Løsningsforslag

Oppgave 1

Krav til forsinkelse.

a) Hvilken fordelingen har den totale tiden X?

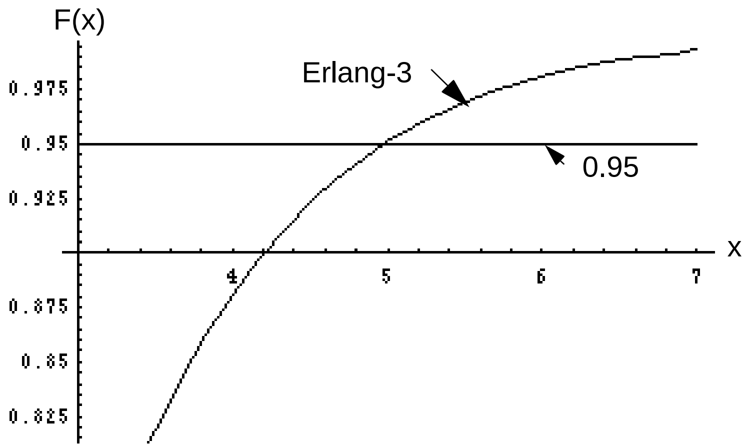
Erlang-3 fordeling

b) Hva må λ være for at krav 1 skal være oppfylt?

$$E(X) = \frac{3}{\lambda} \leq 2{,}4 \Rightarrow \lambda \geq \frac{3}{2{,}4} = 1{,}125$$

c) Er krav 2 oppfylt for denne verdien?

Innsatt fordelingsfunksjonen til Erlang-3 fra formelsamlingen:



Svar: Nei ikke oppfylt

Krav til tilgjengeligheten.

d) Hva må A_p være for at begge kravene skal være oppfylt?

Krav 1:

$$A_b = A_p \cdot A_t \cdot (1 - (1 - A_p)^2) \cdot A_{db} \geq 0{,}99 \Rightarrow A_{db} \geq 0{,}9956$$

Krav 2:

$$A_{10b} = \sum_{i=8}^{10} \binom{10}{i} \cdot A_p^i \cdot (1 - A_p)^{10-i} \cdot A_t \cdot (1 - (1 - A_p)^2) \cdot A_{db} = 0{,}99946 A_{db} \geq 0{,}999$$

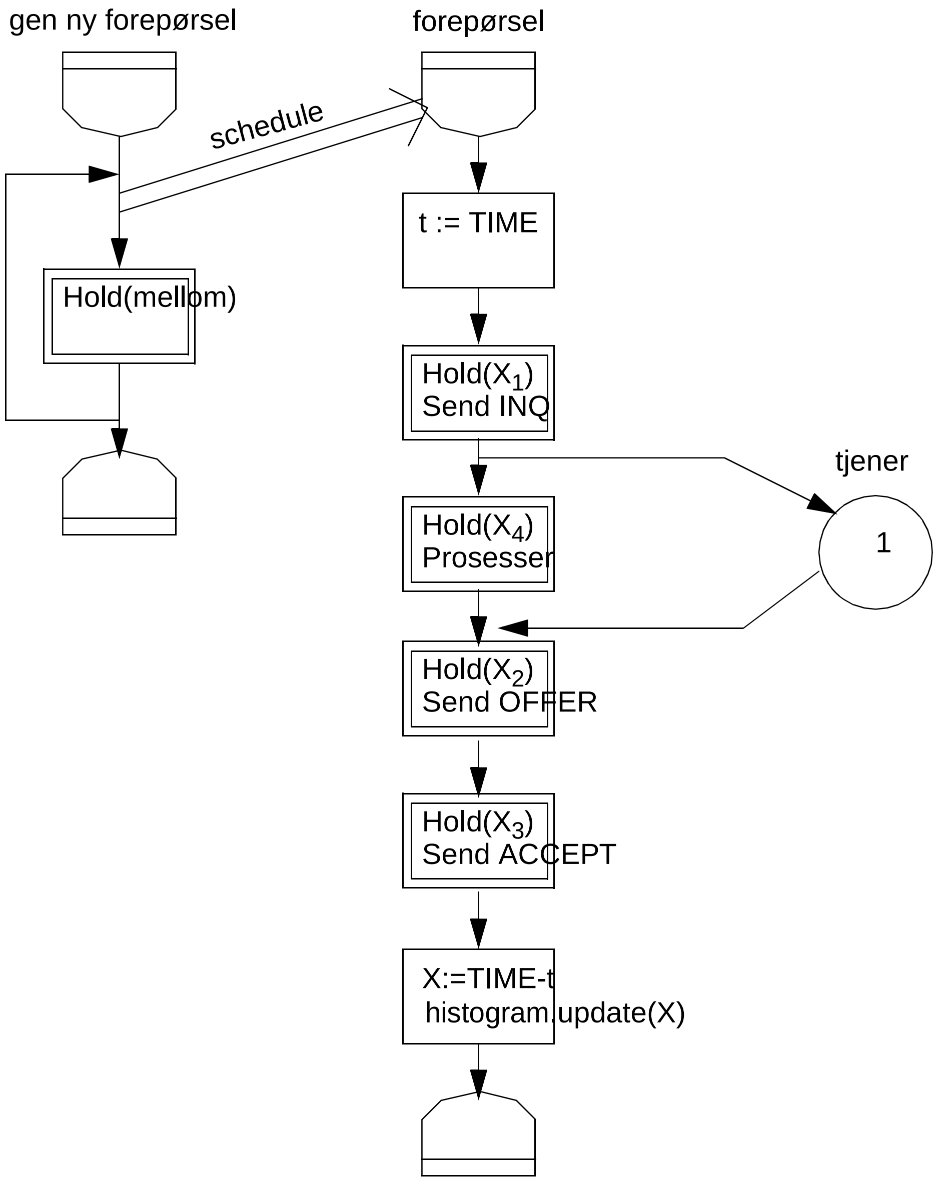
$\Rightarrow A_{db} \geq 0{,}999539$

e) Hvilket krav dominerer?

Krav 2.

Oppgave 2

a) Skissér en simuleringsmodell (f.eks. ved hjelp av et aktivitetsdiagram) med én tjener og mange brukere hvor det er mulig å bestemme kvantiler i tidsfordelingen til den totale tiden for et oppslag, dvs. X.



b) Hva er ressurser og entieter i denne modellen? Vis tydelig hvilke DEMOS mekanismer du bruker.

Ressurs: Tjener
Entitet: forepørsel

(Mer komplisert modell: Entiteter: Bruker, Melding, Tjener)

c) Hvilken datainnsamlingsmekanisme vil du bruke?

HISTOGRAM for å plotte fordeling av X

d) I den modellen du har skissert, er det mulig å hente ut informasjon om antall inquire meldinger i kø? Hvis ja, forklar hvordan. Hvis nei, vis hva du trenger i tillegg.

Ja, kølengde informasjon repporteres i standard rapporten til RES, dvs. over køen av ventende entiteter på ressursen som i dette tilfellet vil være det samme som INQ meldinger som venter på tjeneren.

e) Kan inversmetoden brukes for å generere Weibull-fordelte variater X_4? Hvis ja, vis hvordan. Hvis nei, hvordan kan X_4 da genereres?

Ja, inversmetoden kan benyttes. Vi må finne inverstransformen:
Fordelingsfunksjonen til Weibull-fordelingen:

$$F(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^{\gamma}} \tag{2.1}$$

Inverstransformen bestemmes fra $X = F^{-1}(U)$, hvor $U \in (0, 1]$

$$\begin{aligned} F(x) &= U \\ 1 - e^{-(\lambda x)^{\gamma}} &= U \\ e^{-(\lambda x)^{\gamma}} &= 1 - U = U \\ -(\lambda x)^{\gamma} &= \log U \\ -\lambda x &= (\log U)^{1/\gamma} \\ x &= \frac{-(\log U)^{1/\gamma}}{\lambda} \end{aligned} \tag{2.2}$$

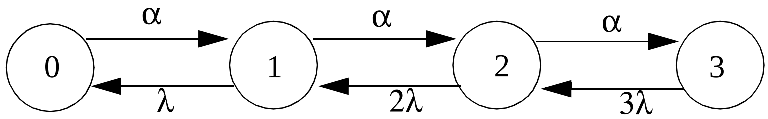
Dermed,

1. Trekk U som er $U \in (0, 1]$
2. Beregn X fra likning (2.2)

X er et Weibull-fordelt variat.

Oppgave 3

a) Sett opp tilstandsdiagram for en Markov-modell som viser antall belagte modem I_1 i pool 1.



b) Sett opp balanse-likningene for modellen og finn stasjonærfordelingen $p_i = P(I_1 = i)$ for antall belagte modem i pool 1 både symbolsk og numerisk

π_i - stasjonærsannsynligheten for tilstand i, dvs. den andelen av tiden hvor i modem er belagt.

Balanselikninger (snittlikninger):

$$\alpha\pi_0 = \lambda\pi_1$$

$$\alpha\pi_1 = 2\lambda\pi_2$$

$$\alpha\pi_2 = 3\lambda\pi_3$$

Balanselikninger (knutepunktlikninger):

$$\alpha\pi_0 = \lambda\pi_1$$

$$(\lambda + \alpha)\pi_1 = \alpha\pi_0 + 2\lambda\pi_2$$

$$(2\lambda + \alpha)\pi_2 = \alpha\pi_1 + 3\lambda\pi_3$$

$$3\lambda\pi_3 = \alpha\pi_2$$

Normeringsbetingelse: $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$

Stasjonærløsning:

$$\pi_1 = \frac{\alpha}{\lambda}\pi_0$$

$$\pi_2 = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \frac{\pi_0}{2}$$

$$\pi_3 = \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 \frac{\pi_0}{3!}$$

$$\pi_0 = 1/\left(1 + \frac{\alpha}{\lambda} + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{2} + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^3 \frac{1}{3!}\right)$$

Innsatt tallverdier ($\alpha = 22{,}5$ og $\lambda = 25$)

π={0,338178; 0,375754; 0,208752; 0,0773156}

a) Hva er sannsynligheten for at alle 3 modem i pool 1 er belagt?

π_3=0,0773156

c) Beregn forventet antall belagte modem og variansen til denne.

$E(I) = \sum_{i=0}^{3} i \cdot \pi_i$=1,0252

$\mathrm{Var}(I) = \sum_{i=0}^{3} (i - E(I))^2 \cdot \pi_i = 0{,}855558$

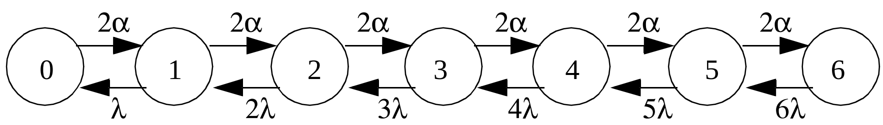
d) Hva er tilbudt, A, avviklet, A', og avvist, A'', trafikk i dette eksemplet?

$A = \alpha/\mu = 1{,}111111$

$A' = A(1 - \pi_3) = 1{,}0252 \ (= E(I))$

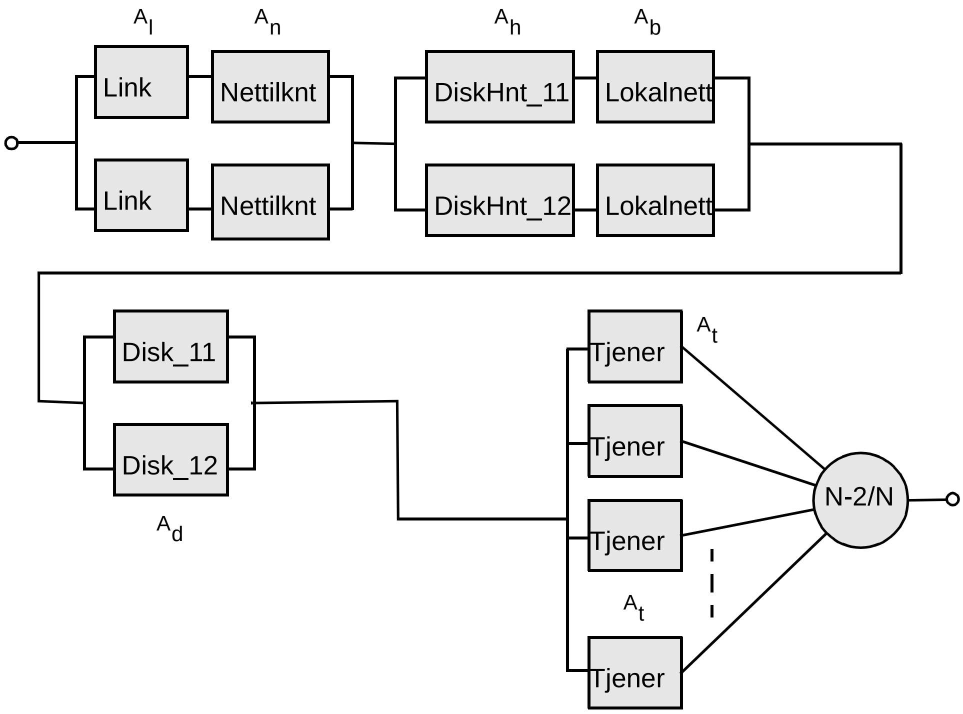
$A'' = A - A' = 0{,}0859062$

e) Sett opp tilstandsdiagram for en Markov-modell som viser det samlede antall belagte modem i pool 1 og 2. (NB! Diagrammet skal ikke løses.)



Oppgave 4

a) Pålitelighetblokkskjema



Vansken i oppgaven er å se de to diskhåntererne i delsystem 2 er knyttet til "sitt" lokalnett.

b) Stasjonærtilgjengelighet

Link og nettinterface: $A_1 = 1-(1-A_lA_n)^2$

Lokalnettene og diskhåndterne: $A_2 = 1-(1-A_hA_b)^2$

De to diskparene: $A_3 = 1-(1-A_d)^2$

Tjenerdelsystemet: $A_4 = \sum_{i=N-2}^{N} \binom{N}{i} A_t^i (1-A_t)^{N-i}$

Totalsystemet: $A = \prod_{i=1}^{4} A_i$

c) Minimale sti og kuttesett

Minimalt kuttesett: En mengde av nettelement som medfører at systemet feiler når <u>og bare når</u> samtlige elementer i settet feiler, gitt at systemelementene som ikke er inkludert i settet er arbeidende.

Minimalt stisett: En mengde av nettelement som medføre at systemet er arbeidende når <u>og bare når</u> samtlige elementer i settet er arbeidende, gitt at systemelementene som ikke er inkludert i settet har feilet.

Ett minimalt kuttesett: $\{d_{12}, d_{11}\}$

Ett minimalt stisett: $\{l_1, n_1, h_{11}, b_1, d_{11}, t_1, t_2, \ldots, t_{N-2}\}$

d) Gjenværende tid

Innser at siden feilene inntreffer uavhengig av hverandre vil fordelingen av tid til ferdigreparasjon av første enhet være lik “restlevetid” fra et tilfeldig tidspunkt.

Uttrykk for kumulativ uniformfordeling x/θ finnes i formelsamlingen. Dette settes inn i uttrykket for restlevetid i formelsamlingen som gir

$$f_g(t) = \begin{cases} \dfrac{1-F_X(t)}{E(X)} = 2(-x/\theta + 1)\theta^{-1}, 0 \le x < \theta \\ 0, \text{ellers} \end{cases} \tag{4.1}$$

e) Nedetidsfordelingen for diskparet blir, siden diskene repareres uavhengig av hverandre, gitt av den diskreparasjonen som avsluttes først.

Overlevelsefunksjonen for den første disken

$$\overline{F_g(t)} = \int_t^\infty f_g(u)du = \begin{cases} 1 - \dfrac{2t}{\theta} + \dfrac{t^2}{\theta^2}, 0 \le x < \theta \\ 0, \text{ellers} \end{cases}$$

Overlevelsesfunksjonen fra den nettopp feilte disken er gitt fra formelsamlingen

$$\overline{F_h(t)} = \begin{cases} 1 - x/\theta, 0 \le x < \theta \\ 0, \text{ellers} \end{cases}$$

Fra ekstremverdifordeling (tas med i vedlegget?)

$$F_D(t) = 1 - (\overline{F_h(t)} \cdot \overline{F_g(t)}) = \begin{cases} 1 - \dfrac{(\theta - t)^3}{\theta^3}, 0 \le x < \theta \\ 1, \text{ellers} \end{cases}$$