

## 实验 15 使用热流计法和平面热源法测量材料的热导率

### 【实验目的】

- 1、了解稳态热流计法测量材料的热导率（或导热系数）和样品的热阻的原理；
- 2、学会使用稳态热流计法测量不同材料的热导率和样品的热阻；
- 3、了解准稳态平面热源法测量材料的热导率和比热的原理；
- 4、学会用准稳态平面热源法测量材料的热导率和比热。

### 【实验原理】

#### 1. 热传导理论中的一些基本概念

傅立叶热传导定律指出，通过材料的热传导速率（单位时间传递的热量）与温度的梯度和热量流经的横截面积成正比。对于均匀介质中的一维热传导，傅立叶热传导定律可以表示为：

$$q_c = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

式中， $q_c$ 是热传导的速率（单位：W），它常常也被简称为热流， $A$ 是热量流经的横截面积（单位： $m^2$ ）， $dT/dx$ 是温度的梯度（单位： $K/m$ ），比例系数 $k$ 是材料的热导率或导热系数（单位： $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ）。负号表示热量总是从温度高的位置流向温度低的位置。需要说明的是，傅立叶定律适用于一维稳态热传导问题。根据（1）式，材料的热导率可写作

$$k = \frac{q_c}{A \left| \frac{dT}{dx} \right|} \quad (2)$$

由上式可知，材料的热导率（或导热系数）可理解为单位温度梯度下、单位时间内通过单位横截面积的热量。热导率是表征材料热学性能的一个重要参数，不同的材料具有不同的热导率，譬如 Cu 的热导率为  $399 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，玻璃的热导率为  $0.81 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，塑料的热导率为  $0.2\text{-}0.3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ，而空气的热导率仅为  $0.026 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 。热导率越大，材料传热的速率越快，导热性能越好。热导率高的材料可用作散热材料，而热导率低的材料可用作绝热材料。

为了引入热阻的概念，考虑如图 1 所示的一维稳态热传导。已知一块长方体匀质材料左侧的温度为  $T_1$ ，右侧的温度为  $T_2$ ，且  $T_1 > T_2$ ，两个侧面相距  $L$ ，热传导的横截面积为  $A$ ，假设单位时间从左侧传递到右侧的热量（即热传导的速率）为  $q_c$ ，则材料的热阻定义为

$$R_t = \frac{T_1 - T_2}{q_c} \quad (3)$$

式中， $R_t$ 为材料的热阻，它可理解为热传导速率（单位时间传递的热量）为 1W 时材料两端的

温差，它的单位为 K/W。如果把“热传导速率”比作“电流强度”，把“温度差”比作“电压”，则“热阻”可比作“电阻”。就像电阻是用来表征材料对电子传输的阻碍能力，热阻的引入是为了表征材料对热量传导的阻碍能力。

仍然考虑图 1 所示的一维稳态热传导，此时，材料的热导率可表示为

$$k = \frac{q_c \cdot L}{A \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{L}{A \cdot \frac{\Delta T}{q_c}} = \frac{L}{A \cdot R_t} \quad (4)$$

可以将上式改写为

$$R_t = \frac{1}{k} \cdot \frac{L}{A} \quad (5)$$

材料热导率 $k$ 的倒数被称为热阻率，由上式可知，热阻与热阻率、热传导的长度和热传导的截面积满足与电阻同电阻率、电导的长度和电导的截面积类似的关系。

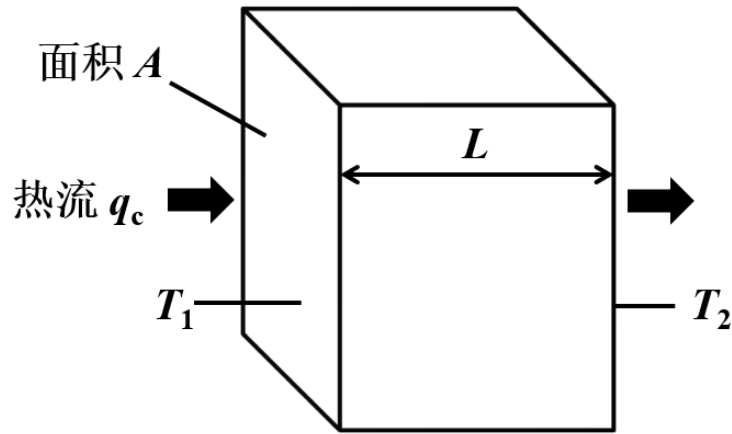


图 1 通过一长方体匀质材料的一维稳态热传导示意图

## 2. 测量材料热导率的方法简介

有多种测量材料热导率的方法，这些方法大致可分为两类：稳态法和瞬态法。稳态法是在样品处于稳态热传导的条件下（样品内部的温度分布不随时间变化）进行测量的方法。稳态法包括保护平板法（测量范围  $0.001\text{--}2\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）、热流计法（测量范围  $0.001\text{--}20\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）和保护热流计法（测量范围  $0.01\text{--}400\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）。稳态法的优点是利用傅立叶热传导定律计算热导率，计算过程简单，缺点是要求材料达到稳定热传导的状态，测试时间长等。瞬态测量方法是在样品处于非稳态热传导条件下进行测量的方法。瞬态法包括热线法（测量范围  $0.01\text{--}20\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）、瞬态平面热源法（测量范围  $0.01\text{--}20\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）和激光闪光法（测量范围  $0.1\text{--}2000\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）。准稳态法的优点是测量速度快、测量范围宽，缺点是设备较为复杂和昂贵。

本实验安排了两种方法测量材料的热导率，它们分别是属于稳态方法的热流计法和属于瞬态方法的平面热源法。下面简要介绍它们的测试原理。

### 3. 热流计法测量材料热导率的原理

图 2 给出了热流计法测量材料热导率的原理示意图。如图所示，加热面  $A$  将热量经待测样品  $B$  传导到散热面  $C$ （室温）。由于加热面  $A$  和散热面  $C$  都是由热的良导体铜板制作，且与待测样品  $B$  紧密接触，当达到稳态时可认为其温度就是样品上、下表面的温度  $T_1$  和  $T_2$ ，且  $T_1 > T_2$ 。对于样品  $B$ ，假设其导热方向的厚度为  $L$ ，面积为  $A$ ，当达到稳态热传导时，只要准确测量出样品的厚度  $L$  和面积  $A$ 、上下表面的温度  $T_1$  和  $T_2$ ，以及流经样品的热流  $q_c$ （单位为  $W$ ），就可以利用基于傅立叶定律的(4)式计算材料的热导率，再利用(5)式计算样品的热阻。

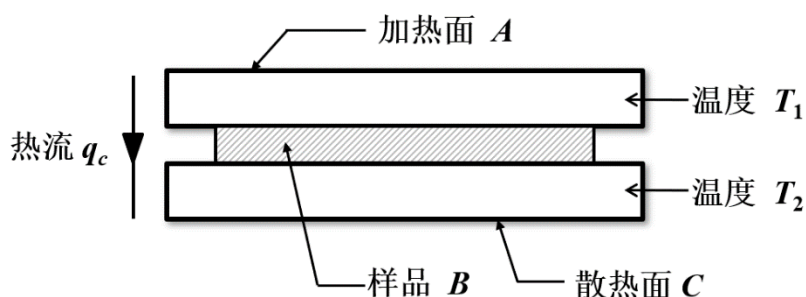


图 2 热流计法测量材料热导率的原理示意图

需要说明的是，本实验所用的 DRPL-I 热导率测试仪使用 WPY 热流计测量通过样品的热流。该热流计使用珀耳帖元件作为热流传感器。所谓珀耳帖效应是指当有电流通过不同的导体或半导体组成的回路时，将在不同导体或半导体的连接处产生吸热或放热的现象，且吸热端（冷端）和放热端（热端）会随着电流方向的改变而交换位置，如图 2 所示。珀耳帖元件作为热流传感器是反向利用了它的常见功能，即让热流通过珀耳帖元件使其两端产生温度差，由温度差产生热电压；然后利用毫伏表测量珀耳帖元件输出的热电压来间接得到通过珀耳帖元件的热流。由于这是一种间接测量热流的方法，必须定期对热流计给出的热流值做校准才能保证测量结果的正确性。具体地说，使用热导率已知的参考样品标定热流计毫伏表显示的电压值与通过热流传感器的热流值之间的关系。例如，已知参考样品的热导率，通过它的热流  $q_{\text{ref}}$  可由温差  $\Delta T_{\text{ref}}$ 、样品厚度  $L_{\text{ref}}$ 、面积  $A$  和(1)式确定。假设所确定的热流  $q_{\text{ref}}$  是  $2.5W$ ，而此时热流计毫伏表显示的电压为  $1V$ ，这意味着热流计毫伏表  $1V$  的电压值对应于有  $2.5W$  的热流通过热流计。假设两者满足线性关系，就可以得到其它电压值对应的热流值。

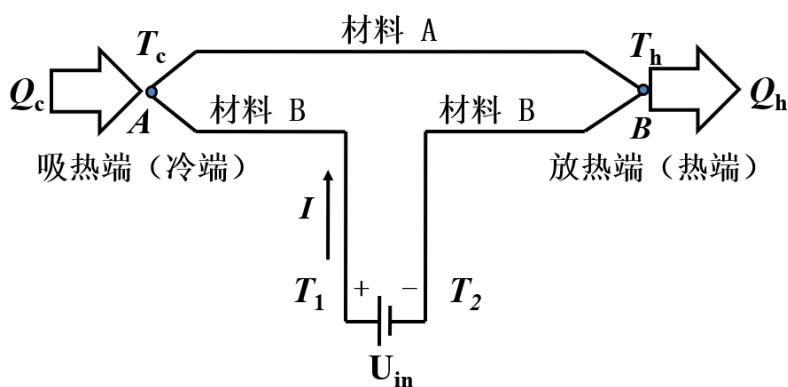


图 3 帕尔贴效应的原理示意图

#### 4. 平面热源法测量材料热导率的原理

如图 4 所示，考虑一无穷大导热平板的一维热传导问题。假设该平板的面积为无限大、厚度为  $2d$ ，初始温度为  $T_0$ 。现从平板的两侧同时向中心面施加均匀的热流密度（单位时间通过单位截面积的热量，也被称为热通量） $q_f$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ )，则平板上各点的温度  $T(x, t)$  将随加热时间  $t$  而变化。

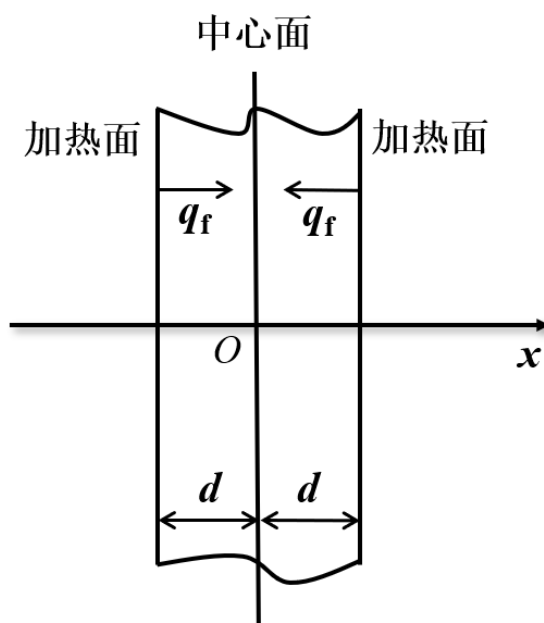


图 4 厚度为  $2d$  的无穷大导热平板的一维热传导模型示意图

以样品中心面上的一点为坐标原点  $O$ ，以样品厚度方向为  $x$  轴方向，如图 4 所示，则平板上各处的温度  $T(x, t)$  随位置  $x$  和加热时间  $t$  的分布可通过求解下面的偏微分方程得到

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial T(d,t)}{\partial x} = \frac{q_f}{k}, \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \\ T(x,0) = T_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\alpha = k/\rho c$  被称为物体的热扩散率（单位为： $\text{m}^2/\text{s}$ ），它是表征物体在加热或冷却的过程中升温或降温快慢的物理量， $\rho$ 为材料的密度（ $\text{kg}/\text{m}^3$ ）， $c$ 为材料的比热（ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ）， $k$ 为材料的热导率（ $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ），由 $\alpha$ 的表达式可知比热大、热导率低材料热扩散率低，意味着其温度的变化较慢。需要说明的是，第一行的式子是描述材料内部无热源的非稳态热传导的偏微分方程；第二行的两个式子是该问题的边界条件，通过将傅立叶热传导定律分别应用于  $x=d$  和  $x=0$  处得到，这里的 $q_f$ 是热流密度（或热通量），它与热流 $q_c$ 的关系是 $q_f = q_c/A$ ；第三行的式子是该问题的初始条件。

通过求解上面的偏微分方程，可得到该问题的解（具体求解过程参见附录）为：

$$T(x,t) = T_0 + \frac{q_f}{k} \left[ \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{6} + \frac{2d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \right] \quad (7)$$

由（7）式可知，式中的级数求和项随着加热时间  $t$  的增加呈指数衰减，当加热时间较长时，级数求和项的影响可以忽略不计，此时（7）式可简化为：

$$T(x,t) = T_0 + \frac{q_f}{k} \left( \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{6} \right) \quad (8)$$

在样品的中心面处， $x=0$ ，代入（8）式可得：

$$T(0,t) = T_0 - \frac{q_f d}{6k} \quad (9)$$

在样品的加热面处， $x=d$ ，代入（8）式可得：

$$T(d,t) = T_0 + \frac{q_f}{k} \left( \frac{d}{2} - \frac{d}{6} \right) = T_0 + \frac{q_f d}{3k} \quad (10)$$

此时加热面和中心面之间的温度差为：

$$\Delta T = T(d,t) - T(0,t) = \frac{q_f d}{2k} \quad (11)$$

由（11）式可知，当热流密度 $q_f$ 恒定时，此时加热面和中心面之间的温度差 $\Delta T$ 保持恒定，与加热时间  $t$  无关，我们称这种状态为准稳态。当体系到达准稳态时，由（11）式可得

$$k = \frac{q_f d}{2\Delta T} \quad (12)$$

由（12）式可知，只要测出体系进入准稳态后加热面和中心面之间的温度差 $\Delta T$ ，并由实验条件确定出相关参量 $q_f$ 和  $d$ ，就可以计算出待测材料的热导率  $k$ 。

另外，体系进入准稳态后，可以用比热  $c$ 、样品的密度  $\rho$ 、体积  $V$ 、面积  $A$ 、厚度  $d$ 、温度的变化、时间  $t$  等将  $q_f$  表示出来，即

$$q_f = \frac{dQ}{A \cdot dt} = \frac{c \cdot \rho \cdot V \cdot dT}{A \cdot dt} = c \cdot \rho \cdot d \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13)$$

根据(13)式，样品的比热可表示为：

$$c = \frac{q_f}{\rho d \frac{\partial T}{\partial t}} \quad (14)$$

式中 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 为准稳态条件下样品中心面的温升速率，需要说明的是，进入准稳态后各点的温升速率是相同的。由上面的公式推导可知，只要知道恒定的热流密度 $q_f$ ，样品的厚度 $d$ 、样品的密度 $\rho$ ，并测出体系进入准稳态后加热面和中心面间的温度差 $\Delta T$ 和中心面的温升速率 $\frac{\partial T}{\partial t}$ ，就可利用（12）式和（14）式计算出材料的热导率和比热。

## 【仪器用具】

DRPL- I 热导率测试仪，计算机，ZKY-BRDR 型准稳态法热导率、比热测试仪，样品（石英、白橡胶、铝合金、黑橡胶、有机玻璃）。

## 【实验装置介绍】

### 1. 测试仪器介绍

#### 1.1 DRPL- I 热导率测试仪简介

本实验使用 DRPL- I 测试仪和基于稳态测试方法的热流计法对三种样品（白橡胶、石英和铝合金）的热导率和热阻进行测试。图 5 给出了 DRPL- I 测试仪的正面照片。如图所示，该测试仪由测试主机（包括机箱、前面板、防风罩、以及包含冷板、热板、测温热电偶、热板高度调节机构的测试架等）和计算机组成。前面板有电源开关、加热开关、风扇开关、加热电流表、加热电压表、加热器温控表、热流计毫伏表、热面和冷面温度显示仪表等。由于本实验所用的 DRPL- I 热导率测试仪配备了计算机以及“DRPL 导热系数测试系统”控制软件，一旦在程序界面上设置好必要的参数，计算机可自动控制 DRPL- I 热导率测试仪完成样品热阻和材料热导率的测量。测量完成后，还可以自动生成样品热阻和材料热导率的检测结果报告。DRPL- I 测试仪的主要技术参数如下：热导率测试范围：0.015—400 W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>，精确度小于 5%；热流计热流测量范围：0.5—2000 W，分辨率 0.25 W；热面温度范围：室温—99.99℃，冷面温度为室温；冷、热板传热面积均为 150×150 mm；冷、热板间距调节范围：0—160 mm。

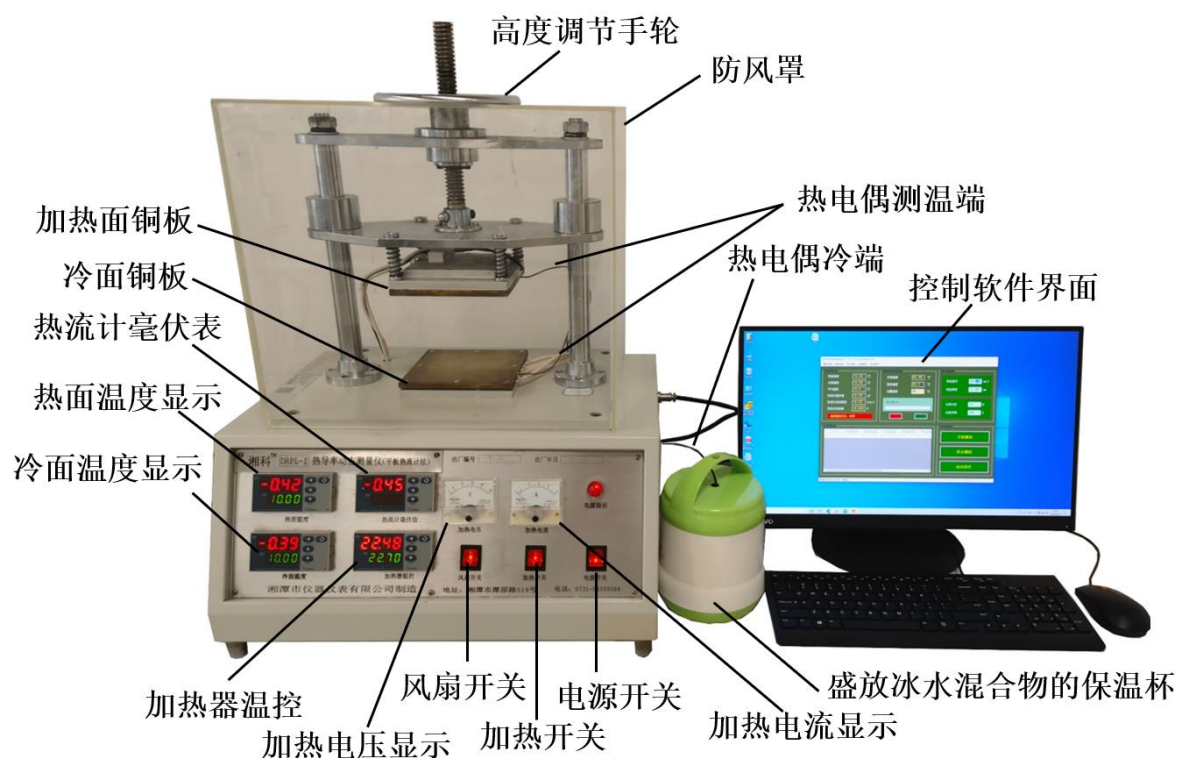


图 5 DRPL- I 导热系数测试仪的正面照片

## 1.2 ZKY-BRDR 型准稳态法热导率、比热测试仪简介

本实验使用 ZKY-BRDR 型热导率测试仪和基于瞬态测试方法的平面热源法对两种样品（黑橡胶和有机玻璃）的热导率和比热进行测试。图 6 给出了 ZKY-BRDR 型准稳态法热导率、比热测试仪的正面照片。如图所示，该测试仪由主机、卧式测试装置和保温杯三部分组成。主机的前面板有电源开关、加热电压调节旋钮、加热电压/热电势切换开关、中心面/温差热电势切换开关、加热电压/热电势显示、加热计时显示、加热计时清零按钮、加热指示灯。需要说明的是，加热开关位于主机的后面板上。一旦打开加热开关，加热指示灯就会点亮，加热计时就会显示加热时间。实验人员可通过操作主机上的相关开关或旋钮，人工完成所有实验数据的采集。卧式测试装置用来固定和压紧样品、对样品加热和测温、并将热电偶输出的温差热电势信号放大后输入到测试主机上。保温杯的作用是使两个热电偶的冷端在整个实验过程中保持温度恒定。

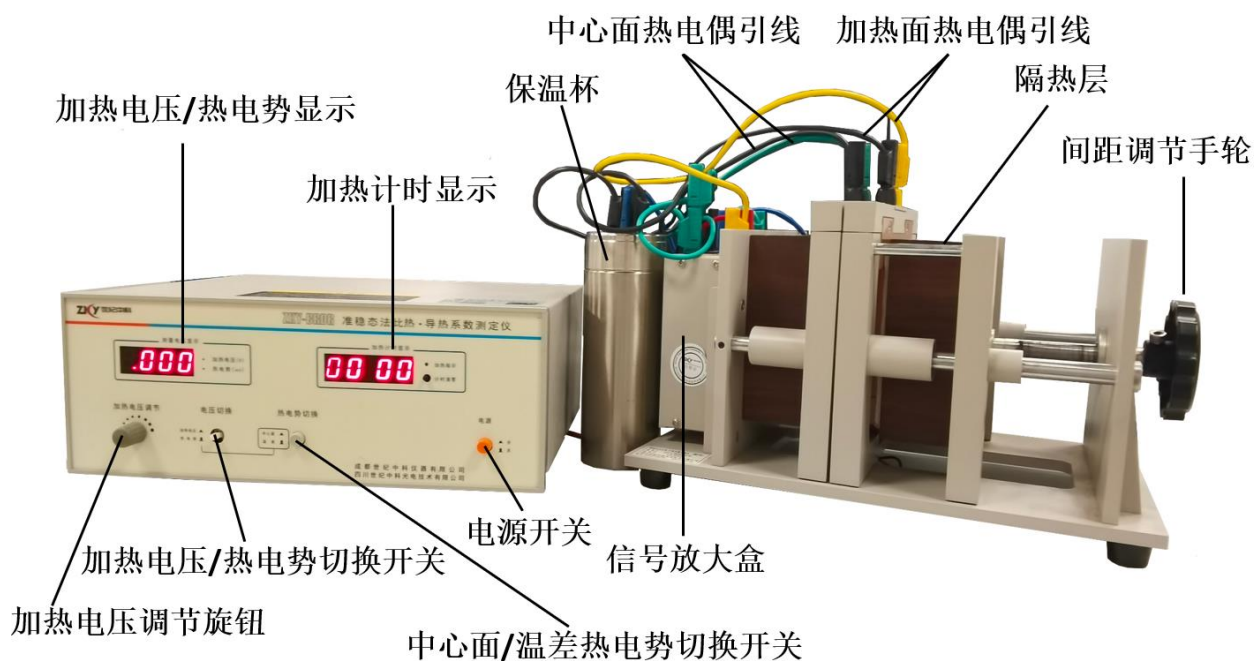


图 6 ZKY-BRDR 型准稳态法热导率、比热测试仪的正面照片

## 2. ZKY-BRDR 型测试仪测量材料热导率和比热的方法

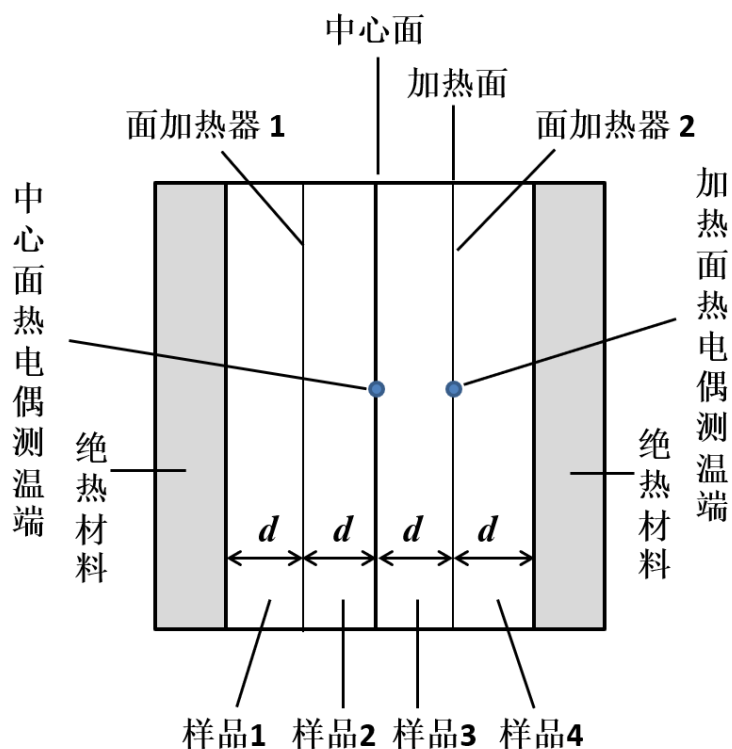


图 7 四块样品和两个薄膜加热器在 ZKY-BRDR 型准稳态热导率测试装置中的安装配置方式

要使用 ZKY-BRDR 型测试仪测量材料的热导率和比热，需准备 4 块尺寸完全相同的同质样



品（样品厚度  $d=0.01\text{m}$ ，样品面积  $S=\text{长 } 0.09\text{m} \times \text{宽 } 0.09\text{m}$ ）。图 7 给出了 ZKY-BRDR 型准稳态热导率测试仪所使用的样品和面加热器的安装配置方式，如图所示，四块样品 1、2、3 和 4 一字排开，样品 2 和 3 之间的中央位置放置中心面热电偶测温端；样品 1 和 2 之间为面加热器 1，样品 3 和 4 之间为面加热器 2，并在样品 3 和面加热器 2 之间的中央位置放置加热面热电偶测温端。测试时，四块样品和两个面加热器被紧密挤压在一起，确保样品和样品之间以及样品和加热器之间不存在空气隙，且样品和加热器周围被绝热材料所包围。由于面加热器可对整个样品面积进行均匀加热，且样品的横向尺寸大于样品厚度的 6 倍以上，可以认为热传导只沿样品厚度方向进行，所以之前在假设样品为无穷大的前提下推导出来的一维非稳态热传导公式对本实验仍然近似成立。由于面加热器可以向左、右两边加热，所以在每个面加热器的两边配置了两个相同的样品（它们具有相同的热阻），这样可使样品 2 或 3 获得的热流密度约等于面加热器一半的电功率。测试仪使用的面加热器的电阻为  $R=110\ \Omega$ ，可使用下式计算样品 2 或 3 获得的热流密度

$$q_f = \frac{V^2}{2A \cdot R} = \frac{V^2}{2 \times 0.85 \times 0.09 \times 0.09 \times 110} \quad (\text{W/m}^2) \quad (15)$$

式中  $V$  为面加热器的加热电压（本实验取 18V 或 19V）， $A$  是有效传热面积，0.85 是考虑了边缘效应对加热面积（ $S=\text{长 } 0.09\text{m} \times \text{宽 } 0.09\text{m}$ ）的修正因子。

一旦确定了样品 2 和 3 从面加热器获得的热流密度  $q_f$ ，只需测出体系进入准稳态后加热面和中心面之间的温度差（或样品 3 两侧的温度差） $\Delta T$ ，就可以利用之前针对图 4 推导出的（12）式计算材料的热导率。由于我们在样品 3 的两侧分别放置了中心面热电偶的测温端和加热面热电偶的测温端，且两个热电偶的冷端被放置在同一个保温杯中，在整个实验过程中两个热电偶的冷端温度保持恒定，所以测试过程中任意时刻样品 3 两侧的温差热电势  $V_t$ （即两个热电偶的测温端温差热电势）可以由仪器测出。根据测试仪所用的铜—康铜热电偶的塞贝克系数（0.04 mV/K），可以利用下式将样品 3 两侧的温差热电势  $V_t$ （单位为 mV）转换为温度差：

$$\Delta T = \frac{V_t}{0.04} \quad (\text{K}) \quad (16)$$

至此，可以将样品 3 的厚度  $d$ 、样品 3 从加热器获得的热流密度  $q_f$ 、样品 3 两侧的温度差  $\Delta T$  代入（12）式来计算材料的热导率。

由（14）可知，要计算材料的比热，除了知道样品 3 从加热器获得的热流密度  $q_f$  以外，还需知道样品 3 的温升速率。本实验测量样品 3 另一侧（即中心面）的温升速率，并把它近似看作是样品 3 的温升速率。在实际测量中，仪器以每分钟为间隔测量中心面热电偶输出的温差热电势，根据该数据可得到中心面热电偶测温端每分钟的热电势改变量  $\Delta V$ （单位是 mV），由此可利用下式计算中心面的温升速率：

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\Delta V}{60 \times 0.04} \quad (\text{K/s}) \quad (17)$$

式中, 60s 对应于 1min 的测试间隔, 0.04 对应于铜—康铜热电偶的塞贝克系数 (0.04 mV/K)。一旦确定了  $dT/dt$ ,  $q_f$ ,  $d$  和材料的密度  $\rho$  (已知有机玻璃的密度为 1196 kg/m<sup>3</sup>, 黑橡胶的密度为 1374 kg/m<sup>3</sup>), 就可以利用 (14) 式计算材料的比热了。

## 【实验内容】

### 1. 使用稳态法 (热流计法) 测量样品的热阻和材料的热导率

#### 1.1 测量方块状白橡胶样品的热阻和白橡胶的热导率

##### (1) 测量样品尺寸, 安装样品

接触样品时需佩戴丁腈手套。确认样品表面是否洁净, 如果样品表面有沾污, 应使用医用纱布将样品表面清理干净。使用游标卡尺测量橡胶块样品的长、宽和厚度, 为了评估测量结果的不确定度, 每个量都需要测量 5 次, 并将结果记录在实验记录纸上。取下 DRPL- I 测量仪实验主机上的有机玻璃防风罩, 旋转手轮, 升起上面板。使用医用纱布将上、下铜面板表面清理干净。将橡胶块样品置于面积为 150×150mm 的上、下铜面板的正中央。旋转手轮, 降下上面板, 直到四个支撑杆露出 10mm 左右以确保样品被上、下铜板夹紧。罩上有机玻璃防风罩。在作为热电偶冷端 (参考端) 的保温杯里加入冰水混合物 (冰块占 90%), 使其占到保温杯体积的约 90%。

##### (2) 设定加热温度, 等到系统进入稳态后用鼠标点击“开始测量”按钮进行自动测量

打开 DRPL- I 测量仪主机的电源开关、加热开关和风扇开关。打开电脑, 启动“DRPL 导热系数测试系统”控制软件。此时, 实验主机温控表上的数据应能够在程序界面上相应的显示框中显示, 否则通信不正常, 请检查通信线和接口是否连接正常, 或根据计算机提示查找故障。把样品的厚度和面积输入到程序界面上相应的输入框。然后, 设置加热板的温度。打开主机时, 主机前面板上的加热器温控表显示的是环境温度, 通常把加热板的温度设置为比环境温度高 20—30℃。设置完加热温度, 用鼠标点击程序界面上的“启动”按钮, 就开始对上面板 (加热板) 进行加热。等到系统进入稳态后, 观察主机前面板上的热流计毫伏表的示数, 如果示数小于 10, 用鼠标点击程序界面上的“停止”按钮停止加热, 然后在加热温度设置框内设置更高的温度并点击“启动”按钮重新进行加热, 直至体系进入稳态后热流计毫伏表的示数大于等于 10 为止。之后, 用鼠标点击“开始测量”按钮进行自动测量, 测量过程通常需要 0.5—2.5 h。

##### (3) 测量完成后, 保存数据, 关机

测量完成后，程序会自动弹出对话框，要求输入“样品名称”、“操作者姓名”和“检测日期”等信息。填完以上信息，点击确认按钮，就可以自动生成样品热导率和热阻的检测报告。检测报告有两种格式可供选择，一种是 PDF 格式，另一种是 Excel 表格。此外，还可以点击程序主界面上的“显示曲线”，在新打开的页面上点击“输出数据”，同样可以两种文件格式（pdf 和 excel）保存“曲线数据”。一旦测试完成并保存好检测报告和曲线数据，就可以点击“停止”按钮停止对上面板加热，点击“停止测试”按钮停止测试，点击“退出程序”按钮退出程序。然后关闭加热、风扇开关，最后关闭仪器电源开关。取下有机玻璃防风罩，旋转手轮，升起上面板，取走样品。

## 1.2 测量圆柱形石英样品的热阻和石英的热导率

测量过程与橡胶块样品的测量过程类似，所不同的是，石英样品不像橡胶样品那样富有弹性，为了确保石英样品与上、下铜板有良好的热接触，需要在石英样品的上下底面涂抹适量的导热硅脂，然后，将样品置于面积为  $150 \times 150 \text{mm}$  的上、下铜板的正中央。旋转手轮，降下上面板，直到四个支撑杆露出  $10 \text{mm}$  左右以确保样品被上、下铜板夹紧。以下测量过程与橡胶块样品的测量过程相同。

## 1.3 测量圆柱形铝合金样品的热阻和铝合金的热导率

与橡胶和石英不同，铝合金是热的良导体，要想利用热流计法准确测量铝合金样品的热阻和热导率，必须对铝合金样品进行特殊的设计和制备。为了增加冷、热面的温差，减小铝合金样品横截面积的同时增加样品的高度；为了避免热量从铝合金样品的侧壁散失，使用绝热材料将铝合金样品的侧壁完全包裹；为了彻底消除铝合金样品与冷、热铜板接触热阻对测量结果的影响，在铝合金样品上、下底面附近的侧壁上打 2 个测温孔，把测量热、冷铜板温度的热电偶分别插入到上、下 2 个测温孔内测温。图 8 给出了夹在上、下铜板之间的铝合金样品的断面示意图。由图可知，铝合金样品由铝合金柱芯、绝热包层和两个测温孔组成。

使用游标卡尺测量铝合金样品的直径时，要注意铝合金棒的直径不包含绝热层。使用游标卡尺测量上、下两个测温孔的距离作为铝合金样品的厚度。同样地，每个量都需要测量 5 次，并将结果记录在实验记录纸上。在铝合金样品的上、下底面涂抹少量导热硅脂，然后，将样品置于铜下面板的正中央。旋转手轮，降下铜上面板使之与样品接触。用手旋转样品使导热硅脂尽可能均匀分布于两个接触面。将原来插入到上、下铜面板测温孔的热电偶测温端拔出，蘸一些导热硅脂，分别插入到样品侧面上、下两个测温孔中，而且要将热电偶的测温端插到底（插到样品中心）。旋转手轮，直到四个支撑杆露出  $10 \text{mm}$  左右，以确保样品被上、下铜板夹紧。以下测量过程与橡胶块样品的测量过程相同。

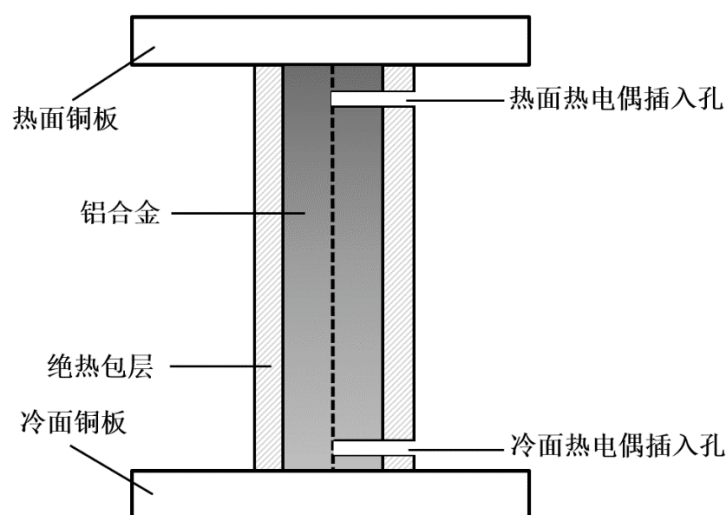


图 8 由铝合金柱芯、绝热包层和两个测温孔组成的铝合金样品的断面示意图

**对热导率测量结果进行不确定度分析：**已知温度测量范围为：室温—99.99℃，温度测量精度 $\pm 0.05^{\circ}\text{C}$ 。热流计热流测量范围：0.5—2000 W，分辨率 0.25 W。游标卡尺的测量精度为 0.02mm。假定矩形分布来评估仪器精度引入的不确定度。计算样品热导率测量结果的相对不确定度。假设包含因子  $k=2$ ，给出扩展不确定度。

## 2. 使用准稳态法（平面热源法）测量有机玻璃和黑橡胶的热导率和比热

### 2.1 测量有机玻璃的热导率和比热

#### (1) 安装样品

旋松测试装置上的间距调节手轮，拉出样品架。轻轻拔出左横梁及与之相连的中心面热电偶，拔出右横梁及与之相连的加热面热电偶，将它们放置在不易触碰的地方。戴上手套，按照图 7 所示的样品位置安装样品。先将有机玻璃样品 1 和 2 放进样品架中；将右横梁放入样品架并确认加热面热电偶测温端紧贴面加热器 2 且位于其中部；然后将有机玻璃样品 3 和 4 放进样品架中；将左横梁放入样品架并确认中心面热电偶测温端位于样品 2 和 3 之间的中央位置；最后旋紧手轮压紧样品。注意左、右横梁的安装位置不能颠倒。

#### (2) 设定加热电压

检查主机后面板上的加热开关是否处于关闭状态。如果处于打开状态，应关闭加热开关。打开主机前面板上的电源开关。开机后先让仪器预热 10 min。设定加热电压，步骤为：先将“电压切换”按钮调到“加热电压”档位，再由“加热电压调节”旋钮将加热电压调节到 18V 或者 19V。

#### (3) 测量加热面和中心面间的温差电动势 $V_t$ 和中心面每分钟温升热电势

将“电压切换开关”调到“热电势”档位；然后将“热电势切换开关”调到“温差”档位，如果“测量电压显示”的温差热电势（加热面和中心面间的温差电动势）的绝对值小于 0.004mV，就可以开始加热了，否则应等到“测量电压显示”的温差热电势降低到 0.004mV 以下再进行加热。如果实验要求精度不高，“测量电压显示”的温差热电势在 0.01mV 左右也可以开始实验，但不能太大，否则严重影响实验结果的准确性。

在满足上述条件之后，打开主机后面板上的加热开关，与此同时，按下前面板上的“加热计时清零按钮”将“加热计时显示”的示数清零，然后，每隔 1 min 分别记录一次温差热电势  $V_t$  和中心面热电势，并将测得的数据记入表 1。可以选择在加热 0.5 min 时读取和记录温差热电势  $V_t$ ，过 0.5 min 读取和记录中心面热电势，再过 0.5 min 读取和记录温差热电势  $V_t$ ，……，这样可保证温差热电势  $V_t$  和中心面热电势的读数间隔均为 1min。需要注意的是，一旦打开“加热开关”，就要开始计时。一次实验最好在 25 min 内完成。

表 1 有机玻璃样品的实验数据记录

记录次数	$V_t$ (mV)	中心面热电势 $V$ (mV)	每分钟温升热电势 $\Delta V$ (mV/min)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

2.2 测量黑橡胶的热导率和比热

取下有机玻璃样品，操作步骤如下：关闭加热开关→关闭电源开关→旋松手轮→拉出样品架→将左横梁及与之相连的中心面热电偶取出→取出实验样品 3→将右横梁及与之相连的

加热面热电偶取出→取出其余样品→等待两个面加热器冷却至室温。

安装和测量黑橡胶样品的热导率和比热的操作步骤与安装和测量有机玻璃的热导率和比热的实验步骤类似，以下不再赘述。将黑橡胶的实验数据记入表 2。

表 2 黑橡胶样品的实验数据记录

记录次数	$V_t$ (mV)	中心面热电势 $V$ (mV)	每分钟温升热电势 $\Delta V$ (mV/min)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

【思考题】

- 1. 已知橡胶的热导率  $k=0.426\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，石英玻璃的热导率  $k=1.46\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，纯铝的热导率  $k=220\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，而铝合金的热导率因成分不同而不同，其热导率分布在 121 至 180 之间。根据实测值和参考值估算这三种材料的热导率的相对误差，并分析误差的来源。
- 2. 平板热流法实验使用铜—康铜热电偶测温。为什么冷端要放到冰水混合物中？
- 3. 比较稳态法和准稳态法测量材料热导率的优缺点。
- 4. 已知有机玻璃的热导率  $\lambda=0.17\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ，比热  $c=1.31\times10^3\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ；橡胶的热导率  $\lambda=0.426\text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ，比热  $c=1.19\times10^3\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ 。根据实测值和参考值估算两种材料的热导率和比热的相对误差，并分析误差的来源。

（提示：相对误差计算公式  $\Delta A = \left| \frac{A_{measure} - A_{theoretical}}{A_{theoretical}} \right|$ ）

5. 判定系统达到准稳态导热的依据是什么？

## 【参考文献】

1. DRPL-I 热导率动态测量仪（热流计法）使用说明书
2. ZKY-BRDR 准稳态法比热·热导率测定仪实验指导说明书
3. 图文解析！一文解读热导率的测量方法 (aisoutu.com), 发布于 2021-11-30, 下载链接:  
<https://aisoutu.com/a/1157281#>
4. Jurgen Blumm. Netzsch-Geratebau GmbH, Selb/Bavaria, Germany. 曾智强（编译），耐驰仪器（上海）有限公司. 导热系数测量方法及仪器.
5. F. Kreith, R. M. Manglik. Principles of Heat Transfer. Eighth Edition. Cengage Learning. Boston, MA, USA. 2016.
6. 姚端正. 数学物理方法学习指导. 北京：科学出版社，2001. 4
7. 李惜雯. 数学物理方法典型题 解法·技巧·注释. 西安：西安交通大学出版社，2001. 9
8. 同济大学数学系. 高等数学 第七版 上册. 北京：高等教育出版社，2014. 7
9. 同济大学数学系. 高等数学 第七版 下册. 北京：高等教育出版社，2014. 7

## 附录 A

下面给出与图 4 对应的非稳态热传导偏微分方程的求解过程

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial T(d,t)}{\partial x} = \frac{q_f}{k}, \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \\ T(x,0) = T_0 \end{cases} \quad (\text{A. 1})$$

解：因为非齐次边界条件的值与时间无关，令

$$T(x,t) = u(x,t) + v(x) \quad (\text{A. 2})$$

代入方程组（A.1）中的偏微分方程及边界条件，可得

$$\begin{cases} u_t(x,t) = \alpha u_{xx}(x,t) + \alpha v_{xx}(x) \\ u_x(d,t) + v_x(d) = \frac{q_f}{k} \\ u_x(0,t) + v_x(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{A. 3})$$

因此，该问题可以转换为对以下两个方程组的求解

$$\begin{cases} u_t(x, t) = \alpha u_{xx}(x, t) \\ u_x(d, t) = 0 \\ u_x(0, t) = 0 \\ u(x, 0) = T_0 - v(x) \end{cases} \quad (\text{A. 4})$$

$$\begin{cases} v_{xx}(x) = 0 \\ v_x(d) = \frac{q_f}{k} \\ v_x(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{A. 5})$$

方程组 (A. 5) 是常微分方程组，容易解得

$$v(x) = \frac{q_f x^2}{2kd} \quad (\text{A. 6})$$

将上式代入方程组 (A. 4) 可得

$$\begin{cases} u_t(x, t) = \alpha u_{xx}(x, t) \\ u_x(d, t) = 0 \\ u_x(0, t) = 0 \\ u(x, 0) = T_0 - \frac{q_f x^2}{2kd} \end{cases} \quad (\text{A. 7})$$

下面使用分离变量法求解该方程组

$$\text{令 } u(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (\text{A. 8})$$

将它代入方程组 (A. 7) 的第一个式子

$$X(x) \cdot T'(t) = \alpha X''(x) \cdot T(t) \Rightarrow \frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{T'(t)}{\alpha T(t)} \quad (\text{A. 9})$$

$$\text{令 } \frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{T'(t)}{\alpha T(t)} = \mu \quad (\text{A. 10})$$

$$\text{则 } X''(x) - \mu X(x) = 0 \quad (\text{A. 11})$$

$$T'(t) - \mu \alpha T(t) = 0 \quad (\text{A. 12})$$

将 (A. 8) 代入方程组 (A. 7) 的边界条件 (第二个式子和第三个式子) 可得

$$X'(d) = 0, \quad X'(0) = 0 \quad (\text{A. 13})$$

由此得到  $X(x)$  满足的偏微分方程组

$$\begin{cases} X''(x) - \mu X(x) = 0 \\ X'(d) = 0 \\ X'(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{A. 14})$$

对于偏微分方程组 (A. 14)，其本征值为

$$\mu_n = -\frac{n^2 \pi^2}{d^2} \quad (\text{A. 15})$$

其本征函数为



$$X_n(x) = A_n \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A. 16})$$

将 (A. 15) 代入 (A. 12) 可得

$$T_n'(t) - \mu_n \alpha T(t) = 0 \Rightarrow \frac{T_n'(t)}{T(t)} = \mu_n \alpha = -\frac{n^2 \pi^2 \alpha}{d^2} \Rightarrow T_n(t) = B_n \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \quad (\text{A. 17})$$

所以

$$u(x, t) = X(x) \cdot T(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \quad (\text{A. 18})$$

将 (A. 18) 代入方程组 (A. 7) 中的初始条件 (第四个式子) 可得

$$u(x, 0) = T_0 - \frac{q_f x^2}{2kd} = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \quad (\text{A. 19})$$

其中

$$C_n = \frac{2}{d} \int_0^d \left( T_0 - \frac{q_f x^2}{2kd} \right) \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A. 20})$$

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{2}{d} \int_0^d \left( T_0 - \frac{q_f x^2}{2kd} \right) \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x dx \\ &= \frac{2}{d} \left[ \left( \frac{dT_0}{n\pi} \cdot \sin \frac{n\pi}{d} x \right) \Big|_{x=0}^d - \frac{q_f}{2kn\pi} \int_0^d x^2 d \left( \sin \frac{n\pi}{d} x \right) \right] \\ &= -\frac{q_f}{kn\pi d} \left[ \left( x^2 \cdot \sin \frac{n\pi}{d} x \right) \Big|_{x=0}^d - \int_0^d 2x \cdot \sin \frac{n\pi}{d} x dx \right] = \frac{2q_f}{kn\pi d} \int_0^d x \cdot \sin \frac{n\pi}{d} x dx \\ &\quad - \frac{2q_f}{kn^2 \pi^2} \int_0^d x d \left( \cos \frac{n\pi}{d} x \right) = -\frac{2q_f}{kn^2 \pi^2} \left[ \left( x \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \right) \Big|_{x=0}^d - \int_0^d \cos \frac{n\pi}{d} x dx \right] \\ &= -\frac{2q_f}{kn^2 \pi^2} \left[ d \cdot \cos n\pi - \left( \frac{d}{n\pi} \cdot \sin \frac{n\pi}{d} x \right) \Big|_{x=0}^d \right] \\ &= -\frac{2q_f d}{kn^2 \pi^2} \cdot \cos n\pi = -\frac{2q_f d}{kn^2 \pi^2} \cdot (-1)^n = \frac{2q_f d}{kn^2 \pi^2} \cdot (-1)^{n+1} \end{aligned} \quad (\text{A. 21})$$

接下来, 由 (A. 20) 计算  $C_0$

$$C_0 = \frac{2}{d} \int_0^d \left( T_0 - \frac{q_f x^2}{2kd} \right) dx = \frac{2}{d} \left[ T_0 \cdot d - \left( \frac{q_f x^3}{6kd} \right) \Big|_{x=0}^d \right] = \frac{2}{d} \left[ T_0 \cdot d - \frac{q_f d^2}{6k} \right] = 2T_0 - \frac{q_f d}{3k} \quad (\text{A. 22})$$

将 (A. 21) 和 (A. 22) 代入 (A. 18) 式可得

$$\begin{aligned} u(x, t) &= X(x) \cdot T(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \\ &= T_0 - \frac{q_f d}{6k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2q_f d}{kn^2 \pi^2} \cdot (-1)^{n+1} \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \\ &= T_0 - \frac{q_f d}{6k} + \frac{2q_f d}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \end{aligned} \quad (\text{A. 23})$$

将 (A. 6) 和 (A. 23) 代入 (A. 2) 式, 可得到最终的解

$$\begin{aligned} T(x, t) &= u(x, t) + v(x) = T_0 - \frac{q_f d}{6k} + \frac{q_f x^2}{2kd} + \frac{2q_f d}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \\ &= T_0 + \frac{q_f}{k} \left[ \frac{x^2}{2d} - \frac{d}{6} + \frac{2d}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot e^{-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{d^2}} \cdot \cos \frac{n\pi}{d} x \right] \end{aligned} \quad (\text{A. 24})$$

