Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Christian Skau, telefon 73591755

KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

14. august 2013
Tid: 09.00-13.00
Bokmål
Sensur: 3. september 2013

Hjelpemidler: Bestemt enkel kalkulator, Rottmans matematiske formelsamling

Oppgave 1 La $P(m, n)$ være utsagnet "n er større enn m", der universalmengden er de naturlige tall $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots\}$. Hva er sannhetsverdien til $\exists n \forall m P(m, n)$ og $\forall m \exists n P(m, n)$?

Oppgave 2 Betrakt funksjonen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definert ved $f(n) = 2\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. (Her er $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ det største heltallet som er mindre eller lik $\frac{n}{2}$.) Er f injektiv? Er f surjektiv? Begrunn svaret.

Oppgave 3 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) framstillingen av $(ABC)_{16} + (2F5)_{16}$?

Oppgave 4 Bevis ved induksjon at

$$\sum_{j=n}^{2n-1} (2j + 1) = 3n^2$$

for alle $n = 1, 2, 3, \cdots$.

Oppgave 5

a) Hvor mange studenter må det være i en klasse for å være garantert sikker på at minst fem av dem er født på samme ukedag?

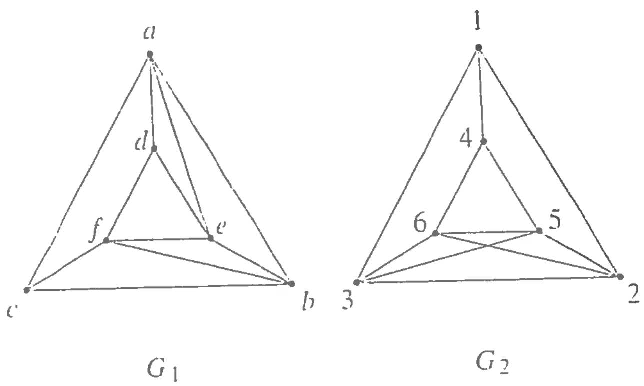
b) Hvor mange binære strenger er det som inneholder nøyaktig åtte 0'er og ti 1'ere, slik at hver 0 må etterfølges av en 1?

Oppgave 6 Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 8a_{n-1} + 9a_{n-2} \quad , \quad n \geq 2,$$

med initialbetingelsene $a_0 = 3$ og $a_1 = 7$. Finn a_9.

Oppgave 7 Avgjør om grafene G_1 og G_2 i Figur 1 er isomorfe eller ikke. Begrunn svaret.

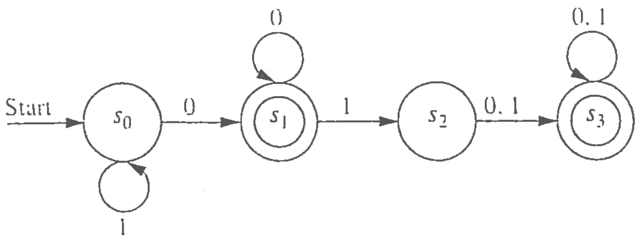


Figur 1.

Oppgave 8

a) Konstruer en deterministisk endelig tilstandsautomat M som gjenkjenner språket bestående av alle binære strenger med nøyaktig tre 0'er.

b) Finn et regulært uttrykk for språket som gjenkjenner den deterministiske automaten i Figur 2.



Figur 2.

Oppgave 9

a) Finn et regulært uttrykk for språket $L(G)$ generert av den regulære grammatikken $G = (V, T, S, P)$, der $V = \{0, 1, S, A, B\}$, $T = \{0, 1\}$, og P er gitt ved

$$S \to 1A, S \to 0, S \to \lambda, A \to 0B, B \to 1B, B \to 1.$$

b) Konstruer en ikke-deterministisk endelig tilstandsautomat M som gjenkjenner språket $L(G)$ i a).