



UADY
UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
DE YUCATÁN



Universidad Autónoma de Yucatán
Campus de Ciencias Exactas
Facultad de Ingeniería
Ingeniería en Mecatrónica

Electrónica analógica

Reporte de práctica
Práctica #5: Ecualizador de audio de 3
bandas.

Jara Pinto Elías José

Docente: Edson G. Estrada López

Fecha:

Martes 28 de mayo de 2024

1) Objetivo

OBJETIVO GENERAL

- Diseñar un ecualizador de audio de 3 bandas utilizando filtros activos con amplificadores operacionales que cumplan con parámetros específicos de operación.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Determinar y analizar la función de transferencia de los filtros activos para cada banda de frecuencia (baja, media y alta) mediante el uso de software de simulación y herramientas matemáticas.
- Verificar experimentalmente el funcionamiento del ecualizador en el laboratorio, asegurando que las frecuencias centrales de 81 Hz, 3 kHz, y 16.7 kHz sean correctamente filtradas y ecualizadas.

2) Marco teórico

1. Teoría fundamental de Filtros

Filtros Diferenciadores

- **Circuito:** Un filtro diferenciador consta de un capacitor y una resistencia conectados en serie con un amplificador operacional. (ver Figura 1)
- **Función de Transferencia:** En el dominio de Laplace, la función de transferencia se expresa como $H(s) = -RCs = -\frac{s}{\omega_0}$, indicando que el filtro amplifica las componentes de alta frecuencia.
- **Transformada de Fourier:** En el dominio de Fourier, la función de transferencia es $H(j\omega) = -j\omega RC = -j\frac{\omega}{\omega_0}$.
- **Gráficas de Bode:** Muestran que la magnitud crece con una pendiente de +20 dB/década y la fase es constante a -90°.

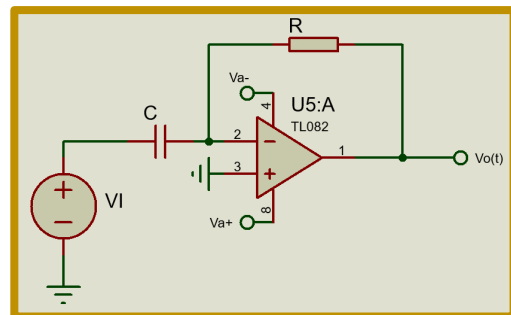


Figura 1. Diagrama esquemático del filtro diferenciador.

Filtros Integradores

- **Circuito:** Un filtro integrador utiliza un resistor y un capacitor, donde el capacitor está en la retroalimentación del amplificador operacional. (ver Figura 2)

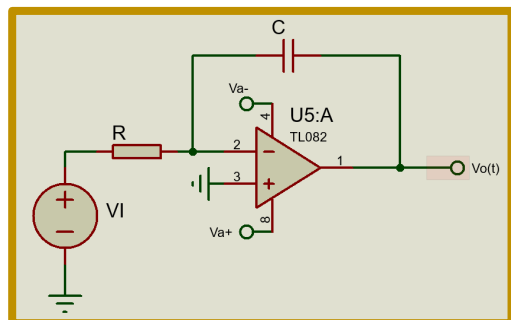


Figura 2. Diagrama esquemático del filtro integrador.

- **Función de Transferencia:** En el dominio de Laplace, se expresa como $H(s) = -\frac{1}{RCs}$, indicando que el filtro atenúa las componentes de alta frecuencia.
- **Transformada de Fourier:** En el dominio de Fourier, la función de transferencia es $H(j\omega) = -\frac{1}{RCj\omega} = -\frac{\omega_0}{j\omega}$.
- **Gráficas de Bode:** La magnitud decrece con una pendiente de -20 dB/década y la fase es constante a 90°.

Filtros Pasa Bajas

- **Circuito:** Un filtro pasa bajas típico incluye resistencias y capacitores que forman un circuito de retroalimentación con un amplificador operacional. (ver Figura 3)
- **Función de Transferencia:** La función de transferencia es la siguiente, donde ω_0 es la frecuencia de corte.

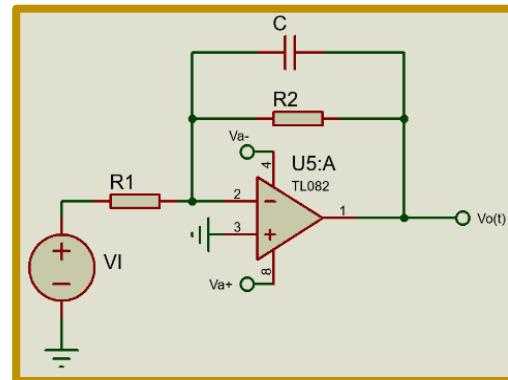


Figura 3. Diagrama esquemático del filtro activo pasa bajas.

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{R_2Cs + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1} = H_0 \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} + 1} = H_0 \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

- **Transformada de Fourier:** En el dominio de Fourier, la función de transferencia es

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_0} + 1} = H_0 \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

- **Gráficas de Bode:** La magnitud es constante para frecuencias bajas y decrece con una pendiente de -20 dB/década para frecuencias altas. La fase varía de 180° (bajas) a 90° (altas), siendo 135° en ω_0 .

En la sección de anexos se puede ver un análisis más detallado sobre estos filtros fundamentales.

2. Transformadas de Fourier y Laplace

Transformada de Fourier

- **Utilidad:** Descompone una señal en sus componentes de frecuencia, permitiendo analizar la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia.
- **Aplicación en Filtros:** Facilita la comprensión de cómo un filtro afecta diferentes componentes de frecuencia de una señal de entrada.

Transformada de Laplace

- **Utilidad:** Permite analizar circuitos y sistemas en el dominio de la frecuencia (s), facilitando la resolución de ecuaciones diferenciales.
- **Función de Transferencia:** Proporciona una representación algebraica de la relación entre la entrada y la salida de un sistema.

3. Ecualizadores Gráficos

Propósito y Diseño

- **Control de Ganancia y Corte:** Los ecualizadores gráficos permiten ajustar la respuesta en frecuencia de un sistema de audio en varias bandas de frecuencia mediante potenciómetros.
- **Bandas de Frecuencia (Por secciones):** Cada banda de frecuencia tiene su propio filtro de banda angosta, ajustables independientemente porque se configuran por sección. (ver Figura 4)

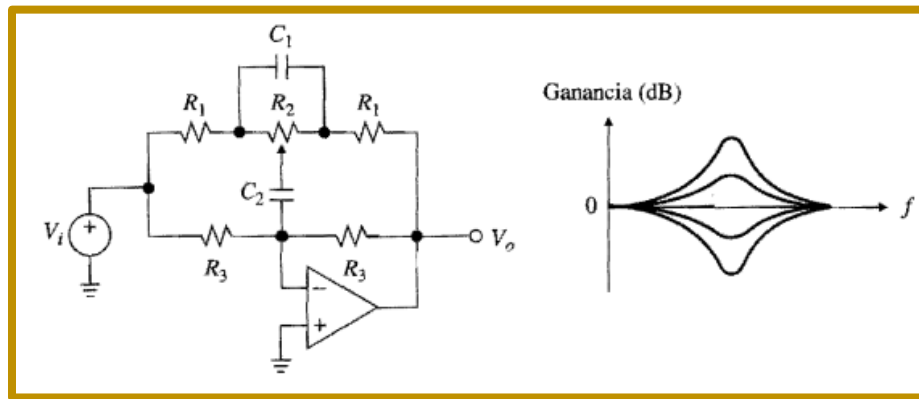


Figura 4. Sección de un ecualizador gráfico.

Frecuencia de Corte y Ganancia

- **Frecuencia Central:** Determinada por la relación entre resistencias y capacitores.

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi R_2 C_2} \quad I)$$

- **Ganancia a la Frecuencia Central:** Ajustable mediante los componentes del circuito.

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \quad II)$$

Comportamiento del Circuito en Frecuencia

- **Frecuencias dentro de la Banda:** El circuito permite el control de ganancia o corte.
- **Frecuencias Fuera de la Banda:** El circuito proporciona ganancia aproximadamente unitaria.

Gráficas de Bode para Ecualizadores

- **Magnitud y Fase:** La respuesta en frecuencia del ecualizador se visualiza mediante gráficas de Bode, mostrando cómo cada banda afecta la señal de entrada.

Ecualizador de n Bandas

Un ecualizador gráfico con n bandas se realiza poniendo en paralelo n secciones de filtros de banda angosta. Las salidas individuales de cada sección se suman utilizando un amplificador sumador.

Detalle del sumador y aislamiento.

- **Topología:** se usa **sumador inversor** con **ganancia de mezcla unitaria**:
 $R_f = R_{mix,1} = R_{mix,2} = R_{mix,3}$.
- **Valores recomendados:** $R_f = 100k\Omega$ y $R_{mix,i} = 100k\Omega$ (si hubiera interacción entre secciones, subir a **220 k Ω**).
- **Aislamiento:** colocar **1 k Ω** en **serie** a la salida de **cada sección** antes del resistor de mezcla, o bien **buffers seguidores** por sección si se requiere máxima independencia.
- **Polaridad y modo:** con este sumador **inversor**, las secciones conectadas “en fase” respecto de la referencia del nodo producirán **boost**; si se inyectan con **fase opuesta**, producirán **cut**.
- **Observación práctica (6310 Hz):** si aparece un **pico/valle intermedio** por interacción (p. ej., ~6310 Hz), verificar: (1) **valores de R_{mix}** (subirlos), (2) **buffers por sección** o (3) **compensación** (capacitor pequeño 10–47 pF en paralelo con R_f para estabilizar el nodo de mezcla).

Las resistencias y capacitores de cada sección se seleccionan para que las frecuencias centrales estén distribuidas uniformemente en el rango de audio deseado. (ver Figura 5)

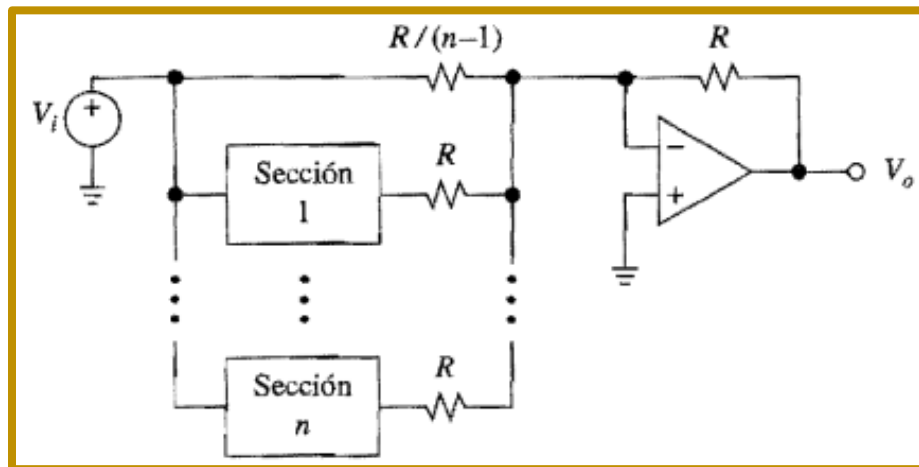


Figura 5. Ecualizador gráfico con n bandas.

Nota — Modo de operación (boost/cut).

Un ecualizador puede operar en **realce (boost)** o **corte (cut)** según la **polaridad de suma** y el **punto de inyección** de cada sección:

- **Boost (picos):** la salida filtrada de la banda se **suma en fase** respecto a la señal en el nodo de mezcla; en Bode se observan **picos** en f_0 .
- **Cut (valles):** la salida filtrada se **suma en oposición** (180°) o con **ganancia efectiva negativa** respecto al nodo; en Bode aparecen **valles** en f_0 .

En este reporte, las **Figuras 6–9** (Mathematica) ilustran el comportamiento **tipo boost** por banda (picos), mientras que en **4) Simulación** (Proteus) se muestran casos **tipo cut** al variar R_2 (valles). Ambas vistas son consistentes: representan **dos modos del mismo ecualizador** según la configuración del sumador.

Los ecualizadores gráficos son herramientas esenciales en el procesamiento de señales de audio, proporcionando control preciso sobre la respuesta en frecuencia en múltiples bandas. Su diseño se basa en arreglos de filtros de banda angosta y el uso de amplificadores operacionales para sumar las salidas de estos filtros, permitiendo ajustes gráficos y precisos de la ganancia y el corte en diferentes bandas de frecuencia.

3) Desarrollo

Función de Transferencia

La fórmula de transferencia comúnmente usada para los filtros de banda angosta, para la representación estándar de su comportamiento en términos de sus componentes y parámetros fundamentales, es la siguiente:

$$H(s) = \frac{H_0 \left(\frac{\omega_0}{Q} \right) s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

Donde:

- H_0 es la ganancia en la frecuencia central.
- ω_0 es la frecuencia angular central.
- Q es el factor de calidad.
- s es la variable compleja de Laplace.

Razones de la Forma de la Función de Transferencia

1. **Resonancia:** La frecuencia ω_0 representa la frecuencia en la cual el filtro tiene su resonancia máxima. Esto significa que la ganancia del filtro es máxima en esta frecuencia.
2. **Factor de Calidad Q :** El factor de calidad Q define la selectividad o la "nitidez" de la banda pasante del filtro. Un Q alto significa que el filtro tiene una banda muy estrecha, mientras que un Q bajo significa que la banda es más ancha.

3. **Comportamiento en Frecuencia:** En la parte inferior de la fracción, el término s^2 representa los efectos de frecuencia cuadrática, mientras que $\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s$ representa la amortiguación proporcional a la frecuencia y ω_0^2 representa la resonancia natural del sistema. En la parte superior de la fracción, el término $H_0\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s$ muestra cómo la frecuencia s es modulada por los parámetros del sistema.

Derivación

La derivación de esta función de transferencia proviene de los circuitos RLC, donde:

1. **Sistema de Segundo Orden:** Los filtros de banda angosta generalmente se modelan como sistemas de segundo orden porque tienen un comportamiento resonante claro y definido.
2. **Ecuaciones Diferenciales:** La función de transferencia se deriva de la solución de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del sistema RLC (Resistor-Inductor-Capacitor) en el dominio de Laplace.

Función de Transferencia en Filtros de Banda Angosta

La forma de la función de transferencia es crucial porque captura la esencia de cómo el filtro responde a diferentes frecuencias:

- A frecuencias mucho menores o mayores que ω_0 , la ganancia del filtro cae significativamente, lo que corresponde a los términos dominantes s^2 y ω_0^2 en el denominador.
- Cerca de la frecuencia ω_0 , el término lineal en s del numerador y denominador se balancean para permitir el paso de la frecuencia central mientras atenúan otras frecuencias.

Función de transferencia del bloque filtrado

Ya que el ecualizador gráfico que se diseña en esta práctica es de 3 bandas, entonces la función de transferencia del bloque filtrado se obtiene sumando las funciones de transferencia de cada sección del ecualizador, ya que cada sección actúa como un filtro de banda angosta. Este enfoque permite modelar la respuesta total del ecualizador como una combinación de varios filtros centrados en diferentes frecuencias, proporcionando control sobre diferentes bandas de frecuencia en el espectro de audio.

$$H_{total}(s) = \frac{H_0\left(\frac{\omega_{01}}{Q}\right)s}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q}s + \omega_{01}^2} + \frac{H_0\left(\frac{\omega_{02}}{Q}\right)s}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q}s + \omega_{02}^2} + \frac{H_0\left(\frac{\omega_{03}}{Q}\right)s}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q}s + \omega_{03}^2}$$

Diseño propuesto

Para el cálculo de la Frecuencia Central (f_0) correspondiente de cada banda del ecualizador gráfico y la Ganancia a la Frecuencia Central (A_0), se usa la **Formula I)** y **Formula II)**.

Se toman en cuenta los siguientes intervalos recomendados para frecuencias bajas, medias y altas:

- Frecuencia baja: 50-100 Hz
- Frecuencia media: 1-4 kHz
- Frecuencia alta: 12-16 kHz

Se consideran las recomendaciones de Franco, autor del libro "Diseño con Amplificadores Operacionales y Circuitos Integrados Analógicos" para la selección de resistencias y capacitores:

- **Capacitores:** $C_1 = 10C_2$
- **Resistencias:** $R_3 \gg R_1$, $R_3 = 10R_2$
- **Valores comunes de resistencias:** $R_1 = 10\text{ k}\Omega$, $R_2 = 100\text{ k}\Omega$ y $R_3 = 1\text{ M}\Omega$

Para los cálculos, se tomó un enfoque que prioriza los valores de capacitancias comerciales disponibles. Con base en los intervalos de frecuencias recomendados, se obtienen los intervalos de capacitancias elegibles para cada sección de frecuencia del ecualizador gráfico.

Sección 1 (Frecuencia baja = 81 Hz):

Intervalo de capacitancias posibles para el intervalo de frecuencias bajas:

$$\text{Si } f_{01(\min)} = 50\text{Hz} \rightarrow 11.0266 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 11026.6 \text{ pF}$$

$$\text{Si } f_{01(\max)} = 100\text{Hz} \rightarrow 5.5133 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 5513.3 \text{ pF}$$

$$\text{Si } C_2 = 6800 \text{ pF}$$

$$f_{01} = \frac{\sqrt{2 + \frac{100\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega}}}{20\pi(100\text{ k}\Omega)(6800\text{ pF})} \rightarrow f_{01} = 81.0778$$

$$C_1 = 10C_2 \rightarrow C_1 = 68000 \text{ pF}$$

Sección 2 (Frecuencia media = 3 kHz):

Intervalo de capacitancias posibles para el intervalo de frecuencias medias:

$$\text{Si } f_{02(\min)} = 1\text{kHz} \rightarrow 0.55133 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 551.33 \text{ pF}$$

$$\text{Si } f_{02(\max)} = 4\text{kHz} \rightarrow 0.13783 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 137.83 \text{ pF}$$

$$\text{Si } C_2 = 180 \text{ pF}$$

$$f_{02} = \frac{\sqrt{2 + \frac{100 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}}}{20\pi(100 \text{ k}\Omega)(180 \text{ pF})} \rightarrow f_{02} = 3062.9383$$

$$C_1 = 10C_2 \rightarrow C_1 = 1800 \text{ pF}$$

Sección 3 (Frecuencia alta = 16.7 kHz):

Intervalo de capacitancias posibles para el intervalo de frecuencias altas:

$$\text{Si } f_{03(\min)} = 12 \text{ kHz} \rightarrow 0.045944 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 45.944 \text{ pF}$$

$$\text{Si } f_{03(\max)} = 16 \text{ kHz} \rightarrow 0.03446 * 10^{-9} \text{ F (nF)} = 34.46 \text{ pF}$$

$$\text{Si } C_2 = 33 \text{ pF}$$

$$f_{03} = \frac{\sqrt{2 + \frac{100 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}}}{20\pi(100 \text{ k}\Omega)(33 \text{ pF})} \rightarrow f_{03} = 16706.9362$$

$$C_1 = 10C_2 \rightarrow C_1 = 330 \text{ pF}$$

Ganancia a la Frecuencia Central:

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \rightarrow \frac{3(10 \text{ k}\Omega)}{3(10 \text{ k}\Omega) + (100 \text{ k}\Omega)} \leq A_0 \leq \frac{3(10 \text{ k}\Omega) + (100 \text{ k}\Omega)}{3(10 \text{ k}\Omega)}$$

$$0.2308 \leq A_0 \leq 4.33$$

El diseño del ecualizador gráfico se basa en los valores de capacitancias y resistencias comerciales disponibles, asegurando que cada sección del ecualizador cumpla con las especificaciones de frecuencia y ganancia deseadas. Los cálculos realizados permiten obtener una frecuencia central precisa y una ganancia adecuada para cada banda de frecuencia, logrando así un desempeño óptimo del ecualizador gráfico.

Gráficas de Bode en Mathematica para cada una de las bandas

Para analizar el comportamiento en frecuencia del ecualizador gráfico, se utilizó el software Wolfram Mathematica para generar las gráficas de magnitud y de fase (gráficas de Bode) correspondientes a cada una de las bandas o secciones del filtro.

Nota: Estas respuestas por **banda aislada** muestran la condición **tipo boost** (picos en f_0); en **4) Simulación** se muestra la condición complementaria **tipo cut** al variar R_2 .

En la Figura 6 se muestra la gráfica de Bode correspondiente a la sección 1 del ecualizador gráfico, diseñada para frecuencias bajas alrededor de 81 Hz.

- **Frecuencia Central:** 81 Hz
- **Análisis de Ganancia:** Se observa un pico en la ganancia alrededor de 81 Hz, confirmando la frecuencia central. La ganancia disminuye rápidamente a medida que nos alejamos de esta frecuencia.
- **Comportamiento del Filtro:** La gráfica confirma que la sección está correctamente diseñada para atenuar las frecuencias fuera del rango bajo, con una ganancia máxima en la frecuencia central.

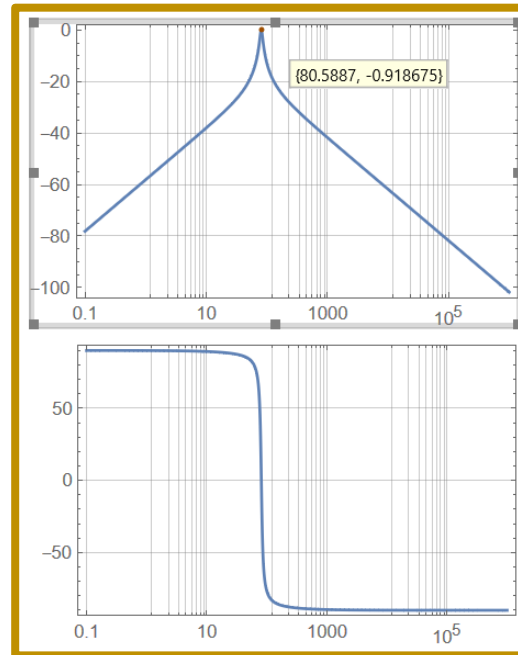


Figura 6. Grafica de bode para la banda 1.

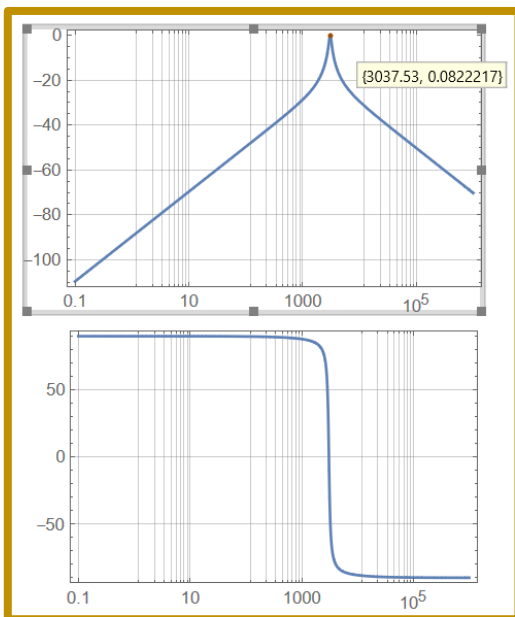


Figura 7. Grafica de bode para la banda 2.

La Figura 7 muestra la gráfica de Bode correspondiente a la sección 2 del ecualizador gráfico, diseñada para frecuencias medias alrededor de 3 kHz.

- **Frecuencia Central:** 3037.53 Hz
- **Análisis de Ganancia:** Se observa un pico en la ganancia alrededor de 3 kHz. La ganancia disminuye significativamente a medida que nos alejamos de esta frecuencia.
- **Comportamiento del Filtro:** La gráfica confirma la correcta atenuación de frecuencias fuera del rango medio, con una ganancia máxima en la frecuencia central.

La Figura 8 presenta la gráfica de Bode correspondiente a la sección 3 del ecualizador gráfico, diseñada para frecuencias altas alrededor de 16.7 kHz.

- **Frecuencia Central:** 16352.1 Hz
- **Análisis de Ganancia:** Se observa un pico en la ganancia alrededor de 16.7 kHz. La ganancia disminuye rápidamente fuera de esta frecuencia.
- **Comportamiento del Filtro:** La gráfica confirma la correcta atenuación de frecuencias fuera del rango alto, con una ganancia máxima en la frecuencia central.

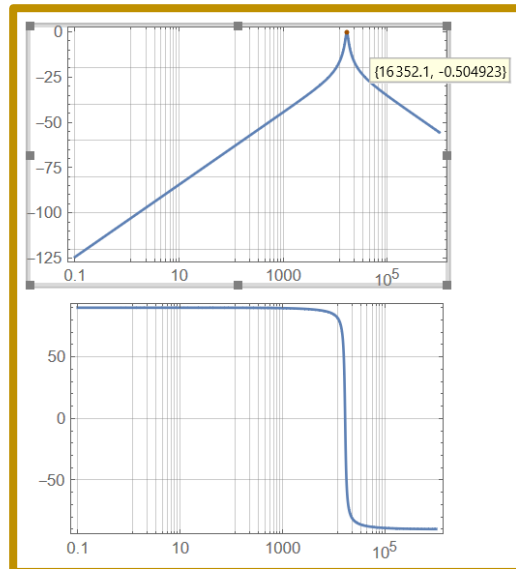


Figura 8. Gráfica de bode para la banda 3.

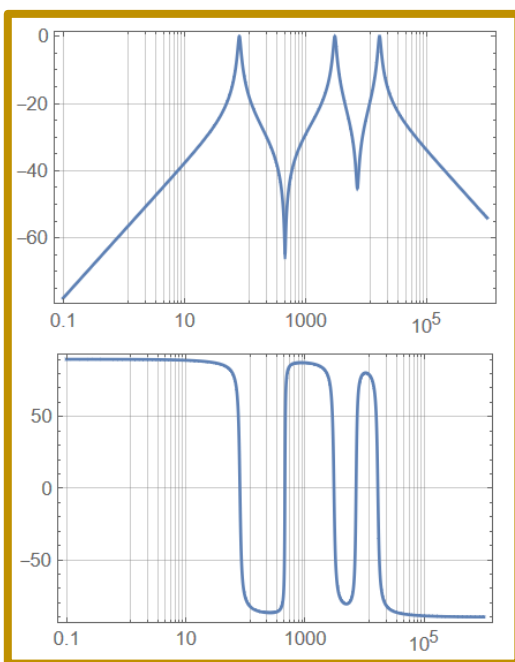


Figura 9. Gráfica de bode para el bloque filtrado completo del ecualizador gráfico.

La Figura 9 muestra la gráfica de Bode del bloque completo del ecualizador gráfico, sumando las tres secciones individuales (baja, media y alta frecuencia).

- **Análisis de Ganancia:** Se observan tres picos correspondientes a las frecuencias centrales de las tres secciones: baja (81 Hz), media (3 kHz) y alta (16.7 kHz).
- **Comportamiento del Ecualizador:** La gráfica muestra cómo el ecualizador permite ajustar la ganancia en diferentes bandas de frecuencia, proporcionando control sobre las frecuencias bajas, medias y altas.
- **Interacción de Secciones:** La superposición de las respuestas de las tres secciones muestra la capacidad del ecualizador para manipular el espectro de frecuencia de la señal de audio de manera precisa.

En la figura 10 se puede observar las 3 graficas de bode anteriormente presentadas juntas en el mismo plano.

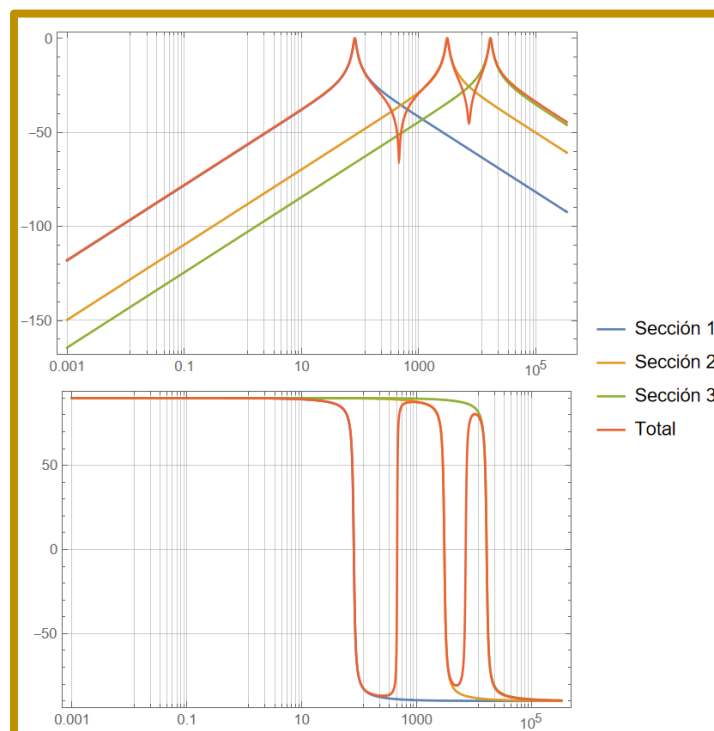


Figura 10. Graficas de bode del ecualizador gráfico.

Esquemático del circuito

En la Figura 11 se puede observar el diagrama esquemático del ecualizador gráfico, con cada una de las secciones de banda con los valores propuestos y calculados de resistencias y capacitores.

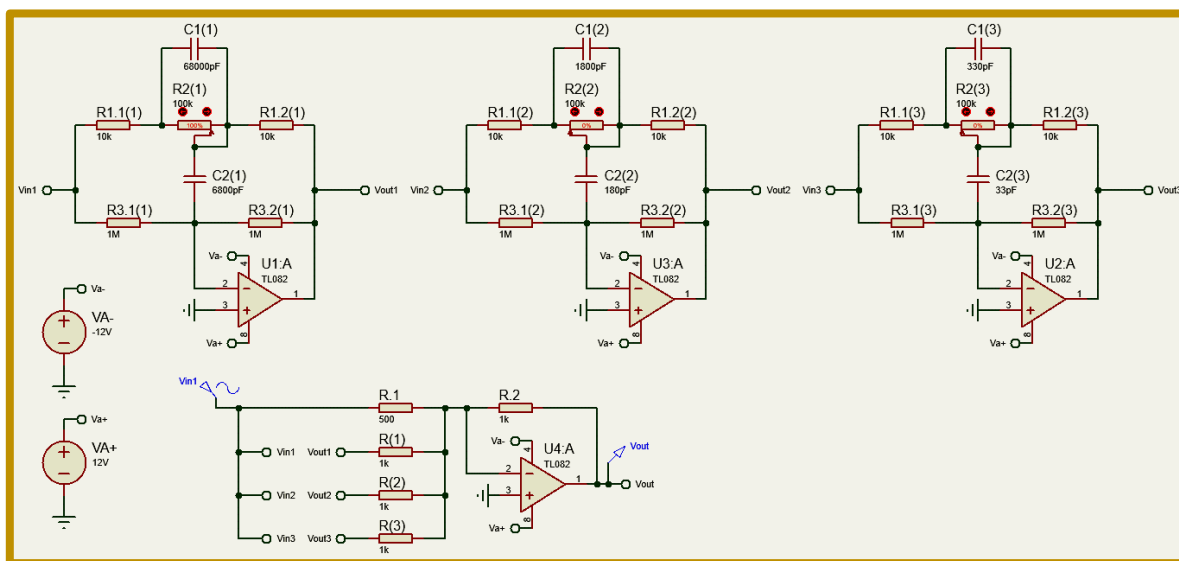


Figura 11. Diagrama esquemático del ecualizador gráfico.

4) Simulación

Las gráficas de Bode que se presentarán en las siguientes figuras fueron obtenidas mediante el software de simulación *Proteus 8 Professional*, más específicamente, se exportaron los datos crudos del graficador del simulador y se usó un código de Python para tener una mayor personalización de las gráficas. Las gráficas de Bode obtenidas muestran las respuestas en frecuencia del ecualizador gráfico.

- **Eje X (Frecuencia):** Representa la frecuencia en una escala logarítmica, desde 10 Hz hasta 1 MHz.
- **Eje Y (Ganancia en dB):** Representa la ganancia en decibeles (dB).

En las gráficas de Bode que se muestran, la ganancia está en función de la frecuencia (en Hz). Se observan cuatro puntos de interés marcados en las curvas:

- $\approx 81.0778 \text{ Hz}$: *Frecuencia baja*
- $\approx 3062.9383 \text{ Hz}$: *Frecuencia media*
- ≈ 16706.9362 : *Frecuencia alta*
- $\approx 100000 \text{ Hz}$: *Muy alta frecuencia*

La razón por la que los puntos de interés no están en el valor exacto de frecuencia calculada es porque estos valores no coinciden con los valores de la matriz de frecuencias arrojada por el graficador del simulador, sin embargo, sí coincide con valores bastante cercanos.

Aclaración (boost vs cut en Proteus):

En las gráficas de esta sección, al llevar R_2 de una banda a 100 % ($\approx 100 \text{ k}\Omega$) y mantener las otras en 0 %, la contribución de esa banda entra al **sumador** con **polaridad opuesta**, generando **corte** (un **valle** en f_0). Cuando R_2 está en 0 % ($\approx 0 \Omega$), el efecto de la sección es **casi unitario** (bypass local) y la respuesta global se acerca a **ganancia ≈ 1** . Por eso aquí ves **valles** (cut), mientras que en Mathematica, al representar la banda aislada en suma positiva, se ven **picos** (boost).

Gráfica de Bode con R_2 al 0%

La gráfica de Bode de la Figura 12 corresponde al comportamiento del ecualizador gráfico cuando las resistencias variables R_2 de cada sección están al 0% (aproximadamente 0Ω).

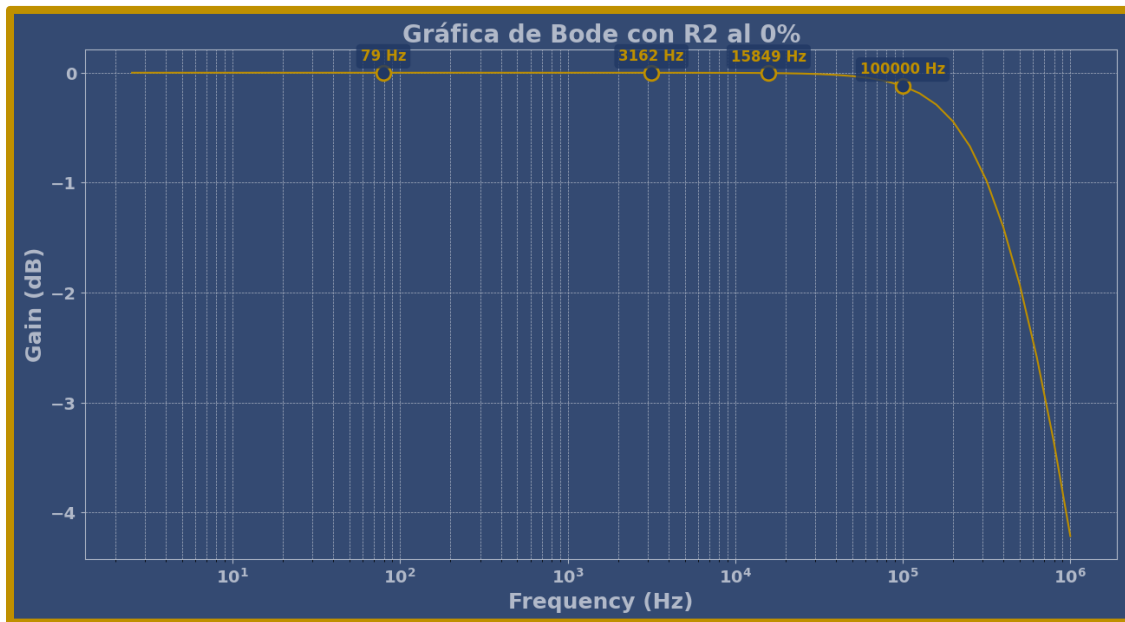


Figura 12. Gráfica de Bode con R_2 al 0%.

Comportamiento del Ecualizador con R_2 al 0%

1. Frecuencia Baja (79 Hz):

Con R_2 en 0Ω , el camino de la señal a través del capacitor C_2 es predominantemente resistivo, eliminando el efecto del capacitor en la red $R_2 - C_2$. La frecuencia baja se encuentra en la banda donde la impedancia de C_2 es alta, pero con $R_2 = 0$, la señal no experimenta la atenuación esperada, resultando en una ganancia prácticamente constante.

2. Frecuencia Media (3162 Hz):

Similarmente, en la banda de frecuencia media, el capacitor C_2 debería introducir un efecto de filtrado. Sin embargo, con $R_2 = 0$, el circuito esencialmente se comporta como un paso directo (*bypass*) para la señal de entrada. La ganancia se mantiene prácticamente constante en esta banda también debido a la ausencia de atenuación por R_2 .

3. Frecuencia Alta (15849 Hz):

En esta banda, la impedancia capacitiva de C_2 empieza a disminuir, pero nuevamente, con $R_2 = 0$, el camino resistivo es el que predomina. La ganancia comienza a disminuir ligeramente a medida que las frecuencias se acercan a los valores más altos de la banda.

4. Alta Frecuencia (100000 Hz):

A frecuencias muy altas, la impedancia de los capacitores C_2 se vuelve muy baja, permitiendo que la señal pase a través de ellos. Sin embargo, el amplificador operacional y otros componentes limitan la ganancia a estas frecuencias. Aquí, se observa una caída significativa en la ganancia debido a la respuesta del amplificador y la reducción de la ganancia del sistema en general.

Gráfica de Bode con R_2 al 100%

La gráfica de Bode de la Figura 13 corresponde al comportamiento del ecualizador gráfico cuando las resistencias variables R_2 de cada sección están al 100% (aproximadamente 100 k Ω).

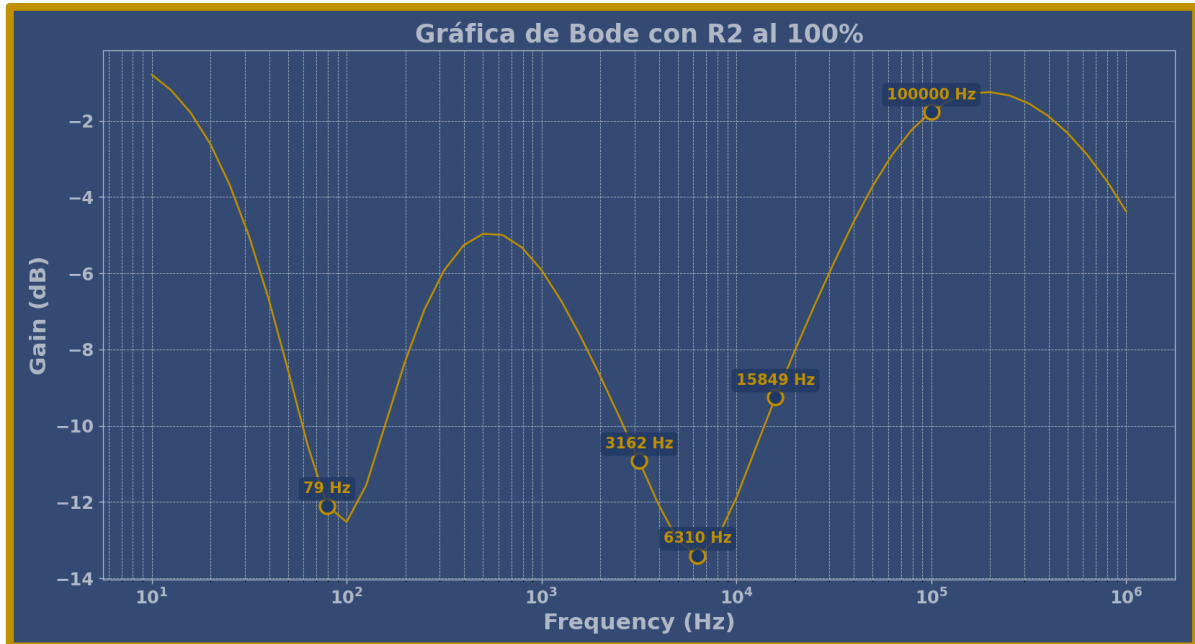


Figura 13. Gráfica de Bode con R_2 al 100%.

Comportamiento del Ecualizador con R_2 al 100%

1. Frecuencia Baja (79 Hz):

Con R_2 en 100 k Ω , la impedancia de la red $R_2 - C_2$ se convierte en significativa, lo que resulta en una mayor atenuación a bajas frecuencias. Esto se observa en la caída de ganancia alrededor de 79 Hz.

2. Frecuencia Media (3162 Hz):

La sección de frecuencia media también muestra una caída en la ganancia alrededor de 3162 Hz. Esto es consistente con el comportamiento de un filtro de banda angosta, donde la frecuencia central experimenta la mayor atenuación.

3. Frecuencia Alta (15849 Hz):

En la banda de frecuencia alta, hay una caída de ganancia alrededor de 15849 Hz, lo que demuestra el comportamiento esperado del filtro para atenuar las altas frecuencias. La respuesta de ganancia se recupera a frecuencias más altas debido a las características del circuito y las limitaciones del amplificador operacional.

4. Muy Alta Frecuencia (100000 Hz):

A frecuencias muy altas, el comportamiento capacitivo de C_2 permite que la señal pase, pero con una caída de ganancia debido a la respuesta del amplificador operacional y otros componentes del circuito. La ganancia vuelve a disminuir más allá de los 100 kHz, indicando la limitación de la respuesta en alta frecuencia del circuito.

Análisis del Pico de Ganancia a 6310 Hz

La gráfica de Bode muestra un comportamiento específico con un pico de ganancia a 6310 Hz, que se encuentra entre las frecuencias media (3162 Hz) y alta (15849 Hz). Este comportamiento puede explicarse por la interacción entre las secciones del ecualizador y la resonancia en la red de filtros.

1. Interacción entre Secciones de Filtro:

Cada sección del ecualizador gráfico está diseñada para filtrar una banda específica de frecuencias: baja, media y alta. Cuando las secciones están configuradas con R_2 en 100 k Ω , cada una de estas secciones actúa como un filtro de banda angosta. La frecuencia de 6310 Hz se encuentra en el rango de transición entre la sección de frecuencia media y la de frecuencia alta. La respuesta del filtro no es completamente independiente en cada banda, sino que puede haber una superposición en la respuesta de frecuencia.

2. Resonancia del Circuito:

La red de filtros en un ecualizador gráfico puede tener resonancias debidas a las interacciones entre los componentes R y C . Estas resonancias pueden causar picos de ganancia en ciertas frecuencias que no son las frecuencias centrales de las secciones individuales. El pico a 6310 Hz puede ser resultado de tal resonancia, donde la respuesta combinada de los filtros de banda media y alta refuerza la señal en esta frecuencia específica.

3. Efecto de los Valores de R_2 y C :

Los valores de R_2 y C determinan las características de atenuación y ganancia de cada filtro de banda. Con R_2 en 100 k Ω , la impedancia del filtro cambia, lo que puede llevar a una mayor ganancia en las frecuencias de transición. La combinación específica de C_1 , C_2 , R_1 , y R_2 en cada sección del filtro influye en la respuesta global del ecualizador, causando picos de ganancia en frecuencias intermedias.

Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Bajas

La gráfica de Bode de la Figura 14 corresponde al comportamiento del ecualizador gráfico cuando solamente la resistencia variable R_2 de la sección 1 (Frecuencias bajas) del ecualizador está al 100%, y las demás R_2 de las otras 2 secciones están al 0%.

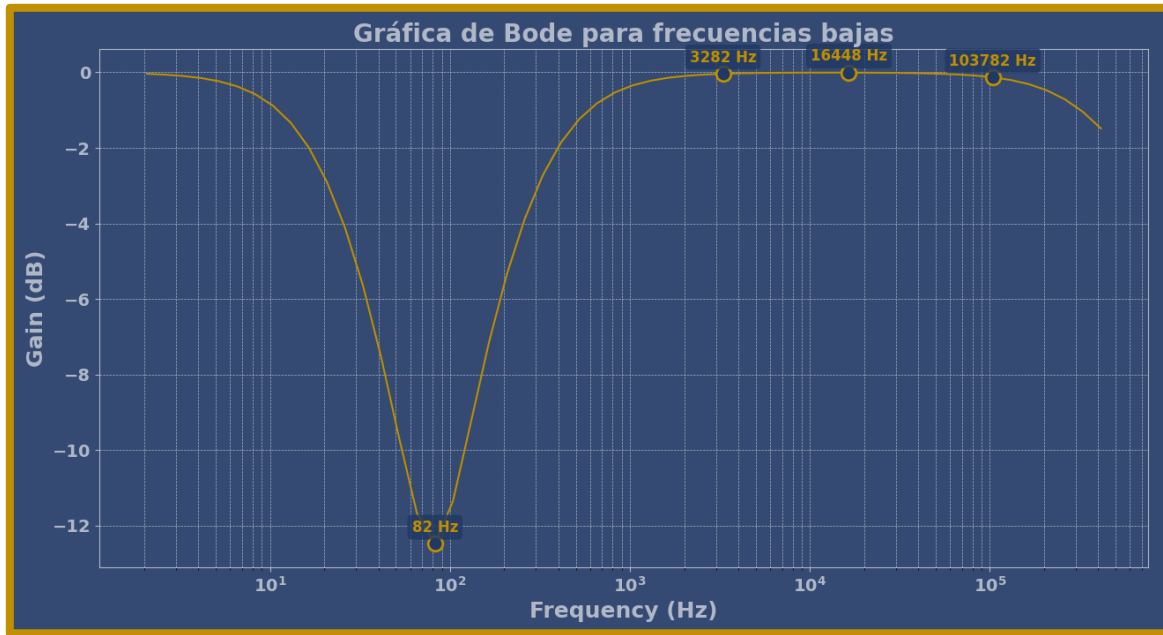


Figura 14. Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Bajas.

Comportamiento del Ecualizador para Atenuación de Frecuencias Bajas

1. Frecuencia Baja (82 Hz):

Con R_2 de la sección 1 en 100 k Ω , esta sección actúa como un filtro de banda angosta, proporcionando una atenuación significativa alrededor de 82 Hz. Esto se refleja en el profundo valle en la gráfica a 82 Hz, indicando una atenuación máxima en esta frecuencia.

2. Frecuencia Media (3282 Hz):

Con R_2 en 0 Ω en las secciones de frecuencia media y alta, estas secciones no están actuando como filtros efectivos. En esta región, la ganancia se mantiene relativamente constante debido a la falta de atenuación significativa por las secciones de frecuencia media y alta. La ganancia se recupera después del punto de mínima ganancia en la frecuencia baja, específicamente se recupera a los 3282 Hz.

3. Frecuencia Alta (16448 Hz):

Similarmente, la ganancia en la frecuencia alta muestra una recuperación, ya que las secciones de frecuencia media y alta no proporcionan atenuación. La ganancia se mantiene alta en esta banda debido a la baja impedancia de los capacitores C_2 en estas secciones con R_2 en 0 Ω .

4. Muy Alta Frecuencia (103782 Hz):

A frecuencias muy altas, la ganancia comienza a disminuir nuevamente debido a la respuesta del amplificador operacional y la limitación de los componentes del circuito. La caída en la ganancia a frecuencias muy altas es consistente con el comportamiento natural del amplificador operacional.

Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Medias

La gráfica de Bode de la Figura 15 corresponde al comportamiento del ecualizador gráfico cuando solamente la resistencia variable R_2 de la sección 2 (Frecuencias medias) del ecualizador está al 100%, y las demás R_2 de las otras 2 secciones están al 0%.

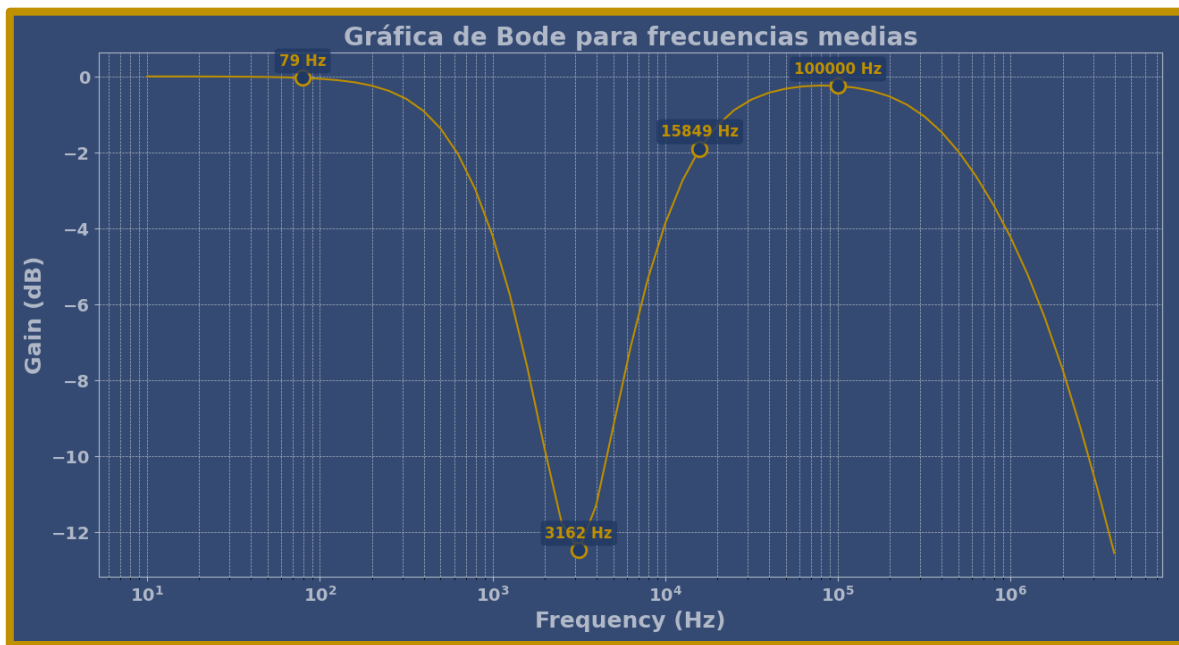


Figura 15. Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Medias.

Comportamiento del Ecualizador para Atenuación de Frecuencias Medias

1. Frecuencia Media (3162 Hz):

Con R_2 de la sección 2 en 100 k Ω , esta sección actúa como un filtro de banda angosta, proporcionando una atenuación significativa alrededor de 3162 Hz. Se observa un profundo valle en la gráfica a 3162 Hz, indicando una atenuación máxima en esta frecuencia.

2. Frecuencias Baja (79 Hz) y Alta (15849 Hz):

Las secciones de frecuencia baja y alta no están actuando como filtros efectivos debido a R_2 en 0 Ω . Esto resulta en una ganancia constante o levemente variable en estas bandas. La ganancia en las frecuencias baja y alta muestra poca atenuación, lo que es consistente con la falta de impedancia significativa en esas secciones.

3. Alta Frecuencia (100000 Hz):

La ganancia vuelve a disminuir en frecuencias muy altas debido a la respuesta del amplificador operacional y las limitaciones naturales de los componentes del circuito. La caída en la ganancia a frecuencias muy altas refleja la limitación de la respuesta del sistema.

Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Altas

La gráfica de Bode de la Figura 16 corresponde al comportamiento del ecualizador gráfico cuando solamente la resistencia variable R_2 de la sección 3 (Frecuencias altas) del ecualizador está al 100%, y las demás R_2 de las otras 2 secciones están al 0%.

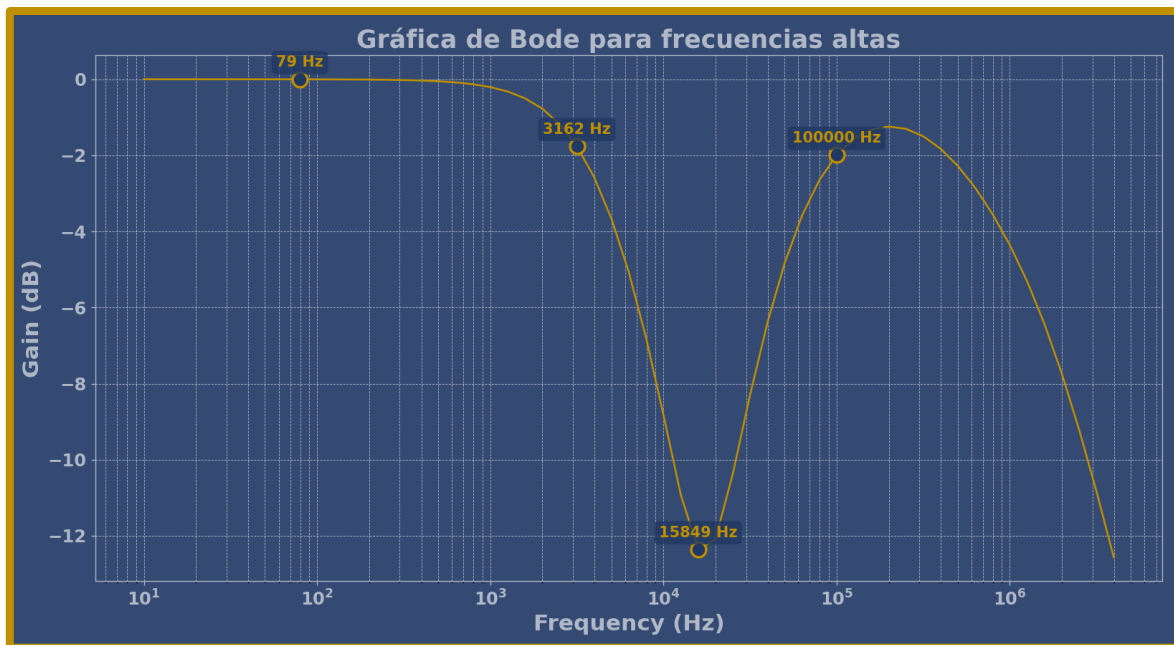


Figura 16. Gráfica de Bode para Atenuación de Frecuencias Altas.

Comportamiento del Ecualizador para Atenuación de Frecuencias Altas

1. Frecuencia Alta (15849 Hz):

Con R_2 de la sección 3 en 100 k Ω , esta sección actúa como un filtro de banda angosta, proporcionando una atenuación significativa alrededor de 15849 Hz. Esto se refleja en el profundo valle en la gráfica a 15849 Hz, indicando una atenuación máxima en esta frecuencia.

2. Frecuencias Baja (79 Hz) y Media (3162 Hz):

Las secciones de frecuencia baja y media no están actuando como filtros efectivos debido a R_2 en 0 Ω . Esto resulta en una ganancia constante o levemente variable en estas bandas. La ganancia en las frecuencias baja y media muestra poca atenuación, lo que es consistente con la falta de impedancia significativa en esas secciones.

3. Alta Frecuencia (100000 Hz):

A frecuencias muy altas, la ganancia vuelve a aumentar debido a la menor impedancia capacitiva y la limitación de la respuesta del amplificador operacional y los componentes del circuito. La ganancia se aproxima a un máximo en 100 kHz por fuera de la banda de atenuación. A frecuencias aún mayores, vuelve a caer por la limitación del AO y del circuito.

5) Resultados prácticos

Implementación Física del Ecualizador Gráfico

En la Figura 17 se presenta la configuración física del ecualizador gráfico. Para esta implementación, se conectó el circuito a una fuente de alimentación simétrica para proporcionar los voltajes necesarios ($\pm 12V$) al amplificador operacional. Además, se utilizó un osciloscopio para visualizar y analizar el comportamiento del circuito de manera visual y en tiempo real, complementando la evaluación auditiva mediante pruebas de sonido.

Para proteger el dispositivo que reproduce la música se añadió un seguidor de voltaje (buffer) justo antes de la entrada al ecualizador gráfico. Este seguidor de voltaje actúa como un aislante, previniendo posibles daños al dispositivo de entrada debido a las variaciones de impedancia del circuito del ecualizador.

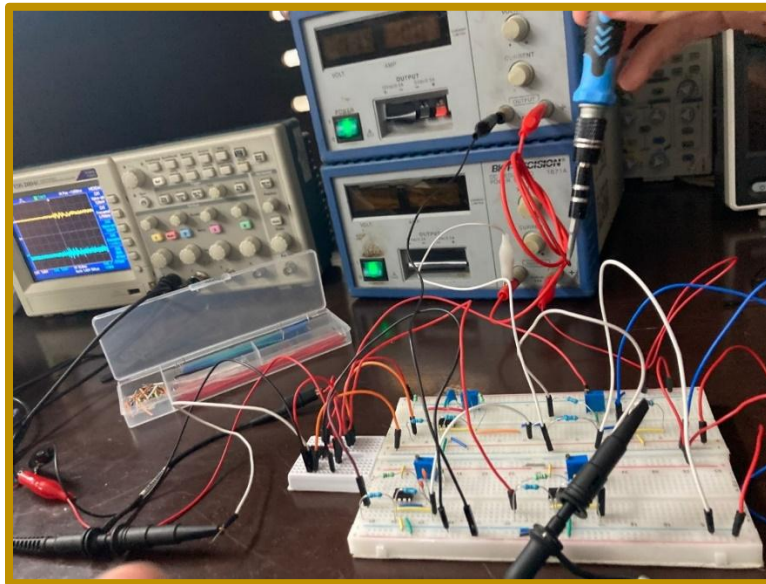


Figura 17. Implementación física del ecualizador gráfico.

En la Figura 18 se puede observar de manera más detallada la conexión física del ecualizador gráfico.

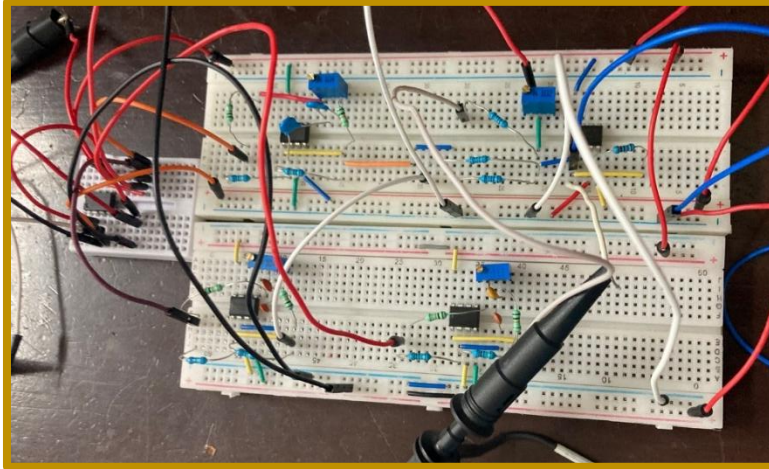


Figura 18. Circuito físico del ecualizador gráfico.

Pruebas y Resultados

Las pruebas prácticas se realizaron en dos etapas:

Pruebas con Osciloscopio:

- Se conectó el osciloscopio a la entrada y salida del ecualizador gráfico para observar las formas de onda y la respuesta en frecuencia.
- La señal de entrada usada fue una onda senoidal con amplitud de 1V y frecuencia baja (81.0778 Hz), media (3062.9383 Hz) y alta (16706.9362 Hz).
- Se verificó que el ecualizador ajuste adecuadamente la ganancia en Volts para las diferentes bandas de frecuencia: baja, media y alta.
- Los resultados mostraron un comportamiento esperado en cada banda de frecuencia, confirmando la correcta implementación y funcionamiento del circuito.

Pruebas de Funcionamiento con Bocinas:

- Se reprodujeron señales de audio a través del ecualizador gráfico conectado a unas bocinas.
- Se ajustaron las resistencias variables R_2 en cada sección del ecualizador para modificar las bandas de frecuencia y se observó el efecto en la calidad y características del sonido.
- Las pruebas auditivas demostraron que el ecualizador podía manipular eficazmente la ganancia en dB en las diferentes bandas de frecuencia, mejorando o atenuando ciertas frecuencias según las necesidades del usuario.

6) Conclusiones

Conclusión general

El diseño e implementación del ecualizador de audio de 3 bandas se realizó con éxito, permitiendo un análisis exhaustivo y detallado de sus características técnicas y funcionales. Los resultados obtenidos, tanto en simulaciones como en pruebas prácticas, confirman la eficacia del diseño y proporcionan una comprensión profunda del comportamiento del circuito en diversas condiciones de operación.

1. **Precisión en Frecuencias Centrales:** Las frecuencias centrales de cada banda (81 Hz, 3 kHz y 16.7 kHz) fueron determinadas con precisión mediante los cálculos teóricos. Las simulaciones en Proteus y las gráficas de Bode obtenidas en Mathematica confirmaron que las frecuencias centrales se ajustan adecuadamente a los valores esperados. Este ajuste preciso es fundamental para asegurar la funcionalidad del ecualizador en aplicaciones de audio.
2. **Ganancia en Frecuencias Centrales:** La ganancia máxima observada en las simulaciones y pruebas prácticas se alinea con los valores teóricos calculados. Para cada banda, se logró observar un pico en la ganancia en las frecuencias centrales, lo que confirma la correcta implementación de los filtros de banda angosta. La capacidad de ajustar la ganancia entre 0.2308 y 4.33 proporciona flexibilidad en la manipulación del espectro de audio.
3. **Respuesta en Frecuencia:** Las gráficas de Bode obtenidas en Mathematica y Proteus mostraron que el ecualizador tiene un comportamiento predecible y controlado en términos de atenuación y amplificación en cada banda de frecuencia. La respuesta en frecuencia del ecualizador se comporta de manera adecuada, atenuando frecuencias fuera de las bandas deseadas y manteniendo una ganancia unitaria en dichas frecuencias. Este comportamiento asegura que el ecualizador pueda ser utilizado eficazmente para mejorar o modificar el perfil de audio según las necesidades específicas.
4. **Comportamiento de las Resistencias Variables (R_2):** Se observó que la variación de las resistencias R_2 tiene un impacto significativo en la respuesta en frecuencia del ecualizador. Con R_2 al 0%, se observó una ganancia constante en un amplio rango de frecuencias, mientras que con R_2 al 100%, el ecualizador mostró atenuación en las frecuencias centrales de cada banda. Este comportamiento permite un control preciso sobre la respuesta del ecualizador, ajustando la ganancia en función de las necesidades del usuario.
5. **Implementación Física y Pruebas:** Las pruebas prácticas con osciloscopio y bocinas demostraron que el ecualizador puede ajustar la ganancia de las señales de audio en tiempo real, confirmando la eficacia del diseño teórico y las simulaciones. La implementación física del circuito, incluyendo la protección mediante un seguidor de voltaje, aseguró un funcionamiento robusto y seguro del sistema.

El ecualizador de audio de 3 bandas diseñado y probado en esta práctica demuestra un desempeño técnico sólido, con resultados que validan tanto los cálculos teóricos como las simulaciones realizadas. La capacidad de ajustar y controlar la ganancia en diferentes bandas de frecuencia lo hace una herramienta útil y eficaz en aplicaciones de procesamiento de audio.

7) Referencias

- Franco, S. (2005). *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados analógicos* (3a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Robert F. Coughlin, Frederick F. Driscoll. (1999). *Amplificadores operacionales y circuitos integrados lineales*. Pearson-Prentice Hall, 5ta edición. Recuperado de: [amplificadores-operacionales-y-circuitos-integrados-lineales-4c2ba-ed-r-f-coughlin-f-f-driscoll.pdf \(wordpress.com\)](https://www.wordpress.com/amplificadores-operacionales-y-circuitos-integrados-lineales-4c2ba-ed-r-f-coughlin-f-f-driscoll.pdf)
- The Band-Pass Response in Active Filters | Analog Devices. (2016). Analog.com. <https://www.analog.com/en/resources/analog-dialogue/articles/band-pass-response-in-active-filters.html>
- Análisis en el dominio de la frecuencia: ¿qué es y cómo se utiliza? - Polaridad.es. (2023, November 11). Polaridad.es. <https://polaridad.es/analisis-en-el-dominio-de-la-frecuencia/>
- eeeguide. (2017, 20 de agosto). Band Pass Filter Circuit Diagram | Types | Frequency Response. Eeeguide.com. <https://www.eeeguide.com/band-pass-filter-circuit-diagram/>
- Fiore, J. (2020, 24 de junio). 11.7: Band-Pass Filter Realizations. Engineering LibreTexts. [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Electrical_Engineering/Electronics/Operational_Amplifiers_and_Linear_Integrated_Circuits_-_Theory_and_Application_\(Fiore\)/11%3A_Active_Filters/11.07%3A_Band-Pass_Filter_Realizations](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Electrical_Engineering/Electronics/Operational_Amplifiers_and_Linear_Integrated_Circuits_-_Theory_and_Application_(Fiore)/11%3A_Active_Filters/11.07%3A_Band-Pass_Filter_Realizations)

NARROW-BAND FILTERS. (2024). Stanford.edu.

https://sepwww.stanford.edu/sep/prof/fgdp/c2/paper_html/node6.html

8) Anexos

Tabla de transformadas comunes de Fourier y Laplace

Tabla de Transformadas de Fourier y Laplace		
Función en el Tiempo $f(t)$	Transformada de Fourier $F(j\omega)$	Transformada de Laplace $F(s)$
$f(t) = 1$	$F(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$	$F(s) = \frac{1}{s}$
$f(t) = e^{-at}u(t)$	$F(j\omega) = \frac{1}{a+j\omega}$	$F(s) = \frac{1}{s+a}$
$f(t) = t^n e^{-at}u(t)$	$F(j\omega) = \frac{n!}{(a+j\omega)^{n+1}}$	$F(s) = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$f(t) = \cos(\omega_0 t)$	$F(j\omega) = \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	$F(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$
$f(t) = \sin(\omega_0 t)$	$F(j\omega) = \pi j[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$	$F(s) = \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$
$f(t) = e^{j\omega_0 t}$	$F(j\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	$F(s) = \frac{1}{s - j\omega_0}$
$f(t) = e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t)u(t)$	$F(j\omega) = \frac{\alpha + j\omega}{(\alpha + j\omega)^2 + \omega_0^2}$	$F(s) = \frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega_0^2}$
$f(t) = \delta(t)$	$F(j\omega) = 1$	$F(s) = 1$
$f(t) = u(t)$	$F(j\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$	$F(s) = \frac{1}{s}$
$\frac{d}{dt}f(t)$	$F(j\omega) = j\omega F(j\omega)$	$F(s) = sF(s) - f(0)$
$\int_0^t f(\tau)d\tau$	$F(j\omega) = \frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi F(0)\delta(\omega)$	$F(s) = \frac{1}{s} F(s)$

Figura 19. Tabla de transformadas comunes de Fourier y Laplace.

Teoría del filtro Diferenciador

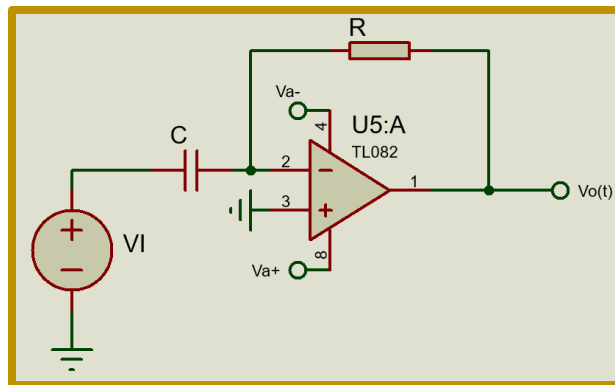


Figura 20. Diagrama esquemático del filtro diferenciador.

Circuito:

- Un capacitor C y una resistencia R están conectados en serie.
- La entrada $V_{in}(t)$ se aplica a través del capacitor.

- La salida $V_{out}(t)$ se toma a través del resistor conectado al terminal inversor del amplificador operacional (op-amp).
- La realimentación negativa está presente entre la salida y la entrada inversora del op-amp.

Ecuaciones:

- La ley de corrientes de Kirchhoff (L.C.K.) en el nodo de entrada inversora se establece como:

$$i_C(t) + i_R(t) = 0$$

- Donde:

$$i_C(t) = C \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

$$i_R(t) = \frac{V_{out}(t)}{R}$$

- Combinando estas ecuaciones:

$$C \frac{dV_{in}(t)}{dt} + \frac{V_{out}(t)}{R} = 0$$

- Resolviendo para $V_{out}(t)$:

$$V_{out}(t) = -RC \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

Transformada de Fourier

- Aplicando la transformada de Fourier:

$$V_{out}(j\omega) = -RC(j\omega)V_{in}(j\omega)$$

- La función de transferencia $H(j\omega)$ es:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = -j\omega RC$$

- Si $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, entonces:

$$H(j\omega) = -j \frac{\omega}{\omega_0}$$

Gráficas de Bode

- **Magnitud:**

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\omega_0}$$

- Si $\omega = \omega_0$, entonces $|H(j\omega)| = 1$.
- La magnitud en decibels es:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

- Si $\omega = \frac{1}{10}\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = -20 \text{ dB}$.
- Si $\omega = \omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB}$.
- Si $\omega = 10\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = 20 \text{ dB}$.
- Si $\omega = 100\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = 40 \text{ dB}$.

- **Fase:**

$$\angle H(j\omega) = -90^\circ$$

- La fase es constante a -90° para todas las frecuencias.

Resumen de la Impedancia

- **Impedancia del Resistor:**

$$Z_R = R$$

- **Impedancia del Capacitor:**

$$Z_C(s) = \frac{1}{sC}$$

$$Z_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

- **Impedancia del Inductor:**

$$Z_L(s) = s/L$$

$$Z_L(j\omega) = j\omega/L$$

Función de Transferencia en Laplace

- En el dominio de Laplace, la función de transferencia es:

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -RCs$$

$$H(s) = -RCs = -\frac{s}{\omega_0}$$

El filtro diferenciador amplifica la componente de frecuencia alta de la señal de entrada y atenúa la componente de frecuencia baja. Su análisis en los dominios del tiempo, Fourier y Laplace muestra cómo transforma las señales de entrada en la salida, destacando la importancia de las gráficas de Bode para entender su comportamiento en frecuencia.

Teoría del filtro Integrador

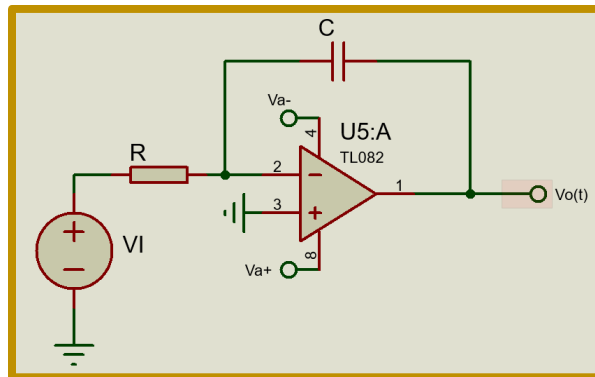


Figura 21. Diagrama esquemático del filtro integrador.

Circuito:

- El circuito consta de un resistor R y un capacitor C .
- La entrada $V_{in}(t)$ se aplica a través del resistor R .
- El capacitor C está conectado entre la entrada inversora del amplificador operacional (op-amp) y la salida $V_{out}(t)$.
- La realimentación negativa se realiza a través del capacitor C .

Ecuaciones:

- **Función de Transferencia en el Dominio de Laplace:**
 - La función de transferencia $H(s)$ se define como la relación entre la salida $V_{out}(s)$ y la entrada $V_{in}(s)$:

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{1}{sRC}$$

- Aquí, la impedancia del capacitor en el dominio de Laplace es $\frac{1}{sC}$.
- La función de transferencia entonces se simplifica a:

$$H(s) = -\frac{1}{sRC}$$

- Si definimos $\omega_0 = 1/RC$, entonces:

$$H(s) = -\frac{\omega_0}{s}$$

Transformada de Fourier:

- **Función de Transferencia en el Dominio de Fourier:**
 - Reemplazando s por $j\omega$ en la función de transferencia:

$$H(j\omega) = -\frac{\omega_0}{j\omega}$$

- Esto se puede expresar como:

$$H(j\omega) = \frac{j\omega_0}{\omega}$$

Gráficas de Bode:

- **Magnitud:**

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega_0}{\omega}$$

- La magnitud en decibels es:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = -20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

- Si $\omega = \frac{1}{10}\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = 20 \text{ dB}$.
- Si $\omega = \omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB}$.
- Si $\omega = 10\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = -20 \text{ dB}$.
- Si $\omega = 100\omega_0$, entonces $|H(j\omega)|_{dB} = -40 \text{ dB}$.

- **Fase:**

$$\angle H(j\omega) = -90^\circ$$

- La fase es constante a -90° para todas las frecuencias.

El filtro integrador atenúa las componentes de alta frecuencia y amplifica las de baja frecuencia. En la práctica, el filtro integrador puede ser utilizado para suavizar señales o para implementar operaciones matemáticas de integración en señales de entrada.

Teoría del filtro activo Pasa-Bajas

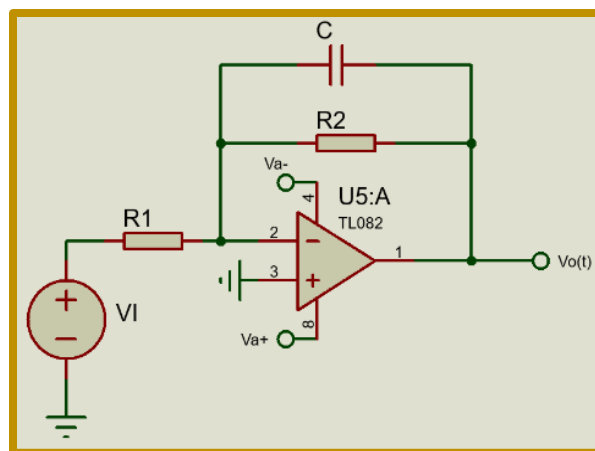


Figura 22. Diagrama esquemático del filtro activo pasa bajas.

Circuito:

- El circuito incluye dos resistencias R_1 y R_2 , y un capacitor C .
- La entrada $V_{in}(t)$ se aplica a través de R_1 .
- R_2 y C están conectados en paralelo, formando el componente reactivo del circuito.
- La salida $V_{out}(t)$ se toma del amplificador operacional.

Análisis del Circuito

- **Impedancias:**

- La impedancia del resistor R_1 :

$$Z_1(s) = R_1$$

- La impedancia del paralelo de R_2 y el capacitor C :

$$Z_2(s) = R_2 \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{sR_2C + 1}$$

- **Función de Transferencia en el Dominio de Laplace:**

- La función de transferencia $H(s)$ es:

$$H(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = -\frac{\frac{R_2}{sR_2C + 1}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{sR_2C + 1}$$

- Simplificando:

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{s \frac{1}{\omega_0} + 1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$$

- Donde $\omega_0 = \frac{1}{R_2C}$.

- **Función de Transferencia en el Dominio de Fourier:**

- Reemplazando s por $j\omega$:

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

- Esto se puede expresar como:

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

- Donde $H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$

Análisis en Frecuencia

- Para $\omega \ll \omega_0$:

$$H(j\omega) \approx H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

- La magnitud:

$$|H(j\omega)| = |H_0| = \frac{R_2}{R_1}$$

- En decibels:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

- El ángulo de fase es 180° (o -180°).

- Para $\omega \gg \omega_0$:

$$H(j\omega) \approx \frac{H_0}{j\frac{\omega}{\omega_0}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_0}{j\omega} = \frac{R_2}{R_1} \cdot j \frac{\omega_0}{\omega}$$

- La magnitud:

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\omega_0}{\omega}$$

- En decibels:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) - 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

- La pendiente de la gráfica de magnitud es -20 dB/decada .
- El ángulo de fase es 90° .

- Para $\omega = \omega_0$:

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1+j} = H_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45^\circ}$$

- La magnitud:

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- En decibels:

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + 20 \log\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 20 \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) - 3 \text{ dB}$$

- El ángulo de fase es 135° .

Gráficas de Bode

- **Magnitud:**
 - La magnitud de la función de transferencia decrece con una pendiente de -20 dB/decada para frecuencias mayores que la frecuencia de corte ω_0 .
 - A frecuencias bajas ($\omega \ll \omega_0$), la magnitud es constante y depende de la relación $\frac{R_2}{R_1}$.
- **Fase:**
 - La fase varía de 180° (bajas) a 90° (altas), siendo 135° en ω_0 .

El filtro descrito es efectivamente un filtro pasa-bajas, que combina un amplificador con ganancia estable y el comportamiento de un integrador a altas frecuencias. Este filtro permite el paso de señales de baja frecuencia con una ganancia estable y atenúa las señales de alta frecuencia. Las gráficas de Bode proporcionan una visualización clara de cómo la magnitud y la fase de la señal se ven afectadas por la frecuencia, mostrando la eficiencia del filtro en su tarea de atenuación de frecuencias altas.