



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CAMPUS QUIXADÁ**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**

**ELIAS FROTA COUTINHO FILHO**

**SIMULAÇÃO DE SENSOR DE FLUXO ULTRASSÔNICO**

**QUIXADÁ**  
**2024**

ELIAS FROTA COUTINHO FILHO

SIMULAÇÃO DE SENSOR DE FLUXO ULTRASSÔNICO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Computação do Campus Quixadá da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do grau de bacharel em Engenharia de Computação.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Luis Rodolfo Rebouças Coutinho (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Thiago Werlley Bandeira da Silva  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

---

Prof. Carlos Igor Ramos Bandeira  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a avaliação de um modelo de sensor ultrassônico aplicado à medição de vazão de água, utilizando simulações computacionais na linguagem Julia. A simulação emprega as equações de Navier-Stokes para descrever o escoamento laminar de um fluido em um tubo e visa simular as técnicas de sensores ultrassônicos em sistemas de medição de vazão. As simulações realizadas permitiram a análise do comportamento do sensor em diferentes condições de operação, com variação de parâmetros como viscosidade do fluido e gradiente de pressão. O estudo incluiu a aplicação de métricas de avaliação, como precisão, sensibilidade e linearidade, para quantificar o desempenho do modelo em diversas situações. Além disso, foi avaliada a influência do ruído nos resultados, com foco em entender como o modelo se comporta em condições realistas. Os resultados indicam que o modelo desenvolvido apresentou uma precisão considerável em fluidos de menor velocidade, além de uma resposta linear. O trabalho também destaca o potencial das simulações computacionais para o aprimoramento de sensores de vazão e tecnologias aplicáveis à gestão de recursos hídricos e instrumentação.

**Palavras-chave:** Fluxômetros; Sensores; Julia; Simulação; Escoamento laminar.

## **ABSTRACT**

This study presents the development and evaluation of an ultrasonic sensor model for water flow measurement, using computational simulations in the Julia programming language. The simulation employs the Navier-Stokes equations to describe the laminar flow of fluid in a pipe and aims to simulate ultrasonic sensor techniques in flow measurement systems. The simulations provided an analysis of the sensor's behavior under different operating conditions, varying parameters such as fluid viscosity and pressure gradient. The study applied evaluation metrics, including precision, sensitivity, and linearity, to assess the model's performance in various scenarios. Additionally, the influence of noise was evaluated, focusing on understanding how the model behaves in realistic conditions. The results indicate that the developed model demonstrated considerable accuracy in low-velocity fluids, along with a linear response. The work also highlights the potential of computational simulations for improving flow sensors and advancing technologies applicable to water resource management and instrumentation.

**Keywords:** Flowmeters; Sensors; Julia; Simulation; Laminar flow.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Perfil parabólico . . . . .	19
Figura 2 – Gráfico de saída de um sensor analógico. . . . .	21
Figura 3 – Gráfico de saída de um sensor digital. Fonte: Autor . . . . .	21
Figura 4 – Saturação de saída digital e Sinal amplificado.. . . .	22
Figura 5 – Resposta não-linear e linear. . . . .	23
Figura 6 – Sinais com frequências diferentes . . . . .	25
Figura 7 – Disposição padrão de transdutores para o método de tempo de transito. . . .	26
Figura 8 – Micro-Benchmark . . . . .	28
Figura 9 – Diagrama de blocos . . . . .	29
Figura 10 – Relação viscosidade vs temperatura para água pura . . . . .	33
Figura 11 – Simulação do campo de velocidades . . . . .	36
Figura 12 – Simulação do campo de velocidades . . . . .	37
Figura 13 – Gráfico de erro médio absoluto . . . . .	40
Figura 14 – Gráfico de caixas . . . . .	40
Figura 15 – Gráfico de sensibilidade . . . . .	41
Figura 16 – Delta T x Velocidade . . . . .	42
Figura 17 – Gráfico de Regressão . . . . .	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Trabalhos relacionados . . . . .	15
Tabela 2 – Temperaturas e viscosidades correspondentes . . . . .	33
Tabela 3 – Velocidades em diferentes temperaturas . . . . .	38
Tabela 4 – Variação do gradiente de pressão . . . . .	38
Tabela 5 – Aplicação do modelo do sensor . . . . .	39

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

atm	Atmosfera
Hz	Hertz
mm	Milímetro
mmHg	Milímetro de mercúrio
Pa	Pascal
SI	Sistema Internacional

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\lambda$	Comprimento de onda
$\rho$	Massa específica
$d$	Densidade relativa
$\mu$	Viscosidade Dinâmica
$\nu$	Viscosidade Cinemática
$P$	Pressão
$\omega$	Frequência
$\phi$	Fase angular
$t_u$	Tempo de subida da onda
$t_d$	Tempo de descida da onda



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo geral . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos específicos . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>TRABALHOS RELACIONADOS . . . . .</b>	<b>13</b>
<b>2.1</b>	<i>High precision time-of-flight determination algorithm for ultrasonic flow measurement . . . . .</i>	<i>13</i>
<b>2.2</b>	<i>Research on Coupling Method of Flow Field and Acoustic Field Based on COMSOL for Ultrasonic Flowmeter . . . . .</i>	<i>13</i>
<b>2.3</b>	<i>Numerical Simulation of Transit-time Ultrasonic Flowmeters in Deep-regulating Units . . . . .</i>	<i>14</i>
<b>2.4</b>	<i>Clamp-On Measurements of Fluid Flow in Small Diameter Metal Pipes Using Ultrasonic Guided Waves . . . . .</i>	<i>14</i>
<b>2.5</b>	<b>Análise Comparativa . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>3.1</b>	<b>Mecânica dos fluidos . . . . .</b>	<b>16</b>
<b>3.1.1</b>	<i>Fluidos . . . . .</i>	<i>16</i>
<b>3.1.2</b>	<i>Propriedades dos fluidos . . . . .</i>	<i>16</i>
<b>3.1.2.1</b>	<i>Densidade . . . . .</i>	<i>17</i>
<b>3.1.2.2</b>	<i>Compressibilidade . . . . .</i>	<i>17</i>
<b>3.1.2.3</b>	<i>Viscosidade . . . . .</i>	<i>17</i>
<b>3.1.2.4</b>	<i>Pressão . . . . .</i>	<i>18</i>
<b>3.1.3</b>	<i>Equação de Navier-Stokes . . . . .</i>	<i>18</i>
<b>3.1.4</b>	<i>Perfil Laminar . . . . .</i>	<i>19</i>
<b>3.2</b>	<b>Sensores . . . . .</b>	<b>20</b>
<b>3.2.1</b>	<i>Definição . . . . .</i>	<i>20</i>
<b>3.2.2</b>	<i>Tipos de resposta e condicionamento de sinais . . . . .</i>	<i>20</i>
<b>3.2.3</b>	<i>Características de sensores . . . . .</i>	<i>22</i>
<b>3.2.3.1</b>	<i>Sensibilidade . . . . .</i>	<i>22</i>
<b>3.2.3.2</b>	<i>Exatidão e precisão . . . . .</i>	<i>22</i>
<b>3.2.3.3</b>	<i>Linearidade . . . . .</i>	<i>22</i>

3.2.4	<i>Transdutores</i>	23
3.2.5	<i>Sensores não invasivos</i>	23
3.3	<b>Características de sinais ultrassônicos</b>	24
3.3.1	<i>Frequência</i>	24
3.3.2	<i>Comprimento de onda</i>	25
3.4	<b>Fluxômetros ultrassônico</b>	25
3.4.1	<i>Tempo de trânsito</i>	25
3.5	<b>Simuladores</b>	26
3.5.1	<i>k-Wave</i>	26
3.5.2	<i>COMSOL Multiphysics Simulation Software</i>	27
3.5.3	<i>Ansys</i>	27
3.6	<b>Julia</b>	27
3.6.1	<i>Benchmarks</i>	27
4	<b>METODOLOGIA</b>	29
4.1	<b>Modelagem do sensor</b>	29
4.1.1	<i>Formulação Matemática</i>	29
4.1.2	<i>Implementação Computacional do Modelo em Julia</i>	30
4.2	<b>Implementação do ambiente de simulação</b>	31
4.2.1	<i>Simulação de Perfil Parabólico</i>	31
4.2.2	<i>Cálculo do tempo de trânsito</i>	31
4.2.3	<i>Aplicação do modelo</i>	32
4.3	<b>Aplicação de ruído branco</b>	32
4.4	<b>Variação de parâmetros</b>	32
4.4.1	<i>Viscosidade cinemática</i>	32
4.4.2	<i>Gradiente de pressão</i>	33
4.5	<b>Análise de Métricas</b>	34
4.5.1	<i>Precisão</i>	34
4.5.2	<i>Sensibilidade</i>	34
4.5.3	<i>Linearidade</i>	35
5	<b>RESULTADOS</b>	36
5.1	<b>Simulação de perfil parabólico</b>	36
5.1.1	<i>Campo de velocidades</i>	36

5.1.2	<i>Perfil de velocidade</i>	37
5.2	<b>Variação de parâmetros</b>	37
5.2.1	<i>Variação de viscosidade</i>	37
5.2.2	<i>Variação de gradiente de pressão</i>	38
5.3	<b>Modelo do sensor</b>	38
5.3.1	<i>Integração do modelo à simulação</i>	39
5.3.2	<i>Análise de Métricas</i>	39
5.3.2.1	<i>Precisão</i>	39
5.3.2.2	<i>Sensibilidade</i>	41
5.3.2.3	<i>Linearidade</i>	41
6	<b>CONCLUSÃO</b>	43
	<b>REFERÊNCIAS</b>	44
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGOS</b>	46

## 1 INTRODUÇÃO

A escassez de recursos hídricos é um problema crescente em todo o mundo, especialmente em regiões áridas e semiáridas. No Brasil, a situação não é diferente, e a gestão adequada dos recursos hídricos torna-se cada vez mais urgente. O fator de perda de água potável é mais um agravante para o cenário hídrico do país, cujas perdas podem ocorrer por diversas causas no processo de consumo e distribuição de água, como vazamentos ou medições incoerentes. Em 2019, foi estimado um índice de perda de faturamento do Brasil de 40,58%, o que representa 25 pontos percentuais acima da média dos países desenvolvidos e 5 pontos acima da média dos países em desenvolvimento (OLIVEIRA *et al.*, 2021).

No contexto atual, a busca por soluções que permitam um maior controle do consumo hídrico torna-se cada vez mais relevante, não só para garantir a eficiência no uso da água, mas também para atender às regulamentações mais rígidas e à crescente demanda por sustentabilidade. A Lei nº 13.312/2016, sancionada no dia 12 de julho de 2016, tornou obrigatória a medição individualizada do consumo hídrico nas novas edificações condominiais (BRASIL, 2016). Essa medida tem como objetivo proporcionar um maior controle da utilização de recursos hídricos de cada consumidor, assim como uma cobrança justa pelo valor consumido. Além disso, a medição individualizada auxilia na localização de possíveis vazamentos, reduzindo perdas e promovendo a preservação ambiental (COMPESA, 2016).

O uso de sensores ultrassônicos para a medição do fluxo de fluidos já é amplamente consolidado na indústria, sendo uma ferramenta bastante utilizada em diversas aplicações, como em processos industriais complexos e na medição de consumo em sistemas de abastecimento (RICARDO *et al.*, 2000). Este trabalho busca explorar a viabilidade técnica de sensores de fluxo de água baseados em sinais de ultrassom, utilizando simulações desenvolvidas na linguagem Julia. A simulação justifica-se pela flexibilidade e precisão oferecida no estudo das características e do comportamento do sensor em diferentes condições de operação, permitindo uma análise detalhada sem a necessidade de protótipos físicos nas etapas iniciais.

A relevância desse estudo também se amplifica quando consideramos os avanços tecnológicos na área de sensores e a crescente adoção da Internet das Coisas (IoT) em aplicações residenciais. Sensores de fluxo de água ultrassônicos, quando integrados a sistemas inteligentes, podem fornecer dados em tempo real que são cruciais para o monitoramento e controle eficiente do uso da água, fornecendo não apenas economia de recursos, mas também permitindo a detecção precoce de vazamentos e anomalias no sistema de abastecimento. Assim, o desenvolvimento e a

simulação desses sensores se inserem em uma tendência global de cidades inteligentes e gestão sustentável de recursos.

Embora existam diversos sensores de fluxo disponíveis no mercado, a fabricação e o domínio técnico desse tipo de dispositivo ainda são desafios para muitas instituições acadêmicas. Dessa forma, este trabalho não apenas visa contribuir para o avanço técnico na área, mas também para a capacitação da universidade no desenvolvimento de tecnologias próprias, com potencial de gerar patentes e amadurecer o campo da instrumentação.

### **1.1 Objetivo geral**

Este trabalho busca utilizar a linguagem Julia para simular o comportamento de medição de um sensor de fluxo ultrassônico.

### **1.2 Objetivos específicos**

Os objetivos específicos deste trabalho são:

1. Modelar o comportamento do sensor na linguagem Julia;
2. Validar o modelo em um ambiente simulado;
3. Aplicar métricas de desempenho ao modelo.

## 2 TRABALHOS RELACIONADOS

Nesta seção, são apresentados alguns estudos, relacionados com o projeto proposto neste trabalho.

### 2.1 *High precision time-of-flight determination algorithm for ultrasonic flow measurement*

Em Sunol e Garcia (2018) é apresentado um algoritmo para calcular de forma precisa o tempo de trânsito em medidores de fluxo com correlação cruzada. Sunol e Garcia (2018) aborda de forma matemática a relação entre o tempo de trânsito e a distribuição dos transdutores no sistema de medição. O esquema proposto neste estudo é demonstrado como uma solução eficaz, superando as limitações do método convencional em diversas condições. Ele permite obter medições confiáveis de fluxo próximo a zero, possibilitando uma ampla faixa dinâmica de operação. A análise da curva de erro revela que os erros relativos têm um valor absoluto inferior a 2% em todas as taxas de fluxo consideradas, que variam de 0,2 a  $150 \text{ m}^3/\text{h}$ . Esses resultados evidenciam a capacidade do algoritmo em fornecer medições altamente precisas.

### 2.2 *Research on Coupling Method of Flow Field and Acoustic Field Based on COMSOL for Ultrasonic Flowmeter*

Neste estudo, Zheng *et al.* (2018) aborda o aprimoramento dos medidores de fluxo ultrassônicos não invasivos, que são amplamente utilizados na indústria para medir a velocidade dos fluidos.

O objetivo central deste trabalho foi investigar o impacto do campo de fluxo sobre a precisão e a confiabilidade dos medidores de fluxo ultrassônicos. Para isso, Zheng *et al.* (2018) utilizou o software COMSOL Multiphysics para estabelecer um método de análise computacional.

Os resultados do estudo mostraram que o campo de fluxo influencia significativamente o campo acústico, deslocando as trajetórias de propagação das ondas ultrassônicas e alterações na distribuição da pressão sonora. Para compreender melhor esses efeitos, foram realizadas simulações numéricas considerando diferentes configurações de fonte sonora, cunhas de transdutores e propriedades do fluido em movimento.

### **2.3 Numerical Simulation of Transit-time Ultrasonic Flowmeters in Deep-regulating Units**

Em Sun *et al.* (2019), é feito um estudo que aborda o desenvolvimento e aprimoramento dos medidores de fluxo ultrassônicos. Sun *et al.* (2019) focou em uma técnica não invasiva chamada medidor de tempo de trânsito, que utiliza transdutores ultrassônicos externos para medir o fluxo sem danificar o tubo ou interromper o processo.

Nesse estudo, observou-se que a complexidade aumenta com o uso da tecnologia não invasiva, devido às múltiplas interfaces sólido-sólido e sólido-fluido que o feixe ultrassônico precisa atravessar. Para melhorar a precisão e o desempenho do medidor, Sun *et al.* (2019) propôs um método de simulação numérica baseado na dinâmica dos fluidos computacional (CFD).

### **2.4 Clamp-On Measurements of Fluid Flow in Small Diameter Metal Pipes Using Ultrasonic Guided Waves**

Em Dixon *et al.* (2021), foi apresentado o problema da medição de fluxo, utilizando uma abordagem não invasiva e baseada em sinais de ultrassom em tubulações de metal com diâmetros inferiores a 30 Milímetro (mm). É dito que, para tubulações com diâmetros inferiores a 30 mm, as ondas guiadas pela tubulação produzem sinais muito diferentes dos sinais produzidos em tubulações de maior diâmetro.

O estudo tem como principal objetivo desenvolver e analisar uma técnica de medição de fluxo de fluidos em tubos de metal de pequeno diâmetro usando ondas ultrassônicas guiadas. O trabalho busca superar as limitações dos medidores de fluxo convencionais, que requerem cortes no tubo para instalar o medidor ou têm dificuldades de precisão em pequenos diâmetros.

### **2.5 Análise Comparativa**

Nesta seção, será realizada uma análise comparativa dos estudos relacionados ao tema proposto neste trabalho.

A Tabela 1 faz uma comparação entre os trabalhos relacionados e o projeto desenvolvido neste estudo. Verifica-se que a maioria dos estudos analisados emprega simuladores para testar e validar seus modelos. No entanto, nem todos aplicam métodos não invasivos para a medição do fluxo, sendo (SUNOL; GARCIA, 2018) uma exceção, pois emprega um método invasivo.

Tabela 1 – Trabalhos relacionados

Trabalho	Utiliza simulador	Utiliza o método não invasivo	Utiliza ferramentas de código livre
(ZHENG <i>et al.</i> , 2018)	Sim	Sim	Não
(SUNOL; GARCIA, 2018)	Não	Não	Sim
(SUN <i>et al.</i> , 2019)	Sim	Sim	Não
(DIXON <i>et al.</i> , 2021)	Não	Sim	Sim
Trabalho proposto	Sim	Sim	Sim

Fonte: Autor

No que se refere às ferramentas utilizadas, apenas dois dos trabalhos revisados, incluindo o presente estudo, adotaram ferramentas de código aberto, como a linguagem Julia. Já os estudos de (ZHENG *et al.*, 2018) e (SUN *et al.*, 2019) fazem uso de ferramentas proprietárias, como o COMSOL Multiphysics, o que pode representar limitações em termos de acessibilidade e reprodutibilidade dos resultados.



### **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Nesta seção, serão abordados alguns dos conceitos fundamentais para compreender e avançar no projeto proposto neste trabalho, como mecânica dos fluidos, métodos numéricos, sensores, características de sinais de ultrassom e fluxômetros ultrassônicos, além de apresentar uma breve análise de alguns simuladores.

#### **3.1 Mecânica dos fluidos**

A mecânica dos fluidos é uma área da física que estuda o comportamento e as propriedades de fluidos tanto em repouso quanto em movimento. Ela se concentra na análise e descrição dos fluidos, que podem ser líquidos ou gases, e abrange uma variedade de fenômenos, desde o escoamento de água em tubulações até a aerodinâmica de aeronaves (COIMBRA, 2015).

A mecânica dos fluidos envolve o estudo de conceitos fundamentais, como densidade, pressão, viscosidade, tensão superficial e a velocidade do fluido. Ela também estuda as leis físicas que regem o comportamento dos fluidos, incluindo a conservação da massa, a conservação do momento linear e a conservação da energia (ÇENGEL; CIMBALA, 2014).

##### **3.1.1 Fluidos**

Coimbra (2015) define fluido como uma substância que se deforma sob a ação de uma força tangencial. Os fluidos compreendem as fases líquidas e gasosas da matéria, logo, é necessário definir cada estado.

Os fluidos líquidos possuem volume definido, ou seja, não são facilmente comprimidos, fluem e se adaptam à forma do recipiente que os contém, mantendo uma superfície livre. Já os fluidos gasosos não possuem volume nem forma definidos, podem ser comprimidos facilmente e se expandem para preencher completamente o recipiente que os contém (COIMBRA, 2015).

##### **3.1.2 Propriedades dos fluidos**

As propriedades dos fluidos são elementos-chave para compreender o comportamento e as características dos fluidos em diferentes contextos. Dentre as propriedades relevantes, destacam-se a densidade, compressibilidade, viscosidade e pressão.

### 3.1.2.1 Densidade

A densidade é um conceito fundamental que descreve a relação entre a massa e o volume de um corpo. Na física, o termo "massa específica" é utilizado para representar essa relação, definida como a razão entre a massa e o volume de um objeto. Essa relação fornece o valor da quantidade de massa presente em uma unidade de volume, como mostra a equação 3.1, onde  $\rho$  é a densidade,  $m$  a massa e  $V$  o volume (NETO, 2011).

$$\rho = \frac{m}{V} [kg/m^3] \quad (3.1)$$

Contudo, a densidade não é uma característica imutável; variáveis como a temperatura e a pressão podem alterá-la. Por não ser um valor constante, torna-se necessário o uso de um valor de referência, como mostra a equação 3.2, onde  $\rho_{ref}$  é uma massa específica de referência com valores conhecidos, como, por exemplo, a água em uma temperatura específica (COIMBRA, 2015).

$$d = \frac{\rho}{\rho_{ref}} \quad (3.2)$$

### 3.1.2.2 Compressibilidade

A compressibilidade de um fluido é definida pela variação da sua densidade em resposta a mudanças de pressão e temperatura. Os fluidos incompressíveis são aqueles cuja densidade permanece constante ao longo do tempo e em qualquer ponto. Em outras palavras, a variação da densidade em função da pressão e da temperatura é desprezível (WHITE, 2011).

### 3.1.2.3 Viscosidade

A viscosidade é a resistência interna de um fluido ao fluxo. A viscosidade de um fluido afeta diretamente sua facilidade de escoamento. Um fluido altamente viscoso oferece maior resistência às forças viscosas e, conseqüentemente, flui com maior dificuldade em comparação a um fluido de baixa viscosidade (GOMES, 2011).

O coeficiente de viscosidade dinâmica  $\mu$  é definido como a força necessária para mover uma unidade de fluido por uma unidade de distância. A relação entre viscosidade e densidade é chamada de viscosidade cinemática, que permite comparar a facilidade de escoamento de

diferentes fluidos, descrita pela equação 3.3, onde  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade dinâmica e  $\rho$  a densidade (GOMES, 2011).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.3)$$

#### 3.1.2.4 Pressão

Na mecânica dos fluidos, a pressão é a distribuição de forças que as moléculas de um fluido exercem sobre uma superfície. Quando uma força é aplicada a um fluido, suas moléculas transmitem essa força por meio de colisões e interações, resultando em uma pressão exercida sobre as superfícies adjacentes (ÇENGEL; CIMBALA, 2014).

A pressão é uma grandeza escalar e sua unidade no Sistema Internacional (SI) é o Pascal (Pa). Além disso, pode ser expressa em outras unidades comuns, como Atmosfera (atm) e Milímetro de mercúrio (mmHg) (WHITE, 2011).

#### 3.1.3 Equação de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes são expressas por um conjunto de equações diferenciais parciais que descrevem a dinâmica de um fluido ao longo do tempo (WHITE, 2011).

Para fluidos incompressíveis (densidade constante no tempo e no espaço) e newtonianos (tensão de cisalhamento diretamente proporcional à taxa de deformação angular), as equações de Navier-Stokes podem ser expressas da seguinte forma.

A condição de incompressibilidade é dada por:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.4)$$

E a equação de movimento é:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + F \quad (3.5)$$

Onde  $\rho$  refere-se à densidade do fluido, e  $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$  representa a variação da velocidade no tempo, ou seja, a aceleração. Os termos após o sinal de igualdade representam as forças

do sistema, incluindo o gradiente de pressão  $-\nabla p$ , o termo de viscosidade  $\mu \nabla^2 \vec{V}$ , e forças adicionais ao sistema, como a gravidade, representada pela força  $F$  (STAM, 2003).

### 3.1.4 Perfil Laminar

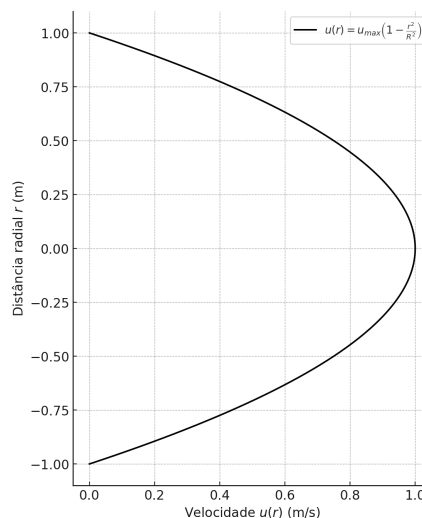
O perfil de fluxo laminar é caracterizado por um escoamento ordenado, onde o fluido se desloca em camadas paralelas, sem mistura significativa entre elas. Esse tipo de fluxo ocorre tipicamente em baixas velocidades, quando a viscosidade se sobrepõe às forças inerciais (WHITE, 2011).

Em um escoamento laminar dentro de um tubo cilíndrico, a velocidade do fluido é máxima no centro do tubo e diminui gradualmente até zero nas paredes, devido à condição de aderência, que impõe velocidade zero nas paredes do tubo. O perfil de velocidade em um fluxo laminar possui formato parabólico e pode ser descrito pela seguinte Equação 3.6, onde  $u(r)$  é a velocidade em uma distância radial  $r$  a partir do centro do tubo,  $u_{max}$  é a velocidade máxima no centro do tubo, e  $R$  é o raio interno do tubo. Esse comportamento parabólico é uma consequência direta da distribuição linear da tensão de cisalhamento ao longo do raio (WHITE, 2011).

$$u(r) = u_{max} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (3.6)$$

A Figura 1 mostra uma representação da Equação 3.6.

Figura 1 – Perfil parabólico



Fonte: Autor

## 3.2 Sensores

Nesta seção, serão abordadas as definições e características de sensores. Uma base sólida sobre o funcionamento de sensores e transdutores é essencial para a modelagem dos fenômenos presentes em sensores de fluxo ultrassônicos.

### 3.2.1 Definição

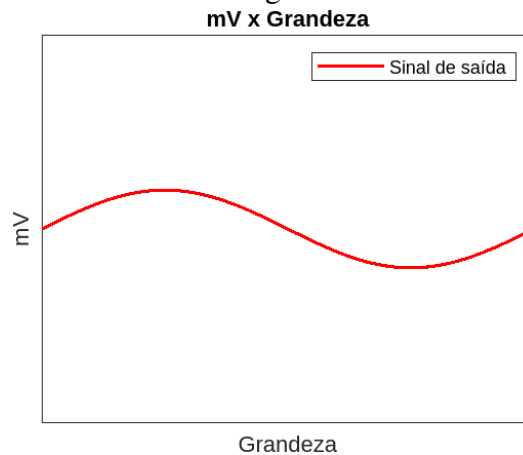
De acordo com Thomazini (2009), um sensor é um dispositivo sensível a formas de energia do ambiente, que converte essas informações em uma grandeza mensurável, como um sensor de temperatura, que é sensível à energia térmica, e a informação obtida é uma medida de temperatura.

### 3.2.2 Tipos de resposta e condicionamento de sinais

Um sensor nem sempre é capaz de apresentar, em sua saída, um sinal com as características elétricas necessárias para realizar uma medida digital ou ser integrado a um sistema de controle. Na maioria das vezes, é necessário usar um circuito condicionador para que o sinal possa ser utilizado. Supondo um sensor cuja saída possui um nível de tensão muito baixo, um circuito amplificador é necessário para atuar como interface e condicionar o sinal, permitindo que ele seja lido por um controlador (THOMAZINI, 2009).

Existem dois tipos de saídas básicas para sensores, analógicas e digitais (WENDING, 2010). A saída analógica pode assumir qualquer valor ao longo do tempo, desde que esteja na faixa de operação do sensor. Ela é contínua e representa quase uma réplica da entrada, porém em uma grandeza elétrica, como mostra a Figura 2.

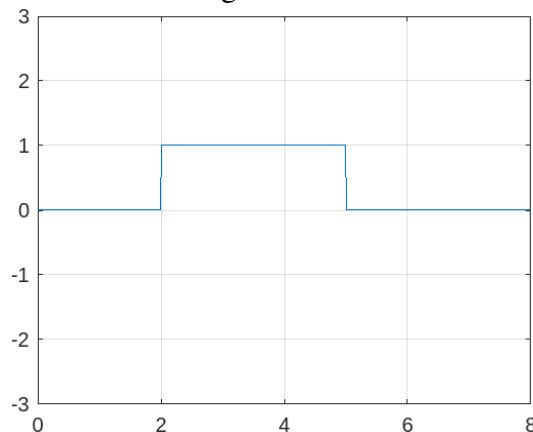
Figura 2 – Gráfico de saída de um sensor analógico.



Fonte: Autor.

Já sensores com saída digital possuem um nível de tensão definido como alto e baixo. Esses níveis são representados digitalmente por um sinal binário, variando entre 0 e 1, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Gráfico de saída de um sensor digital. Fonte: Autor

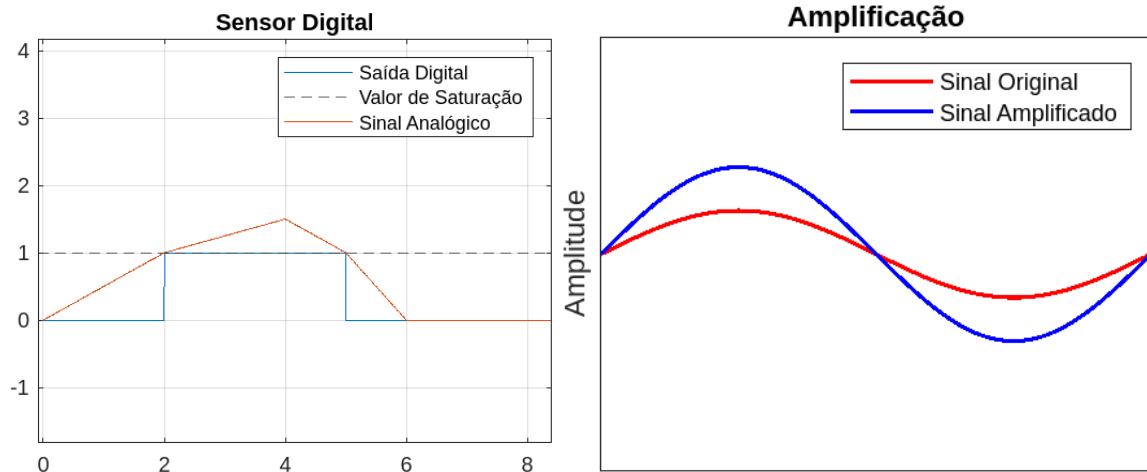


Fonte: Autor

As saídas digitais possuem em seu estágio final um circuito de saturação, que eleva a tensão até um valor predefinido quando o sinal original ultrapassa um certo limiar, como mostra a Figura 4. Esse tipo de sensor é amplamente utilizado em aplicações onde a resposta é do tipo 'sim' ou 'não', como em *encoders* ou sensores de presença.

Já sensores analógicos possuem em seu estágio final um circuito de amplificação para que seus níveis de tensão estejam dentro da faixa de operação do controlador, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Saturação de saída digital e Sinal amplificado..



Fonte: Autor

### 3.2.3 Características de sensores

Em sua maioria, os sensores apresentam diversas características; dentre elas, destacam-se a sensibilidade, exatidão, precisão e linearidade.

#### 3.2.3.1 Sensibilidade

A sensibilidade de um sensor é definida como a razão entre a variação da saída do sensor e a variação da entrada do sinal. Assim, um sensor que responde a pequenas variações do sinal de entrada é considerado sensível (THOMAZINI, 2009).

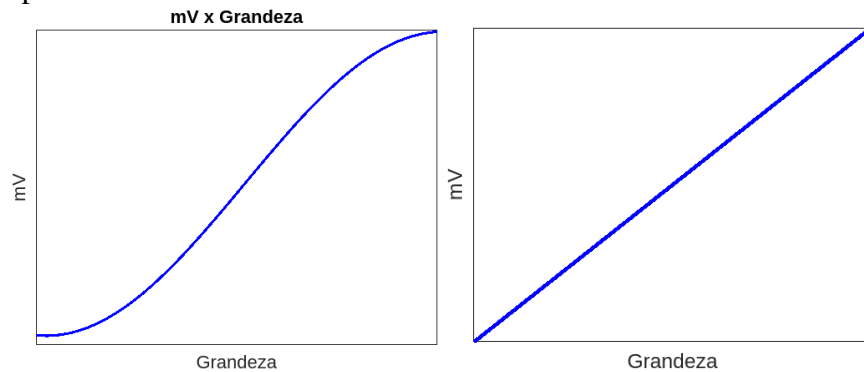
#### 3.2.3.2 Exatidão e precisão

Ambos os termos parecem ser semelhantes, porém a exatidão de um sensor corresponde à relação entre o erro medido pelo sensor e um valor de referência padrão. Já a precisão de um sensor está relacionada à taxa de repetibilidade dos valores medidos. Todo sensor apresenta um erro de medição, e esse erro está diretamente ligado às condições do sensor e à qualidade de sua produção (SALES, 2016).

#### 3.2.3.3 Linearidade

O conceito de linearidade aplica-se principalmente a sensores analógicos. Caracteriza uma relação linear entre a resposta de um sensor e a grandeza medida. Quanto mais próxima a resposta estiver de uma reta, mais linear é o sensor (WENDLING, 2010).

Figura 5 – Resposta não-linear e linear.



Fonte: Autor.

A Figura 5 mostra dois gráficos de resposta de sensores, um com comportamento não linear e outro com comportamento linear.

### 3.2.4 Transdutores

Os transdutores são dispositivos de medição completos, compostos por um sensor que converte a grandeza física em um sinal elétrico e por circuitos de interface que condicionam esse sinal para torná-lo adequado a um sistema de controle ou medição (THOMAZINI, 2009).

Por se tratar de um dispositivo completo, que apresenta em sua composição um sensor, o transdutor possui as mesmas características dos sensores, como sensibilidade, linearidade, exatidão e precisão.

### 3.2.5 Sensores não invasivos

Os sensores ditos não invasivos possuem a mesma função dos sensores convencionais, que é transformar uma grandeza física em uma grandeza elétrica. O que caracteriza esse tipo de sensor é a forma como ele é instalado no sistema (DAROLD *et al.*, 2020). Sensores não invasivos são instalados de forma que a estrutura original do sistema não precise ser modificada, facilitando assim a instalação do sistema de medição.

Esse tipo de sensor é amplamente utilizado em áreas sensíveis, como a medicina e a biologia, onde a preservação da integridade do objeto ou organismo é essencial, além de ser bastante utilizado na indústria (DAROLD *et al.*, 2020).

Embora os sensores não invasivos apresentem vantagens significativas em termos de tempo e praticidade de instalação, é importante mencionar algumas de suas desvantagens. Pelo fato de serem instalados externamente ao sistema, esses sensores estão mais suscetíveis a



interferências externas, o que pode afetar a precisão e a confiabilidade das medições. Além disso, devido à sua natureza não invasiva, esses sensores requerem uma lógica mais complexa para transformar as grandezas medidas em sinais elétricos utilizáveis. Isso pode demandar rotinas de processamento mais complexas, aumentando a complexidade do projeto.

### 3.3 Características de sinais ultrassônicos

Nesta seção, são abordadas as principais características dos sinais ultrassônicos e sua relevância na medição de fluxo. Das características presentes em sinais ultrassônicos, são explorados aspectos como frequência e comprimento de onda.

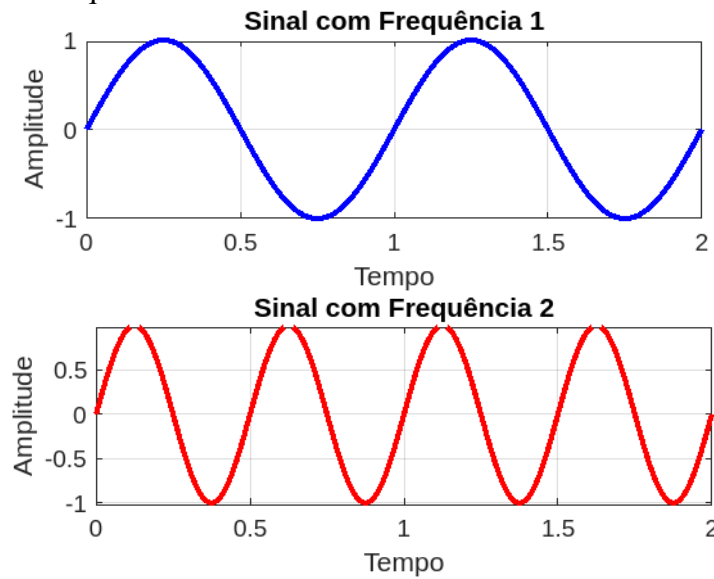
#### 3.3.1 Frequência

A frequência de um sinal é definida como o número de oscilações periódicas em um determinado intervalo de tempo. A unidade de medida padrão para frequência é o Hertz (Hz), que é definido como o número de oscilações em um segundo. Os sinais periódicos, como sinais senoidais, apresentam em sua representação matemática um coeficiente de frequência (OPPENHEIM; WILLSKY, 1997). A equação 3.7 apresenta a forma de um sinal senoidal.

$$A \sin(\omega t + \phi) \quad (3.7)$$

Onde  $A$  é a amplitude do sinal,  $\omega$  é a frequência e  $\phi$  é a fase angular do sinal. A Figura 6 exemplifica dois sinais do tipo senoidal, porém com frequências diferentes. Sinais ultrassônicos recebem esse nome por operarem em uma faixa de frequência superior à audível pelo ser humano, acima de 20 kHz.

Figura 6 – Sinais com frequências diferentes



Fonte: Autor

### 3.3.2 Comprimento de onda

O comprimento de onda é definido como a distância entre os pontos correspondentes em um ciclo completo da onda de um sinal (BRAGA, 2010). O comprimento de onda dos sinais está inversamente relacionado à sua frequência. Quanto maior a frequência do sinal, menor será o comprimento de onda e vice-versa.

## 3.4 Fluxômetros ultrassônico

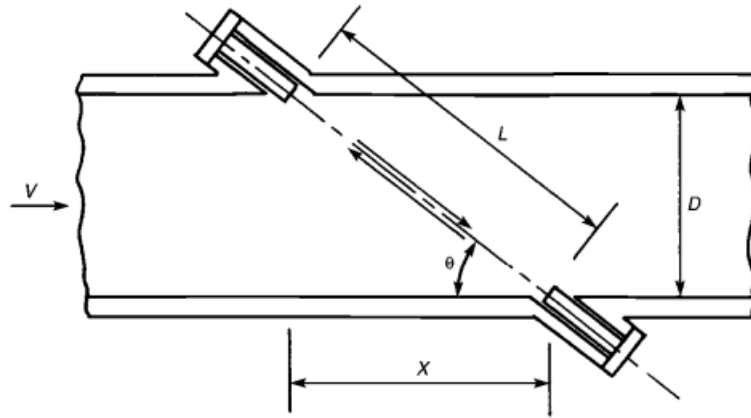
O termo 'Fluxômetro' é empregado para dispositivos que têm a função de medir fluxo. Os fluxômetros ultrassônicos recebem esse nome por utilizarem sinais de ultrassom para realizar tal medição. Nessa seção, serão abordadas as características de um dos principais métodos de medição de fluxo utilizando sinais ultrassônicos, que é o método por tempo de trânsito

### 3.4.1 Tempo de trânsito

O método de tempo de trânsito utiliza a diferença de tempo em que uma onda sai do emissor ultrassônico até o receptor. O tempo de emissão da onda é calculado e comparado ao tempo que a onda leva para chegar ao emissor no sentido oposto ao fluxo do fluido. A velocidade do fluido afeta o tempo de trânsito da onda. Assim, conhecendo a velocidade de propagação do ultrassom no meio, é possível determinar a velocidade do fluxo do fluido com base no tempo de

trânsito medido (BAKER, 2000). A Figura 7 apresenta uma arquitetura comum para o método de tempo de trânsito.

Figura 7 – Disposição padrão de transdutores para o método de tempo de transito.



Fonte: (BAKER, 2000)

A Figura 7 exemplifica a aplicação do método. É possível observar dois transdutores dispostos na tubulação, formando um ângulo  $\theta$ . Além disso, é possível observar que, por conta da angulação, uma onda se propagará no sentido do fluxo  $V$ , enquanto a outra se propagará no sentido oposto. Utilizando esse método, pode-se inferir a velocidade do fluido.

### 3.5 Simuladores

Nessa seção, serão abordadas as características de três dos diversos simuladores disponíveis, sendo eles o k-Wave, COMSOL e Ansys.

#### 3.5.1 k-Wave

O k-Wave é uma *toolbox* de código aberto disponível para MATLAB e C++. Foi projetado para simular a propagação de ondas acústicas no domínio do tempo em até três dimensões (TREEBY; COX, 2010).

O k-Wave conta com um modelo numérico avançado que leva em consideração tanto a propagação linear quanto a não linear das ondas acústicas. O modelo numérico é baseado em três equações diferenciais de primeira ordem. Essas equações são resolvidas utilizando o método pseudoespectral no espaço  $k$  (TREEBY; COX, 2010).

### 3.5.2 *COMSOL Multiphysics Simulation Software*

O COMSOL é um software proprietário desenvolvido para realizar simulações de modelos físicos, sendo amplamente utilizado por profissionais em diversas áreas da engenharia. Esse software fornece uma plataforma poderosa para a modelagem e simulação de designs, dispositivos e processos, permitindo a análise e otimização de sistemas complexos (COMSOL, 2023).

O COMSOL é amplamente utilizado para dimensionar e simular dispositivos piezoelétricos, que são um dos principais componentes em transdutores ultrassônicos (COMSOL, 2023)."

### 3.5.3 *Ansys*

A Ansys é um software proprietário e uma referência mundial em software de simulação e análise na engenharia. A Ansys disponibiliza uma ampla variedade de produtos, cada um focado em uma área específica da engenharia e fornecendo recursos especializados (ANSYS, 2023).

Alguns dos produtos populares da Ansys incluem o *Ansys Mechanical*, que é capaz de simular o comportamento acústico em sólidos e estruturas, permitindo a análise de ondas ultrassônicas e sua interação com materiais. Além disso, o *Ansys Fluent* pode ser usado para simulação acústica de fluidos, permitindo a modelagem e análise do comportamento das ondas sonoras em meios líquidos ou gasosos (ANSYS, 2023).

## 3.6 *Julia*

A linguagem Julia é uma linguagem de programação de alto desempenho e dinâmica, projetada para resolver problemas complexos e realizar cálculos científicos. Ela combina a facilidade de uso de linguagens de alto nível, como Python e MATLAB, com o desempenho de linguagens de baixo nível, como C (JULIA LANGUAGE, 2023).

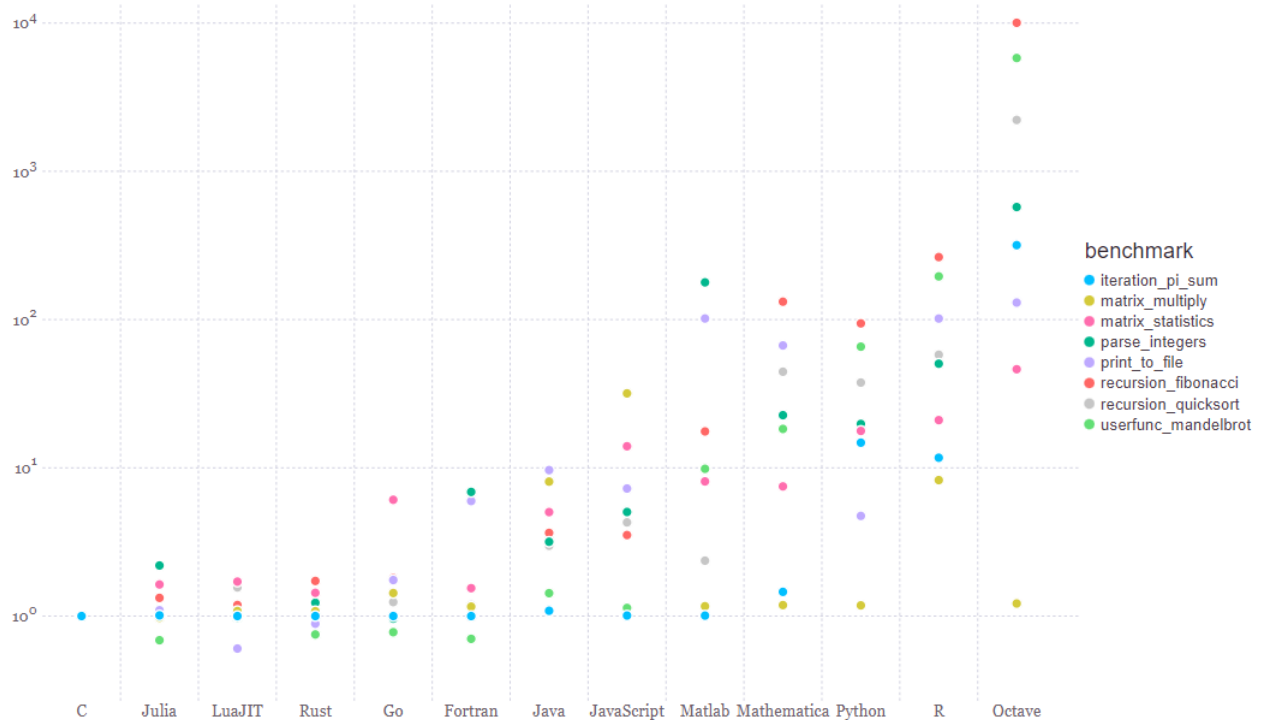
### 3.6.1 *Benchmarks*

A Figura 8 mostra um gráfico de testes de desempenho do compilador em uma série de códigos comuns, como análise de strings, chamadas de funções, geração de números

aleatórios, recursão e operação de vetores (LANGUAGE, 2023)..

Na Figura 8, o eixo vertical representa o tempo de cada benchmark, normalizado em relação à implementação em C. Os dados do benchmark foram obtidos utilizando as seguintes versões: Julia v1.0.0, SciLua v1.0.0-b12, Rust 1.27.0, Go 1.9, Java 1.8.0\_17, Javascript V8 6.2.414.54, Matlab R2018a, Anaconda Python 3.6.3, R 3.5.0 e Octave 4.2.2. Os códigos em C e Fortran foram compilados com o gcc 7.3.1, e foi selecionado o melhor tempo de execução entre todos os níveis de otimização (-O0 até -O3). (LANGUAGE, 2023).

Figura 8 – Micro-Benchmark

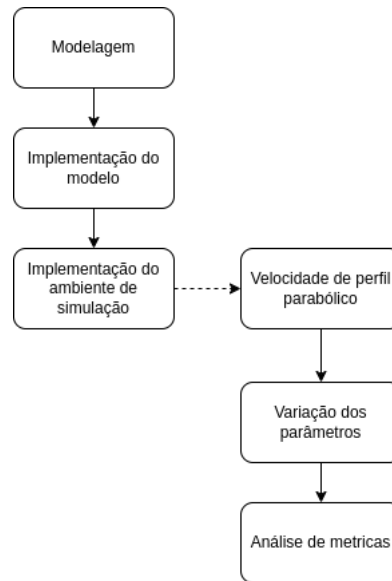


Fonte: (LANGUAGE, 2023)

## 4 METODOLOGIA

Nesta seção, são abordados os procedimentos metodológicos necessários para alcançar os objetivos propostos neste trabalho. A estrutura foi definida em etapas que abrangem a modelagem do sensor, a implementação computacional e a simulação das condições de operação, conforme o diagrama de blocos apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Diagrama de blocos



Fonte: Autor

### 4.1 Modelagem do sensor

Neste estágio, o sensor de ultrassom será modelado. A modelagem incluirá a modelagem matemática do funcionamento do sensor e sua discretização em Julia.

#### 4.1.1 *Formulação Matemática*

A ideia principal do sensor de fluxo é utilizar o tempo de trânsito de uma onda ultrassônica para calcular a diferença de tempo de percurso do som em uma distância  $L$  com uma angulação  $\alpha$ .

A propagação do som em um fluido é afetada pelo fluxo do próprio fluido. Considerando que o tempo é definido pela razão entre a distância e a velocidade, o tempo de propagação do som no sentido ascendente e descendente pode ser descrito pela Equação 4.1, onde  $t_{ud}$  representa o tempo de subida ou descida do som,  $L$  é a distância entre os transdutores,  $c$  é a velocidade

do som no fluido, e  $v$  é a velocidade do fluido.

$$t_{ud} = \frac{L}{c \pm v} \quad (4.1)$$

Ao considerar a projeção da onda em um ângulo  $\alpha$ , a influência do fluxo na propagação da onda é ajustada, resultando na Equação 4.2. Nesta equação,  $\alpha$  é o ângulo formado entre a direção do fluxo e a reta que conecta os transdutores.

$$t_{ud} = \frac{L}{c \pm v \cos \alpha} \quad (4.2)$$

Definidos os tempos de subida e descida, é possível calcular a diferença de tempo, descrita pela Equação 4.3.

$$\Delta t = t_u - t_d = \frac{L}{c - v \cos \alpha} - \frac{L}{c + v \cos \alpha} \quad (4.3)$$

Resolvendo a equação, obtém-se a Equação 4.4.

$$\Delta t = \frac{2Lv \cos \alpha t_u t_d}{L^2} \quad (4.4)$$

Finalmente, resolvendo a Equação 4.4 em função da velocidade, obtém-se a Equação 4.5.

$$v = \frac{L \Delta t}{2 \cos \alpha t_u t_d} \quad (4.5)$$

O desenvolvimento dessas equações fornece uma base matemática que explica como o fluxo do fluido influencia a propagação das ondas ultrassônicas e, conseqüentemente, como o sensor de ultrassom pode ser utilizado para medir a velocidade do fluido.

#### **4.1.2 Implementação Computacional do Modelo em Julia**

A implementação do modelo foi dividida em duas etapas principais: o modelo de interferência do fluxo na velocidade de propagação do som, descrito pela Equação 4.2, e o modelo de cálculo do fluxo, baseado nos tempos de subida e descida da onda, definido pela Equação 4.5.

## 4.2 Implementação do ambiente de simulação

No ambiente de simulação desenvolvido em Julia, foi implementado um modelo para simular o comportamento do escoamento laminar, permitindo a análise do perfil de velocidade parabólico. Esse tipo de escoamento é característico de fluidos com baixa turbulência, onde o movimento das partículas ocorre de maneira ordenada, formando camadas paralelas. O objetivo desta implementação é analisar o comportamento da velocidade ao longo da seção transversal de um tubo e como a medição da velocidade do fluido pode ser realizada utilizando um medidor ultrassônico.

### 4.2.1 *Simulação de Perfil Parabólico*

O perfil de escoamento laminar segue um comportamento parabólico, com a velocidade máxima do fluido ocorrendo no centro do tubo e diminuindo até zero nas paredes, devido ao atrito. Este perfil foi modelado por meio da resolução numérica das equações de Navier-Stokes para um fluxo impulsionado por um gradiente de pressão constante, conforme mostra o código 1 no apêndice A.

Para essa simulação, foi utilizado um método de diferenças finitas aplicado sobre uma malha 2D, que representa a seção transversal do tubo. A malha foi discretizada em  $N \times N$  pontos, permitindo a definição de um campo de velocidades ao longo do tubo. Cada ponto na malha representa a velocidade do fluido naquele local específico. As fronteiras foram modeladas com condições de não deslizamento (velocidade zero nas paredes do tubo), resultando em um gradiente de velocidades parabólico ao longo da seção transversal. A equação que descreve o perfil de velocidade é dada pela Equação 3.6.

### 4.2.2 *Cálculo do tempo de trânsito*

Após definir o campo de velocidades, o próximo passo na simulação foi calcular o tempo de trânsito da onda ultrassônica ao longo de um caminho diagonal de 45 graus na malha de pontos, representando o percurso de um feixe de som através do fluido. As velocidades do fluido ao longo desse trajeto foram extraídas, considerando o ângulo de 45 graus entre o trajeto do feixe e o fluxo do fluido. O tempo de trânsito da onda, descrito pela Equação 4.4, foi implementado em Julia conforme mostrado no código 3 no apêndice A.

Como as velocidades relevantes foram extraídas ao longo do caminho percorrido



pelo feixe, a Equação 4.4 foi adaptada para que cada velocidade afetasse individualmente a propagação da onda. Dessa forma, foi possível obter o somatório dos tempos em cada ponto do trajeto, conforme descrito pela Equação 4.6, Onde  $\Delta x$  representa o tamanho do elemento na malha de simulação e  $v(i)$  representa as velocidades extraídas do campo de velocidades.

$$\sum_{i=1}^N t_{ud}(i) = \frac{\Delta x}{c_{som} \pm v(i)\cos(45)} \quad (4.6)$$

#### 4.2.3 Aplicação do modelo

Após a aquisição dos tempos de subida e descida da onda, a diferença de tempo foi calculada e aplicada ao modelo descrito pela Equação 4.5, implementado em Julia, conforme descrito no código 4, no apêndice A.

### 4.3 Aplicação de ruído branco

Para tornar a simulação mais realista, foi aplicado um ruído à saída das operações do modelo. O ruído simula variações aleatórias que podem ocorrer em sistemas reais, permitindo testar o modelo sob condições menos ideais.

A implementação do ruído foi realizada em Julia, utilizando uma função que adiciona um valor aleatório, baseado em uma distribuição normal, ao valor original. A função foi desenvolvida conforme mostrado no código 5 no apêndice A, e um exemplo de aplicação é apresentado no código 6 no apêndice A.

### 4.4 Variação de parâmetros

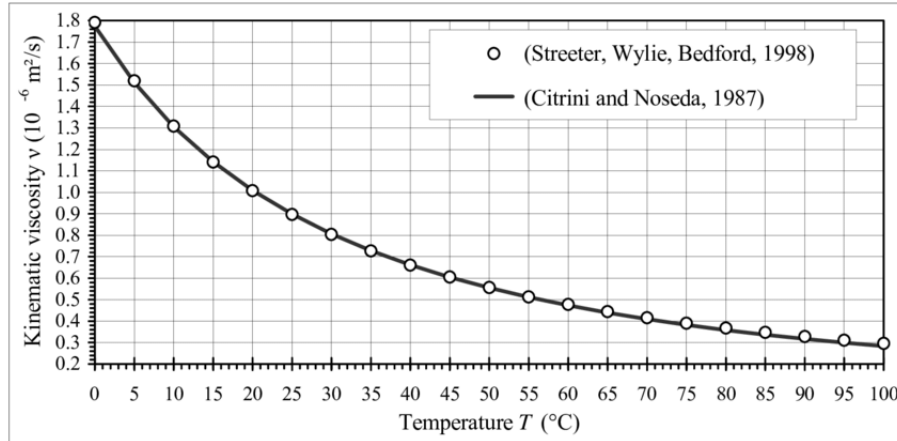
Esta seção, descreve a variação de parâmetros executados para a realização dos ensaios de teste do sensor. Os parâmetros variados foram a viscosidade cinemática e o gradiente de pressão.

#### 4.4.1 Viscosidade cinemática

A viscosidade cinemática do fluido foi variada com base na temperatura da água, conforme a relação apresentada na Figura 10. A viscosidade afeta diretamente a dissipação de energia do fluido, influenciando a velocidade do escoamento. Ao simular diferentes vis-

cosidades, é possível verificar como a temperatura do fluido altera o perfil de velocidade e, consequentemente, a precisão da medição realizada pelo sensor.

Figura 10 – Relação viscosidade vs temperatura para água pura



Fonte: (ORSI; SANFILIPPO, 2015)

Para simular a influência da viscosidade, foram consideradas temperaturas variando de 5°C a 100°C, cujas viscosidades estão representadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Temperaturas e viscosidades correspondentes

Temperatura	Viscosidade
5	$1.5 \times 10^{-6}$
25	$0.9 \times 10^{-6}$
55	$0.5 \times 10^{-6}$
75	$0.4 \times 10^{-6}$
100	$0.3 \times 10^{-6}$

Fonte: Autor

#### 4.4.2 Gradiente de pressão

Como o gradiente de pressão é constante na simulação proposta, seu valor foi ajustado para simular diferentes velocidades de fluxo no sistema. Variar o gradiente de pressão permite representar cenários com fluxo rápido e lento, alterando diretamente a velocidade do escoamento do fluido. Um gradiente de pressão maior gera um fluxo mais rápido, enquanto um gradiente menor resulta em um fluxo mais lento.

## 4.5 Análise de Métricas

Nesta seção, descreve-se as métricas utilizadas para avaliar o desempenho do modelo de simulação. As métricas de precisão, sensibilidade e linearidade foram escolhidas para fornecer uma visão abrangente da eficácia do sensor ultrassônico em diferentes condições de operação.

### 4.5.1 Precisão

A precisão do modelo é avaliada medindo o grau de proximidade entre os valores simulados e os valores esperados. A métrica de erro médio absoluto (MAE) foi utilizada para quantificar essa diferença, conforme a Equação 4.7:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |v_i - \hat{v}_i| \quad (4.7)$$

Onde  $v_i$  representa os valores reais do fluxo e  $\hat{v}_i$  os valores estimados pelo modelo, como mostra o código 7.

### 4.5.2 Sensibilidade

A sensibilidade do modelo foi avaliada observando o impacto de pequenas variações nos parâmetros de entrada, como a velocidade do fluido ( $v$ ), nos resultados, conforme mostrado na Equação 4.8.

$$S_v = \frac{\Delta \hat{v}}{\Delta v} \quad (4.8)$$

Para a solução numérica da Equação 4.8 foi utilizado o método das diferenças finitas, conforme a Equação 4.9.

$$S_v \approx \frac{\hat{v}(i) - \hat{v}(i-1)}{v(i) - v(i-1)} \quad (4.9)$$

Dessa forma é feita uma aproximação da sensibilidade baseado em uma variação de  $\Delta v$ .

### 4.5.3 Linearidade

A linearidade do modelo foi avaliada verificando a relação entre o fluxo de entrada e a diferença de tempo ( $\Delta t$ ) medida pelo sensor. O objetivo é determinar o quão bem o modelo segue uma relação proporcional entre o fluxo de entrada e o tempo medido, indicando um comportamento linear.

Para isso, foi realizado um ajuste de regressão linear simples, conforme a Equação 4.10:

$$\Delta t = a \cdot v + b \quad (4.10)$$

Onde  $v$  representa a velocidade do fluido,  $a$  é o coeficiente angular (inclinação) e  $b$  é o intercepto. Um valor de  $R^2$  (coeficiente de determinação) foi calculado para quantificar o ajuste do modelo a uma linha reta, conforme a equação 4.11:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4.11)$$

Onde  $y_i$  são valores reais de  $\Delta t$ ,  $\hat{y}_i$  são os valores preditos pela regressão e  $\bar{y}$  é a média dos valores reais. Como mostram os códigos 8 e 9 no apêndice A.

## 5 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos, de acordo com os procedimentos metodológicos descritos anteriormente.

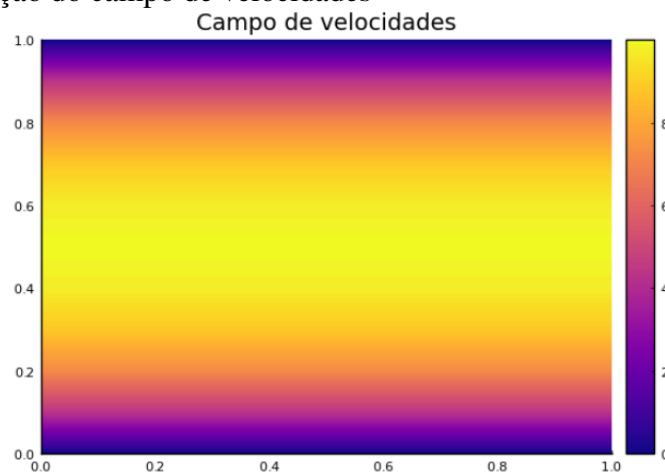
### 5.1 Simulação de perfil parabólico

Os resultados da simulação do escoamento laminar de um fluido, seguindo o perfil de velocidade parabólico esperado em um tubo. A simulação foi conduzida com base nas equações de Navier-Stokes, e o comportamento do fluido foi avaliado por meio da variação do campo de velocidades ao longo da seção transversal do tubo.

#### 5.1.1 *Campo de velocidades*

O campo de velocidades ilustra como as velocidades se distribuem ao longo da seção transversal do tubo. Como esperado em escoamentos laminares, a velocidade do fluido atinge seu valor máximo no centro do tubo, diminuindo gradualmente até chegar a zero nas paredes. A Figura 11, oferece uma visão clara dessa distribuição, ilustrando o gradiente de velocidades e o perfil típico gerado, destacando o comportamento parabólico característico do escoamento.

Figura 11 – Simulação do campo de velocidades

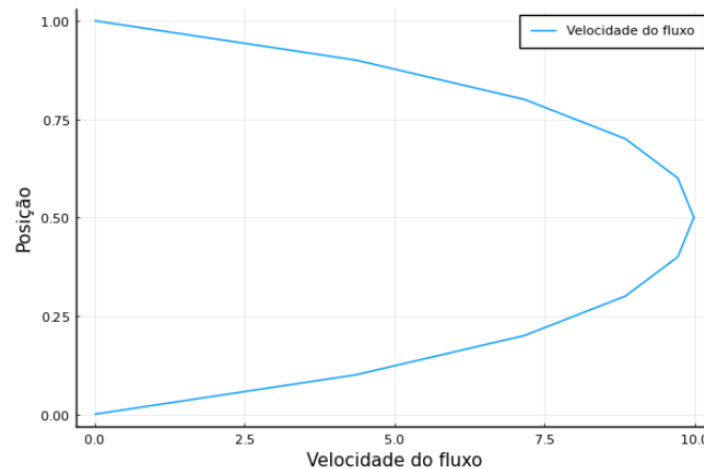


Fonte: Autor

### 5.1.2 Perfil de velocidade

O perfil de velocidade do escoamento foi obtido a partir do campo de velocidades, evidenciando a variação da velocidade ao longo de uma linha central da seção transversal. Esse perfil segue o padrão típico de escoamentos laminares, onde a velocidade máxima ocorre no centro do tubo. A Figura 12 mostra o gráfico do perfil de velocidade, demonstrando que a simulação condiz com o comportamento teórico apresentado na Equação 3.6.

Figura 12 – Simulação do campo de velocidades



Fonte: Autor

## 5.2 Variação de parâmetros

Nesta seção, são apresentados os resultados da simulação, focando na variação dos principais parâmetros, como a viscosidade do fluido e o gradiente de pressão.

### 5.2.1 Variação de viscosidade

A viscosidade do fluido foi variada para simular diferentes condições térmicas, com base na relação entre temperatura e viscosidade apresentada na Figura 10 e na Tabela 2.

Conforme apresentado na Tabela 4, a variação da viscosidade não ocasionou mudanças significativas no valor médio do campo de velocidades. Apesar da água apresentar variações em sua viscosidade com a mudança de temperatura, os valores de velocidade média simulados permaneceram praticamente constante, em torno de 5,72 em todas as faixas de temperatura estudadas. Esse comportamento sugere que, no intervalo de temperaturas testado, o efeito

Tabela 3 – Velocidades em diferentes temperaturas

<b>Temperatura</b>	<b>Viscosidade</b>	<b>Velocidade Média</b>
5°C	$1,5 \times 10^{-6}$	5,7259
25°C	$0,9 \times 10^{-6}$	5,7266
55°C	$0,5 \times 10^{-6}$	5,7269
75°C	$0,4 \times 10^{-6}$	5,7269
100°C	$0,3 \times 10^{-6}$	5,7270

Fonte: Autor

da viscosidade na dissipação de energia do fluido foi muito pequeno para causar alterações relevantes no padrão de escoamento laminar. Esse resultado está de acordo com o esperado, já que a água, em condições normais, tem uma variação de viscosidade relativamente pequena em função da temperatura, o que não impacta de maneira relevante o perfil de velocidade do escoamento.

### 5.2.2 Variação de gradiente de pressão

A Tabela 4 apresenta os resultados relacionados à variação do gradiente de pressão no sistema. Em comparação com a variação da viscosidade, que teve efeitos menos expressivos, a modificação do gradiente de pressão impactou diretamente as velocidades média e máxima do fluido.

Tabela 4 – Variação do gradiente de pressão

<b>Gradiente de pressão</b>	<b>Velocidade Média</b>	<b>Velocidade Máxima</b>
-0,3	5,72	7,00
-0,5	8,99	11,00
-1	17,18	21,00
-1,5	25,36	30,99
-2	33,54	41,00

Fonte: Autor

## 5.3 Modelo do sensor

Nesta seção, são apresentados os resultados do modelo do sensor ultrassônico, incluindo sua integração à simulação e análises de desempenho em termos de precisão, sensibilidade e linearidade.

### 5.3.1 Integração do modelo à simulação

A Tabela 5 apresenta os resultados referentes à aplicação do modelo do sensor em diferentes velocidades.

Tabela 5 – Aplicação do modelo do sensor

<b>Velocidade Média</b>	<b>Velocidade Medida</b>
5,72	5,11
8,99	8,09
17,18	15,53
25,36	22,97
33,54	30,40

Fonte: Autor

Nesse experimento, foram utilizadas arbitrariamente as velocidades médias dos campos de velocidade, e foi feito um comparativo com o valor de saída do sensor. É possível ver que, à medida que a velocidade média aumenta, o sensor tende a perder precisão.

### 5.3.2 Análise de Métricas

Nesta seção, são apresentados os resultados referentes à análise de métricas, avaliando o desempenho do modelo simulado.

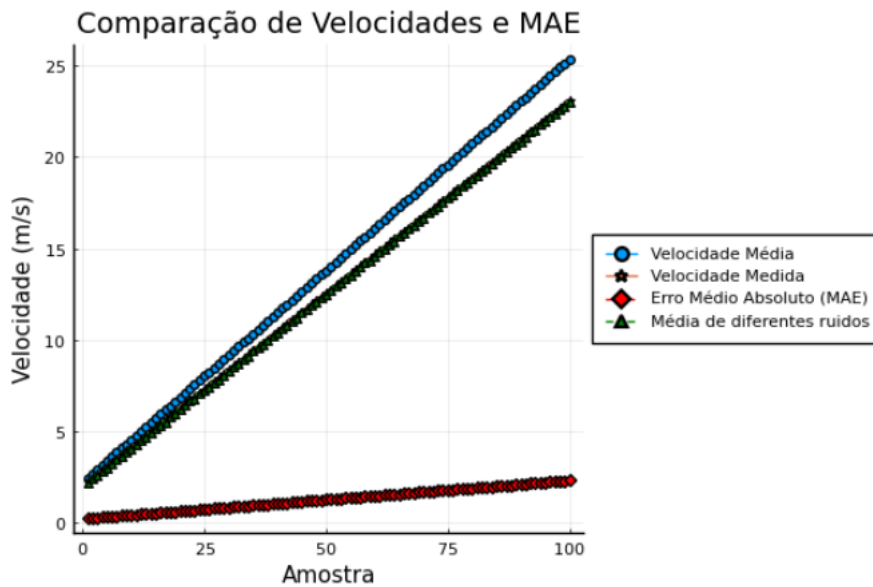
#### 5.3.2.1 Precisão

A Figura 13 apresenta uma comparação entre quatro diferentes valores: a velocidade média do campo, a velocidade medida pelo sensor, a velocidade medida com ruído simulado e o erro médio absoluto (MAE). O objetivo é avaliar a precisão do modelo sob diferentes condições de operação.

O processo consiste na amostragem de 100 diferentes velocidades, obtidas por meio da variação de pressão na simulação. Para cada amostra, a velocidade do fluido é calculada utilizando o modelo do sensor. Em seguida, simula-se a aplicação de ruído na velocidade medida, com uma intensidade que varia de 1% a 10%. A média dos valores com ruído é calculada e comparada com a velocidade original. O erro médio absoluto (MAE) é utilizado como uma métrica para quantificar a diferença entre a velocidade medida sem ruído e a velocidade real do campo, proporcionando uma avaliação da precisão do modelo.



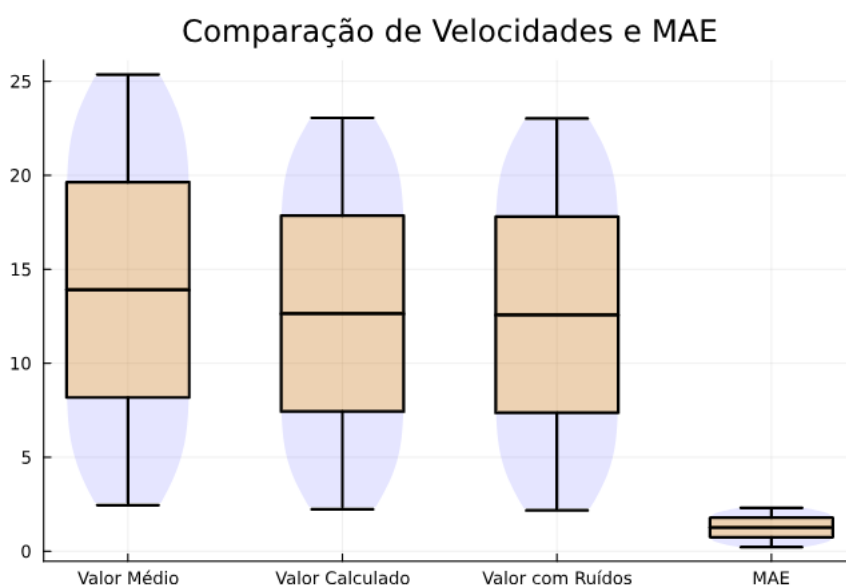
Figura 13 – Gráfico de erro médio absoluto



Fonte: Autor

A Figura 13 revela um padrão onde o erro médio absoluto aumenta à medida que a velocidade média do fluido cresce. Isso indica que o sensor perde precisão em velocidades mais altas. Além disso, observa-se que a aplicação de ruído branco, com intensidade variando entre 1% e 10%, não causou uma diferença significativa nos valores medidos. A Figura 14 complementa essa análise ao mostrar um gráfico de caixas (*boxplot*) das velocidades médias, medidas, com ruído, e o MAE para as diferentes amostras.

Figura 14 – Gráfico de caixas

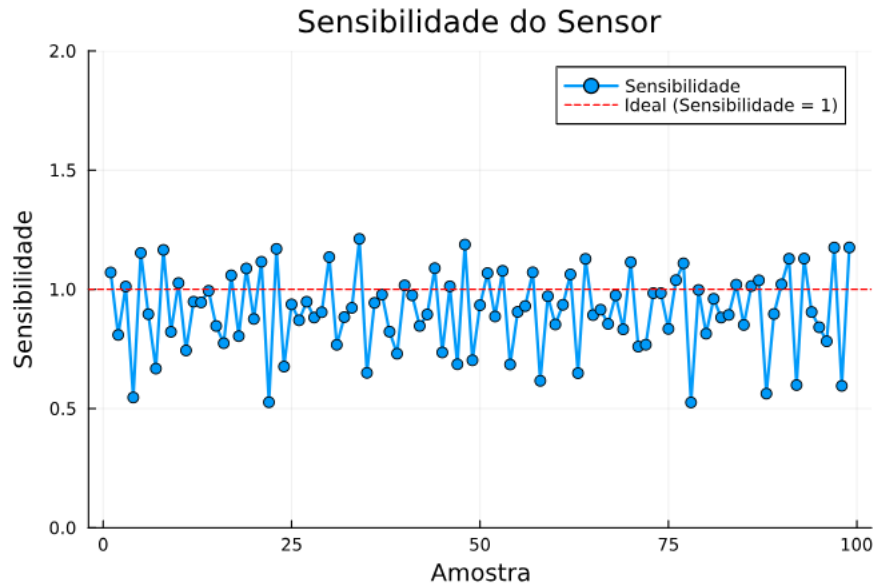


Fonte: Autor

### 5.3.2.2 Sensibilidade

A Figura 15 apresenta as curvas de sensibilidade do modelo para diferentes amostras. A sensibilidade é calculada como a razão entre a variação da velocidade medida pelo sensor e a variação da velocidade média do campo simulado.

Figura 15 – Gráfico de sensibilidade



Fonte: Autor

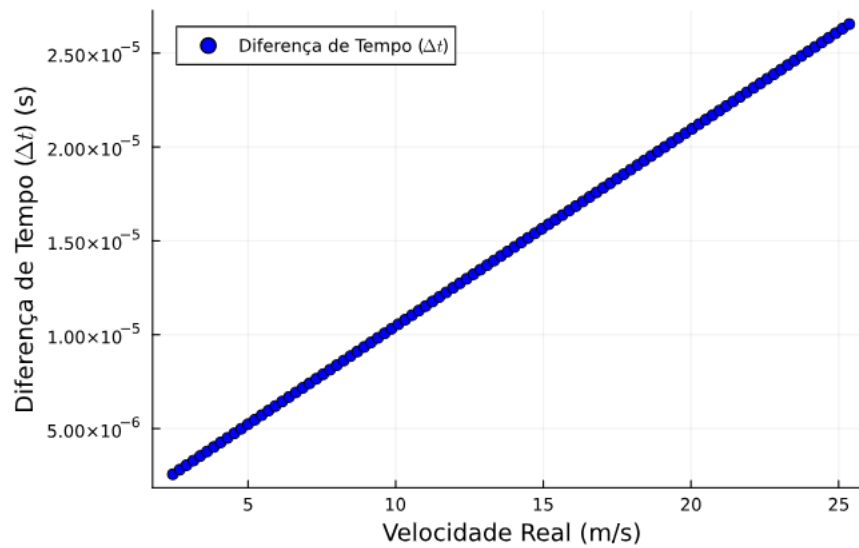
É possível notar uma variação considerável entre os valores de sensibilidade de cada amostra. Isso indica que o sensor não responde de maneira totalmente consistente às mudanças no fluxo, com algumas amostras subestimando ou superestimando as variações. O ideal seria que a sensibilidade se mantivesse próxima de 1, representando uma resposta proporcional às variações no fluxo.

### 5.3.2.3 Linearidade

A Figura 16 mostra a relação entre a diferença de tempo medida pelo modelo do sensor e a velocidade de entrada. O gráfico mostra uma clara tendência linear entre esses valores, indicando que o modelo responde de maneira proporcional à variação da velocidade.

Figura 16 – Delta T x Velocidade

Gráfico de Velocidade Real vs Diferença de Tempo

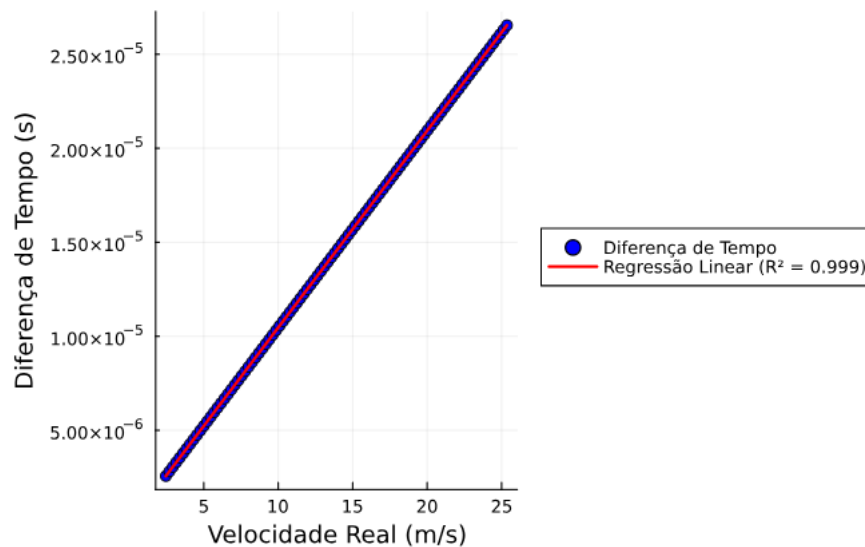


Fonte: Autor

A Figura 17 utiliza uma regressão linear para confirmar as características de linearidade. O gráfico mostra que o valor de  $R^2$  é muito próximo de um, indicando que o modelo é fortemente linear entre a velocidade de entrada e a diferença de tempo medida na saída.

Figura 17 – Gráfico de Regressão

Regressão Linear



Fonte: Autor

## 6 CONCLUSÃO

Em resumo, este trabalho apresentou a simulação de um sensor ultrassônico aplicado a um escoamento laminar. Foram utilizadas as equações de Navier-Stokes, com o perfil de velocidades parabólico. Verificou-se que, na simulação, a velocidade máxima estava no centro e diminuía até zero nas paredes, conforme esperado. No entanto, a variação da viscosidade do fluido não impactou significativamente as velocidades simuladas nas condições testadas. Já a variação do gradiente de pressão apresentou resultados interessantes, com um aumento considerável da velocidade à medida que o gradiente de pressão era intensificado.

A análise do modelo do sensor mostrou que ele perde precisão em velocidades mais altas, com o erro médio absoluto (MAE) crescendo à medida que a velocidade aumenta. A sensibilidade do modelo também variou significativamente, sugerindo que o sensor não responde de forma totalmente consistente às variações de fluxo.

A análise de linearidade, por meio de regressão linear, revelou uma forte correlação entre a velocidade de entrada e a diferença de tempo medida, sugerindo que o modelo responde de forma previsível dentro de certas condições. No entanto, é importante destacar que o ruído foi aplicado à velocidade medida, e não ao tempo de trânsito, o que pode ter influenciado o resultado da análise de linearidade, tornando-o mais idealizado.

Como trabalhos futuros, sugere-se integrar diretamente o modelo do sensor à simulação do escoamento, permitindo que ele responda em tempo real às variações do fluxo. Essa abordagem poderia melhorar a precisão e a reatividade do modelo em condições dinâmicas. Também seria relevante explorar escoamentos turbulentos e simular diferentes tipos de fluidos. Outra linha de pesquisa seria investigar o impacto da aplicação do ruído diretamente ao tempo de trânsito.

## REFERÊNCIAS

- ANSYS. **Powering innovation that drives human advancement**. 2023. Acesso em: 15 out. 2023. Disponível em: <https://www.ansys.com>.
- BAKER, R. C. **Flow measurement handbook**. 1. ed. Cambridge: The Press Syndicate of the University of Cambridge, 2000.
- BRAGA, N. C. **Comprimento de onda**. 2010. Disponível em: < <https://www.newtoncbraga.com.br/index.php/almanaque-tecnologico/1070-alm183#:~:text=A%20dist%C3%A2ncia%20entre%20dois%20pontos,conforme%20mostra%20a%20figura%201.> > Acesso em: 17 Jun. de 2023.
- BRASIL. **Lei n. 11.445, de 5 de janeiro de 2007. Altera a Lei n. 11.445, de 5 de janeiro de 2007, que estabelece diretrizes nacionais para o saneamento básico, para tornar obrigatória a medição individualizada do consumo hídrico nas novas edificações condominiais**. 2016. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF.
- COIMBRA, A. L. **Mecânica dos fluidos**. Ilha do Fundão, Rio de Janeiro: E-papers, 2015. v. 1.
- COMPESA. **Medição individualizada de água traz vantagens para consumidor**. 2016. Acesso em: 12 abr. 2024. Disponível em: <https://servicos.compesa.com.br/medicacao-individualizada-de-agua-traz-vantagens-para-consumidor/>.
- COMSOL, I. **COMSOL modeling software**. 2023. Acesso em: 15 out. 2023. Disponível em: <https://www.comsol.com>.
- DAROLD, M. W.; ALMEIDA, F. V. d.; BERTOLINO, H. O.; EVALD, P. J. D. d. O. Sensores invasivos e não invasivos: conceitos e aplicações biomédicas. **Disciplinarum Scientia, Série: Naturais e Tecnológicas**, 2020.
- DIXON, S.; LI, Z.; BAKER, M.; BUSHI, X.; SMITH, L. Clamp-on measurements of fluid flow in small-diameter metal pipes using ultrasonic guided waves. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 70, 2021.
- GOMES, M. H. R. **Apostila de mecânica dos fluidos**. Juiz de Fora, Minas Gerais: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.
- JULIA LANGUAGE. **Julia Language Documentation – v1**. 2023. Disponível em: <<https://docs.julialang.org/en/v1/>. > Acesso em: 07 Jul. de 2023.
- LANGUAGE, J. **Julia benchmarks**. 2023. Acesso em: 07 jul. 2023. Disponível em: <https://julialang.org/benchmarks/>.
- NETO, C. B. **Mecânica dos fluidos**. Santa Catarina, Brasi: Instituto Federal Santa Catarina, 2011. v. 1.
- OLIVEIRA, P. S.; SCAZUFCA, P. L. S. R. P.; DIAS, G. **Perdas de água 2021 (snis 2019): desafios para disponibilidade hídrica e avanço da eficiência do saneamento básico**. 2021. Trata Brasil.
- OPPENHEIM, A. V.; WILLISKY, A. S. **Signals and systems**. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997.

- ORSI, E.; SANFILIPPO, U. Uncertainty in experimental evaluation of chezy-strickler-manning and colebrook-white roughness coefficients in circular pipes. **Journal/Conference Name**, 2015.
- RICARDO, A. T. M.; PESSANHA, R. G. G.; JOSAPHAT, D. M. Applications of ultrasonic flow meters in the petroleum industry. Salvador, Bahia, 2000.
- SALES, A. L. C. **Desempenho de sensores**. 2016. Acesso em: 30 maio 2023. Disponível em: <http://www2.decom.ufop.br/imobilis/desempenho-de-sensores-parte-1/>.
- STAM, J. **Real-time fluid dynamics for games**. 2003. Acesso em: 11 jul. 2024. Disponível em: <http://graphics.cs.cmu.edu/nsp/course/15-464/Fall09/papers/StamFluidforGames.pdf>.
- SUN, M.; WANG, T.; XIAO, S.; PAN, C.; LIANG, X.; GAO, K.; ZHENG, W. Numerical simulation of transit-time ultrasonic flowmeters in deep-regulating units. **2019 IEEE International Conference on Power, Intelligent Computing and Systems (ICPICS)**, IEEE, p. 389–392, 2019.
- SUNOL, D. A. O. F.; GARCIA, J. E. High-precision time-of-flight determination algorithm for ultrasonic flow measurement. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, 2018.
- THOMAZINI, P. U. B. d. A. D. **Sensores industriais fundamentos e aplicações**. 4. ed. São Paulo: Editora Érica, 2009.
- TREEBY, B. T.; COX, B. E. k-wave: Matlab toolbox for the simulation and reconstruction of photoacoustic wave fields. **Journal of Biomedical Optics**, v. 15, n. 2, 2010.
- WENDLING, M. **Sensores**. 2010. Universidade Estadual Paulista. Disponível em: <https://www.feg.unesp.br/Home/PaginasPessoais/ProfMarceloWendling/4---sensores-v2.0.pdf>.
- WHITE, F. M. **Fluid Mechanics**. 7. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 2011.
- ZHENG, D.-D.; LV, S.-H.; WANG, H.; MAO, Y. Research on coupling method of flow field and acoustic field based on comsol for ultrasonic flowmeter. **2018 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)**, IEEE, p. 1–6, 2018.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3. ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2014.

## APÊNDICE A – CÓDIGOS

### Código-fonte 1 – Simulation

```

1  for iter in 1:N_TIME_STEPS
2      convection_x = velocity_x_prev .*
          central_difference_x_periodic(velocity_x_prev,
          element_length)
3      diffusion_x = KINEMATIC_VISCOSITY * laplace_periodic(
          velocity_x_prev, element_length)
4
5      velocity_x_next = velocity_x_prev .+ TIME_STEP_LENGTH *
          (-PRESSURE_GRADIENT[1] .+ diffusion_x .-
          convection_x)
6
7      velocity_x_next[1, :] .= 0.0
8      velocity_x_next[end, :] .= 0.0
9      if iter == N_TIME_STEPS
10         velocity_x_final .= velocity_x_next
11     end
12     velocity_x_prev = velocity_x_next
13 end

```

### Código-fonte 2 – Extract

```

1  beam_path = []
2  row = 1
3  col = 1
4  while row >= 0 && row <= N_POINTS && col >= 0 && col <=
      N_POINTS
5      push!(beam_path, copy(calculated_velocity_field[row, col
          ]))
6      row = row+1

```

```

7     col = col+1
8 end

```

### Código-fonte 3 – Calculo de tempo

```

1 function transit_time_at_point_up(velocity, element_length,
   speed_of_sound)
2     angle_factor = cos(pi / 4)
3     time = (element_length / (speed_of_sound - (velocity *
   angle_factor)))
4     return time
5 end
6
7 function transit_time_at_point_down(velocity,
   element_length, speed_of_sound)
8     angle_factor = cos(pi / 4)
9     time = (element_length / (speed_of_sound + (velocity *
   angle_factor)))
10    return time
11 end

```

### Código-fonte 4 – Modelo

```

1 delta_t = total_transit_time_up - total_transit_time_down
2 product_t = total_transit_time_up * total_transit_time_down
3 v_calculated = (L*delta_t)/(2*cos(pi/ 4)*product_t)

```

### Código-fonte 5 – Noise

```

1
2 function add_noise(value::Float64, noise_level::Float64)
3     return value + (randn()*2-1) * noise_level
4 end

```



### Código-fonte 6 – Aplicação de Ruído

```
1 v_calculated = add_noise(v_calculated,0.05)
```

### Código-fonte 7 – MAE

```
1 function calc_MAE(v::Vector{Float64}, v_hat::Vector{Float64}
    })
2     return mean(abs.(v .- v_hat))
3 end
```

### Código-fonte 8 – Linearidade

```
1
2 df = DataFrame(velocidade_real = medio, delta_t =
    delta_t_vec)
3 df.velocidade_real = Float64.(df.velocidade_real)
4 df.delta_t = Float64.(df.delta_t)
5 modelo = lm(@formula(delta_t ~ velocidade_real), df)
6 a = coef(modelo)[2]
7 b = coef(modelo)[1]
8 println("Inclinação (a): ", a)
9 println("Intercepto (b): ", b)
10 delta_t_pred = a .* medio .+ b
```

### Código-fonte 9 – R2

```
1
2 y_real = df.delta_t
3 y_pred = coef(modelo)[2] .* df.velocidade_real .+ coef(
    modelo)[1]
```

```
4 ss_tot = sum((y_real .- mean(y_real)).^2)
5 ss_res = sum((y_real .- y_pred).^2)
6 r_squared = 1 - (ss_res / ss_tot)
```