NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR ELEKTRONIKK OG TELEKOMMUNIKASJON

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Bojana Gajić
Tlf.: 92490623

EKSAMEN I FAG
TTT4110 INFORMASJONS- OG SIGNALTEORI

Dato: mandag 9. august 2004
Tid: Kl. 09.00 - 14.00

Hjelpemidler: D–Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

INFORMASJON

- Eksamen består av fire oppgaver. Vekting av hver oppgave er angitt i parentes.
- Noen viktige formler finnes i vedlegget.
- Faglærer vil gå rundt to ganger, første gang ca. kl. 10 og andre gang ca. kl. 12.30.
- Sensurfrist 3 uker etter eksamensdato.

Lykke til!

Oppgave 1 (36%)

Et lineært tidsinvariant filter er gitt ved følgende differensligning

$$y(n) = 0,9y(n-1) + 0,1x(n),$$

der $x(n)$ og $y(n)$ er hhv. filterets inngangs- og utgangssignal.

1a) Tegn direkte form 1-struktur for filteret.

1b) Vis at amplitude- og faseresponsen til filteret er gitt ved hhv.

$$|H(\omega)| = \frac{0,1}{\sqrt{1,81 - 1,8\cos(\omega)}} \quad \text{og} \quad \Phi(\omega) = \arctan\frac{-0,9\sin(\omega)}{1 - 0,9\cos(\omega)}$$

1c) Hvilken filtertype er dette (lavpass, høypass, båndpass eller båndstopp)? Begrunn svaret.

1d) Gi en fysisk tolkning av amplitude- og faserespons.

Beskriv hvordan amplitude- og faserespons kan brukes for å finne utgangssignal for et gitt inngangssignal.

Finn signalet på utgangen av filteret gitt i denne oppgaven når inngangssignalet er gitt ved

$$x(n) = 2\cos(\frac{\pi}{2}n) + 19\cos(\pi n + \frac{\pi}{4})$$

Oppgave 2 (22%)

2a) Et reelt signal $x(t)$ skal approksimeres ved

$$\hat{x}_N(t) = \sum_{k=0}^{N} \alpha_k \phi_k(t), \qquad \text{for } t \in [T_1, T_2]$$

der $\phi_k(t)$, $k = 0, \dots, N$ er reelle, lineært uavhengige basisfunksjoner som er innbyrdes ortogonale på intervallet $[T_1, T_2]$.

Vis at koeffisientene α_k som minimerer kvadratisk avvik $D = \int_{T_1}^{T_2} [x(t) - \hat{x}_N(t)]^2 dt$ er gitt ved

$$\alpha_k = \frac{\int_{T_1}^{T_2} x(t)\phi_k(t)dt}{\int_{T_1}^{T_2} \phi_k^2(t)dt}, \text{ for } k = 0, \dots, N$$

2b) Hvorfor er det fordelaktig å bruke ortogonale basisfunksjoner ved signalapproksimasjon?

Hvilke basisfunksjoner benyttes i fourier-rekkeutvikling av kontinuerlige signaler på intervallet $[T_1, T_2]$?

2c) Signalet

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ -1, & \text{ellers} \end{cases}$$

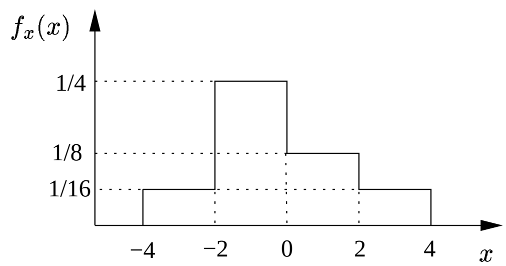
skal approksimeres ved

$$\hat{x}_N(t) = \sum_{k=0}^{N} \alpha_k \cos(k\pi t), \qquad \text{for } t \in [-1, 1]$$

- Vis at basisfunksjonene er innbyrdes ortogonale.
- Finn koeffisientene α_k som minimerer det kvadratiske avviket.

Oppgave 3 (20%)

Figur 1 viser sannsynlighetstetthetsfunksjonen til et tidsdiskret signal $x(n)$. Signalet kvantiseres med en uniform kvantiserer med representasjonsverdier -3, -1, 1 og 3.



Figur 1: Sannsynlighetstetthetsfunksjonen til $x(n)$

3a) Beregn kvantiseringsstøyeffekten.

Forklar prinsippet for design av en 4-nivå kvantiserer som gir lavere kvantiseringsstøyeffekt for dette signalet.

3b) Representasjonsverdiene kodes ved hhv. 110, 0, 10, 111.

- Kan koden dekodes entydig? Begrunn svaret.
- Beregn gjennomsnittlig antall bit per symbol når denne koden benyttes.
- Er det mulig å finne en annen kode som gir lavere gjennomsnittlig antall bit per symbol? Begrunn svaret.

Oppgave 4 (22%)

4a) Tegn et blokkskjema og beskriv stegene som inngår i en delbåndskoder.

Forklar hvordan en kan oppnå kodingsgevinst ved bruk av delbåndskoding.

4b) Skisser autokorrelasjonsfunksjon og effektspektraltetthet for hvit støy $e(n)$ med varians $\sigma_e^2 = 1$ (Husk å merke alle viktige verdier på aksene).

Hvor stor kodingsgevinst kan man oppnå ved bruk av delbåndskoding på dette signalet? Begrunn svaret.