
Contents

1	范畴、函子和自然变换	1
1.1	范畴	1

范畴、函子和自然变换

1.1 范畴

定义 1.1. 一个范畴 A 由以下内容组成：

- 一族对象 $\text{ob}(A)$ ；
- 对于每个 $A, B \in \text{ob}(A)$ ，存在一族从 A 到 B 的态射 $\text{Hom}(A, B)$ ；
- 对于每个 $A, B, C \in \text{ob}(A)$ ，有一个复合映射：

$$\text{Hom}(A, B) \times \text{Hom}(B, C) \rightarrow \text{Hom}(A, C), \quad (g, f) \mapsto g \circ f;$$

- 对于每个 $A \in \text{ob}(A)$ ，存在 A 上的单位 $1_A \in \text{Hom}(A, A)$ ，

此外态射需要满足：

- 对于每个 $f \in \text{Hom}(A, B)$ ， $g \in \text{Hom}(B, C)$ 与 $h \in \text{Hom}(C, D)$ ，有 $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ ；
- 对于每个 $f \in \text{Hom}(A, B)$ ，有 $f \circ 1_A = f = 1_B \circ f$ 。

注释 1.2. 我们通常使用 $A \in A$ 表示 $A \in \text{ob}(A)$ ， $f : A \rightarrow B$ 或者 $A \xrightarrow{f} B$ 表示