

EXAMEN - cours de Probabilité

Type d'examen: Mathématiques (QCM 25% + Exercices pratiques 75%)

Questions QCM: 5

Exercices pratiques: 8

Score de passage: 70.0%

Temps limite: 30 minutes

PARTIE 1 : QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (25% de la note)

Question 1 (1.0 point)

Quelle est la définition d'une variable aléatoire ?

- ☒ Une fonction qui associe un nombre à chaque événement d'un espace probabiliste
- ☐ Un événement qui ne peut pas se produire
- ☐ Une mesure de la probabilité d'un événement
- ☐ Une série de résultats possibles d'une expérience

Explication: Une variable aléatoire est définie comme une fonction qui associe un nombre à chaque événement d'un espace probabiliste, permettant ainsi de quantifier des résultats aléatoires.

Question 2 (1.0 point)

Quel est le résultat de la somme des probabilités de tous les événements d'un espace probabiliste ?

- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ Infini
- ☐ 0.5

Explication: La somme des probabilités de tous les événements d'un espace probabiliste est toujours égale à 1, ce qui signifie que l'un des événements doit se produire.

Question 3 (1.0 point)

Si un dé est lancé, quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

☐ 1/6

☐ 1/3

☒ 1/2

☐ 2/3

Explication: Le dé a trois nombres pairs (2, 4, 6) sur six faces. Donc, la probabilité d'obtenir un nombre pair est de $\frac{3}{6}$, ce qui simplifie à $\frac{1}{2}$.

Question 4 (1.0 point)

Quelle loi de probabilité est utilisée pour modéliser le nombre de succès dans une série d'essais indépendants ?

- ☐ Loi normale
- ☐ Loi de Poisson
- ☒ Loi binomiale
- ☐ Loi uniforme

Explication: La loi binomiale est utilisée pour modéliser le nombre de succès dans une série d'essais indépendants, où chaque essai a deux résultats possibles (succès ou échec).

Question 5 (1.0 point)

Dans un tirage sans remise de 5 cartes d'un jeu de 52 cartes, quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 As ?

- ✓ $C(4,3) * C(48,2) / C(52,5)$
- $C(52,5) / C(4,3)$
- $C(4,3) * C(48,5) / C(52,5)$
- $C(52,3) * C(48,2) / C(4,5)$

Explication: La probabilité d'obtenir exactement 3 As dans un tirage de 5 cartes est calculée par $C(4,3)$ (choisir 3 As parmi 4) multiplié par $C(48,2)$ (choisir 2 autres cartes parmi 48 non-As), le tout divisé par $C(52,5)$ (le nombre total de façons de tirer 5 cartes parmi 52).

PARTIE 2 : EXERCICES PRATIQUES (75% de la note)

Exercice 1 (10 points)

Une entreprise de transport livre des colis dans une ville. Selon les données historiques, 70% des livraisons sont effectuées à temps, 20% sont retardées, et 10% échouent (non livrées). Si une livraison échoue, il y a 60% de chances qu'elle soit due à un problème de circulation. Calculez la probabilité qu'une livraison soit effectuée à temps, sachant qu'elle n'a pas échoué.

Indice: Utilisez le théorème de Bayes pour résoudre ce problème.

Réponse :

—

—

—

Exercice 2 (10 points)

Une école organise un concours de mathématiques et prévoit que 40% des élèves participeront. Parmi ceux qui participent, 25% gagneront un prix. Si 200 élèves sont inscrits, quelle est la probabilité qu'au moins 30 élèves gagnent un prix? Utilisez la loi binomiale pour résoudre ce problème.

Indice: Calculez d'abord la moyenne et l'écart type de la distribution binomiale.

Réponse :

—

—

—

Exercice 3 (10 points)

Dans une salle de cinéma, 60% des spectateurs choisissent des popcorns, 25% préfèrent des bonbons, et 15% choisissent des boissons. Si un spectateur est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il ne prenne ni popcorn ni bonbons? Supposons que 150 spectateurs sont présents dans la salle.

Indice: Calculez la probabilité de ne pas choisir l'un des deux éléments.

Réponse :

—

—

—

Exercice 4 (10 points)

Un fabricant de vêtements sait que 5% de ses produits présentent des défauts. Il effectue un contrôle qualité sur un lot de 1000 vêtements. Quelle est la probabilité qu'au moins 50 vêtements soient défectueux? Utilisez l'approximation normale pour résoudre ce problème.

Indice: Commencez par calculer la moyenne et la variance, puis utilisez la loi normale.

Réponse :

—

—

—

Exercice 5 (10 points)

Lors d'une élection, un sondage indique que 55% des électeurs ont l'intention de voter pour le candidat A et 45% pour le candidat B. Si un échantillon de 200 électeurs est interrogé, quelle est la probabilité que moins de 100 électeurs choisissent le candidat A? Utilisez la loi normale pour approximer la probabilité.

Indice: Calculez d'abord la moyenne et l'écart type de la distribution.

Réponse :

—

—

—

Exercice 6 (10 points)

Une compagnie d'assurance a constaté que 1% de ses assurés déclarent un sinistre par an. Si 5000 clients sont assurés, quelle est la probabilité que plus de 60 clients déclarent un sinistre dans l'année? Utilisez l'approximation de Poisson pour résoudre ce problème.

***Indice:** Utilisez la moyenne de la distribution de Poisson pour commencer.*

Réponse :

—

—

—

Exercice 7 (10 points)

Une société de livraison de repas sait que pour chaque commande, il y a 30% de chances qu'elle soit annulée. Si 10 commandes sont passées en une heure, quelle est la probabilité qu'au moins 3 commandes soient annulées? Utilisez la loi binomiale pour résoudre ce problème.

Indice: Calculez d'abord la probabilité de 0 à 2 annulations, puis soustrayez de 1.

Réponse :

—

—

—

Exercice 8 (10 points)

Dans un magasin de vêtements, 70% des clients achètent un article après avoir essayé. Si un client entre dans le magasin, quelle est la probabilité qu'il essaie au moins 3 articles avant d'acheter? Supposons que le nombre d'essais suit une loi géométrique.

Indice: Utilisez la formule de la loi géométrique pour calculer cette probabilité.

Réponse :

—

—

—