q_A)$ ou $C_m(q_B)$ car c'est bien la variation du coût total lorsqu'on augmente “un peu” q_A avec q_B qui reste fixe.

2.5.3.1 Prix et élasticité-prix

D'après l'équation 2.1, on a :

$$\begin{aligned} R_{mA}(q_A^*) &= R_{mB}(q_B^*) \\ \Leftrightarrow \quad P_A(q_A^*)\left(1-\frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p_A}(q_A^*)\right|}\right) &= P_B(q_B^*)\left(1-\frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p_B}(q_B^*)\right|}\right) \end{aligned}$$

Sans perte de généralité, on peut supposer que $P_A(q_A^*) > P_B(q_B^*)$. On obtient alors que :

$$1-\frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p_A}(q_A^*)\right|} < 1-\frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p_B}(q_B^*)\right|}$$

Autrement dit

$$\left|\varepsilon_{q/p_B}(q_B^*)\right| > \left|\varepsilon_{q/p_A}(q_A^*)\right|$$

Le prix est donc plus faible pour le groupe où l'élasticité prix de la demande est plus élevée. Le prix est plus élevé pour le groupe avec l'élasticité la plus faible, les moins réactifs au prix.

Exemple 2.5 (Tarifs professionnels)**.** Les tarifs "professionnels" dans les transports (avion, train, etc). Les professionnels sont moins sensibles au prix car leurs dates de voyage sont moins flexibles que celles des particuliers. Leurs élasticités-prix sont donc plus faibles et leurs prix plus élevés.

Des fonctions de demande inverse différentes associées à des élasticités-prix de la demande différente aboutissent à des prix différents.

3 Oligopoles

Nous avons étudié jusqu'à présent deux cas extrêmes :

- La concurrence pure et parfaite : il y a une infinité d'entreprises infinitésimales sur un marché donné ;
- Le monopole : il y a une seule entreprise sur un marché donné.

Dans les deux cas, le ou les entreprises n'ont pas à se préoccuper des autres entreprises. Dans le cas du monopole, parce qu'il n'y en a pas. Dans le cas de la CPP, l'entreprise observe le prix du marché et prend sa décision en fonction de ce prix et uniquement de ce prix. Les actions des autres entreprises ne l'influencent pas.

On considère maintenant la situation où il n'y a plus une seule ou une infinité d'entreprises, mais plusieurs, qui sont en situation d'*interactions stratégiques*. Les décisions de chaque acteur dépend des décisions des autres acteurs (ou des anticipations de ces décisions).
On parle de *duopole* dans le cas où le marché compte deux entreprises et d'*oligopole* dans le cas où il compte plus que deux entreprises.
Les entreprises peuvent se faire concurrence de différentes manières :

- En quantité, concurrence dite à la *Cournot* ;
- En prix, concurrence à la *Bertrand* ;
- En prenant une situation de pilote ou de satellite, à la *Stackelberg* ;
- En format une entente, dans un *cartel* ;
- Dans une concurrence spatiale, à la *Hotelling*.

Nous verrons dans ce cours les concurrences à la Cournot et à la Stackelberg, ainsi que les cartels.

3.1 Duopole à la Cournot

3.1.1 Introduction

On considère deux entreprises sur le même marché qui doivent choisir les quantités à produire, sans connaître la quantité choisie par l'autre (= décision simultanée).[1] Le prix est déterminé par la quantité *totale* produite par les deux entreprises et la fonction de demande sur le marché.

[1] Même marché : bien unique et prix unique.

Chaque entreprise est caractérisée par une quantité produite et un coût :

- Entreprise 1 : quantité q_1 produite au coût $C_1(q_1)$;
- Entreprise 2 : quantité q_2 produite au coût $C_2(q_2)$.

Les fonctions de coût sont **différentes** entre les deux entreprises, contrairement au cas du monopole discriminant au troisième degré, où l'on considérait $C(q_1 + q_2)$.

La fonction de demande inverse sur le marché est unique et donnée par $P(q_1+q_2)$, contrairement au monopole discriminant où il y avait une fonction de demande par groupe.

Il y a deux entreprises, donc deux fonctions de profit :

$$\begin{array}{rcl} \pi_1(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1) \\ \pi_2(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2) \end{array}$$

L'action d'une entreprise a des conséquences sur le profit réalisé par l'autre entreprise, même si celle-ci ne fait rien. En particulier, si q_1 augmente, alors le prix du marché diminue, au travers de la fonction de demande inverse P, et donc le profit de l'entreprise 2, π_2, diminue, et réciproquement si q_2 augmente. Il y a donc un conflit d'intérêt entre les producteurs. Chaque entreprise doit anticiper l'action de l'autre et réagir à cette anticipation le mieux possible.

Question : Peut-il y avoir un équilibre dans cette situation ?

3.1.2 Formalisation du problème

3.1.2.1 Expression des profits

On a des profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_1(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_1 - C_1(q_1) \\ \pi_2(q_1, q_2) & = & P(q_1 + q_2) \cdot q_2 - C_2(q_2) \end{array} \tag{3.1}$$

Supposons que l'entreprise 1 *croit* que l'entreprise 2 va produire q_2^a. Quelle est sa production optimale ? Son problème de maximisation s'écrit dans ce cas :

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, q_2^a) = q_1 P(q_1 + q_2^a) - C_1(q_1)$$

On peut déduire de ce problème d'optimisation la *fonction de réaction* $q_1(q_2^a) = f_1(q_2^a)$ qui maximise $\pi_1(q_1)$ en fonction de la production anticipée q_2^a de l'entreprise 2.[2] La fonction de réaction $f_1(q_2^a)$ donne la valeur de q_1 qui maximise le profit quand l'entreprise 2 produit q_2^a.

De la même manière, l'entreprise 2 cherche à maximiser π_2 en fonction de la production anticipée q_1^a de l'entreprise 1. Son programme est :

$$\max_{q_2} \pi_2(q_1^a, q_2) = q_1 P(q_1^a + q_2) - C_2(q_2)$$

Elle aura également une fonction de réaction $q_2(q_1^a) = f_2(q_1^a)$.

[2] La fonction de réaction est parfois aussi connue sous le nom de *fonction de meilleure réponse*.

3.1.2.2 Forme des fonctions de réaction

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j ne va rien produire, alors elle se trouve dans une situation de monopole et se comporte comme tel. Elle produit de manière à égaliser coût marginal et recette marginale ($R_{im} = C_{im}$).

Si l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire $q_j^a > 0$, alors elle est en monopole sur le **reste** de la demande. Cette dernière correspond à la demande totale décalée de $q_j^a > 0$ vers la gauche. Le croisement entre recette marginale et coût marginal se fait donc à un niveau plus faible qu'auparavant.

Plus l'entreprise i pense que l'entreprise j va produire une grande quantité, plus elle aura intérêt à réduire son offre. q_i est décroissante en q_j^a

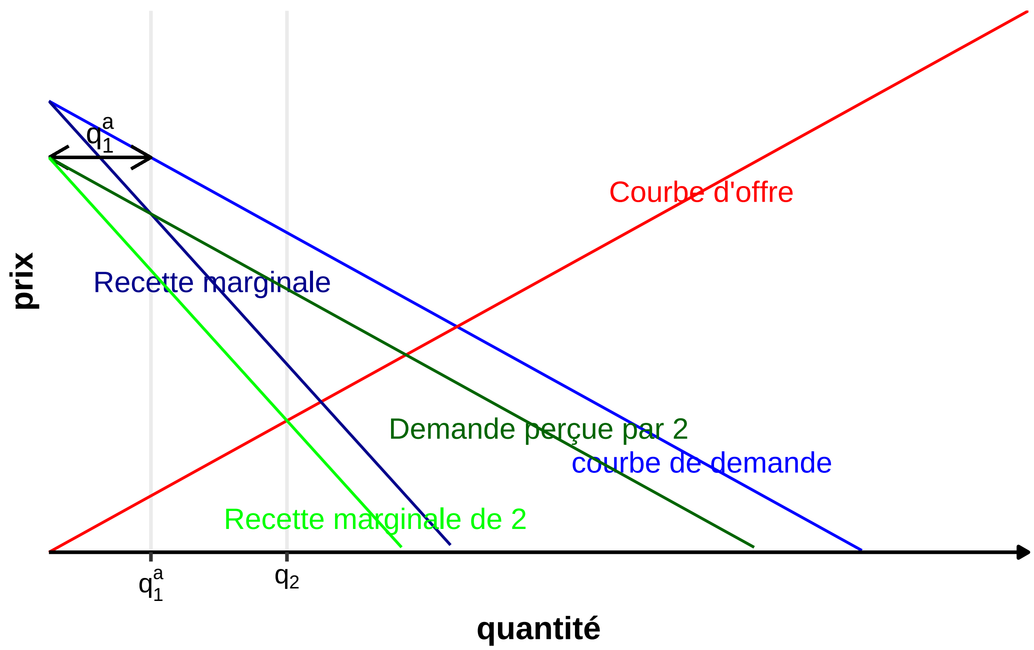

Figure 3.1: Représentation de la demande perçue par l'entreprise 2 anticipant une offre q_1^a par l'entreprise 1.

3.1.2.3 Caractérisation de l'équilibre

Un équilibre (q_1^a, q_2^a) doit être tel qu'aucune des deux entreprises n'ait intérêt à dévier unilatéralement :

$$\begin{array}{rcll} \pi_1(q_1^a, q_2^a) & \geq & \pi_1(q_1, q_2^a) & \forall q_1 \\ \pi_2(q_1^a, q_2^a) & \geq & \pi_2(q_1^a, q_2) & \forall q_2 \end{array}$$

Au point q_1^a et q_2^a, aucune entreprise n'a intérêt à dévier unilatéralement de l'équilibre. Les décisions prises sont mutuellement compatibles. Chaque entreprise donne sa meilleure réponse à la meilleure réponse de l'autre. C'est ce qu'on appelle un **équilibre de Nash** : un équilibre où personne n'a intérêt à dévier unilatéralement.

Dans le cas du duopole à la Cournot, chaque entreprise doit choisir la quantité qui maximise son profit étant donné le choix de l'autre entreprise. Chaque entreprise est donc sur sa fonction de réaction. L'équilibre est donc à l'intersection des fonctions de réactions des deux entreprises :

$$\begin{aligned} q_1^a &= f_1(q_2^a) \\ q_2^a &= f_2(q_1^a) \end{aligned}$$

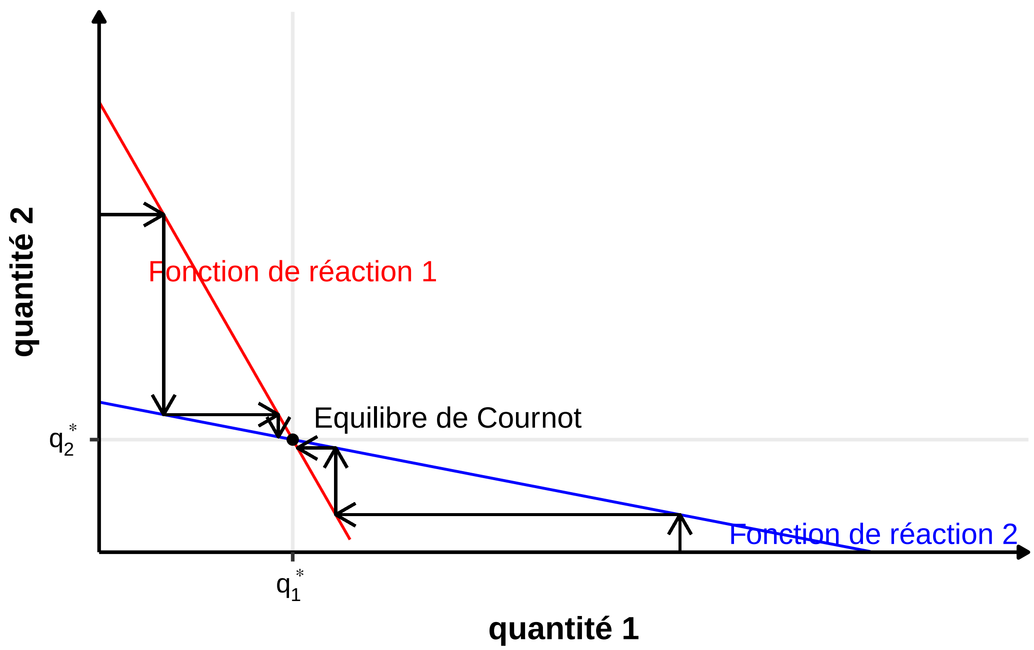

Figure 3.2: Représentation d'un équilibre de Cournot où les fonctions de réaction convergent vers le point d'équilibre.

L'équilibre n'est pas nécessairement stable. La stabilité dépend de la pente des fonctions de réactions.

3.1.3 Exemple

3.1.3.1 Données du problème

Prenons les fonctions suivantes :

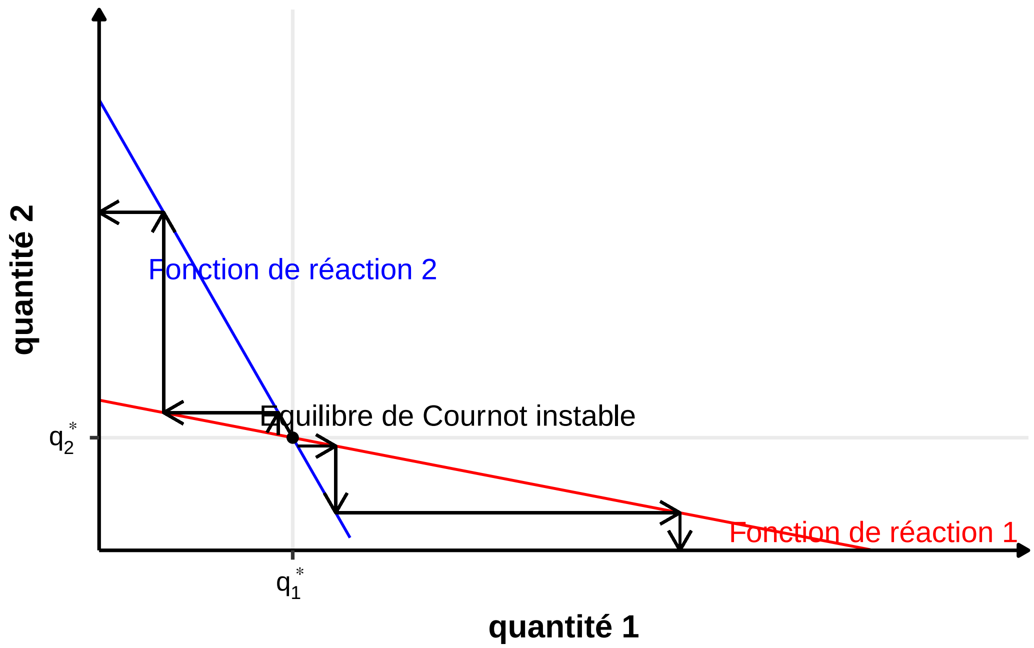

Figure 3.3: Représentation d'un équilibre de Cournot où les fonctions de réaction divergent du point d'équilibre. Equilibre instable

$$P(q_1 + q_2) = a - b(q_1 + q_2)$$
$$C_1(q_1) = cq_1^2$$
$$C_2(q_2) = cq_2^2$$

3.1.3.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{array}{rcl}\pi_1(q_1, q_2) & = & (a - b(q_1 + q_2))\, q_1 - cq_1^2 \\ \pi_2(q_1, q_2) & = & (a - b(q_1 + q_2))\, q_2 - cq_2^2\end{array}$$

3.1.3.3 Fonctions de réaction

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise 1. Son profit est :

$$\pi_1(q_1, q_2^a) = aq_1 - bq_1^2 - bq_2^a q_1 - cq_1^2 = (a - bq_2^a)q_1 - (b + c)q_1^2$$

La condition du premier ordre suivant q_1 s'écrit (ici q_2^a est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (a - bq_2^a) - 2(b+c)q_1^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_1^* & = & \frac{(a-bq_2^a)}{2(b+c)} \end{array} \tag{3.2}$$

On calcule de la même manière (i.e., en utilisant la condition du premier ordre sur les profits de l'entreprise 2) la fonction de réaction de l'entreprise 2 et on obtient par symétrie du problème une légère réécriture de l'équation 3.2 :

$$q_2^* = \frac{(a - bq_1^a)}{2(b+c)}$$

La symétrie du problème provient du fait que les deux entreprises ont exactement la même fonction de coût. Ce *n'est pas le cas en général*. Si dans un problème les fonctions de coût sont identiques, alors vous pouvez faire les calculs pour une seule entreprise et déduire simplement les résultats pour la seconde.

3.1.3.4 Equilibre de Cournot

Quel est alors l'équilibre de Cournot ?

On doit avoir :

$$\begin{array}{rcl} f_1(q_2^*) & = & q_1^* \\ f_2(q_1^*) & = & q_2^* \end{array}$$

Autrement dit :

$$\begin{array}{rcl} q_1^* & = & \frac{(a-bq_2^*)}{2(b+c)} \\ q_2^* & = & \frac{(a-bq_1^*)}{2(b+c)} \end{array}$$

On résout le système et on obtient :

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a}{3b + 2c}$$

La quantité totale sur le marché en Cournot est :

$$q_C^* = \frac{2a}{3b + 2c} \tag{3.3}$$

On en déduit que

$$p^* = P(q_1^* + q_2^*) = a\frac{b + 2c}{3b + 2c} \tag{3.4}$$

Proposition 3.1 (Production en Cournot symétrique)**.** *Quand le problème est* ***symétrique*** *(=les deux entreprises ont la même fonction de coût), deux entreprises en compétition* ***à la Cournot*** *produisent la même quantité de bien.*

3.1.4 Une intuition graphique : les courbes d'isoprofit

On peut aussi aborder le problème à l'aide d'une intuition graphique. Il s'agit de tracer les courbes d'*isoprofit* des entreprises.

Définition 3.1 (Courbe d'isoprofit)**.** Les courbes d'isoprofit est l'ensemble des couples de quantités (q_1, q_2) qui permettent à une entreprise d'atteindre un niveau de profit donné.

Reprenons l'expression générale des profits de l'équation 3.1.

$$\begin{aligned} \pi_1(q_1, q_2) &= q_1 P(q_1 + q_2) - C_1(q_1) \\ \pi_2(q_1, q_2) &= q_2 P(q_1 + q_2) - C_2(q_2) \end{aligned}$$

La courbe d'isoprofit pour une valeur π_1 **donnée et fixe** est :

$$\pi_1 = q_1 P(q_1 + q_2) - C_1(q_1)$$

L'équation ci-dessus définit implicitement une fonction $q_1 = I_\pi(q_1, \pi_1)$ qui permet de représenter la courbe d'isoprofit dans un graphique (q_1, q_2), tout comme la fonction de réaction définit une fonction courbe $q_2(q_1)$ pour l'entreprise 1. La courbe de la fonction de réaction de 1 coupe la courbe d'isoprofit de 1 en son maximum.

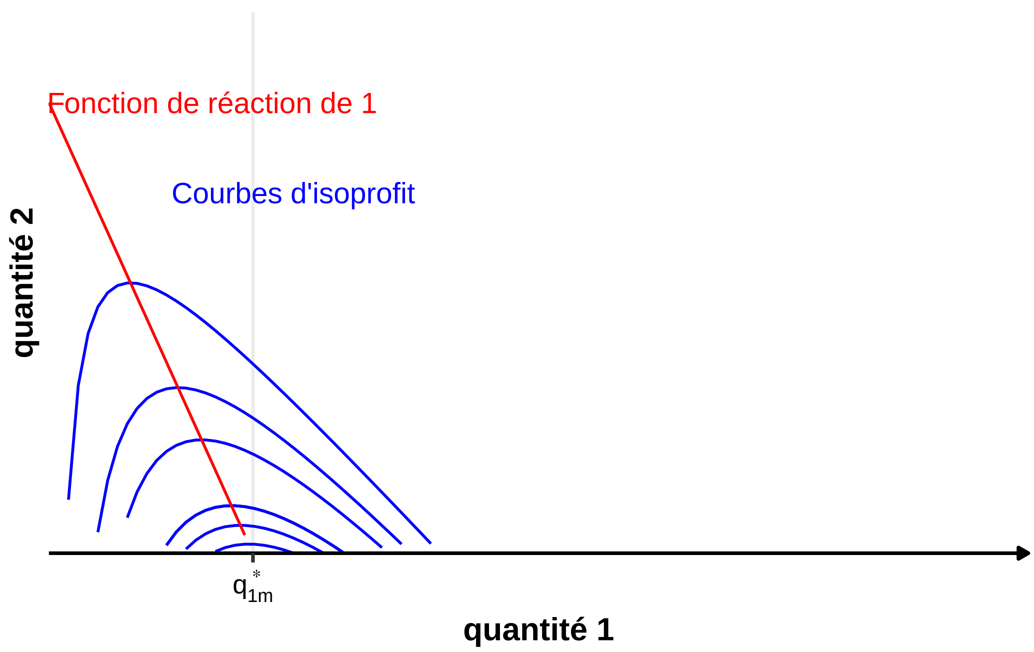

Figure 3.4: Courbes d'isoprofit et fonction de réaction de l'entreprise 1

Sur la figure 3.4, le profit est croissant en descendant vers le bas sur les courbes d'isoprofit, autrement dit, les courbes d'isoprofit les plus basses représentent les profits les plus élevés. Le maximum du profit est atteint lorsque l'entreprise 1 est en monopole. La quantité produite est alors q_m^* est le profit π_m^*.

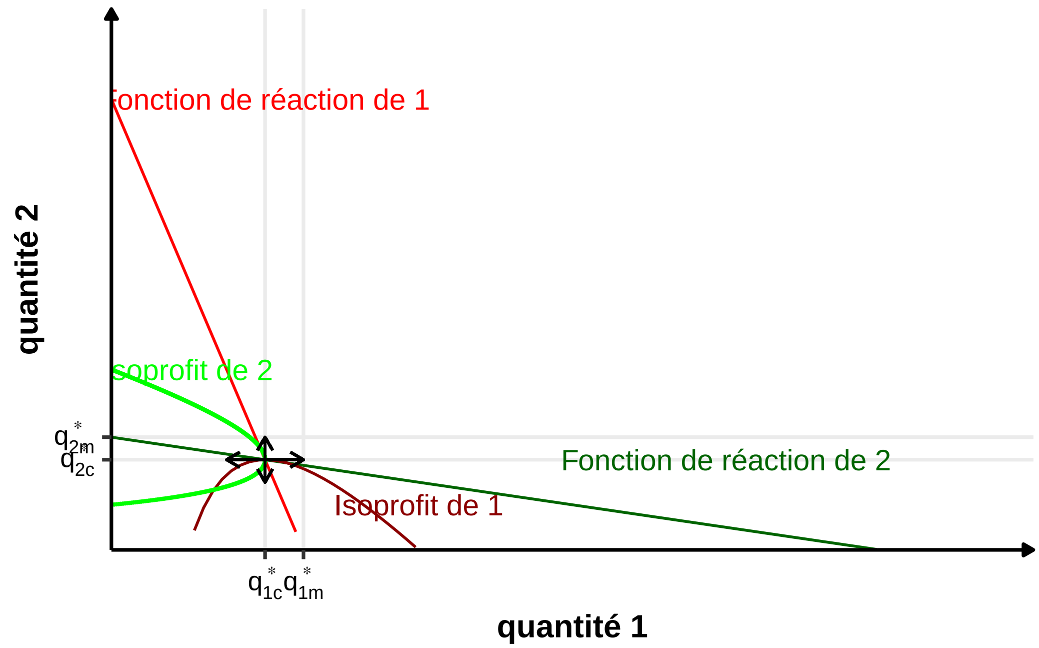

Figure 3.5: Courbes d'isoprofits et fonctions de réactions des entreprises en équilibre de Cournot Nash.

3.1.5 Oligopoles à la Cournot

On étend l'analyse à N entreprises qui produisent un bien *homogène*. Comme ce bien est homogène, le prix est unique sur le marché. Chaque entreprise i choisit une quantité $q_i \geq 0$ et les produit à un coût de production $C_i(q_i)$. La production totale sur le marché est $q = \sum_i q_i$. La fonction de demande inverse sur le marché $P(q)$ dépend de la production *globale* q.

Le profit de chaque entreprise s'écrit :

$$\pi(q_i, q) = q_i P(q) - C_i(q_i)$$

Remarque (Quantité globale). Attention, ici q, la quantité globale, dépend de la quantité q_i produite par i. Implicitement, on a ainsi définit une fonction $q(q_i)$, ce qui est important dans la dérivation des résultats.

Le programme de maximisation d'une entreprise i s'écrit :

$$\max_{q_i} \pi(q_i, q) = q_i P(q) - C_i(q_i)$$

La condition du premier ordre est telle que :

$$\begin{array}{rrcl}
 & \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_i^*, q(q_i^*)) & = & 0 \\
\Leftrightarrow & \frac{\partial (q_i P(q) - C_i(q_i))}{\partial q_i}(q_i^*, q(q_i^*)) & = & 0 \\
\Leftrightarrow & P(q^*) + q_i P'(q^*) - C_{im}(q_i^*) & = & 0 \\
\Leftrightarrow & P(q^*) - C_{im}(q_i^*) & = & -q_i^* P'(q^*) \\
\Leftrightarrow & \frac{P(q^*) - C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} & = & -\frac{q_i^*}{P(q^*)} P'(q^*) \\
\Leftrightarrow & \frac{P(q^*) - C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} & = & -\frac{q^*}{P(q^*)} P'(q^*) \frac{q_i^*}{q^*} \\
\Leftrightarrow & \frac{P(q^*) - C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} & = & S_i \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|}
\end{array}$$

(La dérivée de la fonction de demande suivant le prix est négative).

Définition 3.2 (Part de marché)**.** La part de marché détenue par une entreprise i est la part de la quantité totale produite qui l'est par cette entreprise. On la note S_i :

$$S_i = \frac{q_i}{q}$$

On obtient le *markup-pricing* que peut appliquer un producteur en situation d'oligopole à la Cournot.

$$\frac{P(q^*) - C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} = \frac{S_i}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|}$$

La possibilité de fixer un prix au-dessus du coût marginal dépend de la part de marché de l'entreprise.

Remarque. En monopole, $S_i = 1$, on retrouve alors bien :

$$\frac{P(q) - C_{im}(q)}{P(q)} = \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q)\right|}$$

En concurrence pure et parfaite $S_i \to 0$, donc $\frac{P(q) - C_{im}(q_i)}{P(q)} \to 0$, ce qui implique bien que $C_{mi}(q_i) \to P(q)$. On retrouve ainsi le résultat $P(q^*) = C_m(q^*)$.

3.1.5.1 Indice de Lerner

Rappel : En monopole, l'indice de Lerner est :

$$L = \frac{P(q_m^*) - C_m(q_m^*)}{P(q_m^*)} = \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_m^*)\right|}$$

Définition 3.3 (Indice de Lerner d'un producteur i)**.** On définit l'indice de Lerner pour un producteur i, noté L_i, comme son taux de marge :

$$L_i = \frac{P(q^*) - C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)}$$

On peut exprimer cette indice de Lerner ainsi, grâce à la condition du premier ordre trouvée plus haut :

$$\begin{aligned} L_i &= \tfrac{P(q^*)-C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} \tfrac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q_i, q_{-i})\right|} \\ &= S_i \tfrac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Définition 3.4 (Indice de Lerner du marché)**.** En oligopole à la Cournot avec N producteurs, on définit l'indice de Lerner du marché par :

$$L = \sum_{i=1}^{N} S_i L_i$$

où $S_i = q_i/q$ est la *part de marché* du producteur i et L_i est l'indice de Lerner d'un producteur i.

En utilisant l'expression obtenue pour l'indice de Lerner d'un producteur à l'équation 3.5, on peut réécrire l'indice de Lerner du marché uniquement en fonction de l'élasticité de la demande à l'équilibre et des parts de marchés de chaque producteur :

$$L = \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|} \sum_{i=1}^{N} S_i^2$$

3.1.5.2 Indice de concentration du marché

Définition 3.5 (Indice de Hirschman-Herfindahl (HHI))**.** L'indice de Hirschman-Herfindahl est la somme des carrés des part de marchés.

$$HHI = \sum_{i=1}^{N} S_i^2$$

C'est aussi la différence moyenne entre le coût marginal de production et le prix, multiplié par l'élasticité prix de la demande à l'optimum. Autrement dit, la moyenne des L_i pondéré par les parts de marché.

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{N} \frac{P(q^*)-C_{im}(q_i^*)}{P(q^*)} S_i &= \sum_{i=1}^{N} \frac{S_i}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|} S_i \\ &= \frac{1}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|} \sum_{i=1}^{N} S_i^2 \\ &= \frac{HHI}{\left|\varepsilon_{q/p}(q^*)\right|}\end{aligned}$$

Interprétation :
Imaginons que toutes les N producteurs sont identiques (ils ont la même fonction de coût). Ils produisent alors la même quantité optimale à l'équilibre. Leur part de marché est donc $S_i = 1/N$. Le HHI vaut :

$$\begin{aligned}HHI &= \sum_{i=1}^{N} S_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N^2} \\ &= \frac{N}{N^2} \\ &= \frac{1}{N}\end{aligned}$$

Le HHI correspond à l'inverse du nombre de producteurs qui seraient identiques sur le marché et donneraient le même écart moyen entre coût marginal et prix. Plus le HHI est proche de 1, plus on se rapproche du monopole. Plus le HHI est proche de 0, plus on se rapproche de la concurrence pure et parfaite.

Le HHI est utilisé par les autorités de la concurrence pour évaluer les effets sur les prix de fusions d'entreprises. Elles peuvent interdire des fusions qui augmenteraient trop fortement le HHI.

3.2 Duopole à la Stackelberg

3.2.1 Introduction

Il n'y a plus de symétrie des entreprises dans un duopole à la Stackelberg. Une entreprise, dite *pilote* ou *leader*, prend ses décisions avant l'entreprise dite *satellite* ou *follower*. L'entreprise pilote connaît les caractéristiques de l'entreprise satellite et peut ainsi calculer sa fonction de réaction. Elle en tiendra compte dans ses décisions. On considère ici qu'il n'y a que deux périodes de décisions.

3.2.2 Résolution graphique

L'entreprise pilote choisit sa quantité q_1 de façon à être sur la courbe d'isoprofit la plus basse possible compatible avec la fonction de réaction de l'entreprise satellite. Elle se placera donc sur la courbe d'isoprofit tangente à la fonction de réaction du satellite.

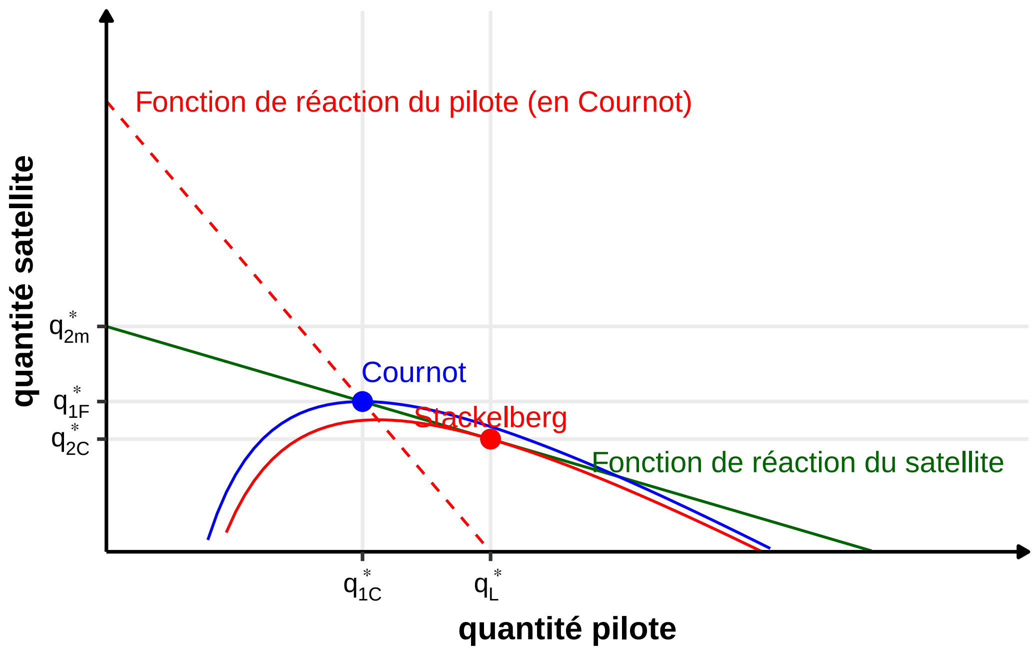

Figure 3.6: Courbes d'isoprofits du pilote et fonctions de réactions des deux entreprises en équilibre de Stackelberg.

Sur la figure 3.6, on voit que le profit du pilote est plus important en Stackelberg qu'en Cournot (et l'inverse pour le satellite). Les quantités produites par l'entreprise pilote sont plus importantes en Stackelberg qu'en Cournot, mais celles du satellite sont plus faibles. La somme des deux est plus importante ($q^*_{1C} + q^*_{2C} < q^*_L + q^*_F$). Le prix sera donc plus faible pour les consommateurs.

3.2.3 Exemple

3.2.3.1 Données du problèmes

Notons les variables et fonctions du pilote avec un indice L et celles du satellite avec un indice F.

Gardons une fonction de demande linéaire.

$$P(q_L + q_F) = a - b(q_L + q_F)$$

Supposons, afin de simplifier les calculs, que les coûts marginaux nuls.

3.2.3.2 Profits

On en déduit les profits :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_L \\ \pi_F(q_L, q_F) & = & (a - b(q_L + q_F))\, q_F \end{array}$$

3.2.3.3 Fonction de réaction de l'entreprise satellite

Calculons la fonction de réaction de l'entreprise satellite. La condition du premier ordre suivant q_F s'écrit (ici q_L est considéré comme une donnée par l'entreprise 1) :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & (a - bq_L) - 2bq_F^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_F^* & = & \frac{a - bq_L}{2b} \end{array} \tag{3.6}$$

3.2.3.4 Maximisation de l'entreprise pilote

Comme l'entreprise pilote connaît la fonction de réaction de l'entreprise satellite (donnée par l'équation 3.6), elle peut l'intégrer à sa propre fonction de profit :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F^*) & = & (a - b(q_L + q_F^*(q_L)))\, q_L \\ & = & \left(a - b\left(q_L + \frac{a - bq_L}{2b}\right)\right) q_L \\ & = & \frac{a}{2} q_L - \frac{b}{2} q_L^2 \end{array}$$

La condition de premier ordre du pilote est :

$$\begin{array}{rrcl} & \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} & = & 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{a}{2} - bq_L^* & = & 0 \\ \Leftrightarrow & q_L^* & = & \frac{a}{2b} \end{array}$$

On en déduit qu'à l'équilibre de Stackelberg, le satellite produit :

$$q_F^* = \frac{a}{4b}$$

L'entreprise pilote produit plus que l'entreprise satellite. Elle profite de son pouvoir sur la seconde entreprise pour cela. La quantité totale produite est :

$$q_S^* = \frac{3a}{4b}$$

Et le prix est :

$$p_S^* = \frac{a}{4}$$

Si on compare ces valeurs à celle obtenu en Cournot avec un coût marginal nul (équation 3.3 et équation 3.4 avec $c = 0$), on remarque que la quantité totale en Stackelberg est plus élevée et que le prix est plus faible. On calcule maintenant le profit des deux entreprises :

$$\begin{array}{rcl} \pi_L(q_L, q_F) & = & p_S^* \times q_L^* = \frac{a^2}{8b} \\ \pi_F(q_L, q_F) & = & p_S^* \times q_F^* = \frac{a^2}{16b} \end{array}$$

Le profit de l'entreprise pilote est plus élevé que celui de l'entreprise satellite quand les deux entreprises ont même coût marginal. La seule différence entre ces deux entreprises est que l'entreprise pilote prend sa décision avant l'entreprise satellite.

3.3 Cartels et collusions

cette partie est maintenant hors-programme.

3.3.1 Introduction

En duopoles / oligopoles de Cournot ou de Stackelberg, les entreprises ne coopèrent pas entre elles :

- Elles sont en concurrence ;
- Elles agissent indépendamment les unes des autres.

Question :
Que se passe-t-il si elles peuvent s'entendre ? Par exemple, que se passe-t-il si elles peuvent passer un accord sur la quantité à produire.

Résultats : Les quantités mises sur le marché diminueront et le prix du marché augmentera. C'est donc néfaste pour les consommateurs. La raison est que le cartel se comporte exactement comme un monopole, puis partage les bénéfices.

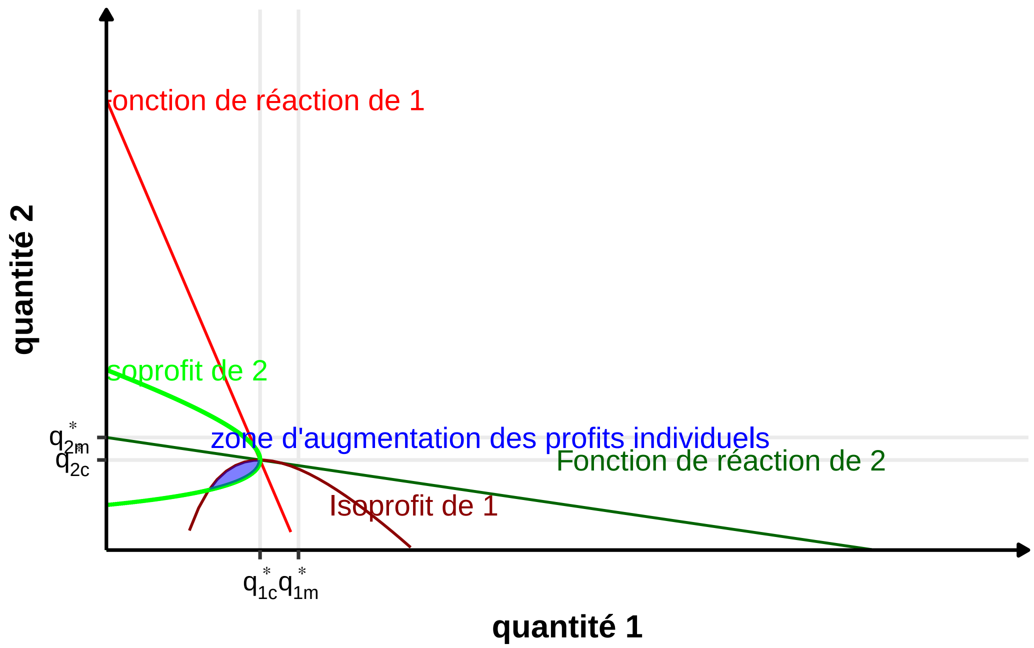

Figure 3.7: Zone d'amélioration mutuellement bénéfique.

3.3.2 Raisonnement graphique

3.3.3 Résolution analytique

3.3.3.1 Idée

L'idée derrière la résolution analytique du problème du cartel est de considérer que le cartel se comporte comme un monopole avec 2 centres de productions. Le cartel choisit la quantité globale produite et la répartition entre les entreprises. C'est un raisonnement très similaire à un monopole discriminant au troisième degré.

3.3.3.2 Profits

Le profit global du cartel s'écrit :

$$\pi_c(q_A, q_B) = qP(q) - C_A(q_A) - C_B(q_B) = (q_A + q_B)P(q_A + q_B) - C_A(q_A) - C_B(q_B)$$

Où $q = q_A + q_B$. Le profit est maximisé lorsque les dérivées partielles suivant chacune des quantités sont nulles (condition du premier ordre), c'est-à-dire lorsque $\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = 0$ et $\frac{\partial \pi_C}{\partial q_B} = 0$.

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = P(q) + q\frac{\partial P}{\partial q}(q_A) - \frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A)$$

On a $P(q) + q\frac{\partial P}{\partial q} = R_m(q)$ est la recette marginale totale du cartel. $\frac{\partial C_A}{\partial q_A} = C_{mA}$ est le coût marginal de l'entreprise A.
On peut réécrire la dérivée du profit total suivant la quantité produite par l'entreprise A :

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_A} = R_m(q) - C_{mA}(q_A)$$

En utilisant le même raisonnement, on a pour l'entreprise B :

$$\frac{\partial \pi_C}{\partial q_B} = R_m(q) - C_{mB}(q_B)$$

3.3.3.3 Optimalité pour le cartel

À l'optimum pour le cartel, on a donc :

$$R_m(q) = C_{mA}(q_A) = C_{mB}(q_B)$$

Le cartel égalise la recette marginale *totale* aux coûts marginaux de chacune des deux entreprises.

Remarque. Le cartel ne donnera pas forcément à produire la même quantité à chaque entreprise. La répartition dépend des coûts marginaux respectifs. Si les coûts marginaux sont identiques, les productions seront identiques.

Intuition : Supposons que la quantité totale produite est fixée. Supposons aussi que $C_{mA}(q_A) > C_{mB}(q_B)$.
Alors, en transférant la production d'une unité de l'entreprise A vers l'entreprise B, le coût diminue de $C_{mA}(q_A)$ et augmente de $C_{mB}(q_B)$. Il diminue donc au total, tout en maintenant la même quantité totale produite.
Autrement dit, tant que $C_{mA}(q_A) \neq C_{mB}(q_B)$, il est possible de diminuer le coût total de production d'une quantité donnée en répartissant celle-ci différemment entre les entreprises.

3.3.3.4 Optimalité pour une entreprise

Question : Prenons l'entreprise A, a-t-elle intérêt à rester dans le cartel (et à respecter la répartition donnée par celui-ci) ?

Le profit de l'entreprise A s'écrit :

$$\pi_A = q_A P(q) - C_A(q_A) = q_A P(q_A + q_B) - C_A(q_A)$$

La dérivée du profit s'écrit donc :

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A) = P(q_A + q_B) + q_A \frac{\partial P}{\partial q}(q_A) - C_{mA}(q_A)$$

La condition d'optimalité du cartel suivant q_A donne :

$$\begin{array}{rrcl} & P(q_A^*+q_B^*)+(q_A^*+q_B^*)\frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*)-\frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & 0 \\ \Leftrightarrow & P(q_A^*+q_B^*)+q_A^*\frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*)-\frac{\partial C_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & -q_B^*\frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) \\ \Leftrightarrow & \frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A^*) & = & -q_B^*\frac{\partial P}{\partial q}(q_A^*) \end{array}$$

Or on sait que la fonction de demande inverse $P(q)$ est décroissante avec les quantités produites, ou que la fonction de demande est décroissante avec le prix, ce qui revient au même. Donc $\frac{\partial P}{\partial q}(q_A) < 0$. On en déduit donc que $\frac{\partial \pi_A}{\partial q_A}(q_A^*) > 0$: l'entreprise A a intérêt à augmenter sa production si elle pense que l'entreprise B va respecter l'accord du cartel (et réciproquement).

En conclusion, les accords de cartel ne sont pas "naturellement" stable, ils ont besoin d'un mécanisme qui maintient l'accord, par exemple en punissant une entreprise déviant de l'accord.

References

Jeleva, M., et J. Etner. 2014. *Microéconomie*. Openbook. Dunod.

Mas-Colell, Andreu, Michael Dennis Whinston, et Jerry R Green. 1995. *Microeconomic theory*. Vol. 1. Oxford university press New York.

Pindyck, R., D. Rubinfeld, C. Sofer, et M. Sollogoub. 2012. *Microéconomie*. Pearson Education. Pearson.

Varian, H. R., J. M. Hommet, et B. Thiry. 2008. *Analyse microéconomique*. Ouvertures économiques. De Boeck Supérieur.

Varian, H. R., et B. Thiry. 2015. *Introduction à la microéconomie*. Ouvertures économiques. De Boeck Supérieur.

A Résolution des problèmes

Table A.1: Tableau comparatif concurrence pure et parfaite et monopole, résolution des problèmes

Rubrique	CPP	Monopole
Consommateurs	une infinité (atomiques)	une infinité (atomiques)
Producteurs	une infinité (atomiques)	un (*le* monopole)
Prix	fixé par le marché p	fixé par le producteur p
Demande	agrégée $P(q)$	agrégée $P(q)$
Recette	$R(q) = pq$	$R(q) = P(q)q$
Coût	$C(q)$	$C(q)$
Offre	coût marginal ($C_m(q)$)	coût marginal ($C_m(q)$)
Profit	$\pi(q) = qp - C(q)$	$\pi(q) = qP(q) - C(q)$
Conditions d'équilibre	Offre égale demande	Coût marginal égal recette marginale
Formellement	$p^* = P(q^*) = C_m(q^*)$	$C_m(q^*) = R_m(q^*)$, $p^* = P(q^*)$
Méthode	On résout d'abord $P(q^*) = C_m(q^*)$ puis on calcule p^*	On calcule $C_m(q^*) = R_m(q^*)$ puis on obtient p^*
Conditions supplémentaires		$C'_m(q^*) > R'_m(q^*)$ et $\pi(q^*) \geq 0$

La différence entre la concurrence pure et parfaite et le monopole est qu'en monopole il n'y a qu'un seul producteur, qui dispose du pouvoir de fixé les prix. Cela lui permet de connaître la demande agrégée des consommateurs P et de l'utiliser dans sa maximisation du profit. Cela modifie ainsi la condition d'équilibre en monopole.

B Comment trouver les équilibres ?

La méthode générale est toujours de maximiser le profit du ou des producteurs. Le profit est maximal quand la dérivée du profit suivant les quantités produite est nulle.

En plus de ça, dans différents cas particuliers il est possible de sauter quelques étapes en retenant ces identités fondamentales.

B.1 En concurrence pure et parfaite

L'offre est égale à la demande, et les deux sont égales au prix sur le marché. L'offre est déterminée par le coût marginal. Avec les notations du cours :

$$C_m(q^*) = P(q^*) = p^*$$

B.2 En monopole

Le revenu marginal du monopole est égal au coût marginal. Le prix est égal à la demande inverse de la quantité d'équilibre.

$$R_m(q^*) = C_m(q^*) \text{ et } p^* = P(q^*)$$

B.2.1 Avec des régulations

Quand l'État oblige un monopole à une tarification au coût moyen ou au coût marginal, cela signifie qu'il doit utiliser cette fonction comme offre, et l'égaliser avec la demande. Par exemple, avec une tarification au coût moyen, on doit avoir :

$$C_M(q^*) = P(q^*) = p^*$$

B.2.2 Avec une discrimination du 3e degré

En discrimination du 3e degré, le monopole se comporte comme s'il était en monopole sur deux marché différents. Le revenu marginal du groupe 1 est égal au revenu marginal du groupe 2 qui est égal au coût marginal total du monopole.

$$R_{m1}(q_1^*) = R_{m2}(q_2^*) = C_m(q^*)$$

Avec

$$p_1^* = P_1(q_1^*) \text{ et } p_2^* = P_2(q_2^*)$$

B.3 Oligopoles

B.3.1 Duopole de Cournot

D'abord, maximiser le profit de chaque entreprise en considérant la quantité produite par l'autre comme une donnée. On obtient alors un système de deux équations à deux inconnues qu'il faut résoudre pour obtenir les quantités optimales. Le prix est ensuite obtenu en utilisant la demande inverse de la quantité totale.

B.3.2 Duopole de Stackelberg

Maximiser le profit de l'entreprise follower en considérant la quantité produite par le leader comme une donnée. On obtient ainsi la fonction de réaction du follower. Le leader utilise ensuite la fonction de réaction du follower dans sa propre maximisation du profit. Cela permet d'obtenir la quantité produite par le leader. A l'aide de la fonction de réaction du follower, on en déduit la quantité du follower. Le prix est ensuite obtenu en utilisant la demande inverse de la quantité totale.

B.3.3 Cartel

Quand deux entreprises sont en cartel, elles maximisent leur profit joint. On écrit donc le profit du cartel, puis on écrit les conditions du premier suivant chaque quantité. On obtient alors un système de deux équations à deux inconnues à résoudre. Le prix est ensuite obtenu en utilisant la demande inverse de la quantité totale.

C Calcul des surplus

Définition C.1 (Surplus des consommateurs)**.** Le surplus des consommateurs est la somme de la différence entre le prix maximum que les consommateurs étaient prêt à payer et le prix effectivement payé. Mathématiquement, c'est l'intégrale suivante :

$$S_c(q) = \int_0^q P(x) - pdx = \int_0^q P(x)dx - pq$$

Où p est le prix payé, q la quantité échangée et P la demande inverse.

L'intégrale signifie que c'est l'aire comprise entre la demande inverse (la fonction P), le prix payé par les consommateurs (le prix p), l'axe des ordonnées et la quantité échangée (q). Dans notre cours, ce sera l'aire d'un triangle ou d'un trapèze.

Définition C.2 (Surplus des producteurs)**.** Le surplus des producteurs est la somme de la différence entre le prix reçu par les producteurs et le coût marginal de production. Mathématiquement, c'est l'intégrale suivante :

$$S_p(q) = \int_0^q p - C_m(x)dx = pq - \int_0^q C_m(x)dx \tag{C.1}$$

Où p est le prix reçu par le producteur, q la quantité vendue et C_m la coût marginal.

L'intégrale signifie que c'est l'aire comprise entre le prix reçu par les producteurs (p), le coût marginal (C_m), l'axe des ordonnées et la quantité échangée (q). Dans notre cours, ce sera l'aire d'un triangle ou d'un trapèze.

Remarque (Lien entre surplus et profit)*.* Si on continue l'expression donnée par l'équation C.1, on obtient :

$$S_p(q) = pq - [C(x)]_0^q = pq - C(q) + C(0) = \pi(q) + C(0)$$

Cela prouve la relation donnée informellement dans le cours entre surplus et profit. Le surplus est la somme du profit réalisé par les producteurs et des coûts fixes (des coût qui ne dépendent pas de la quantité).

Remarque (Aire d'un triangle)*.* L'aire d'un triangle est donnée par la formule suivante :

$$\text{aire triangle} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur}$$

Remarque (Aire d'un trapèze). L'aire d'un trapèze est donnée par la formule suivante :

$$\text{aire trapèze} = \frac{1}{2} \times (\text{petite base} + \text{grande base}) \times \text{hauteur}$$

On peut illustrer ces formules avec deux cas pratiques (sur la figure C.1 et figure C.2).

Les valeurs sur les graphiques sont obtenues de la manière suivante :

- q est connu ou p est connu ;
- Si q est connu, on obtient p grâce à la fonction de demande inverse : $p = P(q)$. Si p est connu, on obtient q avec la fonction de demande $q = Q(p)$ ou en résolvant l'équation $p = P(q)$.
- $p_3 = P(0)$;
- $p_1 = C_m(0)$;
- p_2 dépendra du cas.

Le premier cas est illustré sur la figure C.1. Le prix de l'échange p est tel que le surplus des consommateurs est un triangle, et le surplus des producteurs est un trapèze. Dans ce cas, on obtient $p_2 = C_m(q)$. Le surplus des consommateurs est donné par :

$$S_c = \frac{1}{2} \times (p_3 - p) \times q$$

Et le surplus des producteurs par :

$$S_p = \frac{1}{2} \times (p - p_2 + p - p_1) \times q$$

Le second cas est illustré sur la figure C.2. Le prix de l'échange p est tel que le surplus des consommateurs est un trapèze, et le surplus des producteurs est un triangle. Dans ce cas, on obtient $p_2 = P(q)$. Le surplus des consommateurs est donné par :

$$S_c = \frac{1}{2} \times (p_3 - p + p_2 - p) \times q$$

Et le surplus des producteurs par :

$$S_p = \frac{1}{2} \times (p - p_1) \times q$$

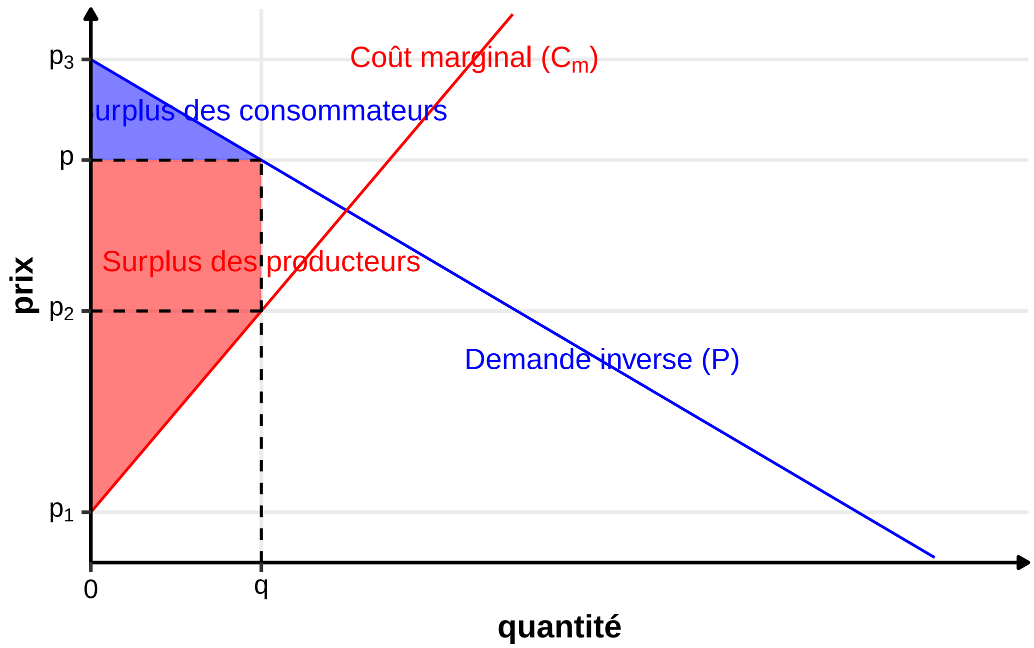

Figure C.1: Surplus avec un prix de l'échange p.

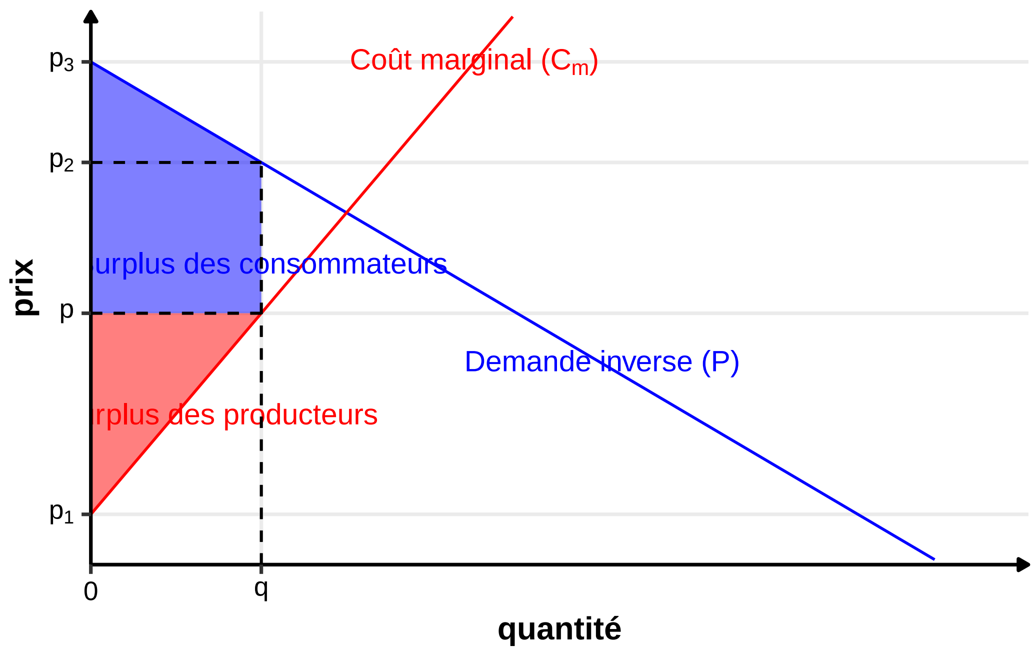

Figure C.2: Surplus avec un prix de l'échange p.