

NORGES TEKNISK-  
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET  
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bojana Gajić

Tlf.: 92490623

**EKSAMEN I FAG  
TTT4110 INFORMASJONS- OG SIGNALTEORI**

Dato: Tirsdag 1. juni 2004

Tid: Kl. 09.00 - 14.00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.  
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

**INFORMASJON**

- Eksamen består av 4 oppgaver. Vekting av hver oppgave er angitt i parentes.
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- Faglærer vil gå rundt to ganger, første gang ca. kl. 10 og andre gang ca. kl. 12.30.
- Sensurfrist 3 uker etter eksamensdato.

**Lykke til!**

**Oppgave 1 (34%)**

Et lineært tidsinvariant filter er gitt ved sin enhetspulsrespons

$$h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n), \quad \text{der } u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- 1a)** Forklar hvordan man i praksis måler enhetspulsresponsen til et filter.
- 1b)** Er  $h(n)$  et kausalt filter? Begrunn svaret.
- 1c)** Definer BIBO-stabilitet, og undersøk om filteret er BIBO-stabilt.
- 1d)** Finn frekvensresponsen til filteret.
- 1e)** Gi en fysisk tolkning av amplitude- og faserespons.

Vis at amplitude- og faseresponsen til filteret er gitt ved hhv.

$$|H(\omega)| = \frac{2}{\sqrt{5 - 4 \cos(\omega)}} \quad \text{og} \quad \Phi(\omega) = \arctan \frac{\sin(\omega)}{\cos(\omega) - 2}$$

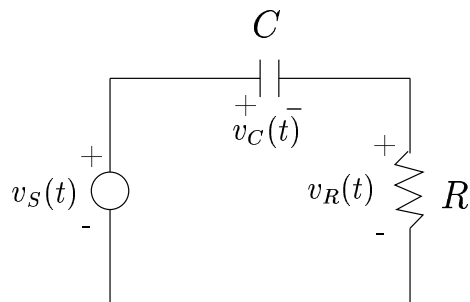
- 1f)** Finn signalet på utgangen av filteret når inngangssignalet er gitt ved

$$x(n) = 1 + 2 \cos(\pi n)$$

**Oppgave 2 (19%)**

Figur 1 viser en realisering av et analogt filter, der  $v_S(t)$  er inngangssignalet, og spenningen over motstanden,  $v_R(t)$ , er utgangssignalet. Sammenhengen mellom strøm og spenning over en kondensator med kapasitet  $C$  er gitt ved

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}.$$

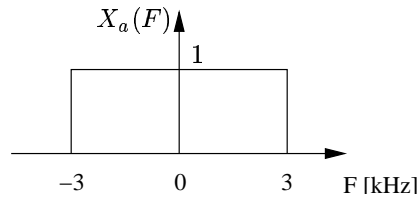


Figur 1: Analogt filter

- 2a)** Finn differensialligningen som beskriver forholdet mellom inngangen og utgangen til dette filteret.
- 2b)** Finn frekvensresponsen til filteret.
- 2c)** Finn amplituderresponsen til filteret.  
Hvilken filtertype er dette (lavpass, høypass, båndpass eller båndstopp)? Begrunn svaret.

**Oppgave 3 (24,5%)**

Figur 2 viser spekteret  $X_a(F)$  til et analogt signal  $x_a(t)$ .



Figur 2: Spekteret til  $x_a(t)$

Et tidsdiskret signal,  $x(n)$ , dannes ved å punktprøve signalet  $x_a(t)$  uniformt med avstand 0,1 ms mellom punktprøvene.

- 3a)** Er det mulig å rekonstruere signalet  $x_a(t)$  eksakt fra  $x(n)$ ? Begrunn svaret.
- 3b)** Skisser spekteret til signalet  $x(n)$  som funksjon av den digitale (normaliserte) vinkel-frekvensen  $\omega$ . (Husk å merke alle viktige verdier på x-aksen).
- 3c)** Er signalene  $x_a(t)$  og  $x(n)$  periodiske? Begrunn svaret.
- 3d)** Beregn energien til signalet  $x_a(t)$ .
- 3e)** Bevis følgende påstander for et vilkårlig reelt tidsdiskret signal  $x(n)$  med spektrum  $X(\omega)$ :
  - $X^*(\omega) = X(-\omega)$
  - Amplitudespekteret er en like funksjon.
  - Fasespekteret er en odde funksjon.

## Oppgave 4 (22,5%)

4a) Informasjonsmengden i en hendelse med sannsynlighet  $p$  er gitt ved

$$I = \log_2 \frac{1}{p} \text{ [bit]}$$

- Angi to hovedgrunner til at denne formelen egner seg godt som mål for informasjonsmengde.
- Skriv uttrykket for entropien til en diskret kilde som genererer uavhengige observasjoner, og gi en tolkning av entropien.

4b) Et tidsdiskret signal har uniformt fordelt amplitude i intervallet  $[-4,4]$ .

Hvor stor er entropien til dette signalet?

4c) Signalet fra punkt 4b) kvantiseres med en uniform kvantiserer med representasjonsverdier -3, -1, 1 og 3.

- Beregn kvantiseringsstøyeffekten.
- Beregn entropien til det kvantiserte signalet.
- De fire representasjonsverdiene kodes med hhv. 00, 01, 10 og 11.  
Er det mulig å finne en mer effektiv kode? Begrunn svaret.