

# Proyecto Final: Sistema de transporte de oxígeno en la sangre "SIRA"

Bejarano Lozada Elias  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica  
Tecnológico Nacional de México / Instituto Tecnológico de Tijuana

December 10, 2024

**Palabras clave:** Controlador PID, Tratamiento,

Correo:

Carrera: **Ingeniería Biomédica**

Asignatura: **Modelado de Sistemas Fisiológicos**

Profesor: **Dr. Paul Antonio Valle Trujillo** (paul.valle@tectijuana.edu.mx)

## 1 Función de transferencia

Para nuestra función de transferencia, asignamos distintas variables para simplificar nuestra ecuación:

$$a = LC_1C_2R_2$$

$$b = C_1C_2R_1R_2 + LC_1 + LC_2$$

$$c = C_1R_1 + C_2R_1 + C_2R_2$$

$$d = 1$$

$$\begin{aligned}\frac{P_p(s)}{P_{ao}(s)} &= \frac{\left(\frac{1}{C_2s}\right) I_2(s)}{\left(\frac{as^3+bs^2+cs+d}{sC_2}\right) I_2(s)} \\ \frac{P_p(s)}{P_{ao}(s)} &= \frac{\frac{1}{C_2s}}{\frac{as^3+bs^2+cs+d}{sC_2}} \\ \frac{P_p(s)}{P_{ao}(s)} &= \frac{(1)(sC_2)}{(as^3 + bs^2 + cs + d)(C_2s)} \\ \frac{P_p(s)}{P_{ao}(s)} &= \frac{1}{as^3 + bs^2 + cs + d}\end{aligned}$$

## 1.1 Ecuaciones principales

Dentro de este apartado, encontramos 3 ecuaciones, las cuales son: Ecuación de voltaje de entrada, igualdad de voltaje y voltaje de salida.

$$\begin{aligned}P_{ao}(t) &= L \frac{di_1(t)}{dt} + R_1 i_1(t) + \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt \\ \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt &= R_2 i_2(t) + \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \\ P_p(t) &= \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt\end{aligned}$$

## 1.2 Ecuaciones integrodiferenciales

Despejamos  $i_1$

$$\begin{aligned}P_{ao}(t) &= L \frac{di_1(t)}{dt} + R_1 i_1(t) + \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt \\ R_1 i_1(t) &= V_e(t) - L \frac{di_1(t)}{dt} - \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt \\ i_1(t) &= \left[ P_{ao}(t) - L \frac{di_1(t)}{dt} - \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt \right] \frac{1}{R_1}\end{aligned}$$

Despejamos  $i_2$

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt &= R_2 i_2(t) + \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \\ R_2 i_2(t) &= \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt - \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \\ i_2(t) &= \left[ \frac{1}{C_1} \int [i_1(t) - i_2(t)] dt - \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \right] \frac{1}{R_2}\end{aligned}$$

$$P_p(t) = \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt$$

## 1.3 Transformada de Laplace

$$\begin{aligned}P_{ao}(s) &= LsI_1(s) + R_1 I_1(s) + \frac{I_1(s) - I_2(s)}{C_1 s} \\ \frac{1}{C_1 s} [I_1(s) - I_2(s)] &= \left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} \right) I_2(s) \\ P_p(s) &= \frac{I_2(s)}{C_2 s}\end{aligned}$$

## 1.4 Procedimiento algebraico

$$\begin{aligned}
\frac{1}{C_1 s} [I_1(s) - I_2(s)] &= \left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} \right) I_2(s) \\
\frac{I_1(s)}{C_1 s} - \frac{I_2(s)}{C_1 s} &= \left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} \right) I_2(s) \\
\frac{I_1(s)}{C_1 s} &= \left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} \right) I_2(s) + \frac{I_2(s)}{C_1 s} \\
\frac{1}{C_1 s} I_1(s) &= \left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s} \right) I_2(s) \\
I_1(s) &= \frac{\left( R_2 + \frac{1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s} \right) I_2(s)}{\frac{1}{C_1 s}} \\
I_1(s) &= \left( \frac{R_2 + \frac{1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s}}{\frac{1}{C_1 s}} \right) I_2(s) \\
I_1(s) &= \left[ \frac{\frac{1}{s C_1 C_2} (C_1 + C_2 + R_2 s C_1 C_2)}{\frac{1}{C_1 s}} \right] I_2(s) \\
I_1(s) &= \frac{C_1 + C_2 + R_2 s C_1 C_2}{C_2} I_2(s)
\end{aligned}$$

$$P_p(s) = \frac{I_2(s)}{C_2 s}$$

**Sustituir  $I_1(s)$  en  $P_{ao}(s)$ :**

$$\begin{aligned}
P_{ao}(s) &= LsI_1(s) + R_1I_1(s) + \frac{I_1(s) - I_2(s)}{C_1 s} \\
P_{ao}(s) &= LsI_1(s) + R_1I_1(s) + \frac{I_1(s)}{C_1 s} - \frac{I_2(s)}{C_1 s} \\
P_{ao}(s) &= \left( Ls + R_1 + \frac{1}{C_1 s} \right) I_1(s) - \frac{I_2(s)}{C_1 s} \\
P_{ao}(s) &= \left( Ls + R_1 + \frac{1}{C_1 s} \right) \left( \frac{C_1 + C_2 + R_2 s C_1 C_2}{C_2} I_2(s) \right) - \frac{I_2(s)}{C_1 s} \\
P_{ao}(s) &= \left[ \left( Ls + R_1 + \frac{1}{C_1 s} \right) \left( \frac{C_1 + C_2 + R_2 s C_1 C_2}{C_2} \right) - \frac{1}{C_1 s} \right] I_2(s) \\
P_{ao}(s) &= \left[ \frac{s^3 L C_1 C_2 R_2 + (C_1 C_2 R_1 R_2 + L C_1 + L C_2) s^2 + (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) s + 1}{s C_2} \right] I_2(s)
\end{aligned}$$

$$a = L C_1 C_2 R_2$$

$$b = C_1 C_2 R_1 R_2 + L C_1 + L C_2$$

$$c = C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2$$

$$d = 1$$

$$P_{ao}(s) = \left( \frac{as^3 + bs^2 + cs + d}{sC_2} \right) I_2(s)$$

## 2 Error en estado estacionario

$$\begin{aligned} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1}{s} \right) \left( 1 - \frac{P_p(s)}{P_{ao}(s)} \right) \\ e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1}{s} \right) \left( 1 - \frac{1}{as^3 + bs^2 + cs + d} \right) = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

## 3 Cálculo de componentes para el controlador PID

Con base en las ganancias sincronizadas con Simulink, las cuales estan dadas por lo siguiente:

$$\begin{aligned} k_P &= 7504.31283990786 \\ k_I &= 40028.7836532803 \\ k_D &= 312.586659285931 \end{aligned}$$

Entonces, para realizar el cálculo de los valores de los componentes, se propone un valor de capacitancia para  $C_r$ , con el cual se calcula un valor para la resistencia  $R_e$ , ahora, siguiendo el mismo procedimiento se calcula el valor de la resistencia  $R_r$ .

:

$$\begin{aligned} C_r &= 1 \times 10^{-6} \\ R_e &= \frac{1}{k_I C_r} = \frac{1}{(40028.7836532803) (1 \times 10^{-6})} = 24.982 \Omega \\ R_r &= k_P R_e = (7504.31283990786) (24.982) = 1.8747 \times 10^5 \Omega \\ C_e &= \frac{k_D}{R_r} = \frac{312.586659285931}{1.8747 \times 10^5} = 1.6674 \times 10^{-3} F \end{aligned}$$