

VILNIAUS UNIVERSITETAS  
MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS

Kursinis darbas

Populiacija ir ekonomikos augimas  
besivystančiose šalyse: Lietuvos atvejis

Population and economic growth in developing  
countries: Lithuanian case

Eligijus Bujokas, Martynas Mylė

VILNIUS (Metai)

**MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS**  
**EKONOMETRINĖS ANALIZĖS KATEDRA**

Darbo vadovė lektorė dr. Jurgita Markevičiūtė

Darbas apgintas 2014.12.03

# Populiacija ir ekonomikos augimas besivystančiose šalyse: Lietuvos atvejis

## Santrauka

Šio kursinio darbo tikslas buvo ištirti, kaip tam tikri su populiacija susiję ekonominiai rodikliai įtakoja Lietuvos ekonominį lygį.

Duomenų pagalba, kurie imti iš Lietuvos statistikos departameno internetinio portalo bei eurostat, nustatėme, kad Lietuvos populiacijos augimo tempas, emigracija bei užimtųjų skaičius, dirbantis technologijų ir mokslo srityse, tiesiškai veikia šalies ekonominį lygį. Kaip Lietuvos ekonomikos lygio reprezentacinį kintamąjį naudojome bendrąsias nacionalines realiąsias disponuojamas pajamas.

**Raktiniai žodžiai :** *Bendrosios nacionalinės pajamos, tiesinis modelis, emigracija, užimtųjų skaičius, dirbantis mokslo ir technologijų srityse, populiacijos augimo tempas*

## Population and economic growth in developing countries : Lithuania's case

## Abstract

The goal of this paper was to find out how some population related variables influence the economic growth of Lithuania.

Using data collected from the National Statistics Department of Lithuania and eurostat we concluded that the national growth rate, human resource in science and technology and emigration linearly significantly influence Lithuania's economic growth. Gross national product was used as a measure for economic state.

**Key words :** *Gross national product, linear model, emigration, human resource in science and technology, population growth rate*

# Turinys

<b>1</b>	<b>Įvadas</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Populiacijos rodiklių įtaka ekonomikai pasaulyje</b>	<b>4</b>
2.1	Augimo etapai . . . . .	4
2.2	Fatalizmas prieš optimizmą . . . . .	5
2.3	Darbo rinka . . . . .	7
2.4	Urbanizacija . . . . .	8
2.5	Technologinė pažanga . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Pasaulinės teorijos Lietuvoje</b>	<b>10</b>
3.1	Emigracija ir darbo rinka . . . . .	10
3.2	Veiksniai, skatinantys Lietuvos ekonomiką . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Aprošomoji statistika</b>	<b>14</b>
4.1	Bendrosios nacionalinės pajamos . . . . .	14
4.2	Malto teorija Lietuvoje . . . . .	15
4.3	Duomenų transformavimas . . . . .	16
4.3.1	Natūralusis logaritmas . . . . .	16
4.3.2	Kintamųjų skirtumai $\Delta x$ . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Ekonometrinė duomenų analizė</b>	<b>21</b>
5.1	Naivus modelis . . . . .	21
5.2	Peržiūrėtas modelis #1 . . . . .	22
5.3	Pirmojo modelio adekvatumo tikrinimas . . . . .	22
5.4	Peržiūrėtas modelis #2 . . . . .	25
5.5	Antrojo modelio adekvatumo tikrinimas . . . . .	25
5.6	Modelių lyginimas . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Išvados</b>	<b>29</b>
<b>7</b>	<b>Literatūros ir interneto šaltinių sąrašas</b>	<b>30</b>

# 1 Įvadas

Adamas Smitas savo knygos "Tautų turtas" įvade rašė: "Naudingų ir produktyvių darbuotojų skaičius, kaip toliau matysime, visada yra proporcingas sukauptam kapitalui". Taigi, kuo daugiau šalyje yra darbininkų ( savo ruožtu - gyventojų ), tuo šalyje yra daugiau kapitalo. Knyga "Tautų turtas" buvo parašyta dar 18 amžiuje, bet prabėgus daugiau kaip 300 metų, ekonomistai suvokia ekonomikos augimo priežastis panašiai. Gregas Ipas, žurnalo "THE ECONOMIST" JAV padalinio ekonomikos redaktorius, knygoje "Praktinė ekonomika" pabrėžė: "Trumpai tariant, augimas paremtas dviem statybiniais blokais: gyventojais ir produktyvumu. 1.Gyventojų skaičius nulemia, kiek darbuotojų turės valstybė. 2.Produktyvumas, arba gamyba, tenkanti vienam darbuotojui, apibrėžia, kiek uždirbs kiekvienas darbuotojas."

Lietuvoje gyventojų skaičius nuo pat tada, kai Lietuvos Statistikos departamentas ėmė rinkti ir publikuoti tokius duomenis (išskyrus 2005 metus), stabiliai mažėjo. Pirmasis įrašas yra 1996 metais ir tuomet Lietuvoje metų pradžioje gyveno 3 615 212 asmenys. 2014 metų pradžioje Lietuvos Respublikoje gyveno 2 943 472 asmenys. Tai rodo, kad per 18 metų Lietuvos populiacija sumažėjo apie 22.8 procentais. Taipogi Lietuvoje auga pensinio amžiaus žmonių santykis palyginti su visa populiacija. 2001 metais šis santykis procentaliai buvo 20.6 procentų, 2014 metais – 22.4 procentų. Procentų skirtumas atrodo nedidelis, bet turint galvoje spartų populiacijos mažėjimą, netgi mažas senyvo amžiaus žmonių procentinis padidėjimas reiškia, kad likusiai darbo jėgai teks išlaikyti vis daugiau ir daugiau žmonių.

Tačiau, nors ir Lietuvos gyventojų skaičius mažėjo, emigracija didėjo, tačiau Lietuvos bendrasis vidaus produktas bei bendros nacionalinės pajamos ( BVP ir BNP atitinkamai ) nuo pat priklausomybės atgavimo, stabiliai ( išskyrus krizės metą ) didėjo. Palyginti su 1996 metų bendruoju vidaus produktu, 2013 metais BVP buvo didesnis apie 3.5 kartus. Šiame kursiniame darbe mes norime sužinoti, kokie ryšiai galioja tarp įvairių populiacijos rodiklių ir Lietuvos ekonominio lygio. Norėdami nustatyti šiuos ryšius bandysime sudaryti dinaminį linijinį modelį, kurio priklausomasis kintamasis yra bendrosios realiosios nacionalinės disponuojamos pajamos.

## 2 Populiacijos rodiklių įtaka ekonomikai pasaulyje

### 2.1 Augimo etapai

Visų pirma reikėtų aptarti, ką mes vadiname besivystančia šalimi. Nors ir universalaus ir griežto apibrėžimo nėra, kuris skirtų išsivysčiusias ir besivystančias šalis, yra sutariama, jog besivystanti šalis yra tokia, kurioje yra žemi atlyginimai, neišvystyta infrastruktūra, žemas gyvenimo kokybės indeksas ir, mums aktualus rodiklis, sparčiai didėjantis gimstamumas. tarptautinis valiutos fondas ( International Monetary Fund ) savo naujausiose duomenyse Lietuvą priskiria prie besivystančių šalių. Jų pačių duomenimis, Lietuva, iš 187 šalių, kurios buvo vertintos, 2013 metais užėmė 47 vietą pasaulyje pagal BVP vienam gyventojui įvertinus infliaciją bei 35 vietą iš 187 šalių pagal visuomenės išsivystimo indeksą ( human development index ) . Vertinant BVP, Lietuvą išties galima būtų vadinti besivystančio pasaulio šalimi. Tačiau Lietuvos demografinė padėtis turi esminį skirtumą, nei, tarkim, Afrikos šalių ar rytų Azijos regionų besivystančios šalys – Lietuvoje gimstamumas praktiškai nekinta, o mirtingumas didėja.

Knygoje „Development Economics; From the Poverty to the Wealth of Nations“[4] ( Besivystimo Ekonomika; Nuo Skurdo iki Tautų Turtų), parašytos dviejų Japonų autorių Yujihito Hayami ir Yoshihisa Godo, visuomenės besivystymas, pereinant iš skurdžios valstybės į išsivysčiusią šalį, aiškinamas per demografijos pokyčius. Gimstamumo tempo ir mirtingumo tempo ( toliau GT ir MT atitinkamai ) santykis yra vadinamas natūraliuoju populiacijos augimo tempu ( toliau – NT). Šalies modernėjimas vyksta 3 etapais:

Pradėkime nuo laikotarpio prieš 1 etapą, kai vargingoje šalyje abu GT ir MT yra labai aukšti.

- 1 etape, kai šalis po truputį modernėja, sveikatos apsauga gerėja, kyla atlyginimai, MT po truputį pradeda mažėti, savo ruožtu GT išsilaiko pastovus. Tai lemia NT didėjimą, todėl populiacija šalyje pradeda augti. Kalbant makroekonomikos terminologija, šalyse, esančiose pirmame keitimosi etape, nors ir yra pradedamos paveldėti išsivysčiusių šalių technologijos, tačiau teisinė ir socialinė bazės nėra modernios: veši nepilnamečių ir vaikų darbas, vienintelis būdas, kaip vyresniems žmonėms išgyventi, yra toks, kad juos išlaikytų jų vaikai. Todėl naudingumas, gaunamas iš kiekvieno vaiko, yra labai didelis. Tokia teorija gali paaiškinti, dėl ko vargingesnėse šalyse gimstamumas toks aukštas.

- 2 etapas pasižymi tuom, jog MT nustoja mažėti, nors GT išsilaiko pastovus, todėl populiacija toliau auga, bet jos augimo tempas pradeda mažėti. Šiame etape šalys galutinai perima medicininės technologijas, įtvirtina socialines bei teises institucijas, dėl to mirtingumas sumažėja.

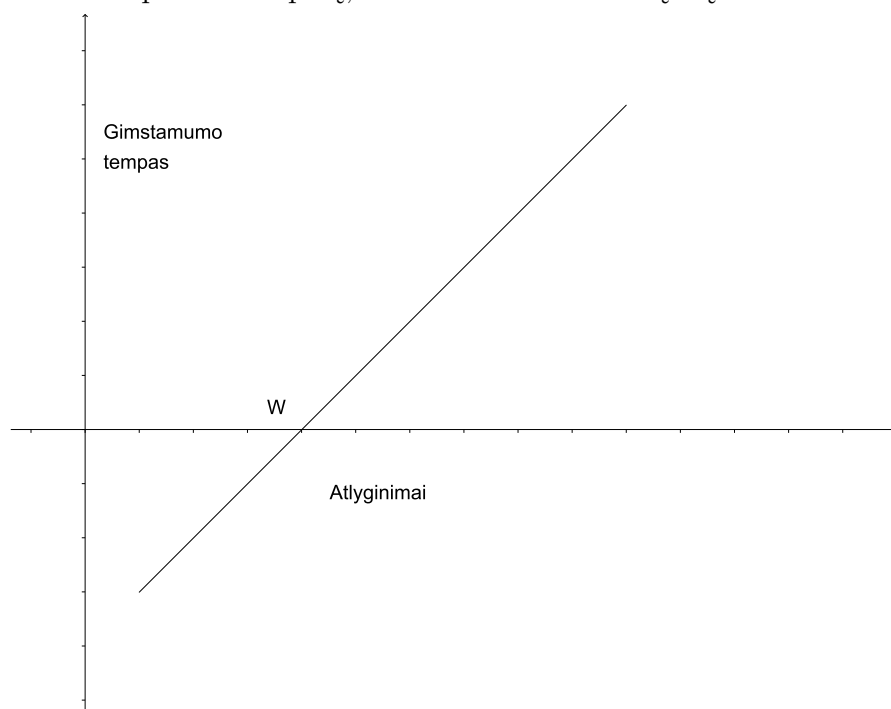
- 3 etapas: GT pradeda mažėti, nors MT išsilaiko pastovus. Taip yra dėl to, jog visuomenėse nebėra išnaudojami vaikai kaip darbininkai, darbuotojus saugo įvairios institucijos, yra pensijinės sistemos, dėl to šeimoms kiekvienas vaikas atneša vis mažiau ir mažiau naudingumo. Tai lemia populiacijos augimo tempo mažėjimą, kol galiausiai šalis, praėjusi visus šiuos tris etapus, tampa modernia valstybe su mažu gimstamumu bei pastoviu mirtingumo lygmeniu, ko pasekoje, populiacijos augimas tampa labai lėtas.

Lietuvos atveju, gimstamumas yra gana pastovus, o mirtingumas – didėjantis. Šiuo aspektu Lietuvos valstybė primena išsivysčiusias, vakarų Europos valstybes. Tačiau ekonominė situacija Lietuvoje neprimena vakarų Europos valstybių. Kitame skyriuje bandysime paaiškinti, kas sukelia Lietuvoje tokią situaciją, kai demografiniai rodikliai rodo išsivysčiusios valstybės požymius, o ekonominiai – priešingai.

## 2.2 Fatalizmas prieš optimizmą

Knygoje „Development Economics; From the Poverty to the Wealth of Nations“[4] yra aprašoma Tomo Malto ( Thomas Robert Malthus, 1766 – 1834) teorija apie priklausomybę tarp ekonominio ir populiacijos augimo. 73 puslapyje jo teoriją knygos autoriai apibendrina taip: kaip ir visi gyvūnai, žmonės turi natūralų instinktą atsivesti tiek palikuonių, kiek leidžia jų aplinka; žmonės yra linkę daugintis ir atsivesti palikuonių eksponentiniu greičiu, o štai maisto gamyba ir gyvenimui tinkamas žemės plotas yra apriboti natūraliųjų išteklių ir dėl to gali didėti tiksliai aritmetiniu greičiu. Todėl žmonės yra apriboti savo aplinkos ir priklausomai nuo esamos ekonominės situacijos jie yra linkę atsivesti atitinkamą skaičių palikuonių.

Šią teoriją galima pavaizduoti grafiškai. Išreiškę esamą ekonominę situaciją atlyginimų lygiu ( šeimoms, kurios nori atsivesti palikuonių, atlygis už darbą, turbūt, yra svarbiausias rodiklis ) galime interpretuoti Malto teoriją taip :  $y$  ašyje pažymėję populiacijos augimo tempą tam tikroje vietoje ( šalyje, bendruomenėje, mieste),  $x$  ašyje pažymėję darbo užmokestį, galime brėžti pusiaukampinę, kuri kerta horizontalią ašį taške W.



Šis taškas rodo, koks turėti būti minimalus atlyginimas, norint išlaikyti pastovų popu-

liacijos skaičių. Jei atlyginimai yra žemesni nei  $W$ , populiacijos augimo tempas ima mažėti (emigracija, mažėja gimstamumas). Tai mes būtent matome ir Lietuvoje : kadangi algų lygis nėra aukštas, jaučiama aiški recesyvinė mokesčių sistema (ženkliai skiriasi viešojo sektoriaus ir žmonių, atliekančių savo veiklą su specialiomis pažymomis, mokesčių tarifai), Lietuvos populiacija kasmet mažėja.

Šis populiacijos augimo tempo ir darbo užmokesčio sąryšis yra tik viena dalis taip vadinamos Malto pusiausvyros taško teorijos. Praeituose paragrafuose matome, kad ši teorija tinka Lietuvai tik esant ceteris paribus aplinkybėm, t.y. mirtingumo lygis nekinta. Malto teoriją yra apibendrinta knygoje „The New Palgrave : Economic Development“ ( šioje knygoje yra sudėti skyriai, kurie yra parašyti įvairių ekonomistų. Mus dominantis skyrius yra parašytas D.R.Weir, 226 psl.). Nors ir populiacijos augimo tempas kyla augant ekonomikai, tačiau kyla ir mirtingumo lygis. Maltas galvojo, jog priklausomybė tarp populiacijos skaičiaus ir atlyginimo lygio šalyje visgi yra mažėjanti funkcija, t.y., kuo daugiau šalyje yra žmonių, tuo algos yra mažesnės. Taip yra dėl „Geležinės atlyginimų taisyklės“ ( Iron Law of Wages) : gyvenimo standarto pokyčiai (algų mažėjimas ar didėjimas) gali atsirasti tik dėl sumažėjusio gimstamumo arba padidėjusio mirtingumo. Malto pusiausvyros taškas tarp populiacijos ir atlyginimo lygio šalyje yra pasiektas tada, kai gimdymų tempas yra lygus mirtingumo tempui. Šis ekonomistas galvojo, jog populiacija dažniausiai yra virš pusiausvyros taško ir ją sugrąžinti į pusiausvyrą gali tikrai didžiulės katastrofos: marai, karai ir pan. Maltas gyveno 18 – 19 amžiuje ir tai turėjo didžiulės įtakos jo ekonominei minčiai, nes iki pat industrinės revoliucijos, Malto teorija puikiai veikė ( bent jau Vakarų Europai ).

Tačiau išstobulėjus medicinai, įvedus griežtesnes teismines institucijas, pasauliui tampant demokratiškesniam, katastrofiški Malto kataklizmai tapo praeitimi. Šiuo metu ekonomistai nėra tokių katastrofiškų pažiūrų ir kai kurie mano, jog populiacijos augimas ir ekonominis augimas yra teigiamai koreliuoti dydžiai. Vienas iš Malto teorijos oponentų yra Džiulianas Linkolnas Saimonas ( Julian Lincoln Simon, 1932 – 1998). Jis savo knygoje „Tobulasis Resursas“ ( „ The Ultimate Resource“) teigė, jog didėjanti populiacija skatina inovaciją ir technologinį tobulėjimą. Tai, savo ruožtu, padaro kai kuriuos resursus prieinamais visuomenei, seni resursai yra perdirbami arba keičiami kitokiais. Džiulianas teigė, jog įvertinus infliaciją, sunkiųjų metalų kainą per amžius išliko panaši arba netgi nukrito, pavyzdžiui aluminis niekada nebuvo toks brangus kaip 1886 ir plienas viduramžiais buvo palyginti daug brangesnis nei yra dabar. Visa tai lemia rinkų gebėjimas prisitaikyti ir atnaujinti senas technologijas. Taigi Džiulianas argumentavo, kad didėjanti populiacija šalyse tikrai teigiamai veikia ekonomikas. Džiuliano teoriją išplėtoja knyga „Ekonominis augimas: penktoji laida“ ( „ Economic Growth: Fifth Edition“, E.Wayne Nafziger, 1967-,psl. 274-295). Joje teigiama, kad populiacijos didėjimas skatina ekonominio pajėgumo vienam gyventojui didėjimą. Taip yra todėl, jog esant dideliame gyventojų skaičiui, didėjanti konkurencija ir didėjanti paklausa skatina inovacijas įvairiose technologijose. Taipogi didėjantis gyventojų tankis verčia vyriausybes plėtoti infrastruktūras, ko pasekoje, sukuriamas daug darbo vietų darbininkams, susisiektas tampa geresnis. Taigi augant populiacijai, inovacijų paklausa ir pasiūla didėja ir todėl yra pasiekiami didesni produktyvumo ir augimo lygiai.

Malto teorija teigia, jog didėjanti populiacija mažina ekonominį pajėgumą, o Džiuliano – didina. Lietuvos atveju, atrodytų, veikia Malto teorija : Lietuvos populiacija mažėja, tačiau neto atlyginimai visoje šalyje auga. Tačiau nereikėtų pamiršti, kad Lietuvoje yra didžiausias



procentas žmonių su aukštuoju išsilavinimu visoje Europoje ( Lietuvos švietimo ministerijos duomenimis ). Šis skaičius gali lemti, tai jog inovacijos ir technologijos yra Lietuvoje sparčiai diegiamos ir tobulinamos, kas skatina ekonominį augimą. Šios išvados sutiktų su Džiuliano Simonso teorija. Kituose skyriuose plačiau aptarsime Lietuvos ekonomikos ypatumus.

## 2.3 Darbo rinka

Dabar norėtume grįžti prie šio kursinio darbo įvado ir vėlgi priminti skaitytojui, kodėl gi šalių ekonomikos auga. Knygoje „Makroekonomikos principai“ [1] yra labai gražiai apibendrintos šios priežastys. Jeigu mes visą šalies ekonomiką suvoktume kaip funkciją ( funkcija matematikoje reiškia taisyklę, pagal kurią vienos aibės objektams yra priskiriami kitos aibės objektai ), tai į tą funkciją mes įdėtume šalies žemę, darbą ir kapitalą ir funkcija šiam vektoriui iš trijų komponentų priskirtų kažkokią tai reikšmę ( pvz, BNP ). Didėjant šiems kintamiesiems, didėja ir šalies ekonomika ( BNP ). Taipogi jeigu šalyje gerėja technologijos, tai toks pat kintamųjų kiekis mums atneš didesnę ekonominį augimą, nes kiekvieno žemės, darbuotojo ar kapitalo vienetas taps efektyvesnis ( didėtų taip vadinamas *per capita* ( vienam asmeniui ) dydis). Šiame skyriuje daugiau dėmesio skirsime darbo rinkai ir jos įtakai šalių ekonomikai, nes, natūralu, kad darbuotoju skaičius šalyje yra tiesiogiai proporcingas populiacijai.

Taigi pradėkime nuo pagrindinės sąvokos : kas yra darbo rinka? Darbo rinka yra darbo jėgos pardavimo ir pirkimo ekonominių santykių sistema, kurioje formuojasi darbo pasiūla ir paklausa bei jo kaina – darbo užmokestis. Darbą parduoda darbuotojai, o perka – darbdaviai. Darbas ir santykiai su darbdaviu yra vieni svarbiausių ryšių mūsų gyvenime. 1992 metais JAV kompensacija darbuotojams (angl. compensation of employees; tai dydis, išreikštas piniginiiais vienetais, kiek kažkuriuo laikotarpiu šalyje buvo sumokėta atlyginimu prieš mokesčius) buvo 3200 milijardai JAV dolerių. Tuo tarpu visos kitos pajamų rūšys ( investavimai, pensijos, socialinės išmokos ir panašiai ) buvo 1800 milijardai JAV dolerių ( šaltinis – „Modern Labor Economics. Theory and Public Policy“.[3] ). Taigi didžiausią savo pajamų dalį mes gauname iš darbdavių, todėl darbo rinka yra svarbus veiksnys ekonomikoje, į kurią būtina atsižvelgti. Darbo rinkos dydį lemia darbuotojų ( pasiūla ) ir darbdavių ( paklausa ) skaičius. Supaprastindami modelį šio kursinio darbo tikslais, mes galime laikyti, kad paklausa mūsų modelyje yra pastovi, t.y. darbdavių skaičius šalyje yra pastovus. Mes nagrinėsime labiau su populiacija susijusią darbo rinkos dalį : darbuotoju skaičių. Visi tolesni samprotavimai yra grindžiami knyga „Modern Labor Economics. Theory and Public Policy.“[3]

Norėdami suvokti, kodėl šalyse daugėja arba mažėja darbuotojų pasiūla, turime padaryti kelias prielaidas. Pirmoji yra ta, jog darbas yra resursas ir, kaip ir bet koks resursas, jo yra tiksliai tam tikras kiekis, nors šio resurso paklausa yra, teoriškai, nepasotinama. Todėl kuo mažiau yra darbuotojų tam tikrame regione, tuo jie ( jų darbas ) yra vertinami labiau ir atlyginimų lygis yra aukštesnis.

Antroji prielaida yra ta, jog darbuotojai yra racionalūs, t.y. jie siekia maksimizuoti savo naudingumo funkcijas. Šis teiginys tereiškia tai, kad darbuotojai eis dirbti ten, kur jiems yra sudarytos geresnės sąlygos dirbti ( geresnės socialinės garantijos, darbo užmokestis, teisinė apsauga, stipresnės profsąjungos ).

Taigi galime daryti išvadą: kuo šalyje atlyginimai yra didesni, tuo joje bus daugiau darbuotojų ir tuo nedarbo lygis bus mažesnis. Didelis tam tikros šalies nedarbo lygis gali reikšti tai, jog šalyje atlyginimai yra žemi arba kad paklausa yra pasiekusi „išotinio“ lygį. Kadangi darbuotojai yra racionalūs, jiems geriau dirbti kažkur toli, negu visai nedirbti, ir štai čia atsiranda procesas vadinamas emigracija : žmonės palieka savo gimtas šalis ir ieško darbo svetur, kur algų lygis yra didesnis. Atrodytų, kad emigracija yra netgi labai teigiamas dalykas : palikę gimtąsias šalis, jie mažina jos nedarbo lygį, likusią BVP dalį gali dalintis didesnis žmonių kiekis, dėl to algos kyla. Vis dėl to, vėlesniame skyriuje paaiškinsime, kodėl taip teigti visgi nereikėtų.

## 2.4 Urbanizacija

Urbanizacija yra socialinis procesas, pasireiškiantis miestų (jų skaičiaus, teritorijos, miestiečių procento bendrame gyventojų skaičiuje) ir jų reikšmės visuomenės raidai didėjimu. Urbanizacijos procesas pradėjo vyrauti jau nuo pat viduramžių, kuomet žmonės dėl saugumo, prekybos ir kitų veiksnių pradėjo keltis į piliis. 1800 m. urbanizacijos lygis siekė vos 2 procentai, 1950 m. jis kur kas didesnis – 30 procentų, 2000 m. jau 47 procentai ir 2030 m. tikimasi, kad bus pasiektas 60 procentų lygis. XX a. pradžioje tik 16 miestų pasaulyje turėjo 1 mln. ir daugiau gyventojų, tačiau šiai dienai jų yra 25 kartus daugiau, tai gali būti rodiklis to, kad pasaulyje yra aukštesnis technologinis lygis. Šiais laikais šis procesas yra kur kas spartesnis. Pagal Jungtinių Tautų organizacijos (JT) duomenis šiuo metu daugiau nei pusę pasaulio gyventojų gyvena miestų teritorijose. Vienas iš dalykų, kuris padaro patrauklesniu persikėlimą gyventi į miestą, tai yra, kad miestai glaudžiau susiję su užsienio rinkomis, tai atveria didesnius kelius importiniam produktui bei galimybes eksportuoti savąjį. Taip pat urbanizacija tiesiogiai daro įtaką gamybai, paklausai ir investicijoms, skatina plėstis bankinį, informacinių technologijų, metalurgijos ir kitus sektorius. Kuo didesnis produktyvumas miestuose, tuo urbanizacija būna aukštesnė ir atvirkščiai. Kad urbanizacija yra glaudžiai susijusi su ekonomikos augimu įrodo ir šalys, kurios ekonomiškai išsivysčiusios bei modernios, tokios kaip JAV, Kinija, Japonija, Honkongas ir t.t. Taip pat ir politikų akimis urbanizacija atrodo teigiamas, netgi siektinas reiškinys, kaip pavyzdžiui Kinijoje politikų ataskaitoje galima pamatyti vieną iš tikslų kitiems metams – urbanizacija. Be abejo nereikia pamiršti ir išsilavinimo galimybių, kurias gali suteikti miestas. Didesnė tikimybė gauti žinias iš aukštesnės kvalifikacijos specialistų, didesnis pasirinkimas švietimo įstaigų ir taip gaunamas aukštesnis išsilavinimo lygis, pavyzdžiui JAV suaugęs asmenys, kurių amžius yra 21-64 metai, mažiau nei trečdalis (31,4 procentai) turi aukštesnį nei vidutinį išsilavinimą, kai tuo metu miestuose ta pati amžiaus grupė sudaro 53.6 procentų miesto populiacijos, kas dažnai lemia geriau apmokamą darbo vietą. Pavyzdžiui 2009 metais Kinijoje miesto gyventojai uždirbdavo 3,36 karto daugiau negu žmonės gyvenantys kaimuose. Tačiau urbanizacija turi ir daug neigiamų aspektų. Tokiais tempais augant miestams, jų infrastruktūra sudėtingėja. Todėl, kai kuriuose regionuose, pavyzdžiui Afrikos, Lotynų Amerikos ir Azijos, viena iš didžiausių problemų tampa skurdas miestuose - kas ketvirtas namų ūkis gyvena skurde. Daugelyje vargingiausių pasaulio šalių skurdas miestuose lenkia visą urbanizacijos lygį. 2 dalyje bandysime šią teoriją apie miestus pritaikyti Lietuvai.

## 2.5 Technologinė pažanga

Šio darbo įvade minėjome, kad technologinė pažanga yra viena iš dviejų priežasčių, dėl ko auga ekonomikos įvairiose šalyse. Tolesnės mintys ir interpretacijos bus grindžiamos pagal O. Blančaro knygą "Makroekonomika"[7].

Mes gamybą ( gamybą galime tapatinti su šalies ekonominiu pajėgumu ) esame pripratę suvokti, kaip vartojimo, investicijų, vyriausybės vartojimo ir grynojo eksporto sumą (  $Y = C + I + G + NX$  ). Tačiau alternatyvus būdas aprašyti gamybą yra išreikšti ją funkcija, kurios argumentai yra kapitalas, užimtųjų skaičius ir technologinis lygis:  $Y = f(K, NA)$ , čia

$Y$  - šalies gamyba.

$K$  - kapitalas ( realioji visų įrenginių, pastatų ir kitos technikos vertė ).

$NA$  - darbo ir technologinės pažangos sandauga.

Funkcijos  $f$  išraiškų yra sugalvota nemažai, tačiau vienas iš jų bendrų bruožų yra tas, jog šios funkcijos yra didėjančios, t.y., padidėjus bent vienam kintamajam, proporcingai padidės ir šalies gamyba ( dažnas atvejis -  $\lambda Y = f(\lambda K, \lambda NA)$  ). Viena populiariausių gamybos funkcijų, kuri apjungia technologijas, kapitalą bei darbuotojų skaičių yra Kobo - Duglaso ( Cobb - Douglas ) gamybos funkcija :

$$Y = AK^\alpha N^\beta.$$

Iš šios išraiškos galime pastebėti, kad visi trys dešinėje lygybės pusėje esantys kintamieji gali būti pakeičiami vienas kitu - sumažėjus darbuotojų skaičiui galime naudoti daugiau kapitalo arba stengtis diegti modernesnes technologijas ir t.t. Tokia funkcijos išraiška leidžia padaryti keletą pastebėjimų:

- Technologinė pažanga mažina darbuotojų skaičių, reikalingą pagaminti tam tikrą produkcijos kiekį. Padidėjus  $A$ , užteks proporcingai mažesnio dabuotuoju (  $N$  ) skaičiaus.
- Technologinė pažanga didina produkcijos kiekį, kurį pagaminti gali toks pat darbuotojų kiekis arba kapitalo kiekis.

Šios dvi išvados yra labai aktualios šalims, kurių populiacija arba nedidelė, ir/arba mažėja ( Lietuva - puikus pavyzdys ), nes, norint panaikinti neigiamą populiacijos ( darbo rinkos ) mažėjimo efektą, technologinė pažanga šalyje turi būti aukšta. Taip yra todėl, nes mažėjanti populiacija reiškia ir mažėjančią darbo rinką, todėl norint, kad gamyba išsilaikytų bent jau pastoviam lygyje, technologijos turėtų tobulėti.

Technologijų tobulėjimą ir naujas tyrimo sritis skatina pačios įmonės, nes, nors ir naujiems išradimams ir gamybos metodams sugalvoti reikia daug laiko ir resursų, tačiau pažangesnės technologijos duoda pranašumą prieš konkurentus, nes mažėja gamybos kaštai ( nebereikia tam tikro skaičiaus darbuotojų ir užtenka mažesnio kapitalo ) ir tuo pačiu gaminių kokybė gerėja. Taipogi atsiradus naujoms technologijoms susikuria visiškai naujos industrijos. Sunku būtų buvę įsivaizduoti laiškanėsiui, kuris gyveno prieš 100 metų, modernią darbo rinką, su finansų, internetinių įmonių bei kitomis industrijomis ir kad laiškanėšių skaičius drastiškai sumažės. Taigi nors ir technologinei pažangai pasaulyje didėjant, dėl jos netekę darbų žmonės ( su tam tikromis išlygomis ) gali persikvalifikuoti ir susirasti darbus naujai susikūrusiose rinkose.

Iš visų aukščiau esančių samprotavimų galime padaryti išvadą, kad kuo šalyje yra didesnis

technologinis išsivystymas ( toliau - **TI**, tuo gamyba ( savo ruožtu - ir ekonominis lygis ) yra didesnė, nes :

- esant fiksuotam kapitalo ir darbo kiekiui, technologinė pažanga didina gamybą. Pvz, atsiradęs naujos rūšies tepalas, kuris paspartina mašinos apsukas sunaudojant tą patį kiekį kuro, skatins didesnę gamybą.

- Aukštesnė **TI** gerina produktų kokybę. Pasižiūrėkime, kaip per pastaruosius 15 metų keitėsi kompiuterių galingumas, nors jų kainos santikinau augo lėčiau.

- **TI** padeda susikurti naujoms industrijoms. Prieš 30 - 20 metų rinkose dominavo VHS tipo filmų kasetės, o dabar viską galime pamatyti internetu arba išsinuomuoti Blu - Ray arba kito formato diskuose esančius filmus.

- **TI** skatina produktų įvairovę, nes atsiranda naujų ir efektyvesnių būdų juos pagaminti. Sunku suskaičiuoti, kiek skirtingų maisto produktų rūšių dabar yra parduotuvėse.

### 3 Pasaulinės teorijos Lietuvoje

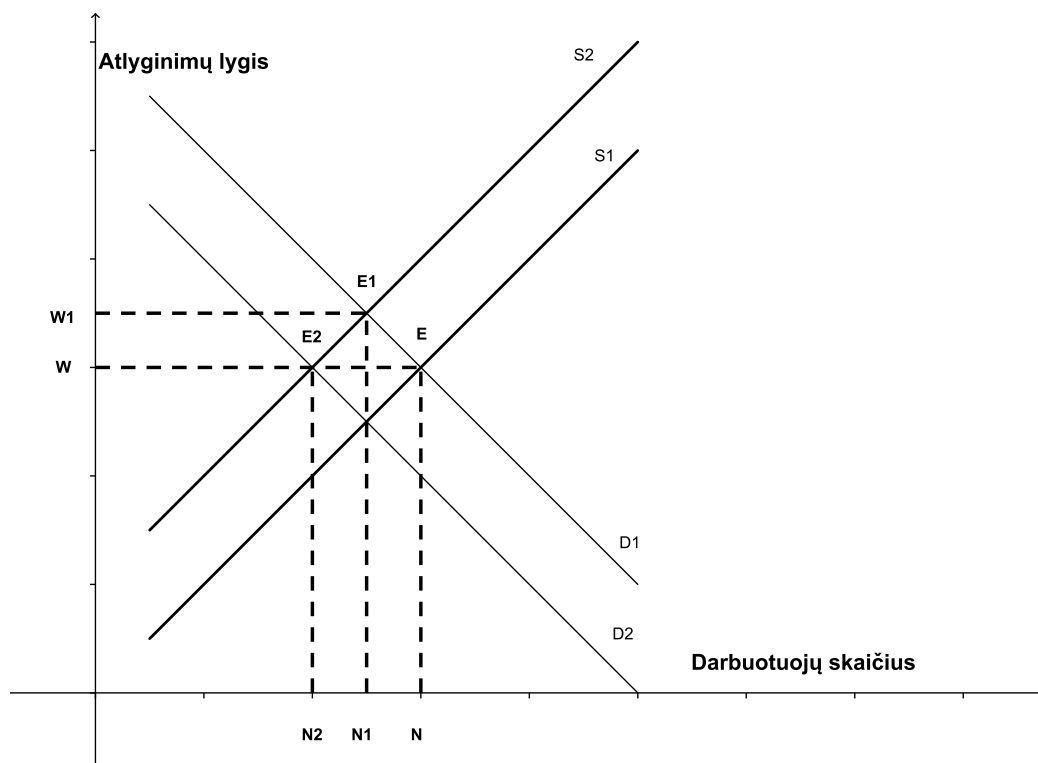
#### 3.1 Emigracija ir darbo rinka

Šioje kursinio darbo dalyje norėtume grįžti į Lietuvą ir stengtis interpretuoti aukščiau apžvelgtas teorijas. Migracija suprantama kaip išvykimas iš šalies ar atvykimas į ją iš užsienio šalies, siekiant geresnės gyvenimo kokybės, didesnio darbo užmokesčio, geresnių darbo ir gyvenimo sąlygų ar dėl kitų ekonominių priežasčių. ( Ekonominės migracijos reguliavimo strategija (2009)) Migracija nėra naujas reiškinys. Migracija, ypač ekonominė, turi ilgesnę nei trijų šimtmečių istoriją. Šis procesas turėjo didelę įtaką žmonijos istorijai, tautų formavimuisi, žemių apgyvendinimui. Praėjusiame dešimtmetyje globalizacija labai pakeitė migracijos procesus, suponavo teritorinių migracijos tipų įvairovę, o technologijų ir komunikacijų pažanga labai išplėtė gyventojų mobilumo/migracijos galimybes.

Visų pirma norėtume aptarti emigraciją, nes ši problema yra plačiai gvildinama žiniasklaidoje ir laikoma viena opiausių Lietuvoje. Šiuo metu iš Lietuvos yra emigravę, nuo nepriklausomybės atgavimo, apie 788 tūkst. piliečių. Tai reiškia, kad apie 22,62 procentų pasaulio Lietuvių gyvena svetur. Kodėl gi tiek daug Lietuvių ieško laimės svetur? Vienas iš atsakymų slypi 3 skyriuje. Kadangi iš šalies emigruoja tiek daug žmonių ir didelė jų dalis yra potencialūs darbuotojai ( 73 procentai emigrantų yra tarp 15 ir 44 metų ), tai rodo, kad Lietuvoje yra per mažas atlyginimų lygis, dideli mokesčiai dirbantiejiems ir panašiai. Žvelgiant per darbo rinkos prizmę, darbo pasiūla Lietuvoje yra daug kartų didesnė nei darbo paklausa : ieškančių ir norinčių „parduoti“ savo darbą yra daug daugiau, negu norinčių jį „pirkti“. Tai ir rodo ir didelis nedarbo lygis šalyje. Tarp 15 – 74 metų asmenų nedarbo lygis yra 11,5 procento. Yra sutariama, kad taip vadinamas natūralus nedarbo lygis yra apie 5 – 7 procentus, taigi Lietuvoje šis rodiklis viršija natūralųjį lygį. Stabilų Lietuvos atlyginimų lygio kilimą galėtume paaiškinti būtent emigracija, nes, mažėjant darbo jėgai, darbas tampa vis brangesne preke. Taipogi BVP vienam asmeniui didėja, nes paprasčiausiai, lieka mažiau asmenų su kuriais reikia dalintis BVP „pyragą“. Atrodytų, kad didėjanti emigracija yra tei-

giamas dalykas – algos kyla, BVP vienam asmeniui didėja, nedarbas mažėja. Tačiau neveltui emigracija yra suvokiama kaip itin žalingas dalykas valstybei. Sunku yra įvertinti skaičiais socialinę emigracijos kainą. Aišku, jeigu Lietuvoje žmogus neranda darbo, yra puiku, kad Jam yra suteikiamos geros sąlygos darbo ieškoti svetur ir emigruoti. Bet su kiekvienu tokiu bedarbiu emigravo ir intelektualai ( inžinieriai, mokytojai ir kiti reikalingi visuomenei žmonės). Toks protų nutekėjimas nežada nieko gero valstybei, jos biudžetui, nes nėra surenkami mokesčiai iš potencialiai didesnes pajamas galinčių gauti asmenų. Labai tikėtina, kad jeigu emigracijos mastai būtų mažesni ir dabar Lietuvoje turėtume didesnę darbo jėgą, neturėtume tiek problemų su SODRA ( norint išlaikyti vis didėjanti pensijinio amžiaus žmonių skaičių reikia kelti esamiems darbuotojams mokesčius ir pan. ), Lietuvos BVP ir savo ruožtu BNP galimai būtų dar aukštesniame lygmenyje.

Pavaizdavus viską grafiškai, Lietuvos atvejis atrodytų taip :



Pradėkime nuo kreivių **D1** ( darbo paklausa ) ir **S1** ( darbo pasiūla ). Darbo rinkose darbo pasiūlą atitinka darbuotojai, o paklausą - firmos. Taškas E, kur susikerta **S1** ir **D1** kreivės yra vadinamas rinkos pusiausvyros tašku ir jis nurodo, kokiame lygyje būtų atlyginimai ( **W** ), jei darbo pasiūla būtų lygi darbo paklausai. Šiame grafike pavaizduotas atvejis, kai *neto* migracija yra neigiama, t.y. emigracija yra didesnė už imigraciją. Trumpuoju laikotarpiu, kadangi darbuotojai palieka Lietuvą, **S1** kreivė slenka į kairę kol pasiekia **S2** lygį. Kadangi mažėja darbuotojų, kiekvienas iš jų tampa labiau paklausus, todėl firmos,

norėdamos juos prisivilioti, turi kelti atlyginimų lygį ir taip suteikti darbininkams didesnę paskatą eiti dirbti. Kaip matome, darbuotojų skaičius iš  $N$  pereina į  $N1$  ir savo ruožtu  $W$  perauga į  $W1$ . Darbo rinkos pusiausvyrą nusistovi ties  $E1$  lygiu.

Tokia situacija nėra palanki firmoms, nes didesnis atlyginimų lygis reiškia brangesnius gamybos kaštus, o tai savo ruožtu reiškia didesnes produkcijos kainas ir, jei prekės kaina yra elastinga, pajamų sumažėjimą. Lietuvoje emigracijos mastai yra labai dideli, tačiau žymaus ir nuolatinio kainų augimo Lietuvoje nėra. Reiškia, kad firmos Lietuvoje prie spartaus populiacijos mažėjimo prisitaikė dvejopai ( prisiminke skyrių " Technologinė pažanga " ) : arba jos naudojo mažiau kapitalo ( uždarė gamyklas, pardavė įrenginius ir pan. ) arba skatino technologinį tobulėjimą, priėmė į darbą aukštos kvalifikacijos žmones, kurie dirba daug našiau, negu žemos kvalifikacijos darbuotojai. Prisiminkime darbo užmokesčio nustatymo lygtį :

$$W = A^e P^e F(u, z) , \text{ čia}$$

$A^e$  - tikėtinas technologinės pažangos lygis

$P^e$  - tikėtinas kainų lygis

$F(u, z)$  - funkcija nuo nedarbo lygio (  $u$  ) ir socialinių garantijų (  $z$  )

Kuo bus tikimasi didesnio technologinio pažangumo, tuo bus sunkiau įtikinti darbdavį pakelti atlyginimą. Dėl tokio firmų prisitaikymo prie mažėjančios nedarbo rinkos, labai aukštos kvalifikacijos darbuotojai Lietuvoje yra labai vertinami ir Lietuvoje kuriasi daug technologinių bei mokslinių įmonių, kuriom nereikia daug žemos kvalifikacijos darbuotojų. Todėl tikėtina, kad vidutiniu laikotarpiu, darbuotojų paklausa sumažės,  $D1$  kreivė pasislinks žemyn iki  $D2$  lygio ir rinka nusistovės  $E2$  taške.

Gavome tokią situaciją, kad atlyginimų lygis grįžo į pradinę padėtį ( svarbu pastebėti, kad darbo paklausa gali sumažėti ir mažiau, tada galutinis darbo atlygis bus didesnis už pradinį  $W$ , bet mažesnis už  $W1$ ), tačiau reikalingų darbuotojų skaičius sumažėjo nuo  $N$  iki  $N2$ .

Taigi nors ir emigracija trumpuoju laikotarpiu pakelia atlyginimų lygį šalyje, tačiau ilginiui prie šios situacijos darbo rinkose prisitaikančios įmonės šį lygį sumažina. Jeigu emigracijos tempai nebūtų tokie dideli, tai Lietuvoje, tikėtina, turėtume darbo rinką, kur gauti aukštas pajamas gali ne vien tik aukštos kvalifikacijos darbuotojai, tačiau ir eiliniai valstybės tarnautojai: mokytojai, policininkai, medikai ir pan.

### 3.2 Veiksniai, skatinantys Lietuvos ekonomiką

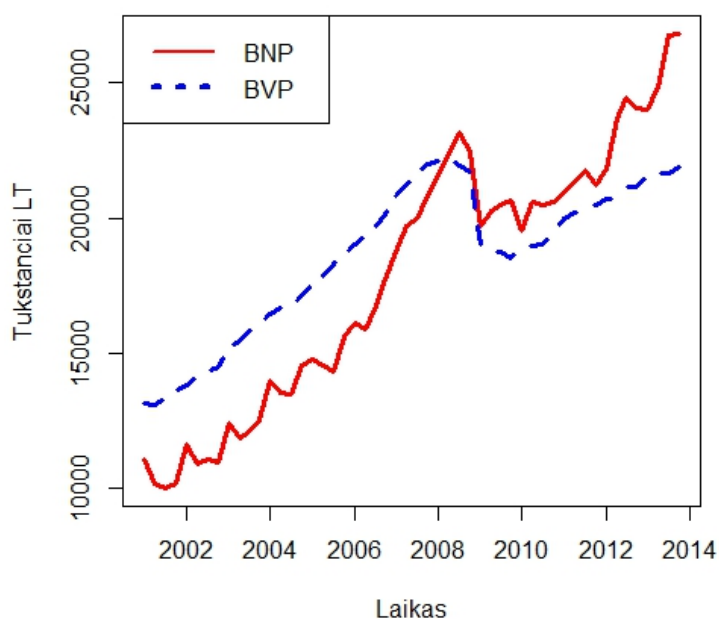
Šiame skyriuje analizuosime, kodėl Lietuvos ekonomika augo (išskyrus krizinį laikotarpį), nors populiacija ir darbo jėga mažėjo. Tai be abejojimo yra labai plati tema, taigi mes, laikydamiesi savo kursinio darbo tikslų, nagrinėsime tik su populiacija ir jos judėjimu susijusius rodiklius. Norėtume pradėti nuo grįžimo į šio darbo įvadą. Kaip rašė Adamas Smitas[5] ir Gregas IppasGreg Ip:2010, svarbiausios valstybių klestėjimo ir augimo priežastys yra populiacijos augimas bei technologinis išsivystymas. Kadangi Lietuvoje populiacija ir darbo jėga mažėja, tai, anot šių ir kitų šiame darbe paminėtų autorių, technologinis išsivystymas turi „persverti“ populiacijos mažėjimą. Ištikrųjų, 2004 metais kompiuterius savo namuose turėjo 27,5 procentai namų ūkių Lietuvoje ir tik apie 11 procentų turėjo prieigą prie interneto. 2013 metais kompiuterius ir interneto prieigą turėjo 65,9 ir 64,7 procentai namų ūkių atitinkamai. Taigi per 9 metus kompiuterių skaičius šalyje padidėjo daugiau nei 2 kartus, o prieigą prie interneto turėjo daugiau nei 5 kartus daugiau namų ūkių nei 2004 metais. Taipogi „Frost and Sullivan“ firmos duomenimis, 2011 metais Lietuva buvo lyderė Europos Sąjungoje diegiant ir plečiant šviesolaidinius tinklus į namus bei kitus pastatus. Remiantis EUROSTAT duomenimis 2009 metais Lietuva turėjo 91,3 procento 25-64 metų amžiaus su viduriniu ir aukštesniu nei vidurinis išsilavinimu gyventojus. Pagal šį rodiklį Lietuva pirmauja visoje Europos Sąjungoje. Matydamas, kad Lietuvoje sparčiai plečiasi technologijų sektorius, yra daug gyventojų su aukštuoju išsilavinimu bei žemą atlyginimų lygį, užsienio kapitalas noriai žengia į Lietuvą. Anot tyrimų bendrovės "Profiles International", 2012 metais užsienio kapitalo įmonės buvo pačios produktyviausios. Šių bendrovių pajamas dažniausiai generuoja nedidelis, tačiau aukštų kvalifikacijų darbuotojų būrys.

Nors Lietuvoje emigracijos mastai yra dideli, tačiau urbanizacijos efektas yra jaučiamas (apie 67 procentus Lietuvos populiacijos gyvena miestuose). Kai visuose miestuose, nuo nepriklausomybės pradžios gyventojų skaičius mažėja vienintelė sostinė sugeba išlaikyti augimą. Todėl šis sostinės augimas yra labai svarbus valstybei, kadangi šiuo metu Lietuvos BVP pagrindu sudaro aptarnavimo sektorius - 68 procentai, kai industrinis sudaro 28.3 procentus ir agrarinis tik 3.7 procentus. Miestuose didžiausią dalį iš sektorių sudaro aptarnaujantis sektorius, kuris reikalauja aukštesnio išsilavinimo, kvalifikacijos asmenų, todėl tiek švietimo įstaigų kokybė, kiekis bei pasirinkimas yra didesnis miestuose, kas lemia persikėlimą į didesnius miestus. Šiuo atveju Vilnius gali pasiūlyti daugiausiai aukštojo išsilavinimo įstaigų bei užsienio kapitalo įmonių. Vilniaus apskritis 2012 metais sudarė apie 38 proc. visos šalies BVP, Kauno apie 20 proc. ir Klaipėdos apie 12 proc. (duomenys paimti iš Oficialaus Statistikos portalo, regioninis BVP to meto kainomis). Taigi gauname, kad tai yra apie 70 proc. viso šalies BVP. Sostinėje veikia net 28 tūkstančiai arba trečdalis visų ūkio subjektų šalyje, todėl matome šio miesto reikšmingumą valstybės gyvenime. Taip pat pažiūrėjus į disponuojamas namų ūkių pajamas, Vilniaus apskritis pirmauja visoje respublikoje, lenkianti šalies vidurkį, kuris siekia 1108Lt (Vidutinės disponuojamosios pajamos per mėnesį vienam namų ūkio nariui, 2013), šiuo faktu galėtų dar pasigirti ir Kauno, Klaipėdos, Šiaulių ir Panevėžio apskritys. Matome, kad didieji Lietuvos miestai, o ypač sostinė, įneša svarbiausią indėlį į Lietuvos ekonomikos raidą.

## 4 Aprošomoji statistika

### 4.1 Bendrosios nacionalinės pajamos

Nors ir aukščiau tekste mes ekonomiką sutapatino su bendrojo vidaus produktu ir stengėmės išvengti ryšių tarp tam tikrų kintamųjų ir BVP, tačiau modeliuojant mes perėjome nuo BVP, susieto grandininio metodo, į realias disponuojamas bendras nacionalines pajamas ( toliau tekste - BNP ).



BNP yra lygus bendrajam vidaus produktui ir *neto* pajamų, kurias šalies piliečiai gavo iš užsienio, sumai. Pasirinkimą, dėl ko perėjome prie BNP lėmė dvi priežastys :

- Iš rodiklių, tokių kaip darbo jėga, užimtųjų skaičius, populiacijos skaičius, urbanizacijos lygis, žmonių su aukštuoju išsilavinimu skaičius, mirtingumo, gimstamumo rodikliai, emigrantų skaičius, ūkio našumas, suminis gimstamumo rodiklis neradome nei vieno, kuris reikšmingai įtakotų BVP augimą.

- Džosefas Stiglicas ( Joseph Stiglitz, gim. 1943 m., Amerikiečių ekonomistas, laimėjęs nobelio taikos premiją ) 2008 metais viename iš savo knygos pristatymų teigė, jog BVP nurodo šalies ekonominę aktyvumą, o BNP - gyventojų pajamas, kas reiškia, gyventojų būvį. Ir BVP ir BNP išreiškia ekonominę šalies pajėgumą, tačiau pastarasis rodiklis labiau liečia šalies piliečius. Kadangi mūsų tema yra apie šalies populiaciją, mes nusprendėme pereiti prie BNP.



## 4.2 Malto teorija Lietuvoje

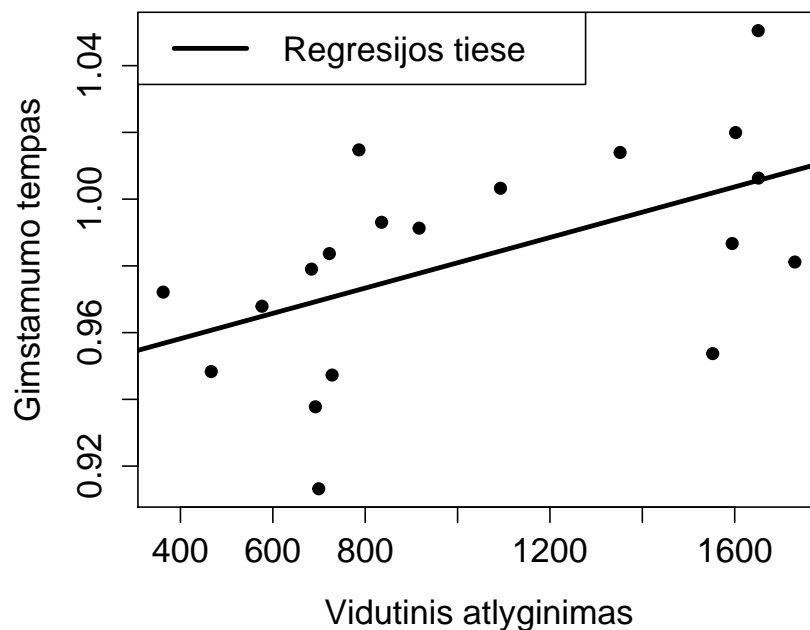
Kaip minėjome 2 skyriuje, šalies gimstamumo tempas turėtų būti tiesiogiai proporcingas atlyginimų lygiui šalyje. Paėmus metinius duomenis nuo 1995 iki 2013 metų ir mažiausių kvadratų metodu atstačius regresinės tiesės koeficientus gauname :

$$GT = 0.943 + 0.00003791 \cdot W, \text{ čia}$$

$$GT - \text{Gimstamumo tempas} \left( \frac{GT_t}{GT_{t-1}} \right)$$

$W$  - vidutinis mėnesinis neto atlyginimas Lietuvos ūkyje su individualiom įmonėm.

Koeficiento prie  $W$   $t$  - statistika yra lygi 2.603 ★ , kas reiškia, kad  $W$  yra reikšmingas GT regresorius. Pavaizduokime viską grafiškai :



Kaip matome, kuo Lietuvoje galioja sąryšis, išdėstytas 2 skyriuje - kuo didesni šalyje atlyginimai, tuo didesnis gimstamumo tempas.

## 4.3 Duomenų transformavimas

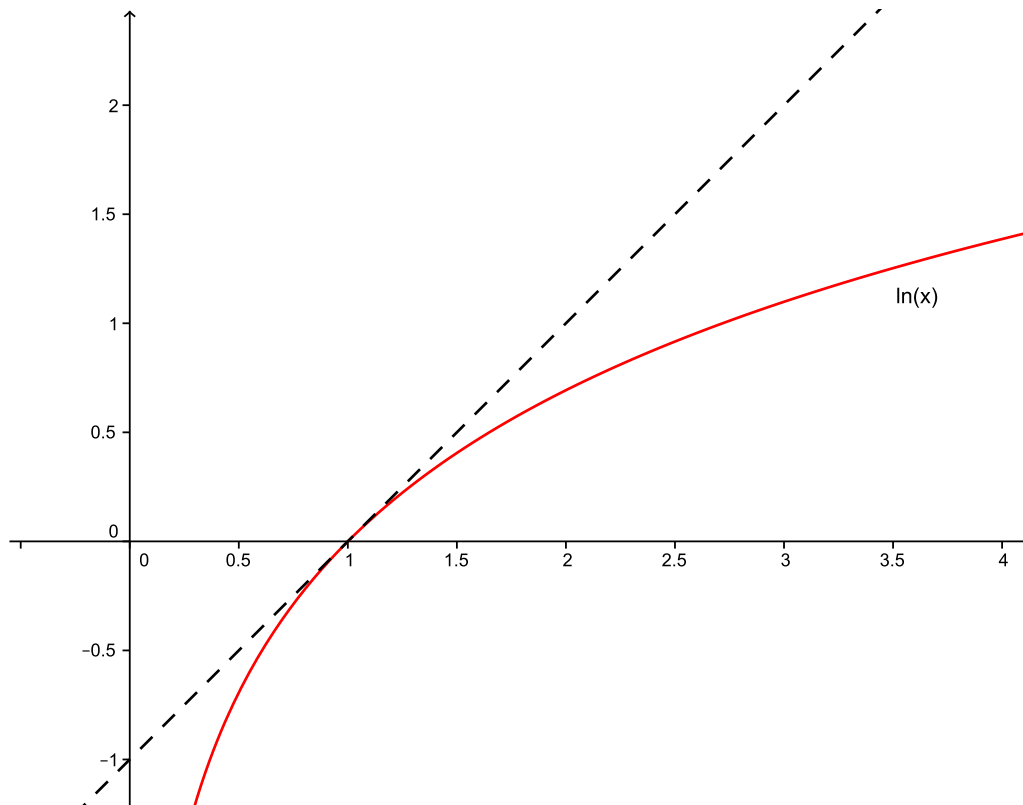
### 4.3.1 Natūralusis logaritmas

Kadangi mūsų modelyje įtraukti ekonominiai kintamieji, tai mes naudosime jų natūraliojo logaritmo transformacijas. Ekonominėje ir ekonometrinėje literatūroje ši transformacija yra labai paplitusi ir šiame skyriuje norėtume apžvelgti šio paplitimo priežastis.

Visų pirma, natūraliesiems logaritmams galioja tokia savybė : **mažas pokytis natūraliame logaritme esančiam kintamajam yra lygus tokiam pačiam to kintamojo procentaliai pokyčiui** .

Trumpai tariant :  $\Delta \log_e(x) \approx \Delta x$  proc. , čia  $e$  - Eulerio skaičius. Toliau skyrelyje  $\log_e$  žymėsime  $\ln$ .

Šią savybę lemia natūraliojo logaritmo funkcija.



Kaip matome iš grafiko, taške (1,0) funkcija liečia tiesę, kurios lygtis yra  $y = x - 1$  .  
Funkcijos  $\ln(x)$  išvestinė yra :  $\frac{d \ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$

Taigi taške (1,0) funkcijos išvestinės reikšmė yra lygi 1. Tiesės  $y = x - 1$  išvestinė visoje funkcijos apibrėžimo srityje yra vienoda ir lygi taipogi 1. Taigi taško (1,0) aplinkoje, kadangi jame šios funkcijos kertasi, *maži* pokyčiai bus lygūs. Taigi

$\ln(x + r) \approx r$  , čia  $r$  yra kažkoks dydis, smarkiai mažesnis už 1.

Tarkime  $x$  padidėja 5 procentais. Tai reiškia, kad  $x$  tampa  $x(1+r)$ , čia  $r = 0.05$ .

$$\ln(x(1 + r)) = \ln(x) + \ln(1 + r) \approx \ln(x) + r$$

Tai rodo, kad padidinus  $x$  5 procentais, natūralusis logaritmas  $\ln(x)$  tampa  $\ln(x)+0.05$ .

% X pasikeitimas	$\Delta \ln(x)$
-30 %	-0.357
-20 %	-0.223
-10 %	-0.105
-5 %	-0.051
-2 %	-0.020
0 %	0.00
2 %	0.020
5 %	0.049
10 %	0.095
20 %	0.182
30 %	0.262

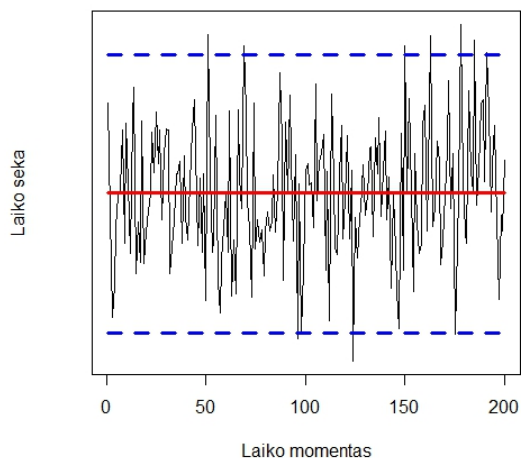
Kaip matome iš lentelės, intervale tarp - 10 % ir 10 % procentiniai pokyčiai yra beveik lygūs logaritmų pokyčiui.

Kadangi ekonominių rodiklių ( tokių kaip BNP ) skaitiniai pokyčiai gali būti labai dideli ( tarkim, milijonai litų ) , bet dažniausiai procentiniai ketvirtiniai ar kasmetiniai pokyčiai yra nedideli ( retai perkopia 10 % ) , tai yra patogiau dirbti su tokių kintamųjų natūraliais logaritmais.

### 4.3.2 Kintamųjų skirtumai $\Delta x$

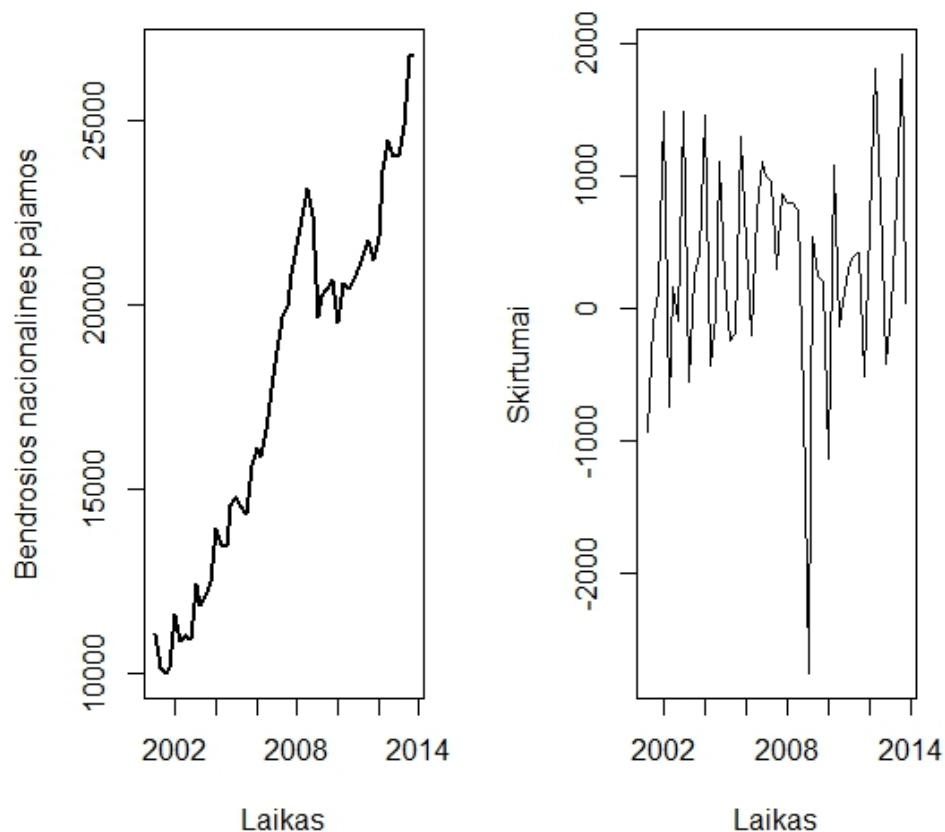
Kintamųjų skirtumai laiko momentu  $t$  yra apibrėžiami taip :  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ . Ekonominėje literatūroje sudarant modelius dažnai pasitaiko ne tik natūraliųjų logaritmų transformacijos, bet ir kintamųjų skirtumai ( toliau tekste žymėsime  $\Delta x$ , čia  $x$  - tam tikras kintamasis). Ši transformacija padeda panaikinti taip vadinamą vienetinės šaknies problemą ir galimus regresijos iškraipymus.

Reiktų prisiminti, kad modeliuojant laikines sekas yra svarbu, kad jos būtų *stacionarios*. Stacionari laiko eilutė yra tokia, kurios vidurkis, dispersija ir kovariacija tarp skirtingų laikinės sekos reikšmių nepriklausytų nuo laiko. Jeigu šios trys sąlygos yra išpildytos, mūsų eilutę galime nesunkiai prognozuoti ir, nebijodami regresijos iškraipymų, modeliuoti.



Grafike yra pavaizduota stacionari laiko seka. Punktyrinė linija žymi dvigubos dispersijos rėžius, o tolydi linija žymi vidurkį. Kaip matome, šios sekos reikšmės nenutolsta nuo vidurkio ir, bėgant laikui, tų reikšmių sklaida patenka tarp dviejų punktyrinių tiesių. Taigi ir pagal grafiką, ir pagal apibrėžimą, ši seka yra stacionari. Tačiau ekonomikoje mes retai kada sutinkame stacionarias laiko sekas. Tokių ekonominių rodiklių kaip BNP, BVP, emigrantų skaičius ir panašiai vidurkis ir dispersijos laikui bėgant pradeda keistis.

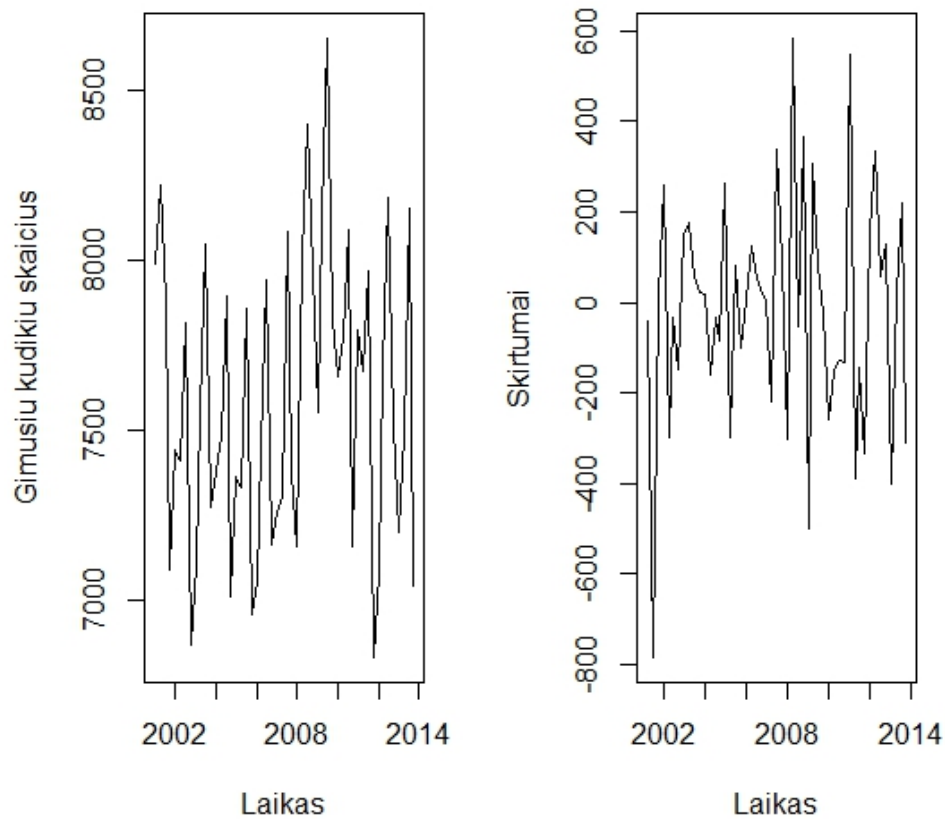
Sekos, kurios nėra stacionarios, tačiau jų skirtumai yra stacionarūs, yra vadinamos DS ( difference stationary ) sekomis. Taipogi jeigu seka yra DS seka, ji turi taip vadinamą vienetinę šaknį. Nediferencijuotos sekos su vienetine šaknimi yra linkusios labai greitai augti ( angl. explode ) ir yra tikrai ne stacionarios.



Kaip matome iš grafikų, kairioji seka (čia pavaizduotos bendrosios realiosios disponuojamos pajamos - BNP) yra tikrai ne stacionari, o štai sekos skirtumai (dešinysis grafikas) primena stacionarią seką. Pritaikę jai Šapiro - Vilkokso testo (jis skirtas tirti, ar reikšmės yra normaliai pasiskirsčiusios) p reikšmės įvertinys yra lygus 0.0494, kas reikštų kad nulinę hipotezę dėl normalumo turėtume atmesti su 0.05 reikšmingumo lygmeniu. Tačiau, turint omenyje, kad tiriamas ir krizės laikotarpis ir p reikšmė yra labai netoli 0.05 galime konstatuoti, kad skirtumai sudaro stacionarią seką. Taigi mūsų BNP rodiklis sudaro DS seką.

Yra ir alternatyvus būdas nustatyti, ar seka yra DS seka ar ne. Jeigu mūsų tiriama laiko eilutė turi vienetinę šaknį, tai jos skirtumai tikrai bus stacionarūs ir eilutė bus DS seka. Vienetinės šaknies nustatymui galime naudoti modifikuotą Dikio - Fiulero testą. Statistiniame pakete R šis testas yra pritaikomas funkcijos `ur.df()` pagalba. Pritaikę šią funkciją mūsų duomenims galime teigti, kad seka išties turi vienetinę šaknį, todėl galime, nežiūrėdami į diferencijuotus duomenis, teigti, kad eilutė yra DS tipo.

Neatsižvelgus į sekų nestacionarumą ir bandant vieną laiko eilutę paaiškinti kita laiko eilute, galime gauti iškraipytą regresiją. Tarkime mes norime sumodeliuoti, kaip BNP priklauso nuo gimusių kūdikių skaičiaus (BR). Pirmiausia reikėtų pradėti nuo vizualinės interpretacijos.



Šapiro testo  $\hat{p}$  reikšmės yra 0.001478 ir 0.7084 atitinkamai, taigi vėlgi gavome, kad gimusių kūdikių skaičius turi vienetinę šaknį.

Tiesiškai modeliuojant OLS metodu  $BNP_t \sim BR_t$  gauname :

$BNP_t = -10068.328 + 3.682BR_t$  ir  $t$  reikšmė koeficiento prie  $BR_t$  yra lygi 1.580, kas rodo, kad gimstamumas neturi įtakos BNP.

Tačiau sudarius tą patį modelį skirtumams gauname :

$\Delta BNP_t = 328.77 + 1.2149\Delta BR_t$  ir koeficiento prie  $BR_t$   $t$  statistika yra 2.880, kas reiškia, kad gimusiųjų skaičiaus pokytis turi įtakos BNP pokyčiui.

Taigi kaip matome iš aukščiau esančių skyrelių apie logaritmus ir diferencijavimą, yra labai pravartu modeliuojant ekonominius rodiklius naudoti logaritmus ir diferencijuotus kintamuosius. Savo darbe naudosime logaritmų pokyčius ( *diff log* ), nes naudojant juos mes apsisaugosime nuo regresijos iškraipymų ir mums bus patogiau nagrinėti procentalius kintamųjų skirtumus, o ne vienetinius.

## 5 Ekonometrinė duomenų analizė

### 5.1 Naivus modelis

Dabar pabandysime viską, kas buvo anskčiau paminėta, išreikšti ir pagrįsti ekonometriniais modeliais. Mes naudojome ketvirtinius duomenis nuo 2001 iki 2013 metų. Pagal urbanizacijos, emigracijos, darbo rinkos, technologinio progreso daromą įtaką ekonominiam augimui, mes sukūrėme pirmąjį naivų modelį :

$$\Delta \log(BNP) = \beta_0 + \beta_1 \Delta URB + \beta_2 \Delta IQ + \beta_3 \Delta \log(LF) + \beta_4 \Delta \log(I) + \beta_5 Krize + \beta_6 \Delta \log(POP) + \beta_7 \Delta \log(EM) + \epsilon$$

**BNP** - Bendrosis nacionalinės realiosios disponuojamos pajamos

**URB** - procentinis populiacijos miestuose ir visos šalies populiacijos santykis

**IQ** - Baigusiųjų aukštąsias mokyklas santykis su visa populiacija, procentais

**LF** - Užimtųjų šalyje skaičius

**I** - Užsienio investicijos, tenkančios vienam gyventojui

**Krize** - Kategorinis kintamasis, žymintis krizės laikotarpį ( 2008K1 - 2009K4)

**POP** - Populiacija

**EM** - Emigrantų skaičius

Sudarius tiesinį regresinį modelį mes gavome tokius rezultatus :

**Naivus modelis**

**Priklausomasis kintamasis -  $\Delta \log(BNP)$**

Kintamasis	Koeficiento įvertis	t statistika
<b>Konstanta</b>	0.02857	1.743
<b><math>\Delta URB</math></b>	4.31933	0.715
<b><math>\Delta \log(LF)</math></b>	0.26209	0.536
<b><math>\Delta IQ</math></b>	0.56800	1.501
<b>Krize</b>	-0.05149	-2.182
<b><math>\Delta \log(I)</math></b>	-0.21632	-1.356
<b><math>\Delta \log(POP)</math></b>	0.26087	0.062
<b><math>\Delta \log(EM)</math></b>	0.01939	0.908

Kaip matome, visi koeficientai yra nereikšmingi. Bet to ir reikėjo tikėtis, nes mes dar netikrinome kintamųjų dėl multikolinearumo ir nepritaikėme atvirkščio kintamųjų pašalinimo metodo ( backwards elimination of variables ). Taipogi tiriant laiko eilutes yra geriau pasirinkti dinaminį modelį, nes kai kurie ekonominiai kintamieji pradeda veikti priklausomąjį kintamąjį tik po kurio laiko.

## 5.2 Peržiūrėtas modelis #1

Priklausomasis kintamasis -  $\Delta \log(BNP_t)$

Kintamasis	Koeficiento įvertis	t statistika
<b><i>Konstanta</i></b>	0.15082	2.326 ★
<b><i><math>\Delta(HR_t)</math></i></b>	0.017734	1.949 .
<b><i><math>\Delta \log(GR_t)</math></i></b>	0.451096	3.349 ★★
<b><i><math>\Delta \log(EM_{t-2})</math></i></b>	-0.04848	-2.778 ★★

$$R^2 = 0.2855$$

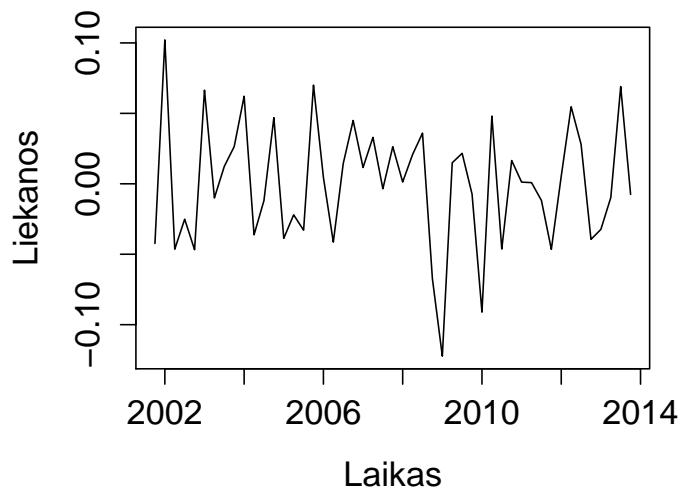
$\Delta(GR_t)$  - Santykis tarp gimusių ir mirusių žmonių  $t$  laiko momentu. ( **G**rowth **R**ate )

$\Delta(HR_t)$  - Procentinis užimtųjų skaičius, dirbantis technologijų ir mokslo srityje  $t$  laiko momentu. ( **H**uman **R**esource in science and technology )

$\Delta(EM_{t-2})$  - Emigrantų skaičius  $t - 2$  laiko momentu. ( **E**Migrantų skaičius )

## 5.3 Pirmojo modelio adekvatumo tikrinimas

Visų pirmą ištyrime modelio liekanas.



Šapiro - Vilkokso testo dėl normalumo  $p$  reikšmė yra 0.6423, taigi neturime pagrindo atmesti nulinės hipotezės ir galime sakyti, kad liekanos yra normalios. Liekanų grafikas tai patvirtina. Tai reiškia, kad mūsų pasirinkti aiškinantieji kintamieji ( deterministinė modelio dalis ) yra gera ir mūsų modelio liekanos yra nenuspėjamos. Taigi, kad nukrypimai nuo originalių duomenų naudojantis mūsų modelį atsiranda dėl nenuspėjamumo, o ne dėl kažkokių praleistų kintamųjų ir pan.



Modelyje esantys kintamieji yra reikšmingi su 0.1 reikšmingumo lygmeniu. Ekonomikoje dažniausiai yra naudojamas toks lygmuo, o ne populiarusis 0.05.

Koeficientų prie kintamųjų ženklai neprasilenkia su ekonomine teorija ir, naudojantis visa šiame kursiniame darbe sukaupta informacija, gali būti nesunkiai interpretuojami. Apie kiekvieną iš kintamųjų pakalbėsime kitame skyrelyje.

**Kintamųjų ekonominė interpretacija** Pradėkime nuo  $GR_t$  - augimo tempo  $t$  laiko momentu šalyje. Anot mūsų modelio, padidėjęs augimo tempas šalyje 1 procentu, BNP padidina 0.451096 procentu. Augimo tempas gali padidėti dėl dviejų priežasčių - padidėjusio gimstamumo arba sumažėjusio mirtingumo. Lietuvoje  $GR_t$  reikšmės vidutiniškai nuo 2001 iki 2013 metų kiekviename ketvirtyje buvo 0.763, kas reiškia, kad mirtingumas buvo apie 24 procentus didesnis nei gimstamumas. Kadangi Lietuva turi išvystytą medicinos sistemą ir nepriklauso taip vadinamom "trečiojo pasaulio" valstybėm, miršta daugiau senyvo ( arba pensinio ) amžiaus žmonės. Taigi žemas šio rodiklio lygis gali signalizuoti, kad valstybėje yra daug pensinio amžiaus žmonių, kuriuos išlaikyti turi likę dirbantys žmonės. Kartu žemas  $GR_t$  reiškia, kad ateityje darbo jėgos niekas nepakeis ir ji bus linkusi mažėti, kas reikš, kad mokesčiai turės būti keliami ir išlaikyti pensinio amžiaus žmones bus sunkiau ir sunkiau. Be to, padidėjęs mirtingumas tiesiogiai reiškia, kad miršta piliečiai, kurie, priklausomai nuo jų pajamų, daugiau ar mažiau skatino ekonomiką savo vartojimu. Kai jų nebelieka, natūralu, kad šalies ekonomika pradeda lėtėti.

Kintamasis  $HR_t$  (Procentinis užimtųjų skaičius, dirbantis technologijų ir mokslo srityje) yra su teigiamu ženklu ir padidėjęs 1 procentu šis rodiklis padidina šalies BNP 1.7734 procentais.

**Svarbu:** šis kintamasis yra deagreguotas t.y., originalūs duomenys yra metiniai, bet mes juos pavertėme į mėnesinius. Kadangi deagreguojant duomenis nėra aišku, kiek mes prarandame tikslumo ir kokią įtaką tai daro koeficientams, yra patartina modeliuojant duomenis to nedaryti. Tačiau užimtųjų skaičius, dirbantis technologijų ir mokslo srityje pasižymi tuom, kad jo kaita per ketvirčius yra minimali : žmonės dirbantys universitetuose, laboratorijose, prie įvairiausių mokslinių projektų dažniausiai pasirašo bent metų ilgio kontraktus ir minimali kaita įvyksta nebent rugsėjo - spalio mėnesiais. Remdamiesi šia prielaida mes priskyrėme atitinkamų metų reikšmę visiems tų metų ketvirčiams.

Grįžtant prie  $HR_t$  įtakos BNP, tai, ką gavome, puikiai dera su skyrelyje "Kas skatina Lietuvos ekonomiką?" išdėstytomis mintimis. Kaip ir minėjome anksčiau, Lietuvoje produktyviausiai dirba užsienio kapitalo aukštųjų technologijų įmonės, kuriose dirba nedaug tačiau aukštą kvalifikaciją turintys žmonės. Tokios įmonės kaip Barclays, Euromonitor international, Western Union ir t.t. savo darbuotojams moka didesnes nei vidutines šalies algas ir dėl to šie darbuotojai stipriai skatina ekonomiką.

Taipogi, didelis žmonių skaičius dirbantis technologijų srityje signalizuoja tai, jog šalyje yra puikus klimatas technologinei pažangai bei inovacijoms. Tai ne tik pritraukia daug užsienio kapitalo įmonių, tačiau, kuriant ir pritaikant svetimas technologijas, darbas tampa produktyvesnis ir 1 darbuotojas gali padaryti vis daugiau ir daugiau. Lietuvos vyriausybė turėtų siekti padidinti šį rodiklį ateityje, norint stipriai skatinti ekonomiką. Kuo mažiau kliūčių bus Lietuvoje kurti naujas, pažangias technologines įmones, kuo lengvesnės sąlygos bus

užsienio aukštųjų technologijų firmoms kurtis šalyje, kuo daugiau tiksliųjų mokslų pakraipos studentų baigs mokslus, tuo Lietuvos BNP ( ekonomika ) augs sparčiau.

Paskutinis kintamasis mūsų modelyje yra  $EM_{t-2}$ . Tai reiškia, kad padidėjęs ( ar sumažėjęs ) emigrantų procentas ne iš karto turės įtakos šalies bendrosioms nacionalinėms pajamoms. 1 procentu padidėjęs išvykusiųjų skaičius po dviejų ketvirčių sumažins BNP 0.04848 procentais. Kaip vieną iš priežasčių mes aptarėme skyrelyje " Emigracija ". Momentiškai, emigrantai sumažina šalyje esantį nedarbo lygį ir kartu darbo pasiūlos kreivę nusileidžia. Laikant paklausą kaip konstantą, tai pakelia darbo užmokestį ir šis teigiamas efektas išlygina neigiamą išvykusiųjų potencialių darbuotojų ir jų pajamų poveikį. Tačiau, po 2 ketvirčių, anot mūsų modelio, neigiamas išvykusiųjų darbuotojų poveikis "nusveria" padidėjusias algas ir pradeda reikšmingai neigiamai įtakoti BNP. Taipogi didelis išvykusiųjų skaičius reiškia tai, kad, turint omenyje  $GR_t$  reikšmes Lietuvoje, ateityje Lietuva turės problemų su senyvo amžiaus žmonių išlaikymu ( tikėtina, kad didės mokesčiai, savo ruožtu disponuojamos pajamos mažės, vartojimas smuks ).

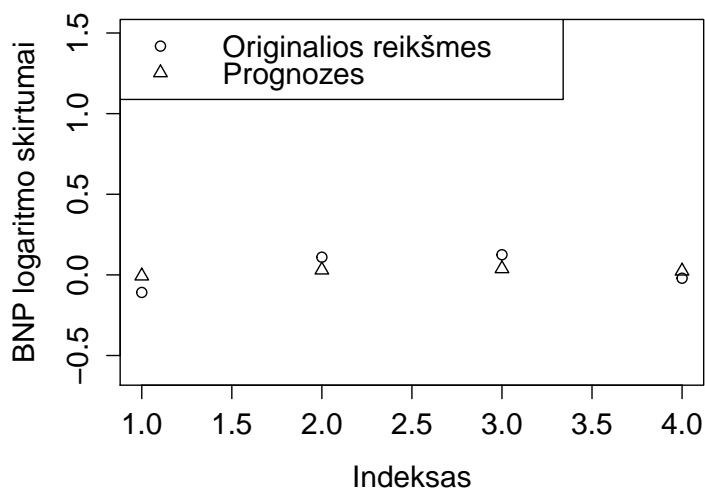
### Prognozės su aibės BNP poaibiu

Norėdami patikrinti modelio tvirtumą, mes sumažinome ketvirčių skaičių ir ėmėmę BNP periodą nuo 2001 metų pirmojo ketvirčio iki 2012 ketvirtojo ketvirčio ir sudarėmė tokį patį modelį. Gautas modelis :

$$\Delta \log(BNP_t) = 0.014711 + 0.433831 \Delta \log(GR_t) + 0.017384 \Delta HR_t - 0.04988 \Delta \log(EM_{t-2})$$

čia visi koeficientai yra reikšmingi su 0.1 reikšmingumo lygmeniu.

Kaip matome, sumažinus stebėjimų skaičių, ženklai prie koeficientų išliko tokie patys ir jų skaitinės išraiškos pasikeitė tik nežymiai. Prognozuojant procentinę BNP pokytį 2013 metų keturiem ketvirčiam buvo gauti tokie rezultatai :



Skirtumų tarp originalių reikšmių ir išprognuotų su mūsų modeliu kvadratų suma yra lygi **0.02623724**. Tai rodo, kad mūsų modelis gana tiksliai prognozavo reikšmes.

## 5.4 Peržiūrėtas modelis #2

Priklausomasis kintamasis -  $\Delta \log(BNP_t)$

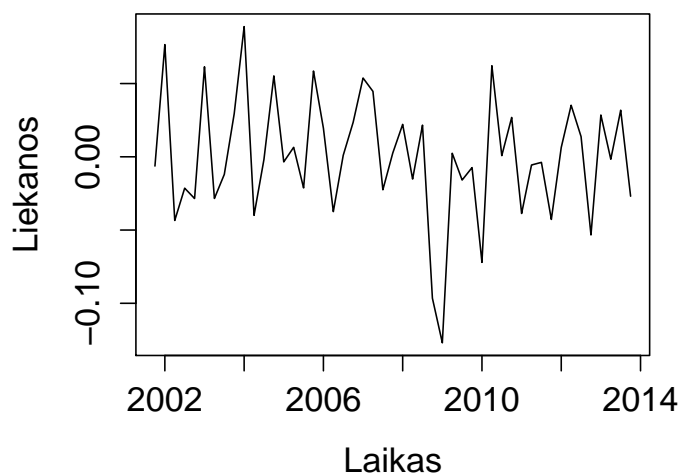
Kintamasis	Koeficiento įvertis	t statistika
<b>Konstanta</b>	0.019907	3.226 **
$\Delta \log(GR_t)$	0.416547	3.029 **
$\Delta \log(EM_{t-2})$	-0.047834	-2.640 *

$$R^2 = 0.2252$$

## 5.5 Antrojo modelio adekvatumo tikrinimas

Pasižiūrėkime, kas bus, jeigu iš modelio pašalintume kintamąjį  $HR_t$ . Taip galėtume daryti dėl tos priežasties, jog jis yra gautas deagreguojant duomenis. Kaip matome iš lentelės, koeficientai prie kintamųjų išlaikė tokius pačius ženklus kaip ir pirmajame modelyje ir jų dydis sąlyginai panašus, todėl ir ekonominės interpretacijos būtų tokios pačios, kaip ir praeitame skyrelyje.

Modelio liekanos:



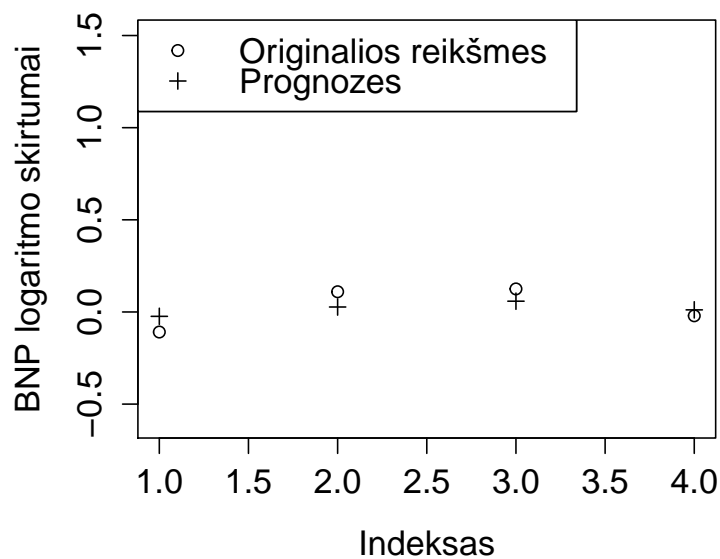
Ir iš grafiko, ir iš Šapiro - Vilkokso testo  $\hat{p}$  įverčio reikšmės ( 0.4449 ) galite teigti, kad liekanos yra normalios.

### Prognozės su aibės BNP poaibiu

Darant analogišką reikšmių prognozavimą kaip ir su pirmuoju modeliu gauti rezultatai :

$$\Delta \log(BNP) = 0.019199 + 0.431492GR_t - 0.050371EM_{t-2} ,$$

čia visi koeficientai reikšmingi su 0.05 reikšmingumo lygmeniu.



Skirtumų kvadratų suma tarp originalių reikšmių ir prognozių naudojantis sudarytu modeliu, naudojant duomenis nuo 2001 iki 2012 metų, yra lygi **0.01956083**.

## 5.6 Modelių lyginimas

Mes turime 2 modelius, kurių kintamuosius galime pagrįsti ekonomine teorija, jų dydis ir įtaka BNP yra logiški, jie yra reikšmingi su 0.1 reikšmingumo lygmeniu. Taigi kaip nuspręsti, kuris modelis yra geresnis?

Modelio numeris	$R^2$	<i>Akaike</i> kriterijus	<i>DW</i> testo p reikšmė
1	0.2855	-165.9285	0.8164
2	0.2252	-163.9573	0.6153

Norėdami nustatyti, kuris modelis yra geresnis, turime mokėti interpretuoti lentelėje esančius koeficientus.

### R kvadratas

Pradėkime nuo determinacijos koeficiento  $R^2$ .  $R^2$  yra dydis, nurodantis, kaip mūsų sukurtas modelis atitinka duomenis. Koeficiento reikšmės yra tarp 0 ir 1 ir kuo reikšmė yra arčiau 1, tuo modelis geriau paaiškina priklausomąjį kintamąjį pasirinkus tam tikrus

aiškinamuosius kintamuosius. Ši savybė išplaukia iš  $R^2$  apibrėžimo :

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}, \text{ čia}$$

$$RSS(\text{ Residual Sum of Squares }) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \widehat{Y}_i)^2$$

$$TSS(\text{ Total Sum of Squares }) = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

$Y_i$  - originalios priklausomojo kintamojo reikšmės  $i$  - tuoju momentu.

$\widehat{Y}_i$  - priklausomojo kintamojo reikšmės, gautos mūsų modelio pagalba.

$\bar{Y}$  - originalių priklausomojo kintamojo reikšmių vidurkis.

Sudarant modelius ir naudojant mažiausių kvadratų metodą (*ordinary least squares*), mūsų tikslas yra gauti tokius koeficientus, kurie sumažintų  $RSS$  kuo labiau. Tai reiškia, kad kuo mažesnė yra paklaidų kvadratų suma, tuo sumodeliuotas  $\widehat{Y}$  kiekviename laiko momente bus arčiau originalių reikšmių. Taigi, mažinant  $RSS$ ,  $\frac{RSS}{TSS}$  santykis mažėja ir  $R^2$  artėja prie 1. Išvada yra tokia, kad kuo modelio  $R^2$  arčiau 1, tuo pasirinkti aiškinamieji kintamieji geriau paaiškina priklausomąjį kintamąjį. Mūsų atveju, kaip matome iš lentelės, antrasis modelis geriau paaiškina BNP.

Verta paminėti, kad lyginant modelius, kuriuose skiriasi aiškinamųjų kintamųjų skaičius,  $R^2$  gali būti apgaulingas. Kadangi  $TSS$  nepriklauso nuo aiškinamųjų kintamųjų, nagrinėjime  $RSS$ . Kuo pastarasis koeficientas mažesnis, tuo  $R^2$  yra didesnis.

Tarkime  $i, j \in N$ ,  $i < j$  ir turime du modelius :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_i X_i + \epsilon$$

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_i X_i + \dots + \alpha_j X_j + \epsilon$$

$RSS_i$ ,  $i = 1, 2$  atitiks atitinkamai pirmojo ir antrojo modelių liekanų kvadratų sumas.

$$RSS_1 = \sum_{k=1}^n (Y_k - \widehat{Y}_{1k})^2 = \sum_{k=1}^n (Y_k - \beta_0 - \beta_1 X_{k1} - \dots - \beta_i X_{ki})^2$$

$$RSS_2 = \sum_{k=1}^n (Y_k - \widehat{Y}_{2k})^2 = \sum_{k=1}^n (Y_k - \alpha_0 - \alpha_1 X_1 - \dots - \alpha_i X_{ki} - \dots - \alpha_j X_{kj})^2$$

Kaip matome,  $\min RSS_2 \leq \min RSS_1$  (jei  $\alpha_i \geq \beta_i$ ) vien dėl to, jog padidiname aiškinamųjų kintamųjų skaičių. Taigi  $R^2$  labai dažnai būna didesnis to modelio, kurio kintamųjų skaičius yra didesnis. Taigi mes nežinome, ar daugiau kintamųjų turintis modelis išties geriau paaiškina priklausomąjį kintamąjį, ar taip yra dėl to, kad kintamųjų skaičius yra didesnis. Tokiu atveju, galime naudotis Akaičės informacijos kriterijumi (*Akaike's Information Criterion*).

### Akaičės informacijos kriterijus

Akaičės informacijos kriterijus (toliau tekste - **AIC**) yra dydis matuojantis modelio gerumą. Kuo kriterijus mažesnis, tuo modelis yra geresnis. **AIC** yra geras tuo, jog suteikia balansą tarp  $R^2$  ir didelio kintamųjų kiekio modelyje. Kaip ir minėjome, didesnis kintamųjų skaičius automatiškai didina  $R^2$ , bet Akaičės kriterijų didesnis parametrų skaičius modelyje taipogi didina (kadangi mažesnė Akaičės kriterijaus reikšmė atitinka geresnį modelį, tai galime sakyti, kad šis kriterijus *baudžia* papildomų parametrų įtraukimą į modelį).

Akaikės kriterijus turės prasmę tik tada, kai modelio liekanos bus normalios ( būtent Akaikės kriterijui reikalinga, kad liekanų dispersija yra pastovi ). Jeigu yra išpildyta ši sąlyga, tada:

$$AIC = \ln(RSS/n)^n + 2k + C, \text{ čia}$$

$k$  - modelio parametrų skaičius

$n$  - priklausomojo regresijos kintamojo ilgis ( koordinačių skaičius ).

$$RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$C$  - konstanta, kuri yra ignoruojama, kai yra lyginami modeliai.

Taigi kaip matome iš  $AIC$  apibrėžimo, kuo  $RSS$  yra mažesnis, tuo Akaikės kriterijus yra mažesnis, taigi kuo mūsų pasirinkti aiškinamieji kintamieji geriau atspindi priklausomąjį kintamąjį, tuo  $AIC$  bus mažesnė.

Mūsų dviejų modelių atveju, mažesnę šio kriterijaus reikšmę turi 1 modelis.

### Durbino - Watsono testas

Durbino Watsono testas yra skirtas nustatyti, ar mūsų sukurto modelio liekanos yra autokoreliuotos. Tai reiškia, kad mes norime patikrinti, ar tam tikros liekanos, atskirtos kažkokiu tai laiko tarpu, įtakoja vienas kitą. Jeigu šio testo p įvertinys yra didesnis už mūsų pasirinktą reikšmingumo lygmenį, tai mes neturėsime pagrindo atmesti nulinės hipotezės, kad mūsų liekanos nėra autokoreliuotos ( to mes ir siekiame, sudarinėdami modelius ).

Kaip matome iš lentelės ( skiltis su  $DW$  ), tiek pirmojo, tiek antrojo modelio liekanos nėra autokoreliuotos.

### Išvada

Taigi tiek  $R$  kvadrato, tiek Akaikės kriterijaus atžvilgiu yra geresnis pirmasis modelis. Tačiau prognozuoja tiksliau, nors ir nežymiai, bet antrasis modelis( prisiminkime - pirmojo modelio skirtumų kvadratų suma tarp originalių reikšmių ir prognozių yra 0.02623724, o antrojo - 0.01956083 ). Tačiau remiantis visa teorine medžiaga, kurią išdėstėme šiame darbe, papildomas kintamasis  $HR_t$  gali paaiškinti, kodėl, nors Lietuvoje yra didelė emigracija ir neigiamas populiacijos augimo tempas, ekonomika vistiek auga. Aišku, reikia turėti omenyje prielaidą, kad darbuotojų kaita technologijų ir mokslo srityje yra lėta ir nežymi.

Taigi galime konstatuoti, kad pirmasis modelis yra geresnis už antrąjį.

## 6 Išvados

- Kintamieji, kurie yra tiesiogiai susiję su populiacija, Lietuvoje labiau veikia realias bendras nacionalines pajamas, o ne realųjį bendrą vidaus produktą.

- Urbanizacija, užimtųjų skaičius, našumas, investicijos iš užsienio, tenkančios vienam gyventojui nedaro reikšmingos įtakos realioms bendrosioms nacionalinėms pajamoms.

- Lietuvoje yra reikšmingas sąryšis tarp atlyginimų lygio ir gimstamumo. Kadangi šalyje sparčiai didėja senyvo amžiaus gyventojų skaičius, didelė emigracija, darbo rinka mažėja, norint, kad ateityje nekiltų problemų dėl pensijų ir mokesčių, gimstamumas turi be abejo didėti. Vyriausybė, norinti tai pasiekti, turėtų stengtis kelti atlyginimų lygį šalyje.

- Lietuvoje yra ryški teigiama sąsaja tarp žmonių, dirbančių aukštųjų technologijų ir mokslinėse srityse, ir šalies ekonominio lygio. Vyriausybė, norėdama skatinti ekonomiką, turėtų į tai atsižvelgti ir kurti kuo palankesnes sąlygas šiam sektoriui plėstis. Taipogi skatinti panašios pakraipos studijas ir didinti jose esančių studentų skaičių.

- Lietuvoje didelis neigiamas *neto* migracijos skaičius verčia trauktis darbo rinką, vidutinis atlyginimas dėl emigracijos yra žemame lygyje ir tai stabdo ekonomiką. Lietuvos vyriausybė kaip vieną iš prioritetų turėtų laikyti emigracijos mažinimą.

## 7 Literatūros ir interneto šaltinių sąrašas

### Literatūra

- [1] Roy.J Ruffin, Paul R.Gregory, „*Principles of Economics, Third Edition*”,(1988)
- [2] Greg Ip, "*The Little Book of Economics*", John Wiley and Sons inc, Hoboken, New Jersey (2010). 21 - 45 psl.
- [3] Ronald G.Ehrenberg, Robert S. Smith, "*Modern Labor Economics. Theory and Public policy, Fifth edition*",HarperCollins College Publishers, New York ( 1994 ). 13 - 39 psl.
- [4] Yujiro Hayami, Yoshihisa Godo "*Development Economics : from the Poverty to the Wealth of Nations*", Oxford University Press, New York ( 2005 ). 63 - 92 psl.
- [5] Adam Smith , "*An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*", W. Strahan and T. Cadell, London, England. 7 - 30 psl.
- [6] E.Wayne Nafziger, *Economic Growth: Fifth edition*, Cambridge University press, USA ( 2012 ). 259 - 296 psl.
- [7] Olivier Blanchard, *Makroekonomika*, Tyto Alba, Vilnius (2007). 263 - 298 psl.

### Interneto šaltiniai

<http://people.duke.edu/~rnau/411log.htm>  
[http://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---dgreports/---dcomm/---publ/documents/publication/wcms\\_194843.pdf](http://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---dgreports/---dcomm/---publ/documents/publication/wcms_194843.pdf)  
[http://www.respublika.lt/lt/naujienos/lietuva/kitos\\_lietuvos\\_zinios/lietuviu\\_issilavinimo\\_lygis\\_auksčiausias\\_es/,print.1](http://www.respublika.lt/lt/naujienos/lietuva/kitos_lietuvos_zinios/lietuviu_issilavinimo_lygis_auksčiausias_es/,print.1)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Akaike\\_information\\_criterion](http://en.wikipedia.org/wiki/Akaike_information_criterion)  
<http://www.mif.vu.lt/~rlapinskas/2013-2014/PE%20II/PE.II%20-%20Lecture%20Notes%202014.05.18.pdf>  
<http://www.mif.vu.lt/~rlapinskas/2013-2014/PE%20II/PE.II%20-%20CompLabs%202014.05.23.pdf>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Durbin%E2%80%93Watson\\_statistic](http://en.wikipedia.org/wiki/Durbin%E2%80%93Watson_statistic)  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Cobb%E2%80%93Douglas\\_production\\_function](http://en.wikipedia.org/wiki/Cobb%E2%80%93Douglas_production_function)