

EXAMEN - cours de Probabilité

Type d'examen: Mathématiques (QCM 25% + Exercices pratiques 75%)

Questions QCM: 5

Exercices pratiques: 3

Score de passage: 70.0%

Temps limite: 30 minutes

PARTIE 1 : QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (25% de la note)

Question 1 (1.0 point)

Quelle est la définition d'un événement certain dans le cadre des probabilités?

- ☐ Un événement qui ne peut jamais se produire
- ☐ Un événement qui a une probabilité de 0,5
- ☐ Un événement qui se produit toujours
- ☒ Un événement qui a une probabilité de 1

Explication: Un événement certain est défini comme un événement qui se produit toujours, ce qui signifie qu'il a une probabilité de 1. Cela fait partie des bases des lois de probabilités.

Question 2 (1.0 point)

Si une pièce de monnaie est lancée, quelle est la probabilité d'obtenir une face?

- ☐ 0
- ☐ 0,25
- ☒ 0,5
- ☐ 1

Explication: La probabilité d'obtenir une face lors du lancer d'une pièce de monnaie équilibrée est de 0,5, car il y a deux résultats possibles (face ou pile) et chaque résultat est également probable.

Question 3 (1.0 point)

Dans une distribution normale, quel pourcentage des données se situe à moins d'un écart type de la moyenne?

- ☐ 50%
- ☒ 68%
- ☐ 95%
- ☐ 99%

Explication: Dans une distribution normale, environ 68% des données se trouvent à moins d'un écart type de la moyenne. Ce fait est essentiel dans l'étude des lois de probabilités et des distributions.

Question 4 (1.0 point)

Si deux événements A et B sont indépendants, quelle est la probabilité que les deux événements se produisent simultanément?

- ☐ $P(A) + P(B)$
- ☒ $P(A) * P(B)$
- ☐ $P(A) - P(B)$
- ☐ $P(A) / P(B)$

Explication: Pour deux événements indépendants A et B, la probabilité que les deux événements se produisent simultanément est donnée par le produit de leurs probabilités individuelles, soit $P(A) * P(B)$.

Question 5 (1.0 point)

Lors d'un tirage au sort de 5 boules parmi 10 numérotées, quelle méthode de calcul utiliseriez-vous pour déterminer le nombre de combinaisons possibles?

- ☐ Factorielle
- ☐ Permutation
- ☐ Binomiale
- ☒ Combinaison

Explication: Pour déterminer le nombre de combinaisons possibles lors du tirage de 5 boules parmi 10, on utilise la méthode des combinaisons, qui est calculée par la formule $C(n, k) = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$, où n est le nombre total d'éléments et k le nombre d'éléments à choisir.

PARTIE 2 : EXERCICES PRATIQUES (75% de la note)

Exercice 1 : Analyse des probabilités dans un jeu de dés

Partie A : Probabilités sur un lancer de dés

a) Calculez la probabilité d'obtenir un nombre pair lors d'un lancer d'un dé à six faces.

b) Quel est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4 ?

c) Si vous lancez deux dés, quelle est la probabilité que la somme des deux dés soit égale à 7 ?

Partie B : Événements indépendants

a) Si vous lancez un dé et une pièce, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair sur le dé et face sur la pièce ?

b) Expliquez pourquoi les événements de lancer de dé et de lancer de pièce sont indépendants.

Partie C : Scénarios combinés

a) Quel est la probabilité d'obtenir au moins un 6 en lançant trois dés ?

b) Si vous lancez deux dés, quelle est la probabilité que les deux dés montrent le même nombre ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 : Étude des distributions de probabilité

Partie A : Distribution binomiale

a) Une pièce est lancée 10 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 6 faces ?

—

b) Calculez la probabilité d'obtenir au moins 4 faces lors de ces 10 lancers.

—

Partie B : Distribution normale

a) Une variable aléatoire suit une loi normale de moyenne 50 et d'écart type 5. Quelle est la probabilité que cette variable soit supérieure à 55 ?

—

b) Quelle est la probabilité que la variable soit comprise entre 45 et 55 ?

—

Partie C : Comparaison des distributions

a) Comparez les caractéristiques de la distribution binomiale et de la distribution normale. Dans quels cas peut-on utiliser l'une à la place de l'autre ?

—

–

b) Si on prend une variable aléatoire qui suit une loi binomiale avec $n=20$ et $p=0.3$, quelles sont les valeurs approximatives de la moyenne et de la variance ?

–

–

Exercice 3 : Applications des probabilités conditionnelles

Partie A : Probabilités conditionnelles

a) Dans une classe de 30 élèves, 18 sont des filles et 12 sont des garçons. Si un élève est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ?

—

—

b) Si l'on sait que l'élève choisi est une fille, quelle est la probabilité qu'elle ait réussi un examen ? Considérez que 10 des filles ont réussi.

—

—

Partie B : Théorème de Bayes

a) Un test médical a un taux de faux positifs de 5% et un taux de vrais positifs de 90%. Si 1% de la population a la maladie, quelle est la probabilité qu'une personne testée positive ait réellement la maladie ?

—

—

b) Interprétez les résultats obtenus. Que signifie cette probabilité dans le contexte du test médical ?

—

—

Partie C : Problèmes complexes

a) Dans une entreprise, 70% des employés sont satisfaits de leur travail. Les employés satisfaits ont 80% de chances de recommander l'entreprise à un ami. Calculez la

probabilité qu'un employé recommandé soit satisfait de son travail.

—

—

b) Si un employé recommandé est effectivement satisfait, quelle est la probabilité qu'il soit un employé satisfaisant ?

—

—