

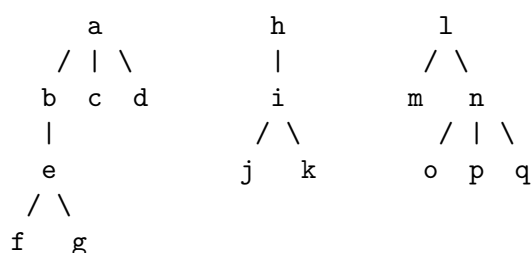


Question 1. Structure de nœud et types forêt et arbreGeneral

Rappelez comment représenter un arbre général ou d'une forêt sous la forme enfant-fratrie.

Donnez la structure nœud et les types forêt et arbreGeneral.

Dessinez la représentation enfant-fratrie de la forêt F_0 ci-dessous.



Question 2. Nombre de nœuds internes

- Comment définit-on un nœud interne sur F ?
- Écrivez une procédure *nombreNoeudsInternes*($F : \text{foret}$) qui renvoie le nombre de nœuds internes de la forêt F .

Question 3. Nombre de nœuds par niveau

Soit N un nœud de profondeur (ou niveau) k d'une forêt F .

- Quelle est la profondeur de $N \rightarrow \text{premierEnfant}$ et $N \rightarrow \text{premierFratrie}$?
- Déduisez-en une procédure *nombreNoeudsNiveau*($F : \text{foret}, k : \text{entier}$) qui renvoie le nombre de nœuds de niveau k .

Question 4. Forêts égales

- Écrivez une procédure *egalesForets*($F, G : \text{foret}$) : *booléen* qui renvoie VRAI si les deux forêts F et G sont égales (mêmes nœuds et même valeurs) et FAUX sinon.
- On suppose que F possède n nœuds et G m nœuds, avec $n \leq m$.
On définit le coût de la procédure comme étant le nombre de comparaisons de la valeur d'un nœud de F avec celle d'un nœud de G .
Donnez le coût dans le meilleur des cas et dans le pire des cas.
Dans chaque cas, donnez un exemple de forêts F et G .

Question 5. Branches gauche et droite d'un arbre

On définit une branche d'un arbre général comme le chemin (la suite des nœuds) allant de la racine jusqu'à une feuille.

Nous avons donc autant de branches que de feuilles.

- Expliquez comment parcourir la branche gauche (la branche la plus à gauche).
Donnez la différence avec la branche gauche d'un arbre binaire. Donnez des exemples.
Écrivez une procédure *brancheGauche*($F : \text{forêt}$) qui affiche cette branche.

- b) Expliquez comment parcourir la branche droite (la branche la plus à droite).
Écrivez une procédure *brancheDroite(F : forêt)* qui affiche cette branche.
- c) On définit comme coût de ces deux procédures le nombre de nœuds visités.
Comparez le coût des deux procédures.
Pour quelle procédure le coût est lié à la hauteur de la forêt ?

Question 6. * Degré d'un arbre

Dans un arbre général, le degré d'un nœud est le nombre d'enfants de ce nœud.

Le degré de l'arbre est le degré maximal de ses nœuds et le degré d'une forêt est le degré maximal de ses arbres.

- a) Déterminez le degré de la forêt F_0 .
- b) Nous sommes sur un nœud N , on définit d comme étant le nombre d'enfants du parent de ce nœud déjà visités. Comment évolue d sur $N \rightarrow enfant$ et $N \rightarrow fratrie$?
- c) Déduisez-en une procédure récursive *degreArbre(A : arbreGeneral, d : entier)* qui renvoie le degré de l'arbre général A . Quelle valeur faut-il mettre à d pour appeler cette procédure ?

On appellera cette procédure sur un arbre différent de None, le test $A = None$ est donc effectué avant l'appel de la procédure.

Distinguez les quatre cas suivants :

- 1. $A \rightarrow enfant = None$ et $A \rightarrow fratrie = None$
- 2. $A \rightarrow enfant = None$ et $A \rightarrow fratrie \neq None$
- 3. $A \rightarrow enfant \neq None$ et $A \rightarrow fratrie = None$
- 4. $A \rightarrow enfant \neq None$ et $A \rightarrow fratrie \neq None$
- d) Calculez le nombre d'appels récursifs en fonction du nombre de nœuds.
Est-ce que ce nombre d'appels dépend de la structure de l'arbre ?

Question 7. * Parcours en largeur des nœuds d'une forêt

On considère la procédure *affichageForet* suivante

```
affichageForet(F : foret)
  afficher F->valeur
  affichageForet(F->fratrie)
  affichageForet(F->enfant)
```

- a) Dans quel ordre sont affichés les nœuds de F_0 avec la procédure *affichageForet* ?
- b) Donnez l'ordre d'affichage des nœuds de F_0 avec le parcours en largeur.
Que faut-il modifier dans la procédure *affichageForet* pour obtenir le parcours en largeur ?
- c) Expliquez comment utiliser une file pour effectuer le parcours en largeur.
On ne demandera pas d'écrire une procédure, mais d'exécuter l'algorithme sur F_0 .

Pour les plus rapides :

- d) Écrivez la procédure *affichageLargeurForet(F : foret)* qui affiche les valeurs des nœuds avec le parcours en largeur.
- e) Reprenez la procédure *affichageForet* en échangeant les deux dernières instructions.
Étudiez cette nouvelle procédure en l'exécutant sur la forêt F_0 .