Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under kontinuasjonseksamen:
Asgeir Steine Telefon: 73 59 16 25

Kontinuasjonseksamen i TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

10. august 2009
Tid: 09.00-13.00
Bokmål
Sensur 31. august 2009

Hjelpemidler: Bestemt enkel kalkulator, Rottmans matematiske formelsamling

Oppgave 1

Bevis ved induksjon formelen

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=1-\frac{1}{n+1}$$

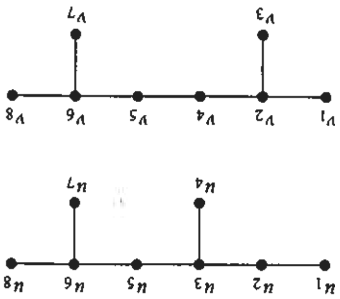
der $n \geq 1$.

Oppgave 2 Finn den generelle løsningen av systemet $(*)$ bestående av kongruenslikningene

$$(*)\begin{cases} x \equiv 2 \pmod 3 \\ x \equiv 1 \pmod 4 \\ x \equiv 3 \pmod 5 \end{cases}$$

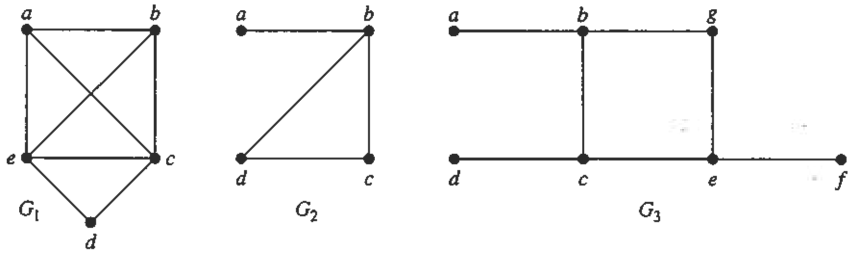
Oppgave 3

a) Gi et argument for at de to grafene i Figur 1 ikke er isomorfe.



Figur 1.

b) Hvilke av de tre enkle grafene i Figur 2 har en Hamilton krets (”circuit”)? Hvilke har en Hamilton sti (”path”)?

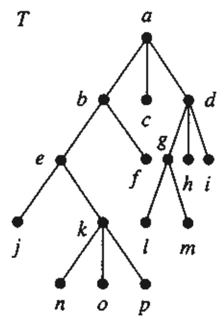


Figur 2.

Oppgave 4

a) La T være det rotfestede treet i Figur 3, med nodene merket med bokstavene

$a, b, c, \cdots, o, p$. List nodene i T i rekkefølge etter postordningssystemet.



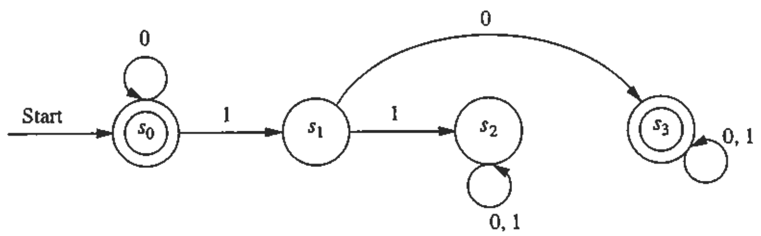
Figur 3.

b) Tegn det rotfestede treet som representerer uttrykket

$$((x + y) \uparrow 2) + ((x - 4)/3)$$

Oppgave 5

a) Bestem det regulære språket som gjenkjennes (”recognizes”) av den endelige tilstandsautomaten i Figur 4.



Figur 4.

b) Konstruer en (ikke-deterministisk) endelig tilstandsautomat som gjenkjenner mengden av binære strenger (dvs. strenger bestående av 0'er og 1'ere) som inneholder 3 påfølgende 1'ere.

Oppgave 6

a) Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}\ ;\ n \geq 2,$$

med begynnelsesbetingelsene $a_0 = 2, a_1 = 7$. Hva er a_{10}?

b) Hva er den binære ekspansjonen av $(241)_{10}$?

c) Hva er koeffisienten til x^7 i ekspansjonen av det binomiske uttrykket $(3-2x)^{11}$?

Oppgave 7

a) Avgjør om

$$(\neg q \wedge (p \longrightarrow q)) \longrightarrow \neg p$$

er en tautologi.

b) Bestem om $\forall x(P(x) \longrightarrow Q(x))$ og $\forall x P(x) \longrightarrow \forall x Q(x)$ er logisk ekvivalente. Grunngi ditt svar.