

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Bojana Gajić

Tlf.: 92490623

**EKSAMEN I EMNE
TTT4110 INFORMASJONS- OG SIGNALTEORI**

Dato: lørdag 4. juni 2005

Tid: kl. 09.00 - 13.00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

INFORMASJON

- Eksamen består av 4 oppgaver:
 - Oppgave 1 omhandler digitale filtre.
 - Oppgave 2 omhandler punktprøving og rekonstruksjon.
 - Oppgave 3 omhandler kvantisering og koding.
 - Oppgave 4 omhandler overføring av informasjon.
- Maksimalt antall poeng for hver deloppgave er angitt i parentes.
Det er 61 poeng til sammen.
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- Faglærer vil gå rundt to ganger, første gang ca. kl. 10 og andre gang ca. kl. 12.
- Sensurfrist er 3 uker etter eksamensdato.

Lykke til!

Oppgave 1 (6+7+4=17)

Et digitalt filter er gitt ved sin frekvensrespons

$$H(\omega) = e^{-j\omega}(0,8 \cos \omega + 0,9).$$

1a) Hvilken filtertype er dette (lavpass, høypass, båndpass eller båndstopp)?

Begrunn svaret.

Finn gruppeforsinkelsen til filteret.

Finn filterets forsterkning og faseforsinkelse for digital frekvens $f = \frac{1}{8}$.

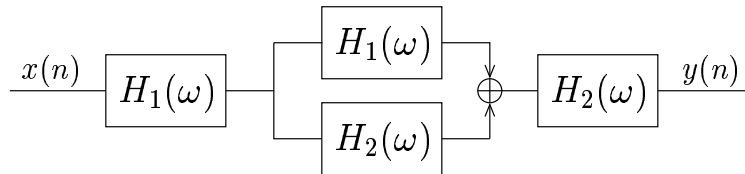
1b) Finn enhetspulsresponsen $h(n)$ til filteret.

Finn en differensligning som beskriver sammenhengen mellom filterets inngangs- og utgangssignal i tidsdomenet.

Er dette et IIR- eller FIR-filter? Begrunn svaret.

Tegn en filterstruktur for filteret.

1c) Et sammensatt system med inngangssignal $x(n)$ og utgangssignal $y(n)$ er vist i figur 1.



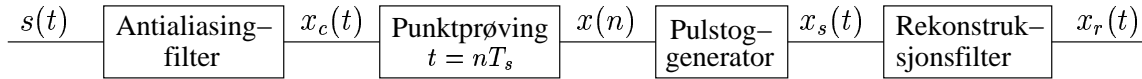
Figur 1:

Uttrykk frekvensresponsen til det sammensatte systemet som en funksjon av frekvensresponsene til delsystemene, $H_1(\omega)$ og $H_2(\omega)$.

Uttrykk enhetspulsresponsen til det sammensatte systemet som en funksjon av enhetspulsresponsene til delsystemene, $h_1(n)$ og $h_2(n)$.

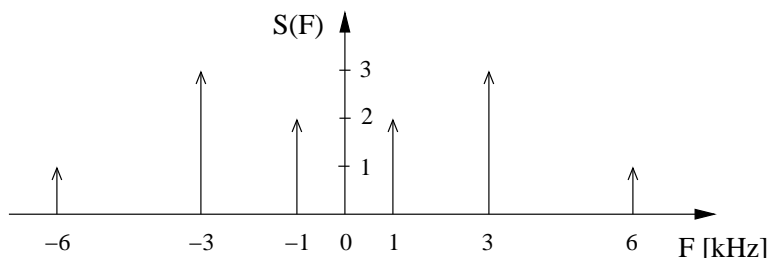
Oppgave 2 (3+4+6=13)

Et system for punktprøving og rekonstruksjon er vist i figur 2. Vi antar at alle komponentene i systemet er ideelle, og at punktprøvingssperioden er $T_s = 0,125$ ms.



Figur 2:

Spekteret til det analoge signalet $s(t)$ er vist i figur 3.



Figur 3:

2a) Skisser spekteret til det punktprøvde signalet $x(n)$ som funksjon av digital frekvens $f \in [-1, 1]$ gitt at antialiasing-filteret ikke benyttes.

2b) Vi ønsker nå å designe et antialiasing-filter for å unngå aliasing-effekter etter punktprøving når spekteret til inngangssignalet $s(t)$ er gitt ved figur 3. Filteret skal designes slik at det innfører minst mulig forvrengning i signalet.

- Angi nødvendige spesifikasjoner for filteret. Begrunn svaret.
- Skisser amplituderresponsen til et ideelt filter som tilfredstiller spesifikasjonene.
- Skisser også amplitudespekteret til $x(n)$ for $f \in [-1, 1]$ når filteret benyttes.

2c) Vi ønsker nå å rekonstruere signalet $x_c(t)$ ved hjelp av en ideell pulstoggenerator, dvs.

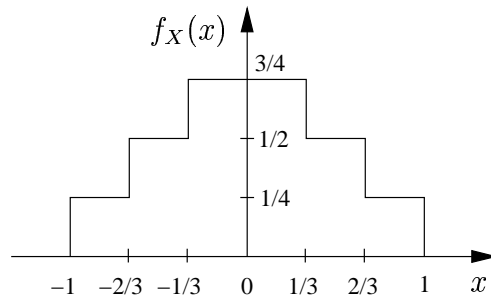
$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\delta(t - nT_s),$$

og et ideelt rekonstruksjonsfilter (se figur 2). Anta at antialiasing-filteret fra 2b) ble brukt før punktprøving.

- Angi nødvendige spesifikasjoner for rekonstruksjonsfilteret for å oppnå perfekt rekonstruksjon. Begrunn svaret.
- Skisser amplituderresponsen til et ideelt filter som tilfredstiller spesifikasjonene.
- Skisser også amplitudespekteret til det rekonstruerte signalet $x_r(t)$.
- La $h_r(t)$ være impulsresponsen til rekonstruksjonsfilteret. Utled et uttrykk for $x_r(t)$ som funksjon av $x(n)$ og $h_r(t)$.

Oppgave 3 ($3+5+2+3+3+4=20$)

Et tidsdiskret signal $x(n)$ med amplitudfordeling $f_X(x)$ som vist i figur 4 ønskes kvantisert med en uniform kvantiserer med 6 kvantiseringsintervaller hvor kvantiseringsområdet sammenfaller med det dynamiske området til signalet.



Figur 4:

- 3a)** Hvilke krav må desisjonsverdiene $\{x_i\}$ og representasjonsverdiene $\{y_i\}$ til en uniform kvantiserer tilfredsstille?

Finn desisjonsverdiene og representasjonsverdiene til kvantisereren i denne oppgaven.

- 3b)** Uttrykk kvantiseringsstøyvariansen som funksjon av $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ og $f_X(x)$. Anta at middelveien til kvantiseringsstøyen er lik null.

Finn den eksakte verdien til kvantiseringsstøyvariansen i denne oppgaven.

- 3c)** Er det mulig å designe en kvantiserer med samme antall nivå som gir lavere kvantiseringsstøyvarians ved kvantisering av signalet $x(n)$?

Hvis det er mulig, forklar prinsippet. Hvis ikke, forklar hvorfor ikke.

Vi ønsker å representere det kvantiserte signalet $x_q(n)$ med en binær kode ved å tilordne et kodeord til hver representasjonsverdi. Anta at signalet har uavhengige punktprøver.

- 3d)** Finn det laveste antall bit per punktprøve som må brukes hvis alle kodeordene skal være like lange. Begrunn svaret.

Foreslå en slik kode.

- 3e)** Forklar prinsippet for entropikoding.

Foreslå en entydig dekodbar kode for $x_q(n)$ som er designet etter dette prinsippet. Koden skal være mer effektiv enn koden i 3d).

- 3f)** Finn gjennomsnittlig kodeordslengde når koden i 3e) benyttes.

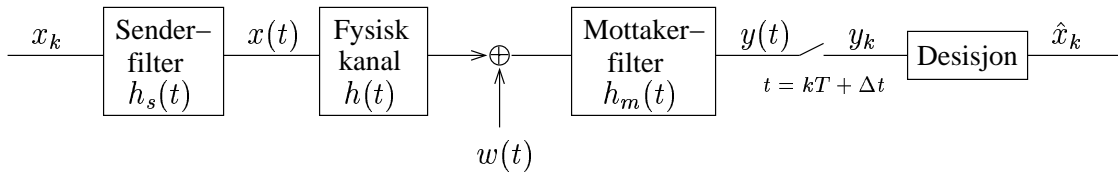
Finn nedre grense for gjennomsnittlig kodeordslengde som er nødvendig for å representere signalet $x_q(n)$. Begrunn svaret.

Oppgave 4 (4+2+3+2=11)

En modell av en digital overføringskanal er vist i figur 5, der

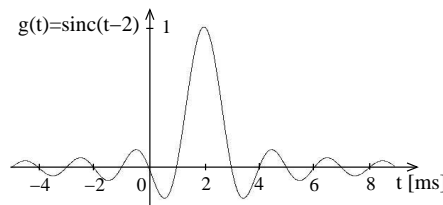
$$x(t) = \sum_n x_n h_s(t - nT),$$

T er avstanden mellom sendte pulser, Δt er den totale forsinkelsen på kanalen, og $w(t)$ er støy på kanalen.

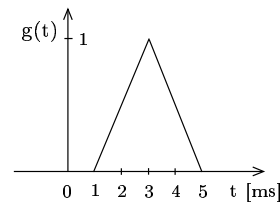


Figur 5:

- 4a)** I to ulike tilfeller er den totale impulsresponsen $g(t) = h_s(t) * h(t) * h_m(t)$ som vist i figurene 6a og 6b.



(a)



(b)

Figur 6:

For hvert tilfelle vurder om overføring uten intersymbolinterferens (ISI) er mulig.

Finn i så fall det nødvendige kravet for T for å unngå ISI, samt den maksimale signaleringshastigheten, dvs. maksimalt antall kanalsymboler per sekund for ISI-fri transmisjon.

- 4b)** En viktig sammenheng for gaussiske kanaler er gitt ved

$$C = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_N^2} \right).$$

Forklar betydningen av C , P og σ_N^2 i dette uttrykket.

- 4c)** Anta gaussisk støy på kanalen og total kanalimpulsrespons som vist i figur 6a.

Finn nedre grense for signal-støy-forholdet på mottakeren (før desisjon) som gjør det mulig å overføre 4000 bit/s over kanalen med en vilkårlig liten feilsannsynlighet.

- 4d)** Hvorfor bruker vi kanalkoding i et digitalt overføringssystem?

Forklar kort prinsippet bak det.