NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Jarle Bauck Hamar
Tlf.: 95773268

EKSAMEN I EMNE
TTT4110 INFORMASJONS- OG SIGNALTEORI

Dato: onsdag 11. august 2010
Tid: kl. 9:00 - 13:00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

INFORMASJON

- Eksamen består av 4 oppgaver.
  Maksimalt antall poeng for hver deloppgave er angitt i parentes.
  Det er 46 poeng totalt.
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- **Alle svar skal begrunnes og fremgangsmåten må komme tydelig fram.**
- Faglig kontaktperson vil gå rundt to ganger, ca. kl. 10 og kl. 12.
- Sensurfrist er 3 uker etter eksamensdato.

Lykke til!

Oppgave 1 *(1,5+1,5+2+2+3+3+2+2=17)*

Gitt tre tidsdiskrete signaler

$$
\begin{aligned}
x_1(n) &= (-0,5)^n u(n) \\
x_2(n) &= (-0,5)^{n+4} u(n+4) \\
x_3(n) &= \sqrt{3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}n + \frac{5\pi}{6}\right),
\end{aligned}
$$

og et tidsdiskret filter med enhetspulsrespons

$$h(n) = (-0,5)^{4-n} u(4-n),$$

der $u(n)$ er enhetssprang gitt ved

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

1a) Finn ut om signalet $x_3(n)$ er periodisk. Bestem i så fall grunnperioden.

1b) Skisser signalene $x_1(n)$, $x_2(n)$ og $h(n)$.

1c) Gitt at $X(\omega)$ =DTFT$\{x(n)\}$, vis at

$$DTFT\{x(n-k)\} = e^{-j\omega k} X(\omega).$$

1d) Finn spekteret til signalet $x_2(n)$.

1e) Finn ut om filteret $h(n)$ er kausal og stabilt.

1f) Finn frekvensresponsen til filteret.
Vis at amplitude- og faseresponsen er gitt ved hhv.

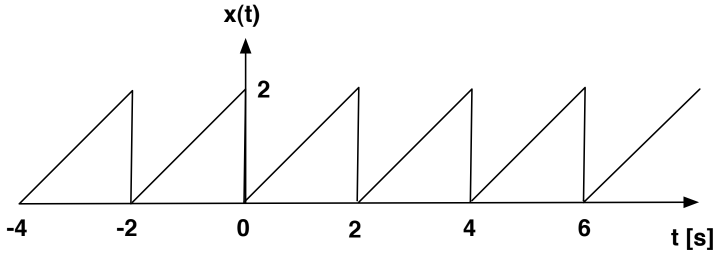
$$
\begin{aligned}
|H(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4} + \cos\omega}} \\
\angle H(\omega) &= -4\omega - \arctan\frac{\sin(\omega)}{2+\cos(\omega)}.
\end{aligned}
$$

1g) Signalet $x_2(n)$ sendes gjennom filteret. Finn spekteret til utgangssignalet $y_2(n)$.

1h) Signalet $x_3(n)$ sendes gjennom filteret. Finn utgangssignalet $y_3(n)$.

Oppgave 2 *(2+2+2+2+2+2=12)*

Gitt følgende analogt periodisk signal

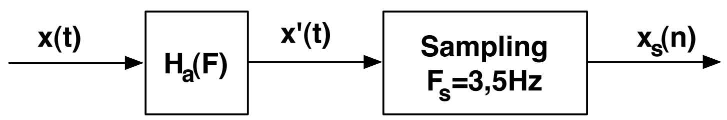


2a) Vis at Fourierrekkekoeffisientene til signalet $x(t)$ er gitt ved

$$c_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \frac{j}{k\pi} & \text{ellers.} \end{cases}$$

2b) Finn energien og effekten til signalet $x(t)$.

Vi ønsker nå å punktprøve signalet $x(t)$ med punktprøvingsfrekvens $F_s = 3,5\text{Hz}$. Et antialiasing filter brukes før punktprøving som vist i følgende figur.



2c) Skisser amplituderesponsen til filteret, $|H_a(F)|$, slik at aliasing unngås helt, samtidig som mest mulig av signaleffekten bevares.

2d) Finn spekteret til signalet $x'(t)$ på utgangen av filteret.

Skisser amplitudespekteret som funksjon av frekvens.

2e) Finn effekten til signalet $x'(t)$. Sammenlign med effekten beregnet i 2b) og kommenter.

2f) Skisser amplitudespekteret til det samplede signalet $x_s(n)$ for $f \in [-1, 1]$.

Oppgave 3 *(2+1+1+2+2+2=10)*

La $e(n)$ være uniformt fordelt hvit støy med på intervallet [-3,3].

3a) Finn effekten til $e(n)$.

3b) Finn autokorrelasjonsfunksjonen $R_{EE}(l)$ til signalet $e(n)$ og skisser den.

3c) Finn effektspektraltettheten $S_{EE}(\omega)$ til signalet $e(n)$ og skisser den.

Et nytt stokastisk signal, $x(n)$, genereres ved å midle over to og to påfølgende punktprøver til støysignalet $e(n)$:

$$x(n) = \frac{1}{2}[e(n) + e(n-1)].$$

3d) Finn autokorrelasjonsfunksjonen $R_{XX}(l)$ til signalet $x(n)$ og skisser den.

3e) Finn effektspektraltettheten $S_{XX}(\omega)$ til signalet $x(n)$ og skisser den.

3f) Hvilken informasjon om signalene $e(n)$ og $x(n)$ kan vi få fra grafene til autokorelasjonsfunksjon og effektspektraltetthet? Sammenlign grafene til hhv. autokorrelasjonsfunksjonene $R_{EE}(l)$ og $R_{XX}(l)$ og effektspektraltetthetene $S_{EE}(\omega)$ og $S_{XX}(\omega)$ og forklar forskjellene.

Oppgave 4 *(2+1+4=7)*

Gitt en terning som har en blomst tegnet på tre av sidene, en bie på to av sidene og et honningsglass på den siste siden. Vi ønsker å representere utfall fra terningkast med en binær kode.

4a) Informasjonsmengden i en hendelse med sannsynlighet p er gitt ved

$$I = \log_2(1/p).$$

Finn gjennomsnittlig informasjonsmengde i et terningkast.

4b) Gitt at vi bruker samme antall bit til å representere hvert av symbolene, hvor mange bit per symbol må vi bruke?

4c) Hvordan kan vi lage en mer effektiv kode ved å benytte ulikt antall bit per symbol? Foreslå en slik entydig dekodbar kode, og beregn gjennomsnittlig kodeordlengde.

Er det mulig å lage en enda mer effektiv kode? Begrunn svaret.