EXAMEN - cours de Probabilité

Type d'examen: Mathématiques (QCM 25% + Exercices pratiques 75%)
Questions QCM: 5
Exercices pratiques: 3
Score de passage: 70.0%
Temps limite: 30 minutes

PARTIE 1 : QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (25% de la note)

Question 1 (1.0 point)

Quelle est la définition d'un événement certain en probabilité ?

- ■ Un événement qui ne peut jamais se produire
- ■ Un événement qui se produit avec une probabilité de 0
- ✓ Un événement qui se produit avec une probabilité de 1
- ■ Un événement qui peut se produire avec une probabilité variable

Explication: *Un événement certain est défini comme un événement qui se produit toujours, ce qui correspond à une probabilité de 1. Cela signifie que, dans le cadre d'une expérience aléatoire, cet événement se réalisera à coup sûr.*

Question 2 (1.0 point)

Si une pièce est lancée, quelle est la probabilité d'obtenir un 'face' ?

- ■ 1/3
- ✓ 1/2
- ■ 1/4
- ■ 1

Explication: *Lors du lancement d'une pièce, il y a deux résultats possibles : 'face' ou 'pile'. La probabilité d'obtenir 'face' est donc de 1 sur 2, soit 1/2, car il y a deux résultats également probables.*

Question 3 (1.0 point)

Quelle loi de probabilité est utilisée pour modéliser le nombre de succès dans une série d'essais indépendants ?

- ■ Loi normale
- ✓ Loi binomiale
- ■ Loi de Poisson
- ■ Loi uniforme

Explication: *La loi binomiale est utilisée pour modéliser le nombre de succès dans une série d'essais indépendants, où chaque essai a deux résultats possibles (succès ou échec). Cela est fondamental dans l'étude des probabilités, comme décrit dans le module.*

Question 4 (1.0 point)

Quelle est la principale caractéristique de la loi de Poisson ?

- ■ Elle s'applique uniquement à des événements continus
- ■ Elle est utilisée pour des événements qui se produisent à des intervalles fixes
- ✓ Elle modélise le nombre d'événements dans un intervalle de temps fixe
- ■ Elle nécessite que les événements soient dépendants

Explication: *La loi de Poisson modélise le nombre d'événements qui se produisent dans un intervalle de temps fixe, sous certaines conditions. Elle est souvent utilisée pour des événements rares, ce qui est un aspect clé de son application en probabilité.*

Question 5 (1.0 point)

Comment calcule-t-on la variance d'une variable aléatoire discrète ?

- ■ En prenant la moyenne des valeurs possibles
- ✓ En soustrayant la moyenne des valeurs possibles de chaque valeur, puis en élevant au carré et en prenant la moyenne
- ■ En additionnant toutes les valeurs possibles
- ■ En multipliant la moyenne par le nombre d'événements

Explication: *La variance d'une variable aléatoire discrète est calculée en soustrayant la moyenne de chaque valeur possible, en élevant ce résultat au carré, puis en prenant la moyenne de ces carrés. Cela mesure la dispersion des valeurs par rapport à la moyenne, un concept fondamental dans le module de probabilité.*

PARTIE 2 : EXERCICES PRATIQUES (75% de la note)

Exercice 1 : Analyse des probabilités dans un jeu de dés

Partie A : Probabilités de résultats simples

a) Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair lors du lancer d'un dé à six faces.

____
–

____
–

b) Quel est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4 lors d'un lancer de dé ?

____
–

____
–

c) Si l'on lance deux dés, quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale à 7 ?

____
–

____
–

Partie B : Probabilités conditionnelles

a) Si l'on sait qu'au moins un des dés lancés montre un 3, quelle est la probabilité que la somme des deux dés soit égale à 7 ?

____
–

____
–

b) Déterminez la probabilité d'obtenir un 1 sur le premier dé, sachant que la somme des deux dés est supérieure à 8.

____
–

_

Partie C : Expérimentation et loi des grands nombres

a) Si l'on effectue 1000 lancers de deux dés, quelles sont les attentes théoriques pour le nombre de fois où la somme sera égale à 7 ?

_

_

b) Après avoir effectué l'expérience, vous trouvez que la somme égale à 7 est obtenue 150 fois. Que pouvez-vous conclure concernant la loi des grands nombres ?

_

_

Exercice 2 : Étude des probabilités dans un tirage au sort

Partie A : Probabilité d'événements simples

a) Dans un tirage au sort de 10 boules numérotées de 1 à 10, quelle est la probabilité de tirer un nombre impair ?

____
_

____
_

b) Quelle est la probabilité de tirer un nombre supérieur à 7 ?

____
_

____
_

c) Si deux boules sont tirées successivement sans remise, quelle est la probabilité que les deux soient des nombres pairs ?

____
_

____
_

Partie B : Probabilités conditionnelles et indépendance

a) Si l'on sait que la première boule tirée était un nombre pair, quelle est la probabilité que la deuxième boule tirée soit également un nombre pair ?

____
_

____
_

b) Déterminez si les événements 'tirer un nombre pair' et 'tirer un nombre supérieur à 7' sont indépendants.

____
_

____
_

Partie C : Application de la loi binomiale

a) Si l'on effectue 10 tirages, quelle est la probabilité de tirer exactement 4 boules paires ?

____
–

____
–

b) Calculez la probabilité de tirer au moins 3 boules paires parmi les 10 tirages.

____
–

____
–

Exercice 3 : Analyse des probabilités dans une enquête

Partie A : Calcul de probabilités simples

a) Une enquête sur 100 personnes révèle que 60 aiment le chocolat. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard aime le chocolat ?

____
_

____
_

b) Si l'on choisit deux personnes au hasard, quelle est la probabilité qu'elles aiment toutes les deux le chocolat ?

____
_

____
_

c) Quelle est la probabilité qu'au moins une des deux personnes choisies n'aime pas le chocolat ?

____
_

____
_

Partie B : Probabilités conditionnelles et théorème de Bayes

a) Si l'on sait qu'une personne aime le chocolat, quelle est la probabilité qu'elle soit un homme, sachant que 40% des amateurs de chocolat sont des hommes ?

____
_

____
_

b) Déterminez la probabilité qu'une personne choisie au hasard soit un homme, sachant qu'elle aime le chocolat.

____
_

_

Partie C : Utilisation de la loi multinomiale

a) Dans une enquête auprès de 100 personnes, 40 aiment le chocolat, 30 aiment la vanille et 30 aiment les fruits. Calculez la probabilité que, dans un échantillon de 5 personnes, 2 aiment le chocolat, 2 aiment la vanille et 1 aime les fruits.

_

_

b) Que pouvez-vous conclure sur la diversité des préférences des personnes interrogées en vous basant sur les résultats obtenus ?

_

_