Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for telematikk

Faglig kontakt under eksamen:
Bjarne Helvik (73 592667)

EKSAMEN I EMNE
TTM4110 PÅLITELIGHET OG YTELSE MED SIMULERING

Løsningsskisse

Dato: Tirsdag 30. november 2004

Tid: 1500 – 1900

Hjelpemidler: C[1]

Sensur: uke 1, 2005[2]

[1] Graham Birtwistle: DEMOS - A system for Discrete Event Modelling on Simula. (Personlige annotering i DEMOS bok er tillatt). Formelsamling i fag TTM4110 Pålitelighet og ytelse med simulering. NB! Formelsamlingen er vedlagt

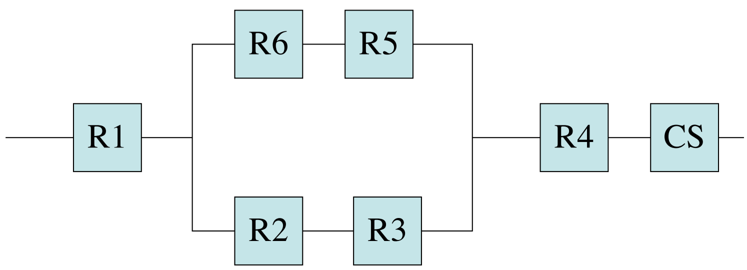
[2] Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt. telefonerom sensur må rettes til sensurtelefonene. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på sliketelefoner.

a) Definer tjenestekvalitetskrav til alle 3 faser i IP-telefonitjenesten både med hensyn på ytelses- og pålitelighetegenskaper.

Fase	Ytelse	Pålitelighet
Oppkopling	oppkoplingstid, anropssperr	vellykket oppkopling, korrekt oppkopling (rett B-side)
Samtale	forsinkelse, variasjon i forsinkelse, tap	ikke avbrutt samtale
Nedkopling	nedkoplingstid	vellykket nedkopling

b) Gjør nødvendige antakelser og lag et pålitelighetesblokkskjema for IP-telefonitjenesten hvor A-side er koplet til ruter 1 og B-side er koplet til ruter 4. Betrakt *både* oppkoplings- og samtalefasen samtidig i samme modell. Sett opp et uttrykk for stasjonærtilgjengeligheten til IP-telefonitjenesten begrenset til IP-nettet. Definér hva et minimum stisett er og vis dette med et eksempel fra ditt pålitelighetsblokkskjema. Hva kan du kvalitativt si om påliteligheten til systemet utfra størrelsen på stisettet relativt til antall elementer i modellen?

Reparasjon og feiling må skje uavhengig av hverandre. Blokkskjemaet for sammensetningen av oppkoplingsfasen og samtalefasen er vist i figur 1. Merk at blokkskjema gir et statisk bilde som ikke forandrer seg over samtalens varighet!



Figur 1: Pålitelighetsblokkskjema

Stasjonærtilgjengeligheten blir

$$A = A_{R1}A_{R4}A_{CS}(1-(1-A_{R2}A_{R3})(1-A_{R5}A_{R6})) = A_r^2 A_{st}(1-(1-A_r^2)^2)$$

Minimalt stisett er definert som:

En mengde av systemelement som medfører at systemet er arbeidende når og bare når samtlige elementer i settet er arbeidende, gitt at systemelementene som ikke er inkludert i settet har feilet.

Det finnes 2 minimale stisett for systemet $\{R_1, R_4, CS, R_2, R_3\}$ og $\{R_1, R_4, CS, R_5, R_6\}$. Begge inneholder et stort antall elementer relativt til det totale antall systemelementer. Dette er en klar indikasjon på at pålitelighetsstrukturen er sårbar ettersom det er mange elemeneter som må være arbeidende for at tjenesten skal være tilgjengelig. Ruter 1, ruter 4 og samtaletjeneren identifieras som kritiska elementer, då de forekommer i båda (alle) de minimale stisetten.

c) Beregn funksjonssannsynligheten til samtaletjeneren når vi antar feilingsraten er λ_s. Sett opp uttrykket for MTTF og MTFF for samtaletjeneren. Bruk funksjonssannsynligheten til å sette opp et uttrykk som bestemmer minimumsintervallet mellom fakturering. Uttrykket skal ikke løses.

Funksjonssannsynligheten er

$$R(t) = P(T_F > t) = 1 - P(T_F \leq t) = 1 - F_{T_F}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_s t}) = e^{-\lambda_s t}$$

Ettersom det kun er en arbeidende tilstand så vil MTFF være lik MTTF.

$$MTFF = MTTF = \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty e^{-\lambda_s t} dt = 1/\lambda_s$$

Kostnad per fakturering er lik C_b.

Minimumsintervallet er gitt av når tapt inntekt overstiger kostnaden ved fakturering.

Forventet tapt inntekt kan uttrykkes som $(1 - R(t)) \cdot t \cdot c_{ab} \cdot \lambda_{ab}$

Minimumsintervallet bestemmes utfra følgende relasjon

$$(1 - R(t)) \cdot t \cdot c_{ab} \cdot \lambda_{ab} > C_b$$

En alternativ løsning er å se på intekten fra tale per tidsenhet, i.e. $c_{ab} \cdot \lambda_{ab}$. Inntekten per tidsenhet ved faktureringsinterval t blir da

$$i(t) = (e^{-\lambda t} \cdot c_{ab} \cdot \lambda_{ab} \cdot t - c_b)/t$$

Det faktureringsinterval t som gir maximal inntekt per faktureringsintervall er da gitt av

$$\frac{d}{dt} i(t) = -c_{ab} \cdot \lambda_{ab} \cdot e^{-\lambda t} \cdot \lambda + \frac{c_b}{t^2} = 0$$

OBS: Hvis c_{ab} tolkes som kostnad per Erland, heller enn kostnad per samtale, så må c_{ab} ersettes med $c_{ab} \cdot T_{ab}$ i ligningerna ovan.

Tabell 1: Trafikkfordeling [angitt i Erlang]

A-side \ B-side	til IP telefon	til mobiltelefon	til fasttelefon (POT)
fra IP-telefon	140	27	38
fra mobiltelefon	19	150	80
fra fasttelefon (POT)	40	90	200

d) Hva er tilbudt trafikk mellom kunder av TelefonIP og TelefonI2, dvs. i begge retninger over samtaleporten? Hva blir tidssperr for anrop over samtaleporten med 128 oversetter-ressurser? Under hvilke antagelser kan du bruke Erlangs tapsformel som angitt i tabell. Hvor mange oversetter-ressurser må samtaleporten ha hvis tilbudt trafikk er 140 erlang for at anropssperr skal være mindre enn 10%? Hvis tilbudt trafikk øker til 162 erlang uten at antall ressures økes, hva blir avviklet trafikk over samtaleporten da?

Tilbudt trafikk fra IP $\rightarrow$ PSTN : 27+38 = 65 Erl
Tilbudt trafikk fra PSTN $\rightarrow$ IP : 19+40 = 59 Erl
$\Longrightarrow$ $A = 124$ Erl.

Fra tabellen ser vi at med $n = 128$ ressuser så blir tids- og anropssperr $E = 0.05$.

Tapsformelen kan be bruke når vi antar

- Poisson ankomster
- Generelle betjeningstider
- Uendelig antall abonnenter/kunder/kilder

Med $A = 140$ Erl så trenger vi $n = 133$ ressurser for at sperr skal være $E < 0.10$.

Økes tilbudt trafikk til $A = 162$ uten at ressurene økes fra $n = 133$, så blir sperr $E = 0.20$ og avviklet trafikk $A = 162 \cdot (1 - 0.20) = 129.6$ Erl.

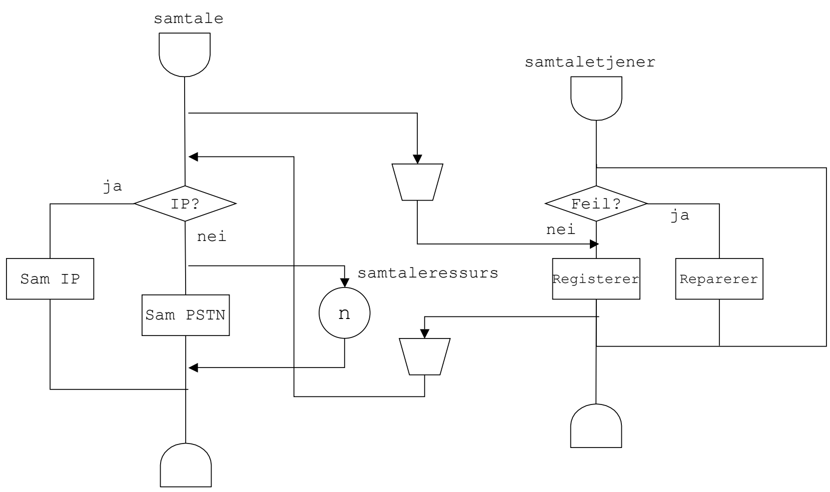
e) Beskriv de situasjoner hvor oppsett av en samtale ikke kan settes opp og kommenter hvilke situasjoner du tar med i modellen din. Antagelsene gitt i den generelle beskrivelsen er fortsatt gyldige. Foreslå entiteter og ressurser for en simuleringsmodell som kan evaluere sannsynligheten for anropssperr for IP-telefonitjenesten. Skissér ved hjelp av aktivitetsdiagrammer en simuleringsmodell for dette.

Situasjoner hvor talekanal/samtale ikke kan settes opp (under de generelle antagelsen som er gitt i oppgaven)

- Alle oversetter-ressurser er opptatt
- B-side er opptatt
- Samtaletjener har feilet
- Samtaletjeneren kan ikke nåes

Simuleringsmodellen må ta hensyn til dette. Velger å modellere et samtaleforløp som en entitet, samt en samtaletjener som kan være arbeidende eller feilet.

Ressurser er oversetter-ressurser i samtaleporten. Bruker dessuten token (BIN) for å synkronisere mellom samtaleforløp og samtaletjener. Trekker feil innen samtaletjener-entiteten. Kunne hatt ekstern entitet til dette. Figur 2 viser modellen.



Figur 2: Simuleringsmodell

Observere at dette er en mulig løsning, men andre tolkninger av oppgaven har også gitt full poeng.

f) Estimér forventet samtaletid og variansen for alle samtaler.

Estimert forventning for type k: $\overline{X}_k = \sum X_{ik}/n_k$

Estimert varians for type k: $S_k^2 = (\sum X_{ik}^2 - n_k \overline{X}_k^2)/(n_k - 1)$

Sannsynligheten for samtale av type k: $p_k = n_k/(n_1 + n_2 + n_3)$.

Estimert forventning uavhengig av type:

$$\overline{X} = p_1\overline{X}_1 + p_2\overline{X}_2 + p_3\overline{X}_3 = (\sum X_{i1} + \sum X_{i2} + \sum X_{i3})/(n_1 + n_2 + n_3) = 2.5414$$

Estimert varians uavhengig av type:

$$S^2 = p_1 S_1^2 + p_2 S_2^2 + p_3 S_3^2 = 1.189$$

g) Lag tilstandsmodell. Vis hvordan MTTF for samtaletjeneren kan beregnes.

Tilstandsmodell er vist i figur 3

MTTF beregnes ved å modifisera tilstandsmodellen, som vist i figur 4.

Fra det modifiserte tilstandsdiagrammet kan sedan $MTTF$ beregnes

$$MTFF = \frac{1 - P_F}{P_F * q_0}$$

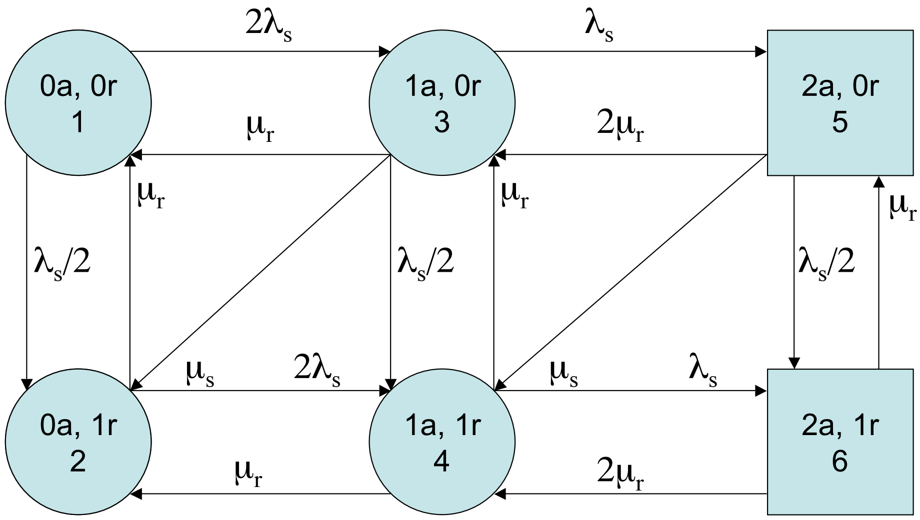
OBS: før å beregne P_F må ligningssystem før stasjonærsannsynligheterna før det modifiserte tilstandsdiagrammet først settes opp å løses.

h) Anta at $\mu_s > \mu_r \gg \lambda_s$. Finn et forenklet uttrykk for U og gi en kvalitativ vurdering av dette relatert til systemet og modellen.

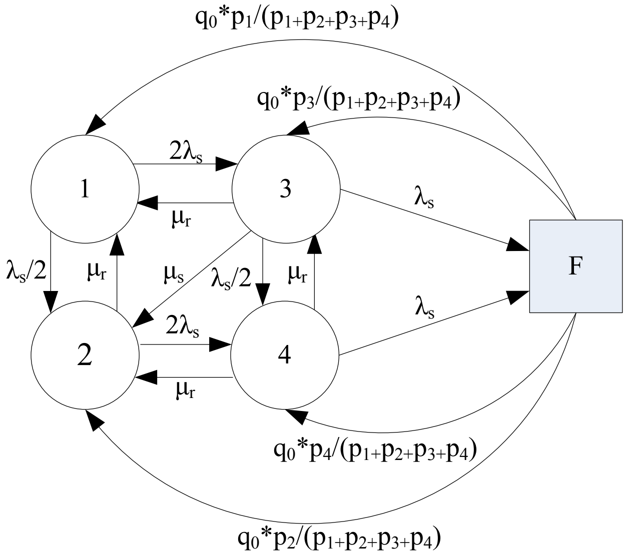
$$U \approx \frac{\lambda^2 48\mu_r^3}{48\mu_r^5 + 72\mu_r^4\mu_s + 24\mu_r^3\mu_s^2} = \frac{2\lambda^2}{2\mu_r^2 + 3\mu_r\mu_s + \mu_s^2} = \frac{2\lambda^2}{(\mu_r + \mu_s)(2\mu_r + \mu_s)}$$

Konklusioner inkluderer:

- Siden $\mu_s > \mu_r \gg \lambda_s$ så blir U svært liten
- U domineres av både forventet erstattningstid $1/\mu_s$ og forventet restarttid $1/\mu_r$
- Man kann se at størrelsen på U er omtrent $O(\frac{1}{\mu^2})$ på tross at vi har tre komponenter (to aktive og en passiv tjenere) i systemet som kann feile!



Figur 3: Tilstandsmodell



Figur 4: Modifisert tilstandsmodell