



Faglig kontakt under eksamen:
Christian Skau, telefon 73591755

Eksamen i TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

17. desember 2010

Tid: 09.00-13.00

Bokmål

Sensur 14. januar 2011

Hjelpemidler: Hjelpemiddelkode C. Bestemt enkel kalkulator, Rottmans matematiske formelsamling

Eksamenssettet består av to deler: Oppgavene 1 til 6 med i alt 10 punkter (hvert punkt teller like mye) utgjør en del, og oppgave 7, som er en flervalgsoppgave utgjør den andre delen. Oppgave 7 teller 50%, og oppgavene 1 til 6 teller 50%.

Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong der dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres sammen med besvarelsene på de seks første oppgavene.

Oppgave 1 Bevis ved induksjon likheten

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \text{ for } n \geq 1.$$

Oppgave 2

a) Representer uttrykket

$$[(x+y)^3 \cdot (y - (3+x))] - 5$$

ved et binært tre.

b) Skriv uttrykket i a) i postfix notasjon.

Oppgave 3

Finne det minste positive heltallet x som løser kongruensligningene

$$x \equiv 1 \pmod{2}$$

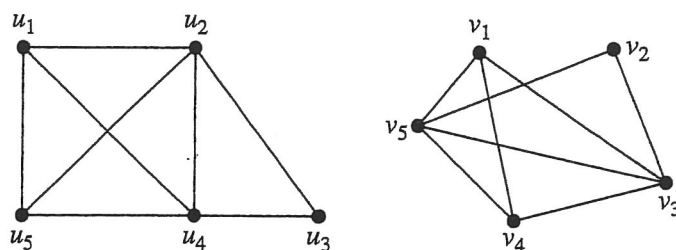
$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 4 \pmod{11}$$

Oppgave 4

Gi en begrunnelse for om de to grafene i Figur 1 er isomorfe eller ikke, og avgjør om de har Eulerveier, Eulerkretser, Hamiltonveier eller Hamiltonkretser.



Figur 1.

Oppgave 5

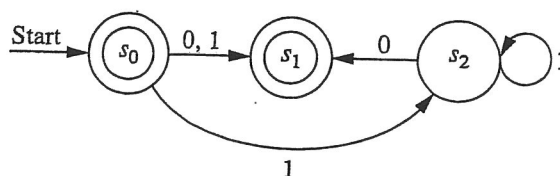
- Formulér så presist du kan sammenhengen som eksisterer mellom regulære språk, regulære uttrykk, regulære grammatikker og endelige tilstandsautomater (både deterministiske og ikke-deterministiske).
- Gitt den regulære grammatikken $G = (V, T, S, P)$, der $V = \{S, A, 0, 1\}$, $T = \{0, 1\}$ og produksjonene (reglene) P er gitt ved:

$$S \rightarrow 0S, S \rightarrow 1A, S \rightarrow 1, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 1.$$

Gi et regulært uttrykk for språket $L(G)$ som G genererer.

Oppgave 6

- Konstruer en deterministisk endelig tilstandsautomat med høyst 4 tilstander som gjenkjenner språket gitt ved det regulære uttrykket 11^*00^* .
- Gi et regulært uttrykk for språket $L(M)$ som gjenkjennes av den ikke-deterministiske endelige tilstandsautomaten M i Figur 2.
- Konstruer en deterministisk endelig tilstandsautomat som gjenkjenner samme språket som M i b).



Figur 2.

Oppgave 7**INSTRUKSJONER:**

Dette er en flervalgsoppgave, der siste siden er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres sammen med besvarelsene på de første seks oppgavene. Det vil være minst ett, men gjerne flere rette svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 10 rette svar og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Rett kryss gir 1 poeng. (Du trekkes ikke for å sette et kryss galt.) Setter du flere enn 10 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 10.

Deloppgave 1.

Hva er $+ - * 2 3 5 / \uparrow 2 3 4$ der formelen er skrevet i prefix notasjon?

Alt 1) 6

Alt 2) 13

Alt 3) 4

Alt 4) 3

Deloppgave 2.

Hva er koeffisienten til x^3y^3 i ekspansjonen av $(2x - 3y)^6$?

Alt 1) -4860

Alt 2) -4320

Alt 3) 4860

Alt 4) 4320

Deloppgave 3.

Hva er $(10685)_{10}$ i det oktale systemet (dvs. grunntallet 8)?

Alt 1) $(14875)_8$

Alt 2) $(24675)_8$

Alt 3) $(34685)_8$

Alt 4) $(24674)_8$

Deloppgave 4.

Hvor mange binære strenger av lengde 10 inneholder nøyaktig fire 1'ere?

Alt 1) 210

Alt 2) 386

Alt 3) 848

Alt 4) 252

Deloppgave 5.

Hvilke av følgende logiske utsagn er en tautologi?

Alt 1) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

Alt 2) $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

Alt 3) $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r))$

Alt 4) $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

Deloppgave 6.

Gitt rekurrensrelasjonen $a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}; n \geq 2$, med initialbetingelsene $a_0 = 1, a_1 = -8$. Hva er a_{10} ?

Alt 1) -118784

Alt 2) -1900544

Alt 3) -486539264

Alt 4) -30408704

Deloppgave 7.

La $G = (V, T, S, P)$ være den regulære grammatikken, der $V = \{0, 1, A, B, S\}$, $T = \{0, 1\}$ og P er gitt ved:

$$S \rightarrow 0A, S \rightarrow 1A, A \rightarrow 0B, B \rightarrow 1A, B \rightarrow 1.$$

Hvilke av følgende regulære uttrykk beskriver språket $L(G)$ generert av G ?

Alt 1) $(0 \cup 1)01(01)^*$.

Alt 2) $(0 \cup 1)(01)^*$.

Alt 3) $001(01)^* \cup 101(01)^*$.

Alt 4) $01(01)^*$.

Deloppgave 8.

Hvilke av følgende er garantert riktig?

Alt 1) Restleddet når 78911 deles med 23 er 11.

Alt 2) $a^{22} \equiv 1 \pmod{23}$ for alle negative hele tall a .

Alt 3) $(28)^{145} \equiv 2 \pmod{13}$

Alt 4) $ca \equiv cb \pmod{7}$ medfører $a \equiv b \pmod{7}$, der $a, b, c, \in \mathbb{Z}$ og $c > 7$.

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 10 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 10 gir -3 poeng. Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Deloppgave 1				
Deloppgave 2				
Deloppgave 3				
Deloppgave 4				
Deloppgave 5				
Deloppgave 6				
Deloppgave 7				
Deloppgave 8				