Berechenbarkeit

Vorlesung 2: Grundlagen Turingmaschinen

13. April 2023

Termine — Modul Berechenbarkeit

Übungen	Vorlesung
11.4. ———————	13.4. Turingmaschine I (Übungsblatt 1)
18.4. Übung 1 B-Woche	20.4. Turingmaschine II
25.4. Übung 1 A-Woche	27.4. Loop-Programme (Übungsblatt 2)
2.5. Übung 2 B-Woche (Montag Feiertag)	4.5. While-Programme
9.5. Übung 2 A-Woche	11.5. Rekursion I (Übungsblatt 3)
16.5. Übung 3 B-Woche	18.5. ———————
23.5. Übung 3 A-Woche	25.5. Rekursion II

Übungen	Vorlesung
30.5. Übung 4 B-Woche (Montag Feiertag)	1.6. Entscheidbarkeit
6.6. Übung 4 A-Woche	8.6. Unentscheidbarkeit (Übungsblatt 5)
13.6. Übung 5 B-Woche	15.6. Spez. Probleme
20.6. Übung 5 A-Woche	22.6. Klasse P (Übungsblatt 6)
27.6. Übung 6 B-Woche	29.6. NP-Vollständigkeit
4.7. Übung 6 A-Woche	6.7. Komplexitätsklassen
11.7. Abschlussübung beide Wochen	13.7. (Reserve)

Übungen

Hinweise

- 1. Übungsserie auf Moodle verfügbar
- Hausaufgabenabgabe als Gruppe (max. 2 Teilnehmer) möglich
- Quiz im Moodle verfügbar (zur Selbstkontrolle)
  (auch für letzte Woche)

Übungen

Hinweise

- 1. Übungsserie auf Moodle verfügbar
- Hausaufgabenabgabe als Gruppe (max. 2 Teilnehmer) möglich
- Quiz im Moodle verfügbar (zur Selbstkontrolle)
  (auch für letzte Woche)

Raumänderung

- Übungsgruppe c (Di. 11:15–12:45 Uhr) am 18. April
  einmalig in Raum S-202 (Seminargebäude)

Prüfung

Prüfung

- schriftliche Klausur, 60 min
- Termin

  Mittwoch, 19. Juli 2023 von 9–10 Uhr

- Räume: AudiMax, Hs. 7, Hs. 9 (vorläufig)

- Hilfsmittel: 1 DIN-A4 Blatt mit Notizen (geschrieben oder gedruckt)

§2.1 Definition (partielle Funktion; engl. *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist partielle Funktion, geschrieben $\rho\colon A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

§2.1 Definition (partielle Funktion; engl. *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist partielle Funktion, geschrieben $\rho \colon A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

Notizen

- Übliche Funktionsschreibweisen auch für partielle Funktionen
- Jede Funktion ist partielle Funktion

§2.1 Definition (partielle Funktion; engl. *partial function*)

Seien A, B Mengen. Relation $\rho \subseteq A \times B$ ist partielle Funktion, geschrieben $\rho\colon A \dashrightarrow B$, falls für jedes $a \in A$ höchstens ein $b \in B$ mit $(a, b) \in \rho$ existiert.

Notizen

- Übliche Funktionsschreibweisen auch für partielle Funktionen
- Jede Funktion ist partielle Funktion
- Definitionsbereich partieller Funktion $f\colon A \dashrightarrow B$ ist $f^{-1}(B)$
  (Elemente des Vorbereiches A, für die f definiert ist)

$$f^{-1}(B) = \{a \in A \mid \exists b \in B\colon f(a) = b\}$$

- $f^{-1}(B) = A$ für jede Funktion $f\colon A \to B$

Kodierungen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \qquad \text{und} \qquad g\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \qquad \text{(für Alphabete } \Sigma, \Delta)$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \qquad \text{und} \qquad g\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \qquad \text{(für Alphabete } \Sigma, \Delta\text{)}$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen
  - Unäre Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $a^n = \underbrace{a \cdots a}_{n \text{ mal}}$

Aus $f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N}$ wird $g\colon \{a, \#\}^* \dashrightarrow \{a\}^*$ mit

$$g(a^{n_1} \# a^{n_2} \# \cdots \# a^{n_k}) = a^{f(n_1, \dots, n_k)}$$

Kodierungen

Vereinbarungen

- Beschränkung auf partielle Funktionen

$$f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N} \qquad \text{und} \qquad g\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^* \qquad \text{(für Alphabete } \Sigma, \Delta\text{)}$$

- 2 Kodierungen für natürliche Zahlen
  - Unäre Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $a^n = \underbrace{a \cdots a}_{n \text{ mal}}$

    Aus $f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N}$ wird $g\colon \{a, \#\}^* \dashrightarrow \{a\}^*$ mit

    $$g(a^{n_1}\#a^{n_2}\#\cdots\#a^{n_k}) = a^{f(n_1,\dots,n_k)}$$

  - Binäre Kodierung: $n \in \mathbb{N}$ repräsentiert durch $\mathrm{bin}(n) \in \{0,1\}^*$

    Aus $f\colon \mathbb{N}^k \dashrightarrow \mathbb{N}$ wird $g\colon \{0,1,\#\}^* \to \{0,1\}^*$ mit

    $$g\big(\mathrm{bin}(n_1)\#\,\mathrm{bin}(n_2)\#\cdots\#\,\mathrm{bin}(n_k)\big) = \mathrm{bin}\big(f(n_1,\dots,n_k)\big)$$

Kodierungen

Kodierung von $f(3,4) = 7$

- Unäre Kodierung

$$g(\underbrace{aaa}_{3}\#\underbrace{aaaa}_{4}) = \underbrace{aaaaaaa}_{7}$$

- Binäre Kodierung

$$g(\underbrace{11}_{2+1}\#\underbrace{100}_{4+0+0}) = \underbrace{111}_{4+2+1}$$

Kodierungen

Kodierung von $f(3,4) = 7$

- Unäre Kodierung

$$g(\underbrace{aaa}_{3} \# \underbrace{aaaa}_{4}) = \underbrace{aaaaaaa}_{7}$$

- Binäre Kodierung

$$g(\underbrace{11}_{2+1} \# \underbrace{100}_{4+0+0}) = \underbrace{111}_{4+2+1}$$

- Andere berechenbare Kodierungen auch möglich

Dezimalkodierung: $g\colon \{0,1,\ldots,9,\#\}^* \dashrightarrow \{0,1,\ldots,9\}^*$

§2.2 Definition (Sprachenkodierung)

Für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist $\mathrm{id}_L \colon \Sigma^* \dashrightarrow \Sigma^*$ gegeben durch

$$\mathrm{id}_L = \{(w, w) \mid w \in L\}$$

Kodierung von Sprachen

§2.2 Definition (Sprachenkodierung)

Für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist $\mathrm{id}_L \colon \Sigma^* \dashrightarrow \Sigma^*$ gegeben durch

$$\mathrm{id}_L = \{(w, w) \mid w \in L\}$$

Notizen

- 'undef' (oder $\bot$) steht für nicht definierte Funktionswerte
- Alternative Definition

$$\mathrm{id}_L(w) = \begin{cases} w & \text{falls } w \in L \\ \mathrm{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

- Also $\mathrm{id}_L^{-1}(\Sigma^*) = L$

Algorithmus = endliche & eindeutige Handlungsbeschreibung

§2.3 Definition (intuitive Berechenbarkeit; engl. *computability*)

Funktion $f\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$ intuitiv berechenbar (engl. *computable*), falls Algorithmus A_f existiert, so dass für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$

- A_f produziert Ergebnis nach endlicher Zeit gdw. $w \in f^{-1}(\Delta^*)$
- A_f produziert Ergebnis $f(w)$ falls $w \in f^{-1}(\Delta^*)$

Algorithmus = endliche & eindeutige Handlungsbeschreibung

§2.3 Definition (intuitive Berechenbarkeit; engl. *computability*)

Funktion $f \colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$ intuitiv berechenbar (engl. *computable*),
falls Algorithmus A_f existiert, so dass für jede Eingabe $w \in \Sigma^*$

- A_f produziert Ergebnis nach endlicher Zeit gdw. $w \in f^{-1}(\Delta^*)$
- A_f produziert Ergebnis $f(w)$ falls $w \in f^{-1}(\Delta^*)$

Notizen

- $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ bedeutet "$f(w)$ definiert"
- A_f muss bei Eingabe $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ Ergebnis $f(w)$ liefern
- A_f darf bei Eingabe $w \in \Sigma^* \setminus f^{-1}(\Delta^*)$ kein Ergebnis liefern
  (Endlosschleife, Absturz, Exception, etc.)

Weitere Notizen

- Mathematische Existenz ausreichend
  (kann Funktion 2 Formen annehmen, also entweder $f = f_1$ oder $f = f_2$, dann reicht intuitive Berechenbarkeit von f_1 und f_2)
- Beschreibungssprache beliebig (C++, Java, Pseudokode, etc.)
- Hardware irrelevant (Architektur, Ablaufmechanismus, etc.)
- Keine Zeit- oder Speicherbeschränkung
  (aber A_f muss bei Eingabe $w \in f^{-1}(\Delta^*)$ letztlich terminieren)

Erklärungsversuch

- E sei Eigenschaft der Welt und $f\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$
  (z.B. E = Goldbachsche Vermutung)
- Weiterhin gelten $E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$ und $\neg E \rightarrow \text{Berechenbar}(f)$

Erklärungsversuch

- E sei Eigenschaft der Welt und $f\colon \Sigma^* \dashrightarrow \Delta^*$
  (z.B. E = Goldbachsche Vermutung)
- Weiterhin gelten $E \to \text{Berechenbar}(f)$ und $\neg E \to \text{Berechenbar}(f)$

$$
\begin{aligned}
&\big(E \to \text{Berechenbar}(f)\big) \wedge \big(\neg E \to \text{Berechenbar}(f)\big) \\
\equiv\ &\big(\neg E \vee \text{Berechenbar}(f)\big) \wedge \big(E \vee \text{Berechenbar}(f)\big) \\
\equiv\ &(\neg E \wedge E) \vee \text{Berechenbar}(f) \\
\equiv\ &\text{Berechenbar}(f)
\end{aligned}
$$

- Also gilt $\text{Berechenbar}(f)$

Intuitive Berechenbarkeit

- **Addition:** Funktion $+\colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ intuitiv berechenbar
  - Schulmethode
  - x_1 mal Erhöhung von x_2 für $x_1 + x_2$

Intuitive Berechenbarkeit

- **Addition:** Funktion $+ \colon \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ intuitiv berechenbar
  - Schulmethode
  - x_1 mal Erhöhung von x_2 für $x_1 + x_2$

- **Format-Prüfung:** Funktion $\mathrm{id}_L \colon \{0, 1, \#\}^* \dashrightarrow \{0, 1, \#\}^*$ mit

$$L = \underbrace{1\,(0 \mid 1)^* \big(\#\,1\,(0 \mid 1)^*\big)^*}_{\text{(1, beliebig viele 0 und 1, \# und weitere solche Blöcke)}}$$

intuitiv berechenbar (*L* regulär)

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314 \qquad \pi[6] = 314159 \qquad \pi[1] = 3$$

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314 \qquad \pi[6] = 314159 \qquad \pi[1] = 3$$

- **Approximation π:** Funktion $\pi \colon \{a\}^* \to \{0, 1, \ldots, 9\}^*$ mit

$$\pi(a^n) = \pi[n] \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

Intuitive Berechenbarkeit

$\pi[n]$ = erste n Stellen in Dezimalbruchdarstellung von π für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\pi[3] = 314 \qquad \pi[6] = 314159 \qquad \pi[1] = 3$$

- **Approximation π:** Funktion $\pi \colon \{a\}^* \to \{0, 1, \ldots, 9\}^*$ mit

  $$\pi(a^n) = \pi[n] \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

  intuitiv berechenbar

  - Approximationsalgorithmus für π
  - Ausgabe erste n Stellen sobald ausreichende Genauigkeit

- **Teilstrings von π:** Funktion $\mathrm{sub}_\pi : \{0, 1, \ldots, 9\}^* \longrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\mathrm{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \ldots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit

Beispiele

$\mathrm{sub}_\pi(314) = 1$ $\mathrm{sub}_\pi(15) = 1$ $\mathrm{sub}_\pi(41) = 1$

Intuitive Berechenbarkeit

- **Teilstrings von π:** Funktion $\mathrm{sub}_\pi : \{0,1,\ldots,9\}^* \longrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\mathrm{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0,\ldots,9\}^*$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u> unklar

<u>Beispiele</u>

$\mathrm{sub}_\pi(314) = 1$ $\mathrm{sub}_\pi(15) = 1$ $\mathrm{sub}_\pi(41) = 1$

- **Teilstrings von π:** Funktion $\text{sub}_\pi : \{0,1,\ldots,9\}^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0,\ldots,9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit

Beispiele

$\text{sub}_\pi(314) = 1$ $\text{sub}_\pi(15) = 1$ $\text{sub}_\pi(41) = 1$

Intuitive Berechenbarkeit

- **Teilstrings von π:** Funktion $\text{sub}_\pi : \{0, 1, \ldots, 9\}^* \dashrightarrow \{0, 1\}^*$ mit

$$\text{sub}_\pi(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \text{ in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

für alle $w \in \{0, \ldots, 9\}^*$

Intuitive Berechenbarkeit intuitiv berechenbar

Beispiele

$\text{sub}_\pi(314) = 1$ $\text{sub}_\pi(15) = 1$ $\text{sub}_\pi(41) = 1$

- **Länge von Nichtteilstrings von π:** Funktion $\ell_\pi : \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u>

- **Länge von Nichtteilstrings von π:** Funktion $\ell_\pi : \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

Intuitive Berechenbarkeit   intuitiv berechenbar

- **Länge von Nichtteilstrings von π:** Funktion $\ell_\pi : \mathbb{N} \dashrightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\ell_\pi(n) = \begin{cases} n & \text{falls Sequenz der Länge } n \text{ existiert,} \\ & \text{die nicht in } \pi \text{ vorkommt} \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } n \in \mathbb{N}$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u> intuitiv berechenbar

- Falls alle Sequenzen in π vorkommen, (Eigenschaft E) dann ℓ_π überall undefiniert & intuitiv berechenbar
- Sonst existiert kürzeste Sequenz der Länge k, die nicht in π vorkommt & ℓ_π intuitiv berechenbar, da

$$\ell_\pi(n) = f_k(n) = \begin{cases} n & \text{falls } n \geq k \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases}$$

$\big(\neg E \to \exists k\big((\ell_\pi = f_k) \wedge \text{Berechenbar}(f_k)\big)$ also $\neg E \to \text{Berechenbar}(\ell_\pi)\big)$

- **Wortproblem einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$:** Funktion $\chi_L \colon \Sigma^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv:

- **Wortproblem einer Sprache** $L \subseteq \Sigma^*$**:** Funktion $\chi_L \colon \Sigma^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u>

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar

- **Wortproblem einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$:** Funktion $\chi_L : \Sigma^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u>

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L:

- **Wortproblem einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$:** Funktion $\chi_L \colon \Sigma^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u>

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L: unklar/nicht intuitiv berechenbar

Intuitive Berechenbarkeit

- **Aufzählung einer Sprache** $L \subseteq \Sigma^*$**:** Funktion $\rho_L \colon \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv:
- Typ-0-Sprache L:

Intuitive Berechenbarkeit

- **Aufzählung einer Sprache** $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\rho_L \colon \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

<u>Intuitive Berechenbarkeit</u>

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L:

- **Aufzählung einer Sprache** $L \subseteq \Sigma^*$: Funktion $\rho_L : \Sigma^* \dashrightarrow \{0,1\}^*$ mit

$$\rho_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ \text{undef} & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{für alle } w \in \Sigma^*$$

Intuitive Berechenbarkeit

- L kontextsensitiv: intuitiv berechenbar
- Typ-0-Sprache L: intuitiv berechenbar

Intuitive Berechenbarkeit

Problem

- Wie argumentiert man “nicht intuitiv berechenbar”?
  (muss für beliebige Algorithmen funktionieren)

Intuitive Berechenbarkeit

Problem

- Wie argumentiert man “nicht intuitiv berechenbar”?
  (muss für beliebige Algorithmen funktionieren)

Ansatz der modellbezogenen Berechenbarkeit

- Festlegung Berechnungsmodell (Grammatik, Turingmaschine, etc.)
- Klärt Begriff ‘Algorithmus’

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{cccc}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{rlrlrlrl}
S & \to S'E & S' & \to aS'a & S' & \to bS'b & S' & \to E \\
Ea & \to EA & Aa & \to aA & Ab & \to bA & AE & \to Ea \\
Eb & \to EB & Ba & \to aB & Bb & \to bB & BE & \to Eb \\
EE & \to \varepsilon & & & & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{rlrlrlrl}
S & \to S'E & S' & \to aS'a & S' & \to bS'b & S' & \to E \\
Ea & \to EA & Aa & \to aA & Ab & \to bA & AE & \to Ea \\
Eb & \to EB & Ba & \to aB & Bb & \to bB & BE & \to Eb \\
EE & \to \varepsilon & & & & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = (\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$
\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}
$$

Ableitungsschritte

$$
\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}
$$

Wiederholung: Chomsky-Grammatik

Beispiel (§1.4)

Typ-0-Grammatik $G = \big(\{S, S', A, B, E\}, \{a, b\}, S, P\big)$ mit Produktionen P

$$\begin{array}{llll}
S \to S'E & S' \to aS'a & S' \to bS'b & S' \to E \\
Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\
Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \\
EE \to \varepsilon & & &
\end{array}$$

Ableitungsschritte

$$\begin{aligned}
S &\Rightarrow_G S'E \Rightarrow_G aS'aE \Rightarrow_G abS'baE \Rightarrow_G abEbaE \\
&\Rightarrow_G abEBaE \Rightarrow_G abEaBE \Rightarrow_G abEaEb \Rightarrow_G abEAEb \\
&\Rightarrow_G abEEab \Rightarrow_G ab\varepsilon ab = abab
\end{aligned}$$

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst wEw^RE

$$S \to S'E \qquad S' \to aS'a \qquad S' \to bS'b \qquad S' \to E$$

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst wEw^RE

$$S \to S'E \qquad S' \to aS'a \qquad S' \to bS'b \qquad S' \to E$$

- Symbol hinter linkem E direkt hinter rechtes E bewegen

$$\begin{array}{llll} Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\ Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \end{array}$$

- Invertiert w^R; liefert w und Satzform $wEEw$

Analyse der Funktionsweise

- Ziel ww mit $w \in \{a, b\}^*$
- Erzeuge zunächst $wEw^R E$

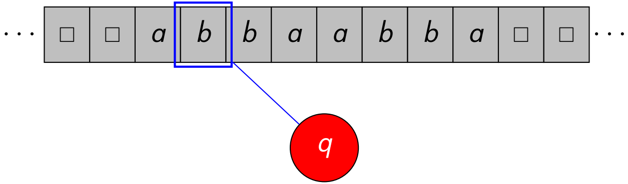
$$S \to S'E \qquad S' \to aS'a \qquad S' \to bS'b \qquad S' \to E$$

- Symbol hinter linkem E direkt hinter rechtes E bewegen

$$\begin{array}{llll} Ea \to EA & Aa \to aA & Ab \to bA & AE \to Ea \\ Eb \to EB & Ba \to aB & Bb \to bB & BE \to Eb \end{array}$$

- Invertiert w^R; liefert w und Satzform $wEEw$
- Löschen Begrenzer EE mit Produktion $EE \to \varepsilon$

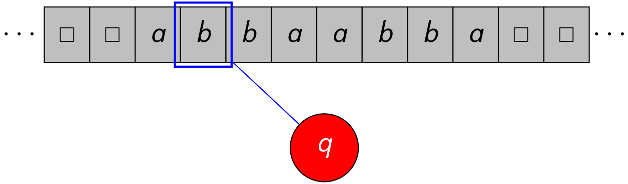
Turingmaschine



Notizen

- Beidseitig unbeschränktes Arbeitsband
- Endliche Kontrolle (zustandsgesteuert)

Turingmaschine

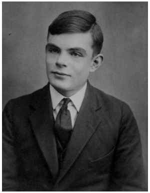


Notizen

- Beidseitig unbeschränktes Arbeitsband
- Endliche Kontrolle (zustandsgesteuert)
- Mobiler Lese- & Schreibkopf
- Eingabe auf Band; Symbole überschreibbar (Speicher)

Alan Turing (* 1912; † 1954)

- Engl. Informatiker
- Brach dtsch. Enigma-Verschlüsselung
- Verurteilt wegen Homosexualität;
  akzeptierte Kastration; 2013 offiziell rehabilitiert



§2.4 Definition (Turingmaschine; engl. *Turing machine*)

Turingmaschine ist Tupel $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-)$

- endl. Menge Q von Zuständen (engl. *states*) mit $Q \cap \Gamma = \emptyset$
- endl. Menge Σ von Eingabesymbolen (engl. *input symbols*)
- endl. Menge Γ von Arbeitssymbolen (engl. *work symbols*) mit $\Sigma \subseteq \Gamma$
- Übergangsrelation (engl. *transition relation*)
  $\Delta \subseteq \Big(\big(Q \setminus \{q_+, q_-\}\big) \times \Gamma\Big) \times \Big(Q \times \Gamma \times \{\triangleleft, \triangleright, \diamond\}\Big)$
- Leersymbol (engl. *blank*) $\square \in \Gamma \setminus \Sigma$ $\qquad (\Gamma_M = \Gamma \setminus \{\square\})$
- Startzustand (engl. *initial state*) $q_0 \in Q$
- Akzeptierender Zustand (engl. *accepting state*) $q_+ \in Q$
- Ablehnender Zustand (engl. *rejecting state*) $q_- \in Q$

$\triangleleft$ = gehe nach links; $\triangleright$ = gehe nach rechts; $\diamond$ = keine Bewegung

Turingmaschine

Damit programmieren?

- Einfaches Modell (vereinfacht Beweise Nichtberechenbarkeit)
- Gleichmächtig wie gebräuchliche Programmiersprachen
  (C++, Java, Perl, Python, etc.)
- Nicht komfortabel

Turingmaschine

Damit programmieren?

- Einfaches Modell (vereinfacht Beweise Nichtberechenbarkeit)
- Gleichmächtig wie gebräuchliche Programmiersprachen
  (C++, Java, Perl, Python, etc.)
- Nicht komfortabel
- Übergangsrelation $\widehat{=}$ Programm
- Arbeitsband $\widehat{=}$ Speicher (kein Direktzugriff)

Turingmaschine

Notation: $(q,\gamma) \to (q',\gamma',d) \in \Delta$ statt $\big((q,\gamma),(q',\gamma',d)\big) \in \Delta$

§2.5 Beispiel (Turingmaschine = TM)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \bot\}, \{a,b\}, \{a,b,\Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$
mit den Übergängen Δ

$$(q_0,a) \to (q_a,\Box,\triangleright) \qquad (q_0,b) \to (q_b,\Box,\triangleright) \qquad (q_0,\Box) \to (f,\Box,\diamond)$$

$$(q_a,a) \to (q_a,a,\triangleright) \qquad (q_a,b) \to (q_a,b,\triangleright) \qquad (q_a,\Box) \to (q_a',\Box,\triangleleft)$$
$$(q_b,a) \to (q_b,a,\triangleright) \qquad (q_b,b) \to (q_b,b,\triangleright) \qquad (q_b,\Box) \to (q_b',\Box,\triangleleft)$$

$$(q_a',a) \to (q,\Box,\triangleleft) \qquad (q_b',b) \to (q,\Box,\triangleleft)$$

$$(q,a) \to (q,a,\triangleleft) \qquad (q,b) \to (q,b,\triangleleft) \qquad (q,\Box) \to (q_0,\Box,\triangleright)$$

Notizen

- Übergang $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d)$
  - Vorbedingungen:
    1. Aktueller Zustand q
    2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht
  - Konsequenzen:
    1. TM wechselt in Zustand q'
    2. γ' überschreibt Inhalt aktueller Bandzelle (ersetzt γ)
    3. Kopf bewegt sich Richtung d

$\triangleleft$ = gehe nach links; $\triangleright$ = gehe nach rechts; $\diamond$ = keine Bewegung

Notizen

- Übergang $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', d)$
  - Vorbedingungen:
    1. Aktueller Zustand q
    2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht
  - Konsequenzen:
    1. TM wechselt in Zustand q'
    2. γ' überschreibt Inhalt aktueller Bandzelle (ersetzt γ)
    3. Kopf bewegt sich Richtung d

$\triangleleft$ = gehe nach links; $\triangleright$ = gehe nach rechts; $\diamond$ = keine Bewegung

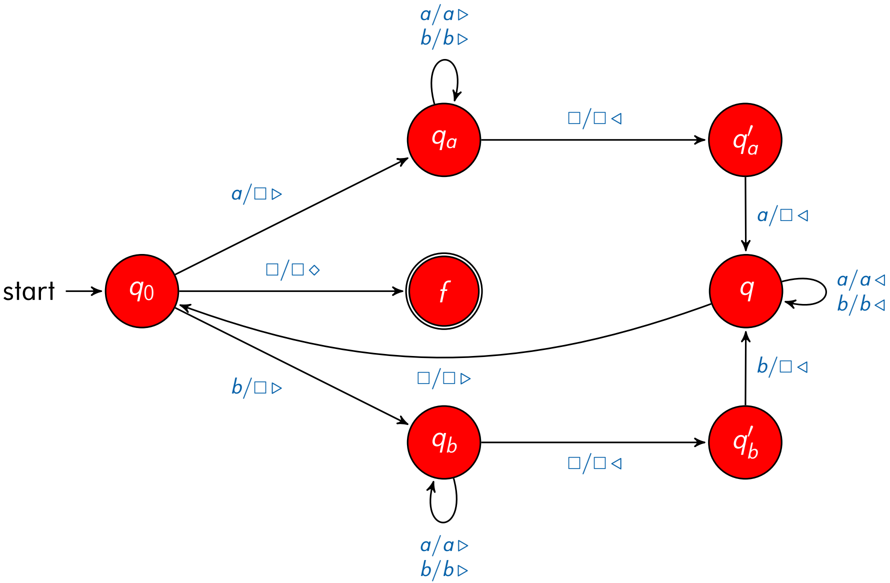
Turingmaschine

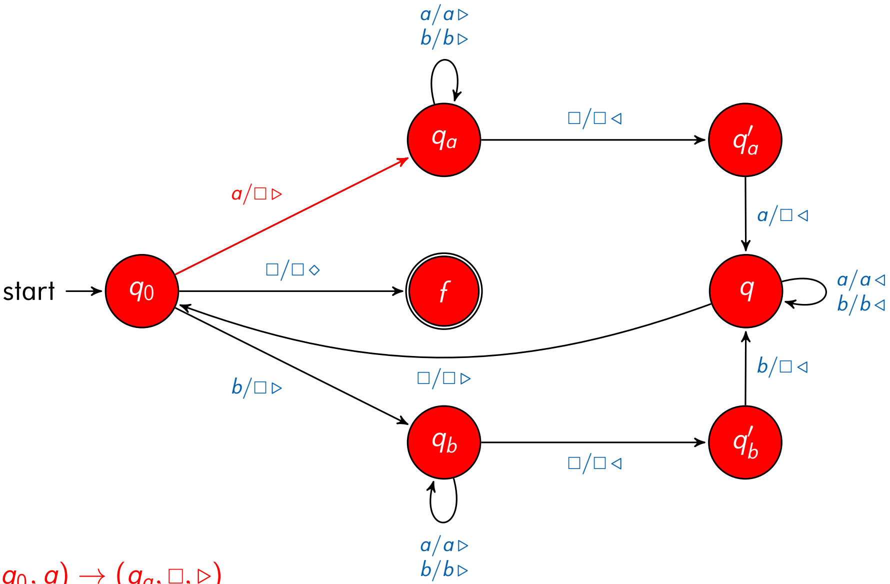
Notizen

- Übergang $(q, \gamma) \to (q', \gamma', d)$
  - Vorbedingungen:
    1. Aktueller Zustand q
    2. Zeichen γ in Bandzelle, auf der der Kopf steht
  - Konsequenzen:
    1. TM wechselt in Zustand q'
    2. γ' überschreibt Inhalt aktueller Bandzelle (ersetzt γ)
    3. Kopf bewegt sich Richtung d
- Übergänge mit aktuellem Zustand $q \in \{q_+, q_-\}$ verboten
  (Übergänge aus Finalzustand heraus nicht erlaubt)

$\triangleleft$ = gehe nach links; $\triangleright$ = gehe nach rechts; $\diamond$ = keine Bewegung

Turingmaschine





$(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright)$

1. Ausgangssituation
   - Eingabe auf Band (andere Zellen $\Box$)
   - TM in Startzustand q_0
   - Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf $\Box$ falls Eingabe leer)

Turingmaschine

1. Ausgangssituation
   - Eingabe auf Band (andere Zellen $\square$)
   - TM in Startzustand q_0
   - Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf $\square$ falls Eingabe leer)
2. Übergänge gemäß Δ

Turingmaschine

1. Ausgangssituation
   - Eingabe auf Band (andere Zellen $\Box$)
   - TM in Startzustand q_0
   - Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf $\Box$ falls Eingabe leer)
2. Übergänge gemäß Δ
3. Haltebedingung
   - Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
   - Kein passender Übergang $\to$ TM hält <u>nicht</u> ordnungsgemäß (Ausnahme)

Turingmaschine

1. Ausgangssituation
   - Eingabe auf Band (andere Zellen $\square$)
   - TM in Startzustand q_0
   - Kopf auf erstem Symbol der Eingabe (auf $\square$ falls Eingabe leer)
2. Übergänge gemäß Δ
3. Haltebedingung
   - Aktueller Zustand final; akzeptierend q_+ oder ablehnend q_-
   - Kein passender Übergang $\to$ TM hält <u>nicht</u> ordnungsgemäß (Ausnahme)

<u>Akzeptanz Eingabe</u>

Existenz Übergänge von Ausgangssituation in akzeptierenden Zustand

Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

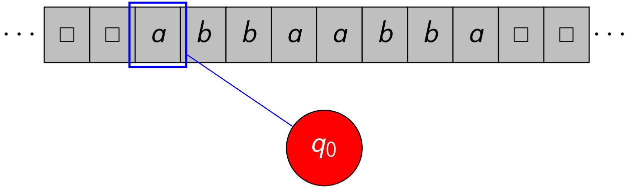
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

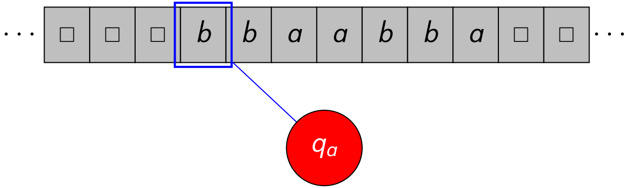


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1em]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\[1em]
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

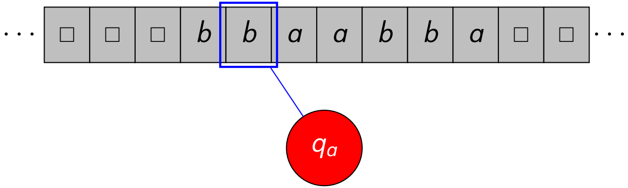
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

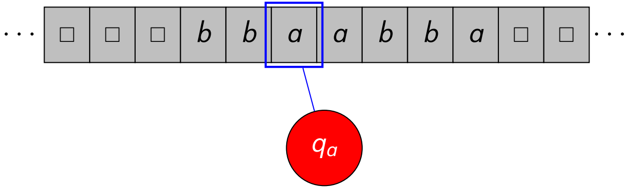


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1em]
{\color{red}(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright)} & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\[1em]
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

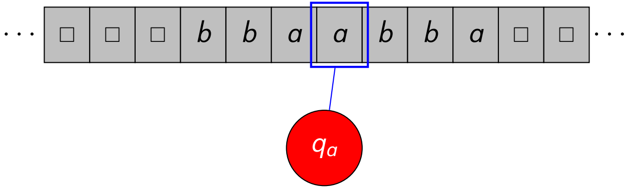


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

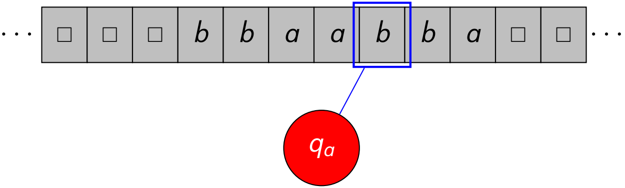
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

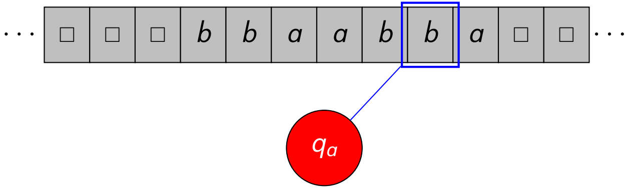
$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

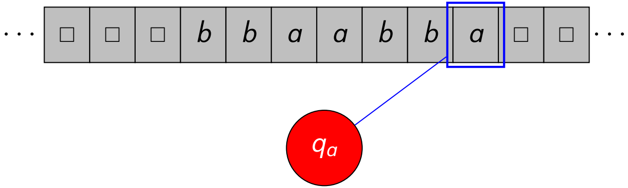


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

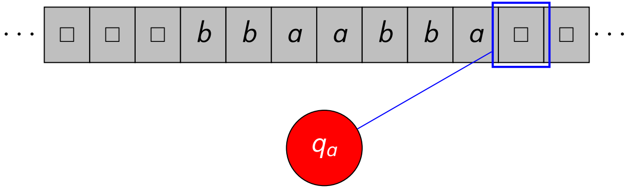


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q_a', \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q_b', \square, \triangleleft) \\
(q_a', a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q_b', b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

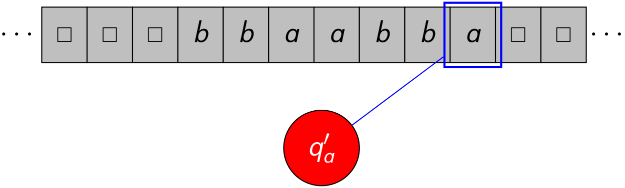
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Beispiel (§2.5)

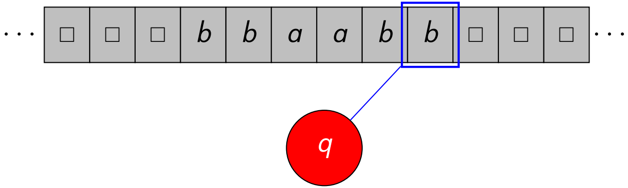
TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$
$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

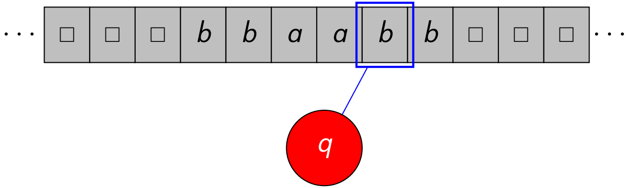


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

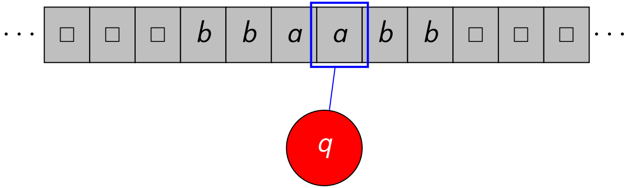
$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1em]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q_a', \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q_b', \Box, \triangleleft) \\[1em]
(q_a', a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q_b', b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

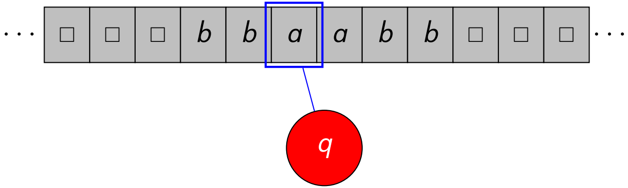
$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright)$ $\quad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright)$ $\quad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$

$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright)$ $\quad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright)$ $\quad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$

$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright)$ $\quad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright)$ $\quad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$

$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft)$ $\quad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$

$(q, a) \to (q, a, \triangleleft)$ $\quad (q, b) \to (q, b, \triangleleft)$ $\quad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

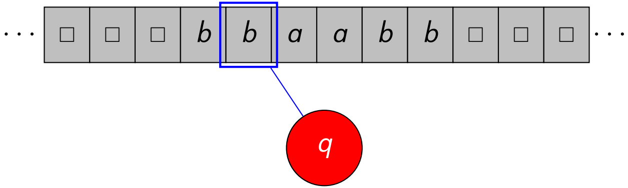
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

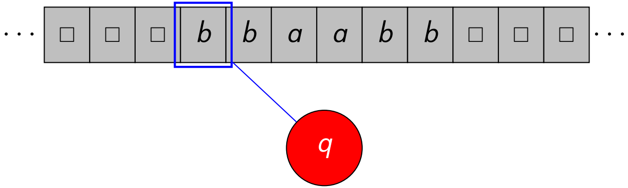


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1em]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\[1em]
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

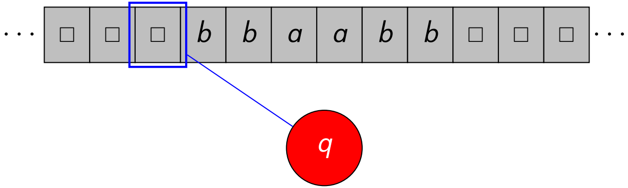
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

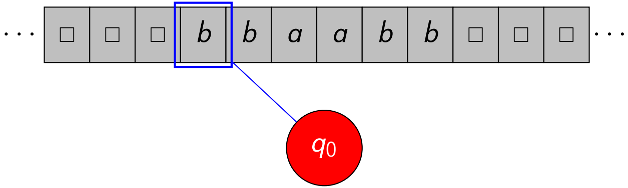
$$(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) \qquad (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \square) \to (q_a', \square, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \square) \to (q_b', \square, \triangleleft)$$

$$(q_a', a) \to (q, \square, \triangleleft) \qquad (q_b', b) \to (q, \square, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)$$

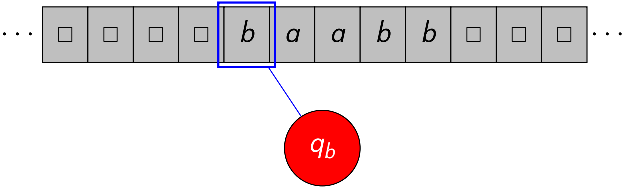


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

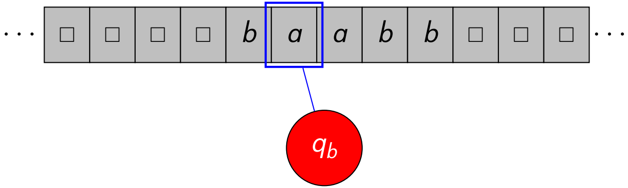


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

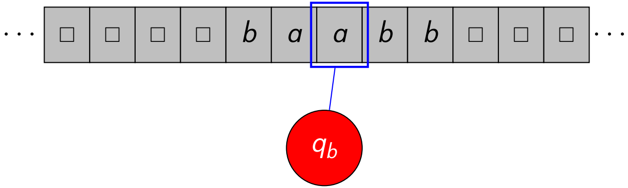


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

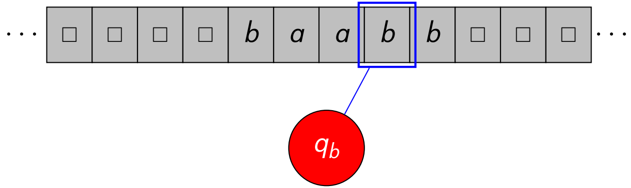
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

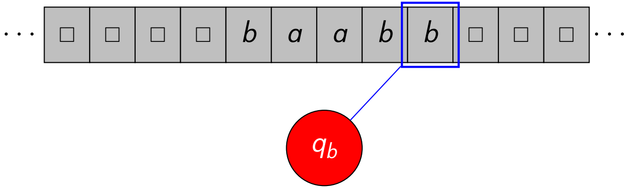


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

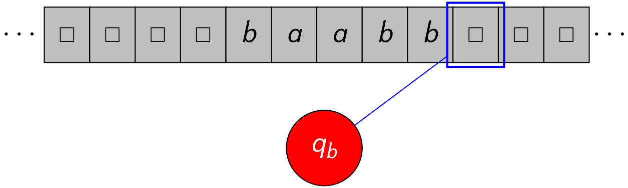
$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

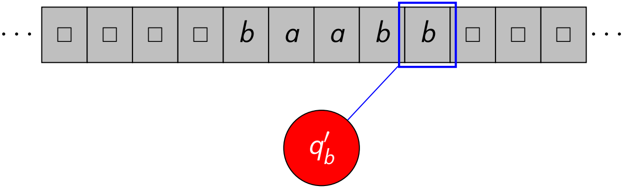
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$

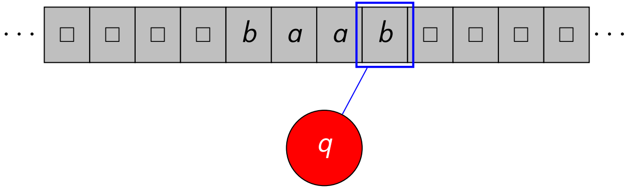


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\[1em]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q_a', \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q_b', \square, \triangleleft) \\[1em]
(q_a', a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q_b', b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

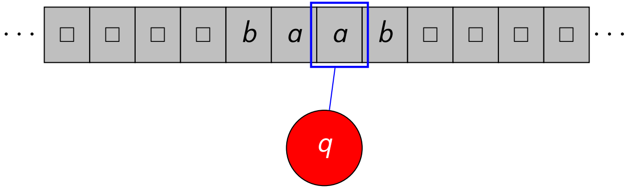
$$(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) \qquad (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft)$$

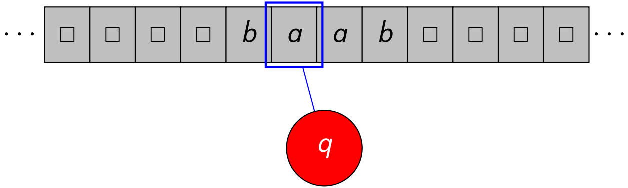
$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

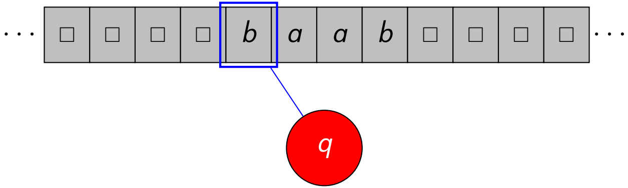


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1em]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\[1em]
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1em]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

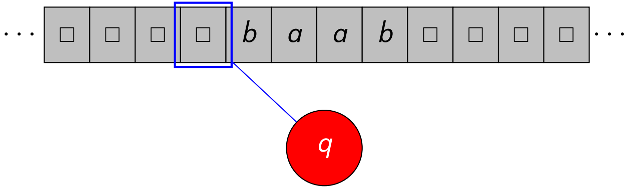
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q_a', \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q_b', \Box, \triangleleft)$$

$$(q_a', a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q_b', b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

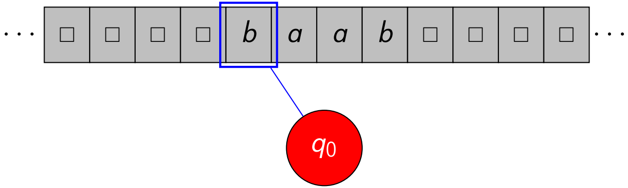
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

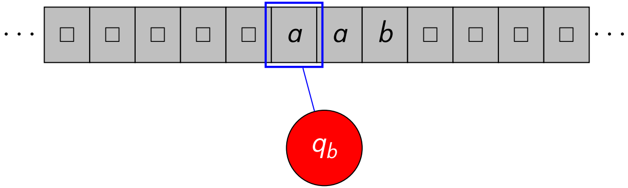
$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$

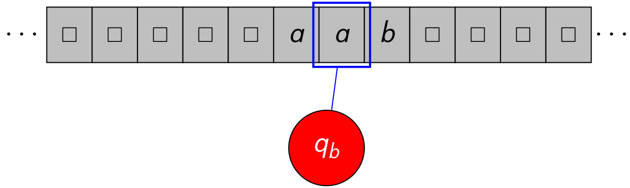


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

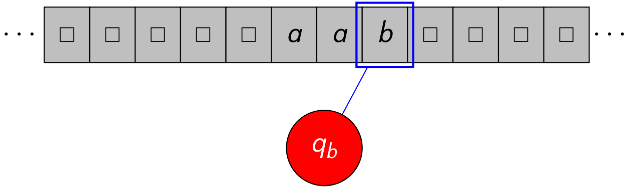


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$$\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q_a', \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q_b', \square, \triangleleft) \\
(q_a', a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q_b', b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}$$

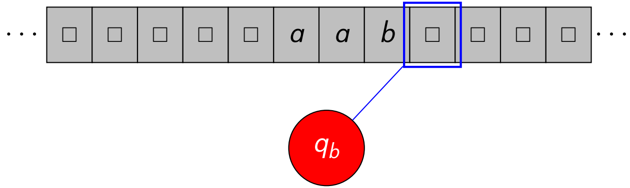


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

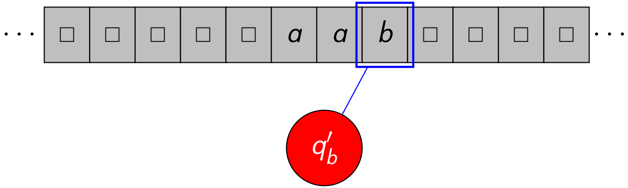


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\[1ex]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft) \\[1ex]
(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) & \color{red}{(q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft)} & \\[1ex]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

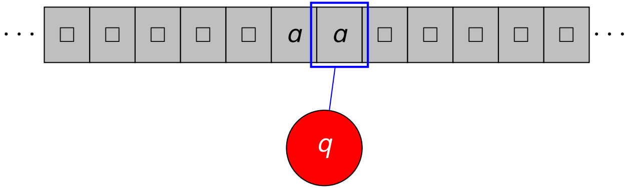
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

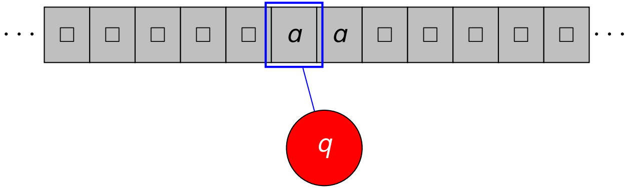
$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \perp)$

$$\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

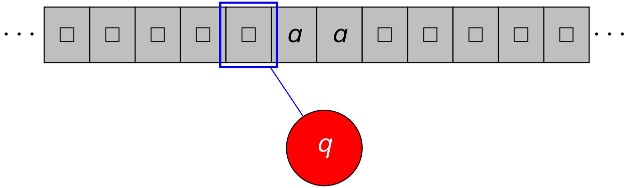
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \rhd) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \rhd) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \rhd) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \rhd) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \lhd)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \rhd) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \rhd) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \lhd)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \lhd) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \lhd)$$

$$(q, a) \to (q, a, \lhd) \qquad (q, b) \to (q, b, \lhd) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \rhd)$$

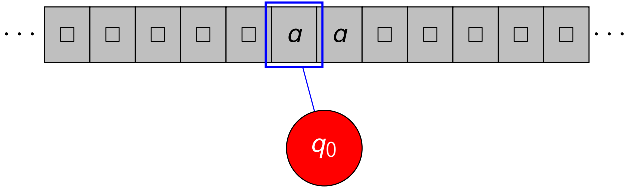


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \bot)$

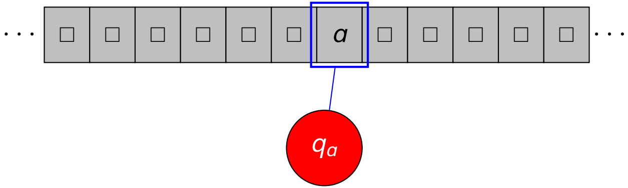
$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) & (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

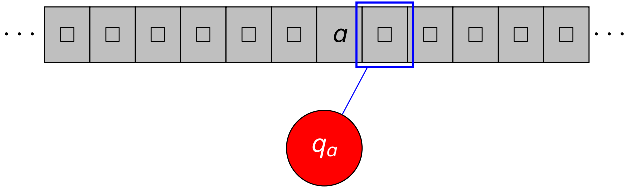


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

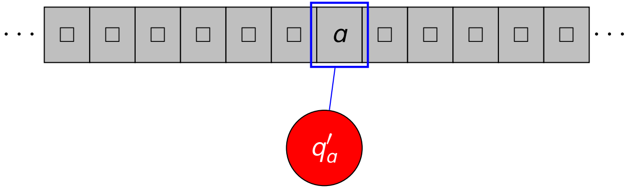
$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

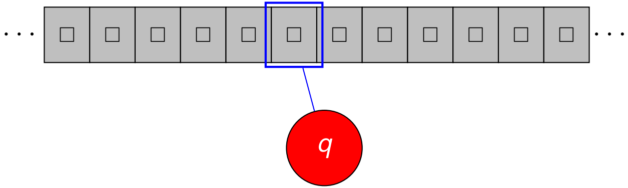


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q_a', q_b, q_b', f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q_a', \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q_b', \Box, \triangleleft) \\
(q_a', a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q_b', b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

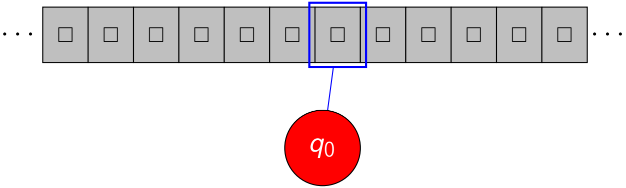


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$

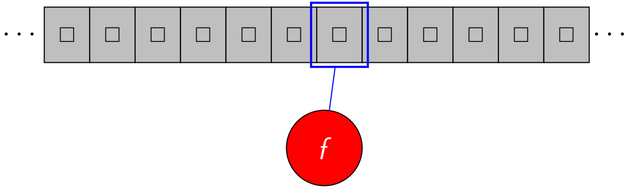


Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\[1ex]
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\[1ex]
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\[1ex]
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}$$



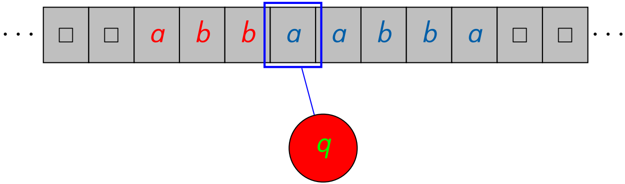
Turingmaschine

Satzform

- Globale Systemsituation als Wort
  (Arbeitsband, Position des Kopfes und interner Zustand)
- Kürzen von $\square$ vom linken und rechten Rand, aber nicht unter Kopf

Satzform

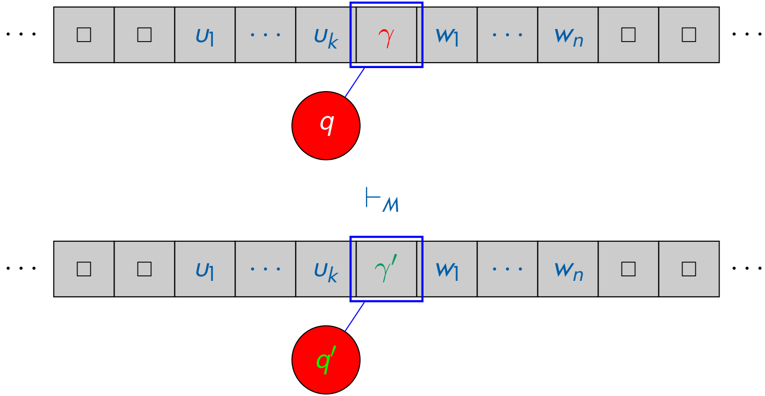
- Globale Systemsituation als Wort
  (Arbeitsband, Position des Kopfes und interner Zustand)
- Kürzen von $\square$ vom linken und rechten Rand, aber nicht unter Kopf
- Satzform ist $u\,q\,w$
  1. Arbeitsbandbereich $u \in \Gamma^*$ links des Kopfes
  2. Zustand $q \in Q$
  3. Arbeitsbandbereich $w \in \Gamma^+$ unter und rechts des Kopfes
- Situation $abb\;q\;aabba$



§2.6 Definition (Ableitungsrelation — keine Bewegung)

$$u\ q\ \gamma w\ \vdash_M\ u\ q'\ \gamma' w$$

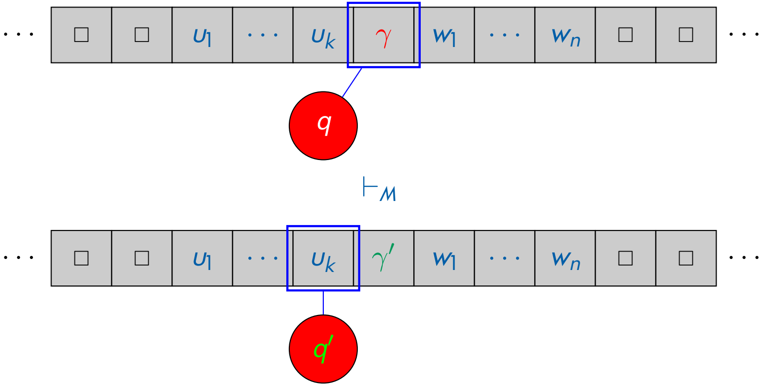
falls $(q, \gamma) \to (q', \gamma', \diamond) \in \Delta$



§2.6 Definition (Ableitungsrelation — Schritt nach links)

$$u\ q\ \gamma w\ \vdash_M \begin{cases} \varepsilon\ q'\ \Box\gamma' w & \text{falls } u = \varepsilon \\ u'\ q'\ \gamma''\gamma' w & \text{falls } u = u'\gamma'' \text{ mit } \gamma'' \in \Gamma \end{cases}$$

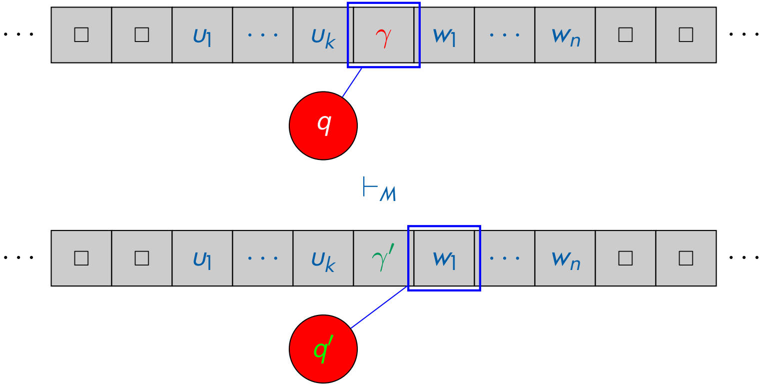
falls $(q, \gamma) \to (q', \gamma', \triangleleft) \in \Delta$



§2.6 Definition (Ableitungsrelation — Schritt nach rechts)

$$u\ q\ \gamma w\ \vdash_M \begin{cases} u\gamma'\ q'\ \Box & \text{falls } w = \varepsilon \\ u\gamma'\ q'\ w & \text{sonst} \end{cases}$$

falls $(q, \gamma) \rightarrow (q', \gamma', \triangleright) \in \Delta$



§2.7 Definition (akzeptierte Sprache; engl. *accepted language*)

Akzeptierte Sprache von TM $M = \big(Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \Box, q_0, q_+, q_-\big)$ ist

$$L(M) = \big\{ w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Gamma^* \colon \varepsilon\; q_0\; w\Box \;\vdash_M^*\; u\; q_+\; v \big\}$$

§2.7 Definition (akzeptierte Sprache; engl. *accepted language*)

Akzeptierte Sprache von TM $M = \big(Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \square, q_0, q_+, q_-\big)$ ist

$$L(M) = \big\{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in \Gamma^* \colon \varepsilon\ q_0\ w\square\ \vdash_M^*\ u\ q_+\ v\big\}$$

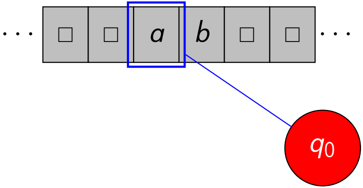
Akzeptanz Eingabe

- Ausgangssituation $\varepsilon\ q_0\ w$ für Eingabe w
- TM akzeptiert Eingabe w falls Übergänge von Ausgangssituation $\varepsilon\ q_0\ w$ in akzeptierenden Zustand q_+ existieren

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \perp\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \perp)$

$$
\begin{array}{lll}
(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) & (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) & (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond) \\
(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) & (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) & (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft) \\
(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) & (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) & (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft) \\
(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) & (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft) & \\
(q, a) \to (q, a, \triangleleft) & (q, b) \to (q, b, \triangleleft) & (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)
\end{array}
$$



Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \Delta, \square, q_0, f, \bot)$

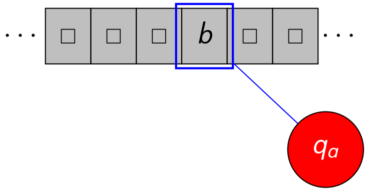
$$(q_0, a) \to (q_a, \square, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \square, \triangleright) \qquad (q_0, \square) \to (f, \square, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \square) \to (q'_a, \square, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \square) \to (q'_b, \square, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \square, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \square, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \square) \to (q_0, \square, \triangleright)$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

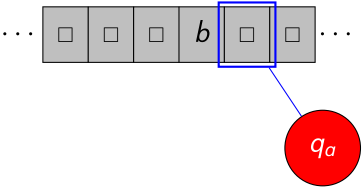
$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$

$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Turingmaschine

Beispiel (§2.5)

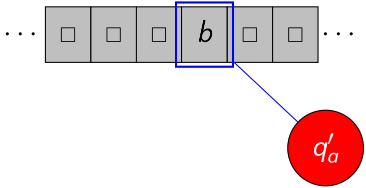
TM $M = (\{q_0, q, q_a, q'_a, q_b, q'_b, f, \bot\}, \{a, b\}, \{a, b, \Box\}, \Delta, \Box, q_0, f, \bot)$

$$(q_0, a) \to (q_a, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, b) \to (q_b, \Box, \triangleright) \qquad (q_0, \Box) \to (f, \Box, \diamond)$$

$$(q_a, a) \to (q_a, a, \triangleright) \qquad (q_a, b) \to (q_a, b, \triangleright) \qquad (q_a, \Box) \to (q'_a, \Box, \triangleleft)$$
$$(q_b, a) \to (q_b, a, \triangleright) \qquad (q_b, b) \to (q_b, b, \triangleright) \qquad (q_b, \Box) \to (q'_b, \Box, \triangleleft)$$

$$(q'_a, a) \to (q, \Box, \triangleleft) \qquad (q'_b, b) \to (q, \Box, \triangleleft)$$

$$(q, a) \to (q, a, \triangleleft) \qquad (q, b) \to (q, b, \triangleleft) \qquad (q, \Box) \to (q_0, \Box, \triangleright)$$



Zusammenfassung

- Intuitive Berechenbarkeit
- Grundlagen Turingmaschinen

Erste Übungsserie bereits im Moodle