

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bojana Gajić

Tlf.: 92490623

**EKSAMEN I EMNE  
TTT4110 INFORMASJONS- OG SIGNALTEORI**

Dato: fredag 5. juni 2009

Tid: kl. 9:00 - 13:00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.  
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

**INFORMASJON**

- Eksamen består av 3 oppgaver.  
Maksimalt antall poeng for hver deloppgave er angitt i parentes.
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- Faglærer vil gå rundt to ganger, første gang ca. kl. 10 og andre gang ca. kl. 12.
- Sensurfrist er 3 uker etter eksamensdato.

**Lykke til!**

**Oppgave 1** (5+5+5+3+3=21)

Et lineært, tidsinvariant, kausalt tidsdiskret filter er beskrevet ved følgende ligning

$$2y(n) + y(n-1) = x(n-1),$$

der  $x(n)$  og  $y(n)$  er hhv. filterets inngangs- og utgangssignal.

**1a)** Tegn opp direkte form 1- og direkte form 2-struktur for filteret.

Hvorfor er det fordelaktig å bruke direkte form 2-strukturen?

**1b)** Vis at enhetspulsresponsen til filteret er gitt ved

$$h(n) = -\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n-1), \quad \text{der } u(n) = \begin{cases} 1 & \text{for } n \geq 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Er dette et FIR- eller IIR-filter? Begrunn svaret.

**1c)** Vis at amplituderresponsen til filteret er gitt ved

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{5 + 4 \cos \omega}}.$$

Er dette et lavpass, høypass, båndpass eller båndstopp-filter? Begrunn svaret.

Et tidsdiskret signal gitt ved

$$x(n) = \begin{cases} 5 & \text{for } n = 0 \\ 2 & \text{for } n = -1 \text{ og } n = 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

sendes gjennom filteret.

**1d)** Vis at spekteret til signalet  $x(n)$  er gitt ved

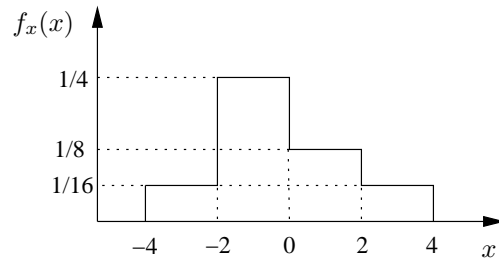
$$X(\omega) = 5 + 4 \cos \omega.$$

**1e)** Vis at amplitudespekteret til utgangssignalet  $y(n)$  er gitt ved

$$|Y(\omega)| = \sqrt{5 + 4 \cos \omega}.$$

**Oppgave 2** ( $3+3+3+3+3+6=21$ )

Figur 1 viser sannsynlighetstetthetsfunksjonen til et tidsdiskret signal  $x(n)$  med uavhengige punktprøver.



Figur 1: Sannsynlighetstetthetsfunksjonen til  $x(n)$

**2a)** Beregn effekten til signalet.

Signalet skal kvantiseres med en uniform kvantiserer med fire nivåer som dekker samme dynamiske område som signalet  $x(n)$ .

**2b)** Finn desisjongsgrensene og representasjonsverdiene til kvantisereren.

Finn verdien til kvantiseringssteget  $\Delta$ .

**2c)** Beregn kvantiseringsstøyeffekten og signal-støy-forholdet.

**2d)** Beregn entropien til det kvantiserte signalet.

Vi ønsker å representere det kvantiserte signalet med en binær kode ved å tilordne et kodeord til hver representasjonsverdi.

**2e)** Hva er den minste kodeordlengde vi må bruke hvis alle kodeordene skal være like lange. Foreslå en slik kode.

**2f)** Representasjonsverdiene kodes nå ved hhv. 110, 0, 10, 111.

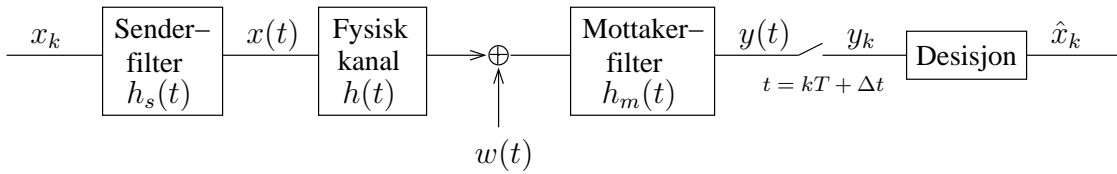
- Kan koden dekodes entydig? Begrunn svaret.
- Beregn gjennomsnittlig kodeordlengde når denne koden benyttes.
- Er det mulig å finne en annen entydig dekodbar kode med lavere gjennomsnittlig kodeordlengde? Begrunn svaret.

**Oppgave 3** (5+3+5+5=18)

En modell av en digital overføringskanal er vist i figur 2, der

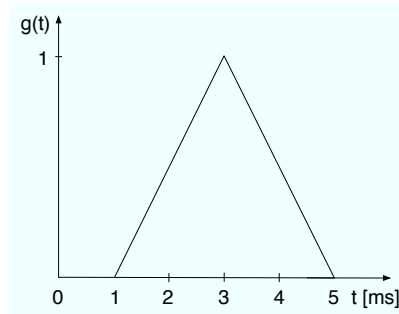
$$x(t) = \sum_k x_k h_s(t - kT),$$

$T$  er avstanden mellom sendte kanalsymboler  $x_k$ ,  $\Delta t$  er den totale forsinkelsen på kanalen (inkludert sender- og mottakerfilter), og  $w(t)$  er støy på kanalen.



Figur 2: Modell for en digital overføringskanal

Den totale impulsresponsen for overføringskanalen  $g(t) = h_s(t) * h(t) * h_m(t)$  er vist i figur 3.



Figur 3: Den totale impulsresponsen til overføringskanalen

**3a)** Bevis at overføring over denne kanalen uten intersymbolinterferens (ISI) er mulig.

Finn den maksimale signaleringshastigheten, dvs. maksimalt antall kanalsymboler per sekund for ISI-fri transmisjon.

Fire forskjellige kanalsymboler  $x_k$  sendes over overføringskanalen: -3, -1, 1, 3. Alle symbolene har lik sannsynlighet. Desisjongresene er satt midt mellom kanalsymbolverdiene.

**3b)** Tegn opp mottatt signal  $y(t)$  gitt at sendt kanalsymbolsekvens er [-1 1 3 3 -3].

Anta støyfri overføring, dvs.  $w(t) = 0$ .

**3c)** Anta nå at kanalstøyen  $w(t)$  er uniformt fordelt på intervallet  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  og uavhengig av kanalsymbolene. Finn den totale sannsynligheten for overføringsfeil på denne kanalen.

**3d)** Anta nå gaussisk hvit støy på kanalen. Finn nedre grense for signal-støy-forholdet på mottakeren som muliggjør feilfri overføring.