Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Institutt for matematiske fag

Side 1 av 2



Faglig kontakt under eksamen: Haaken A. Moe

EKSAMEN I DISKRET MATEMATIKK (MA0301)

Tirsdag 6. juni 2006 Tid: 09.00 – 13.00 Sensur 27. juni 2006

Hjelpemidler:

Bok: Ralph Grimaldi, Discrete and combinatorial mathematics

Kalkulator: HP30S

Alle svar skal begrunnes

Oppgave 1 a) Sett opp en sannhetsverditabell(truth table) for det logiske uttrykket

$$(p \to q) \to r$$
.

b) Benytt slutningsreglene(rules of inference) til å vise at følgende slutning er gyldig:

$$p \to (q \to r)$$

$$p \lor s$$

$$t \to q$$

$$\neg s$$

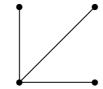
$$\vdots \neg r \to \neg t$$

- **Oppgave 2** Chewbacca har av en eller annen grunn fått det for seg at han skal finne ut hvor mange ord det kan finnes i wookie. Språket wookie har et ganske begrenset antall lyder/bokstaver, så alfabetet han har å arbeide med består bare av 9 tegn, a, e, i, n, o, r, u, w og y. Å finne det totale antall ord er vanskelig, men vi skal hjelpe Chewbacca et stykke på veien.
 - a) Hvor mange forskjellige ord på 7 lyder/bokstaver finnes hvis hver lyd/bokstav skal brukes maksimalt en gang i hvert ord?
 - b) Hvor mange forskjellige ord på to lyder/bokstaver finnes det?
 - c) Wookie er kjent for sine lange lyder. Hvor mange ord på 5 lyder/bokstaver finnes det, hvis alle ordene må inneholde nnn, det vil si minst 3 sammenhengende n'er?
- **Oppgave 3** Konstruer og tegn en endelig tilstands maskin(finite state machine) som med inputalfabet $\mathcal{T}=\{0,1\}$ og outputalfabet $\mathcal{O}=\{0,1\}$ gjenkjenner(recognizes) sekvenser på formen 00101.
- **Oppgave 4** La $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Definer en relasjon(relation) \mathcal{R} på M ved at $(x_1, y_1)\mathcal{R}(x_2, y_2)$ dersom $x_1y_1 = x_2y_2$. For eksempel er det ordna paret $((1, 4), (2, 2)) \in \mathcal{R}$.
 - a) Skriv opp, ved å bruke ordnede par(ordered pairs), en eller annen ikke-tom relasjon på M.
 - b) Er relasjonen du skrev opp symmetrisk(symmetric)?
 - c) Vis at \mathcal{R} er en ekvivalens-relasjon(equivalence relation) på M.
 - d) Hva er ekvivalensklassen(equivalence class) til (3, 2), altså [(3, 2)], gitt av \mathbb{R} ?

Oppgave 5 Bruk matematisk induksjon til å vise at for alle heltall $n \ge 1$, så er

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2^i}{2} = 2^n - 1.$$

Oppgave 6 a) Er disse to grafene isomorfe(isomorphic)?





- b) Finn 11 løkke-frie(loop-free) ikke-isomorfe uretta(non-directed) grafer med 4 hjørner.
- c) Vis at de 11 grafene du fant i b) er *alle* mulige løkke-frie ikke-isomorfe uretta grafer med 4 hjørner. Tips: tell kanter.