Bokmål	Kandidatnr		
	Studieretning		
	Side		

Norges teknisk-naturvitenskapelig universitet Institutt for fysikk, NTNU TFY4102 Fysikk, vår 2009

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Tore Lindmo Tlf.: 911 47 844

#### KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4102 – FYSIKK

Torsdag 6. august 2009 Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler: Kode C:

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og professor Tore Lindmo og består av:

Forsiden (denne siden) som skal leveres inn som svar på flervalgsoppgaven (Oppgave 4).

Oppgavetekst til vanlige oppgaver 1-3 side 2-5 Ett sett med 10 flervalgsspørsmål i oppgave 4 side 6-8 Vedlegg: Formelark for emne TFY4102 side 9-12

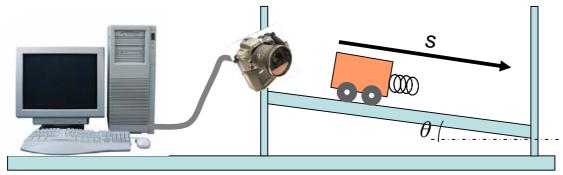
Hvert delspørsmål a) b) etc. i de vanlige oppgavene 1-3 teller likt, med til sammen 75 % for alle 12 delspørsmål.

Oppgave 4 med flervalgsspørsmål teller 25%. Ved besvarelsen av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene angis. Riktig svar gir 1 poeng, feil svar 0 poeng.

Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 4 (riv av denne siden og lever den sammen med besvarelsen)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

### Oppgave 1. Forsøk med vogn på skråplan

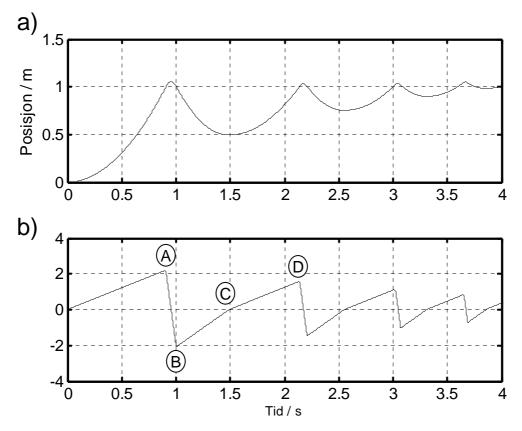


Figur 1. Vognbane med datalogger

Ved hjelp av en datalogger og en avstandssensor gjør vi i en laboratorieøvelse målinger på en vogn som triller på en skrånende bane. Avstandssensoren er montert øverst i banen, som vist i figuren. På vogna er det montert en fjær som gjør at vogna spretter tilbake når den treffer nedre ende av banen. Dataloggeren registrerer s(t) fra vogna slippes ved s(0)=0.

NB! Vi neglisjerer følgende i hele denne oppgava:

- hjulenes treghetsmoment
- luftmotstand
- effekter av statisk friksjon



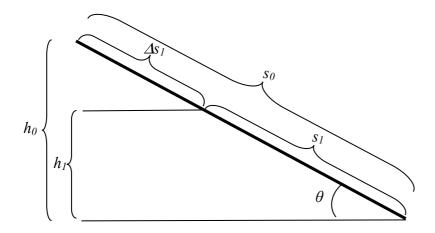
**Figur 2.** a) s(t), som er vognas avstand fra sensoren som funksjon av tid. b) Den deriverte av grafen i (a).

- a) Hvilken fysisk størrelse representerer grafen i figur 2b? Forklar kort hva slags bevegelse vogna har mellom punktene A og B.
- b) Tegn kraft-legeme diagram og finn uttrykk for akselerasjonen for vognas bevegelse henholdsvis nedover,  $a_{\text{ned}}$ , og oppover skråplanet,  $a_{\text{opp}}$ , (når den ikke er i kontakt med fjæra), uttrykt ved m, g,  $\theta$ , og  $\mu$ . Forklar vognas bevegelse mellom B og C, og mellom C og D i figur 2. Hvorfor er stigningen til grafen i figur 2b) mindre i området C-D enn i B-C?
- c) Skissér hvordan grafen for vognas akselerasjon vil se ut fra start og til punkt D. Gi en kort forklaring til skissen. Beskriv hvordan middelakselerasjonen under vognas bevegelse henholdsvis nedover,  $a_{ned}$ , og oppover skråplanet,  $a_{opp}$ , kan bestemmes fra denne grafen (når vogna ikke er i kontakt med fjæra).
- d) Vis at den kinetiske friksjonskoeffisienten  $\mu$  og helningsvinkelen  $\theta$  for banen kan bestemmes fra  $a_{\text{ned}}$  og  $a_{\text{opp}}$  som henholdsvis

$$\mu = \frac{1}{2g\cos\theta} \left( a_{opp} - a_{ned} \right) \qquad \text{og} \qquad \sin\theta = \frac{1}{2g} \left( a_{opp} + a_{ned} \right)$$

e) Støtet i bunnen av banen er ikke fullstendig elastisk, så vognas kinetiske energi umiddelbart etter støtet  $(K_{j+1})$  er hver gang bare en fraksjon e av den kinetiske energien  $(K_j)$  før støtet. Bruk symboler som vist i figur 3 og vis at uttrykket for avstanden  $\Delta s_1$ , dvs. hvor langt unna startpunktet vogna kommer til å snu når den kommer tilbake mot startpunktet etter første gangs ferd ned og opp på banen er

$$\Delta s_1 = s_0 - s_1 = s_0 \left[ 1 - \frac{e(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta} \right]$$

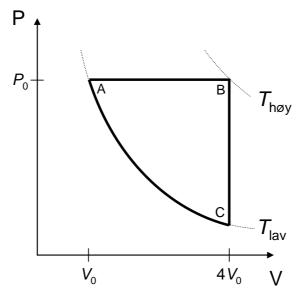


**Figur 3.** Avstander og høyder for vognbanen.

f) Beskriv kort bevegelsen vogna får i grensetilfellene

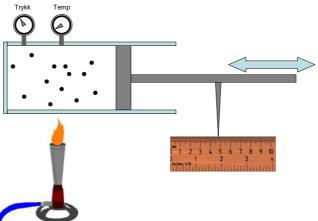
I: 
$$\mu_k = 0 \text{ og } e = 1$$
.  
II:  $\sin \theta = \mu_k \cos \theta$ 

### Oppgave 2. Varmekraftmaskin



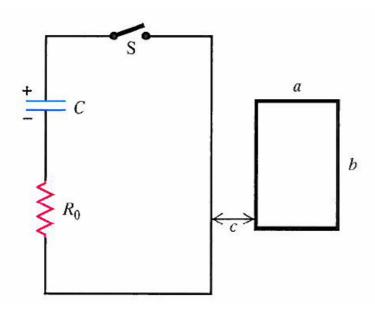
En varmekraftmaskin kan modelleres som en kretsprosess med en ideell to-atomig gass ( $\gamma = 7/5$ ). Den består av en isobar ekspansjon (fra A til B), en isokor trykkreduksjon (fra B til C), og en isoterm kompresjon ved  $T = T_{lav}$  fra C tilbake til A. Volumet i A er  $V_0$ , og volumet i B er  $4V_0$ .

- a) Finn trykket  $P_{\rm C}$  i C og temperaturen  $T_{\rm høy}$  i B uttrykt ved de oppgitte størrelsene  $P_0$ ,  $V_0$  og  $T_{\rm lav}$ . Bruk Carnots teorem til å finne en øvre grense for varmekraftmaskinens effektivitet  $\varepsilon$ .
- b) Finn et uttrykk for arbeidet  $W_{\text{tot}}$  for en hel syklus, og avgjør om  $W_{\text{tot}}$  er positiv eller negativ.



- c) For å kjøre kretsprosessen i praksis kan man benytte en dårlig varmeisolert sylinder fylt med gass og lukket med et stempel, se figur. Sylinderen er utstyrt med barometer (trykkmåler) og termometer, stempelets posisjon kan justeres og avleses med linjal, og en gassflamme brukes til å varme opp sylinderen.
  - forklar *kort* hvordan du vil gjennomføre hvert av de tre prosesstrinnene!
- d) Vis at entropiendringen for en ideell gass fra tilstand 1 til tilstand 2 kan uttrykkes som  $\Delta S_{12} = nC_V \ln(T_2/T_1) + nR \ln(V_2/V_1)$ . Finn endringen i gassens entropi i hvert trinn, uttrykt ved  $P_0$ ,  $V_0$ , og  $T_{\text{lav}}$ . Verifiser at det forventede resultat oppnås for en hel syklus.

Oppgave 3. Elektromagnetisk induksjon fra leder i RC-krets.

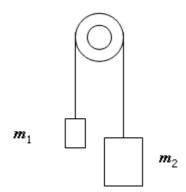


Figuren viser til venstre en RC-krets formet som et rektangel med dimensjon  $2.0 \text{ m} \times 4.0 \text{ m}$ , og til høyre en strømsløyfe med dimensjon a=10.0 cm, b= 20.0 cm, i avstand c= 5.0 cm fra den nærmeste lederen i RC-kretsen (Tegningen er ikke i riktig målestokk). Strømsløyfen har 25 vindinger med motstand 1.0  $\Omega$ /m. Kondensatoren i RC-kretsen er på 20  $\mu$ F og denne er initielt ladet opp til 100 V, med polaritet som vist i tegningen. Ved tid t=0 lukkes bryteren S, og kondensatoren lades ut ved at det går en strøm gjennom motstanden  $R_0$  (= 10  $\Omega$ ) i RC-kretsen. Anta at bare den lederen i RC-kretsen som er nærmest strømsløyfen gir vesentlige bidrag til den magnetiske fluksen innenfor strømsløyfen når strømmen går.

- a) Vis at den magnetiske fluksen gjennom den lille strømsløyfen kan uttrykkes som  $\Phi_B(t) = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right) i(t) \qquad \text{hvor } i(t) \text{ er strømmen i } RC\text{-kretsen.}$
- b) Finn et uttrykk for den induserte elektromotoriske kraften i hele strømsløyfen, bestem den induserte strømmens retning og beregn den induserte strømmens styrke ved tidspunkt  $t=200 \, \mu s$ .

# **Oppgave 4.** Flervalgsspørsmål (skriv svarene i tabellen på side 1)

1.



To masser  $m_1$  og  $m_2$  (med  $m_2 > m_1$ ) er forbundet med et masseløst tau over en friksjonsfri, masseløs trinse. Hvis massene slippes, så er akselerasjonen for m<sub>2</sub> i nedover-retningen gitt av

- A)  $(m_2 m_1) \times g/(m_1 m_2)$
- D)  $m_2 \times g/(m_1 + m_2)$
- B)  $(m_2 m_1) \times g/(m_1 + m_2)$
- E) g
- C)  $(m_1 + m_2) \times g/(m_2 m_1)$
- 2. Hvilket av følgende utsagn er sant?
  - A) Friksjon er en konservativ kraft og gjør negativt arbeid.
  - B) Potensiell energi kan defineres med ligningen U(x) = -dF(x)/dx.
  - C) Arbeidet utført av en konservativ kraft mellom to posisjoner avhenger av veien som velges fra den ene posisjonen til den andre.
  - D) En konservativ kraft kan ikke endre et legemes totale mekaniske energi.
  - E) Arbeidet utført av en konservativ kraft på et legeme som beveger seg med konstant hastighet, må være null.

3.

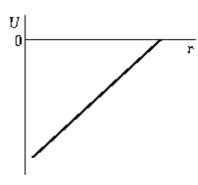


Figure A

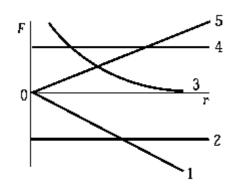


Figure B

Hvis den potensielle energien U(r) er gitt som i Figur A, så er kraften i Figur B gitt av kurve

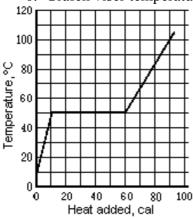
- A) 1
- B) 2 C) 3
- D) 4 E) 5

- 4. En gass har tetthet X ved standard trykk og temperatur (1 atm,  $0^{\circ}$ C). Hva blir den nye tettheten for gassen dersom den absolutte temperaturen dobles og trykket øker med en faktor 3?
  - A) (2/3)X B) (4/3)X C) (3/4)X D) (6)X E) (3/2)X

- 5. To monoatomære gasser, helium og neon, blandes i forholdet 2 til 10g er i termisk likevekt ved temperatur T (molar masse for neon =  $5 \times$  molar masse for helium). Hvis den midlere kinetiske energi for hvert heliumatom er U, hva blir da den midlere kinetiske energi for et neonatom?

  - A) U B) 0.5U C) 2U D) 5U E) U/5

- 6. Grafen viser temperaturen (°C) i en prøve som funksjon av tilført varmemengde (cal).



Prøven har masse 1.0 g, og er i utgangspunktet et fast stoff ved temperaturen 10°C. Trykket holdes konstant og det skjer ingen kjemisk forandring. Smeltevarmen for stoffet er

A) 10 cal/g

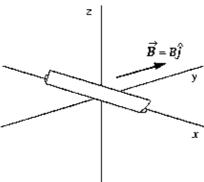
B) 50 cal/g

E) Ingen av svarene A –D er korrekt.

- C) 30 cal/g
- 7. En ledning med lengde L og motstand (resistans) R kuttes i 4 like lange deler. Hvis disse 4 delene tvinnes sammen til en leder med lengde L/4, hva blir så motstanden (resistansen) i den nye lederen?
  - A) R/16
- B) R/4 C) R D) 4R

- E) 16R
- 8. Du skal måle strømmen gjennom og spenningen over en motstand. Hvordan skal du kople amperemeteret og voltmeteret i forhold til motstanden?
  - A) Kople begge instrumentene i parallell med motstanden.
  - B) Kople begge instrumentene i serie med motstanden.
  - C) Kople amperemeteret i parallell og voltmeteret i serie med motstanden.
  - D) Kople amperemeteret i serie og voltmeteret i parallell med motstanden.
  - E) Det har ingen betydning hvordan instrumentene koples i forhold til motstanden.

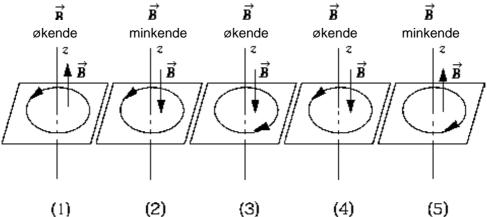
9.



En ledning befinner seg i et uniformt magnetfelt som har retning langs *y*-aksen. Den induserte elektromotoriske kraft i lederen er null (det induseres ingen strøm). På grunnlag av dette kan du konkludere at

- A) lederen beveger seg i z-retningen.
- B) lederen beveger seg i -z-retningen.
- C) lederen er i ro eller beveger seg parallelt med magnetfeltet.
- D) lederen beveger seg slik at dens hastighetsvektor har en vinkel i forhold til  $\vec{B}$  som hele tiden er forskjellig fra null.
- E) alle utsagn A-D er korrekte.

10.



En strømsløyfe ligger i xy planet, og z-aksen er normal til planet, med positiv retning oppover. Et uniformt magnetfelt har retning langs positiv eller negativ z-akse som angitt i figurene. Magnetfeltet endrer seg med tiden (økende eller minkende) som angitt, slik at den magnetiske fluksen gjennom strømsløyfen endres. Det diagrammet som korrekt viser retningen for den induserte strømmen i sløyfen er

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

# Formelliste for emnet TFY4102 Fysikk, våren 2009.

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning forutsettes å være kjent.

Fysiske konstanter:

Ett mol: 
$$M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g}$$
  $1\text{u} = 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   $N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 

$$k_{\rm B} = 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$
  $R = N_{\rm A} k_{\rm B} = 8.3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad 0^{\circ}\text{C} = 273.15 \text{ K}$ 

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$
  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 

$$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$
  $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ 

$$c = 2.9997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$
  $h = 6.6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$   $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 

Mekanikk: \_\_\_\_\_\_
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r},t), \text{ der } \mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = m\mathbf{d}\mathbf{r}/\mathbf{d}t; \mathbf{F} = m\mathbf{a}.$$

Konstant a: 
$$v = v_0 + at$$
;  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ ;  $2as = v^2 - v_0^2$ 

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$
;  $K = \frac{1}{2} mv^2$ ;  $U(\mathbf{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh; \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$ 

$$\mathbf{F} = -\nabla U$$
;  $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}U(x, y, z)$ ;  $E = \frac{1}{2}mv^2 + U(\mathbf{r}) + \text{friksjonsarbeid} = \text{konstant}$ .

Tørr friksjon:  $|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp$  eller  $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$ ; Viskøs friksjon:  $\mathbf{F}_f = -k_f v$ 

Statisk likevekt:  $\mathbf{F} = \sum_{i} \mathbf{F}_{i} = \mathbf{0}$ .

Elastisk støt:  $\Sigma_i p_i = \text{konstant}$ ;  $\Sigma_i E_i = \text{konstant}$ . Uelastisk støt:  $\Sigma_i p_i = \text{konstant}$ .

Vinkelhastighet:  $\mathbf{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}}$ ;  $|\mathbf{\omega}| = \omega = d\theta / dt$ ; Vinkelakselerasjon:  $\mathbf{\alpha} = d\mathbf{\omega} / dt$ ;  $\alpha = d\omega / dt = d^2\theta / dt^2$ .

Sirkelbevegelse:  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ ;  $v = r\omega$ ; Sentripetalakselerasjon  $a_{\rm r} = -v\omega = -v^2 / r = -r\omega^2$ 

Baneaks.:  $a_{\theta} = dv / dt = r d\omega / dt = r\alpha$ .

Hookes lov: F=-kx

\_Svingninger:

Udempet svingning:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ;  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ;  $T = 2\pi/\omega_0$ ;  $f_0 = 1/T = \omega_0/2\pi$ 

Pendel:  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ ; Matematisk pendel:  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ 

Dempet svingning:  $\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$   $\delta = \frac{b}{2m}$ 

Underkritisk dempet ( $\delta < \omega_0$ ):  $x(t) = Ae^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0)$   $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 

Tvungne svingninger:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \text{ . Når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos \left(\omega t + \phi\right), \ x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

Bølger: 
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$
  $y(x,t) = f(x \pm vt)$   $y(x,t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$ 

$$v = \pm \frac{\omega}{k}$$
  $|v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$  Streng:  $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  hvor  $T = \frac{F}{A}$  og  $\mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta l}$ 

Lydbølger:  $\xi(x,t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t)$   $p_{lyd} = kv^2 \rho \xi_0$ 

Luft: 
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$
 Fast stoff:  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 

$$P = \frac{1}{2}\mu\nu\omega^{2}y_{0}^{2} \qquad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2}\rho\nu\omega^{2}\xi_{0}^{2} \qquad I = \frac{1}{2}\frac{p_{lyd}^{2}}{\rho\nu} = \frac{1}{2}\frac{p_{lyd}^{2}}{\sqrt{\rho B}}$$

$$\beta$$
(i dB)=10 log<sub>10</sub>  $\frac{I}{I_{\min}}$ , der  $I_{\min}$  =10<sup>-12</sup> W/m<sup>2</sup>

Dopplereffekt, med positiv hastighetsretning regnet fra lytter (L) til kilde (S):  $\frac{f_L}{v + v_L} = \frac{f_S}{v + v_S}$ 

Stående bølger på streng:

$$y(t) = -A\cos(kx + \omega t) + A\cos(kx - \omega t) = 2A\sin(kx)\sin(\omega t) \qquad L = n\frac{\lambda}{2} \qquad f_n = n\frac{v}{2L}$$

Konstruktiv interferens:  $d \sin \theta = m\lambda$   $m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ 

## Termisk fysikk:

 $n = \text{antall mol}; N = nN_A = \text{antall molekyler}; f = \text{antall frihetsgrader}; \alpha = l^{-1}dl/dT$ 

 $Q_{in} = \Delta U + W$ ;  $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$  (Varmekapasiteten kan være gitt pr. masseenhet eller pr. mol)

$$PV = nRT = Nk_BT; PV = N\frac{2}{3}\langle K \rangle; \langle K \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}m\langle v_x^2 \rangle; \Delta W = P\Delta V; W = \int_1^2 PdV$$

Størrelser pr mol:  $C_V = \frac{1}{2}fR$ ;  $C_P = \frac{1}{2}(f+2)R = C_V + R$ ;  $dU = nC_V \cdot dT$ 

For ideell gass:  $\gamma \equiv C_P/C_V = (f+2)/f$ . Adiabat:  $PV^{\gamma} = konst$ .;  $TV^{\gamma-1} = konst$ .

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner:  $\varepsilon = W/Q_H$ ; Carnot:  $\varepsilon = 1 - T_C/T_H$ : Otto:  $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma - 1}$ 

$$\text{Kjøleskap: } \eta_{\scriptscriptstyle K} = \left| \frac{Q_{\scriptscriptstyle C}}{W} \right| \xrightarrow{Carnot} \frac{T_{\scriptscriptstyle C}}{T_{\scriptscriptstyle H} - T_{\scriptscriptstyle C}} \text{; Varmepumpe: } \eta_{\scriptscriptstyle VP} = \left| \frac{Q_{\scriptscriptstyle H}}{W} \right| \xrightarrow{Carnot} \frac{T_{\scriptscriptstyle H}}{T_{\scriptscriptstyle H} - T_{\scriptscriptstyle C}}$$

Clausius: 
$$\sum \frac{\Delta Q}{T} \le 0$$
;  $\oint \frac{dQ}{T} \le 0$ ; Entropi:  $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$ ;  $\Delta S_{12} = \int_{1}^{2} \frac{dQ_{rev}}{T}$ ;  $S = k_B \ln W$ 

Entropiendring 1  $\rightarrow$  2 i en ideell gass:  $\Delta S_{12} = nC_V \ln(T_2/T_1) + nR \ln(V_2/V_1)$ 

#### \_\_\_\_\_ Elektrisitet og magnetisme:

Coulomb: 
$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$
;  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$ ;  $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ .

Elektrisk felt: 
$$\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right\rangle \rightarrow -\frac{dV}{dx} \hat{\mathbf{x}} .$$

Elektrisk potensial: 
$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

1. Gauss lov: 
$$\oint_{S} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint_{S} E_{n} dA = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_{0}}$$

2. Gauss lov for magnetisme: 
$$\oint_{S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \oint_{S} B_{n} dA = 0$$

3. Faradays lov: 
$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$$

4. Amperes lov: 
$$\oint_{C} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_{0} \left( I + I_{D} \right), \quad I_{D} = \varepsilon_{0} \int_{C} \frac{\partial E_{n}}{\partial t} dA$$

Fluks: 
$$\Phi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$
;  $\Phi_M = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ .

Kapasitans: 
$$C \equiv \frac{Q}{V}$$
 For platekondensator:  $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ .  $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Q^2/C$ .

Energitetthet: 
$$u_E = \frac{U_E}{volum} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$
;  $u_B = \frac{U_B}{volum} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$ 

Biot-Savarts lov: 
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{e}}_r}{r^2} \qquad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{e}}_r)}{r^2}$$

Lorentzkraften: 
$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$
;  $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$ 

Kraft mellom to parallelle, strømførende ledere:  $F = \mu_0 \frac{I_1 I_2 L}{2\pi r}$ 

Faradays induksjonslov: 
$$V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$
 Selvinduksjon:  $V_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$ 

RC-krets: 
$$\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{RC}Q = 0; \quad Q = Q_0 \exp\left(-t/(RC)\right); \quad I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} \exp\left(-t/(RC)\right)$$

*RL*-krets: 
$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{V}{R}; I = \frac{V}{R} \left( 1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right)$$

LC-krets: 
$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = 0; Q = A\cos(\omega t - \psi); \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

*RLC*-krets: 
$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{LC}Q = 0 \qquad Q = A\exp\left(-\frac{R}{2L}\right)\cos\left(\omega't - \varphi\right); \ \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$