CC2

Ex1

1a) Z prend des valeurs 12, 14 ou 16

b°)

z_i	12	14	16
P_i	0,3	0,4	0,3

$E(Z) = 12 \times 0{,}3 + 14 \times 0{,}4 + 16 \times 0{,}3 = 14$

$E(Z^2) = 12^2 \times 0{,}3 + 14^2 \times 0{,}4 + 16^2 \times 0{,}3 = 198.4$

$V(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 = 198.4 - 14^2$

$= 2.4$

2°) $Y = \dfrac{16 \times 25 + 80}{\cancel{Z}}$

b)

y_i	30	34,3	40
P_i	0,3	0,4	0,3

c°) $E(Y) = 30 \times 0{,}3 + 34{,}3 \times 0{,}4 + 40 \times 0{,}3$

$= 34{,}72$

$V(Y) = 15{,}1$

Ex 2

$P(X<6)=\frac{1}{3}$

$P(X>6)=\frac{1}{2}$

$P(X=2)=P(X=4)$

$\frac{1}{3}=P(X<6)=P(X=2 \text{ ou } X=4)=P(X=2)+P(X=4)$

et comme $P(X=2)=P(X=4)$, on a deduit que

$P(X=2)=P(X=4)=\frac{1}{6}$ 1 pt

Par ailleurs, on a :

$\frac{1}{2}=P(X>6)=P(X=8)$

Enfin on a :

$P(X=6)=1-P(X\neq 6)=1-(P(X>6)+P(X<6))$

$=\frac{1}{6}$

On verifie naturellement que

$P(X=2)+P(X=4)+P(X=6)+P(X=8)=1$

EX3

on répète, de façon indépendante, une épreuve (tirage d'une carte) dans laquelle la proba du succès est $p = \frac{1}{52}$ jusqu'à l'obtention d'un succès.

Le nombre de répétition d'une épreuve de Bernoulli de paramètre p, nécessaire à l'obtention d'un succès ~~..~~ suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$ de paramètre p.

Donc le nbr Z de tirages effectués suit une loi géométrique sur $\mathbb{N}^*$ de paramètre p.

$$P(Z=k) = p(1-p)^{k-1} = \frac{1}{52}\left(\frac{51}{52}\right)^{k-1}.$$

Par suite

$$P(Z \leq 30) = \sum_{k=1}^{30} P(Z=k) = \frac{1}{52}\sum_{k=1}^{30}\left(\frac{51}{52}\right)^{k-1}$$

$$= \frac{1}{52}\sum_{k=0}^{29}\left(\frac{51}{52}\right)^{k} = \frac{1}{52}\,\frac{1-\left(\frac{51}{52}\right)^{30}}{1-\frac{51}{52}}$$

$$= 1-\left(\frac{51}{52}\right)^{30}$$

$$= 0{,}441$$

EX4

Pour $n=5$

1) la loi de proba de V.a X

$$X = \sum_{i=1}^{5} X_i \text{ tel que } X_i \sim B(0{,}3),\ i=1\ldots5$$

Donc $X \sim B(5, 0{,}3)$

$$P(X=k) = C_5^k (0{,}3)^k (0{,}7)^{5-k}$$

$$E(X) = np = 5\times0{,}3 = 1{,}5$$

$$V(X) = np(1-p) = 5\times0{,}3\times0{,}7 = 1{,}05$$

$$\sigma(X) = \sqrt{1{,}05} = 1.025$$

2°) $P(X=2) = C_5^2 (0{,}3)^2 (0{,}7)^3 = 0{,}309$

3°) $P(X\leq1) = P(X=0) + P(X=1)$

$$= C_5^0 (0{,}3)^0 (0{,}7)^5 + C_5^1 (0{,}3)^1 (0{,}7)^4$$

$$= 0{,}528$$

4°)

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	0,168	0,36	0,309	0,132	0,029	0,0024

Ainsi, la valeur de X la plus probable est $X=1$ avec $P(X=1) = 0{,}36$

Pour $n = 100$

1/ on a $\begin{cases} n=100 \text{ assez grand} \\ p=0{,}05 < 0{,}1 \end{cases}$

alor on peut approximer la loi de proba de la v.a X par la loi de Poisson de paramètre $\lambda = np = 100 \times 0{,}05$
$= 5$

2°) $P(X=0) = \dfrac{e^{-5}\, 5^{0}}{0!} = 0{,}0067$

3°) $P(X=2) = \dfrac{e^{-5}\, 5^{2}}{2!} = 0{,}0842$

4°) $P(2 \leq X \leq 4) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$
$= e^{-5}\left(\dfrac{5^2}{2!} + \dfrac{5^3}{3!} + \dfrac{5^4}{4!}\right)$

$= 0{,}4$

$14{,}75$
$15/25$

$15{,}5$
$0{,}25$