CC2

- Le sujet contient 2 pages.
- L'utilisation des appareils électroniques (sauf les calculatrices) est interdite.

Exercice 1 (5 points) Lors des fêtes de Noël, toute la famille Zède est invitée chez les grandsparents. Il y a donc 14 invités plus les deux grandsparents. Cependant, l'un des fils Zède est coincé par les grèves et risque de ne pas pouvoir venir avec son épouse et leur deux enfants. La probabilité que les 4 personnes soient absentes est de 0,3, la probabilité que les enfants puissent être présents sans les parents est de 0,4.

- 1. On note Z la variable aléatoire correspondant au nombre de personnes à table.
 - (a) Quelles sont les valeurs possibles pour la variable Z.
 - (b) Déterminer la loi de Z.
 - (c) Tracer la fonction de répartition de Z.
 - (d) Calculer l'espérance et la variance de Z.
- 2. Il a été décidé que les frais du repas seraient partagés entre tous les convives. Le repas à l'unité coûte 25 € par personne plus un total de 80 € de boisson, sachant que les 16 repas ont été commandés. On définit la variable aléatoire Y, correspondant au coût réel du repas par convive, tenant compte des repas non consommés.
 - (a) Exprimer Y en fonction de Z.
 - (b) Déterminer la loi de Y.
 - (c) Calculer l'espérance et la variance de Y.

Exercice 2 (3 points)

Soit X une variable aléatoire discrète prenant les valeurs 2, 4, 6 ou 8. Déterminer la loi de X sachant que :

$$P(X < 6) = \frac{1}{3}, P(X > 6) = \frac{1}{2}, P(X = 2) = P(X = 4)$$

Exercice 3 (4 points)

Dans une boîte, il y a 52 cartes numérotées de 1 à 52. On effectue des tirages successifs avec remise, jusqu'à obtenir la carte n. Soit Z le nombre de tirages effectués.

- 1. Quelle est la loi de Z. Calculer la probabilité que le nombre de cartes tirées soit égal à k, pour $k \ge 1$.
- 2. Quelle est la probabilité que le nombre de cartes tirées soit inférieur ou égal à 30?

Exercice 4 (8 points)

Dans une entreprise, une machine produit des pièces dont les dimensions très précises doivent être respectées. On examine n pièces choisies au hasard et on note X la v.a. représentant le nombre de pièces défectueuses.

- I) Après un premier réglage, on constate une proportion de 30% de pièces défectueuses. Pour n=5:
 - 1. Quelle est la loi de probabilité de la v.a. X? Calculer son espérance et son écart type.
 - 2. Quelle est la probabilité que deux pièces soient défectueuses?
 - 3. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas plus d'une pièce défectueuse?
 - 4. Déterminer la valeur de X la plus probable. Calculer la probabilité associée
- II) Après un second réglage, la proportion des pièces défectueuses devient 5%. Pour n=100:
 - 1. Par quelle loi peut-on approximer la loi de probabilité de la v.a. X? Justifiez votre réponse.
 - 2. Calculer la probabilité de ne pas trouver de pièces défectueuses.
 - 3. Calculer la probabilité d'obtenir deux pièces défectueuses.
 - 4. Calculer la probabilité que le nombre de pièces défectueuse soit compris entre 2 et 4 (au sens large).