

## 实验 17 绝缘材料的相对介电常数和介质损耗因数测试

### 【实验目的】

1. 了解 Q 表法和变电容法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数的原理；
2. 学会用 Q 表法和变电容法测量绝缘材料的相对介电常数和介质损耗因数；
3. 了解影响测量结果准确性的因素及避免方法。

### 【实验原理】

#### 1. 一些基本概念

##### 1.1 相对介电常数和绝对介电常数

当电容器的两个极板之间充以绝缘材料时，其电容  $C_x$  与两个极板之间充以真空时的电容  $C_0$  之比就定义为该绝缘材料的相对介电常数  $\epsilon_r$ ，用公式可表示为：

$$\epsilon_r = \frac{C_x}{C_0} \quad (1)$$

在标准大气压下，干燥空气的相对介电常数为 1.00053，因此，人们在实际测量绝缘材料的相对介电常数时，常常使用两极板充以空气时的电容  $C_a$  来代替  $C_0$ ，这种替代所引入的误差常常是可以忽略的。

绝缘材料的介电常数（或绝对介电常数） $\epsilon$  定义为该材料的相对介电常数  $\epsilon_r$  与真空介电常数  $\epsilon_0$  的乘积。在国际单位制中，真空介电常数  $\epsilon_0$  为：

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m} \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F/m} \quad (2)$$

如果不考虑边缘效应，以相对介电常数为  $\epsilon_r$  的绝缘材料为介质的平行板电容器的电容为：

$$C_x = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad (3)$$

式中  $S$  和  $d$  分别为平行板电容器的极板面积和间距，各物理量的单位均使用国际单位制。将 (2) 式代入 (3) 式可得：

$$C_x = \frac{\epsilon_r S}{36\pi d} \times 10^{-9} \text{ F} = \frac{\epsilon_r S}{36\pi d} \text{ nF} = \frac{100\epsilon_r S}{3.6\pi d} \text{ pF} \quad (4)$$

由 (4) 式可得：

$$\epsilon_r = \frac{3.6\pi d C_x}{100S} \quad (5)$$

式中，电容  $C_x$  以 pF 为单位，电容器的极板面积  $S$  和间距  $d$  分别以  $\text{m}^2$  和  $\text{m}$  为单位。

如果平板电极为圆形，且其直径为  $D_0$  时，相对介电常数的表达式可进一步写作：

$$\varepsilon_r = \frac{3.6\pi d C_x}{100S} = \frac{14.4d C_x}{100D_0^2} \quad (6)$$

式中，极板直径  $D$  和间距  $d$  均以  $m$  为单位，电容  $C_x$  以  $pF$  为单位。

## 1.2 介质损耗角和介质损耗因数

在交流电路中，由于理想电容的电流始终超前电压  $90^\circ$  相位，所以理想电容在充放电过程中不会消耗能量。作为对比，由绝缘材料作为介质的实际电容器在充放电过程中会消耗能量，其原因是电介质内部的电荷在外加交变电场的作用下被反复极化，电荷的频繁极化运动（取向极化或位移极化）需克服材料内部的摩擦力做功，另一方面，还有一部分能量以漏电流产生焦耳热的形式消耗。这两种能量消耗都以热能的形式释放并造成电容器温度升高。

如果把一块圆柱状薄片电介质的两个底面镀上电极，则它构成了一个平行板电容器，可以用一个理想电容和一个电阻的并联来描述它在交流电路中的性能，如图 1 所示，介质损耗角  $\delta$  被定义为由电介质材料组成的实际电容器上的电压  $U$  与电流  $I$  之间的相位角  $\varphi$  的余角  $\delta$ ，即  $\delta = 90^\circ - \varphi$ ，而介质损耗因数  $D$  被定义为介质损耗角  $\delta$  的正切值，即

$$D = \tan \delta = \frac{1}{\omega C_p R_p} \quad (7)$$

之所以使用介质损耗因数  $D$  来描述电介质消耗的功率，原因在于：如果我们以角频率为  $\omega$ 、有效值为  $U$  的正弦交流电加在电容  $C_p$  和电阻  $R_p$  组成的并联电路的两端，消耗在电阻上的功率可表示为  $P = UI_R = UI_C \tan \delta = U^2 \omega C_p \tan \delta$ 。由上式可知，在电源电压、角频率和电容  $C_p$  一定的前提下，消耗在电阻  $R_p$  上的功率与介质损耗因数  $D$  成正比。

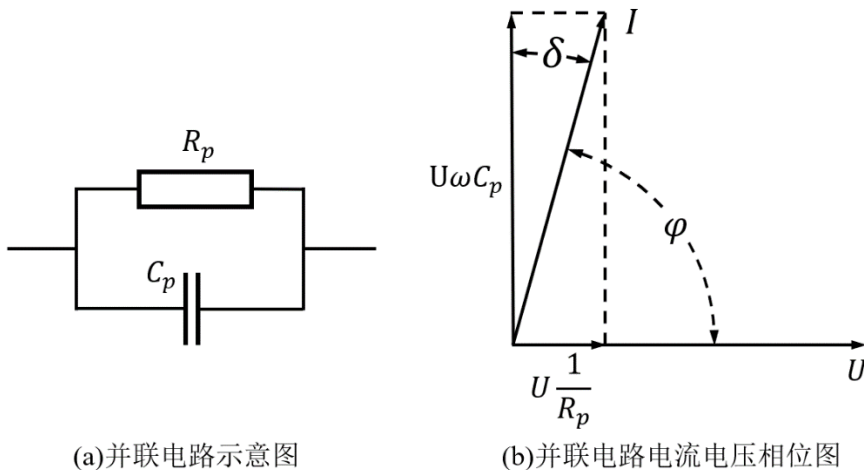


图 1 有损耗的电容器的并联等效电路图及相应的电流和电压相位图

## 1.3 描述有损耗的电容器的两种等效电路

除了可以用图 1 所示的并联电路来表示一个有损耗的电容器之外，还可以用电容  $C_s$  和电阻  $R_s$  组成的串联电路来表示它，如图 2 所示，在串联等效电路中，介质损耗因数  $D$  可以表示

为

$$D = \tan\delta = \omega C_s R_s \quad (8)$$

由于并联电路和串联电路对同一个有损耗的电容器的表示是等价的，因此，它们应具有相同的阻抗和介质损耗因数，即

$$\begin{cases} R_s + \frac{1}{j\omega C_s} = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j\omega C_p} = \frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_p} = \frac{R_p - j\omega R_p^2 C_p}{1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2} \\ D = \tan\delta = \omega C_s R_s = \frac{1}{\omega C_p R_p} \end{cases}$$

解之得

$$C_p = \frac{C_s}{1 + \tan^2\delta} \quad (9)$$

$$R_p = \left(1 + \frac{1}{\tan^2\delta}\right) R_s \quad (10)$$

(9)式和(10)给出了两种等效电路中串联元件参数（ $C_s$ ， $R_s$ ）和并联元件参数（ $C_p$ ， $R_p$ ）须满足的关系。

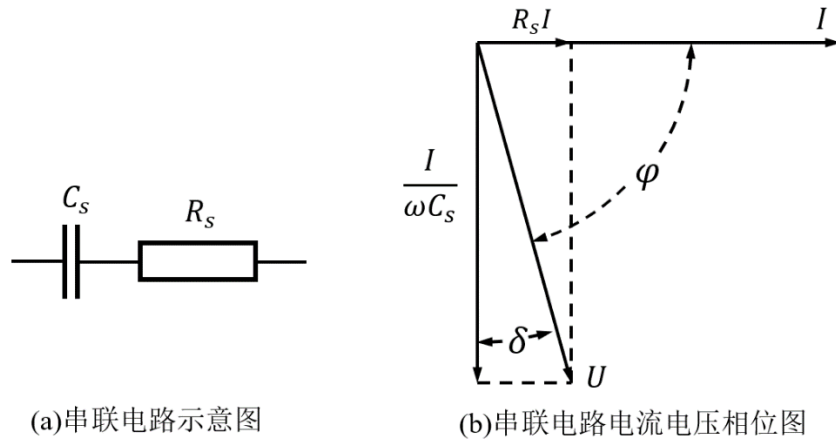


图 2 有损耗的电容器的串联等效电路图及相应的电流和电压相位图

#### 1.4 品质因子 Q

品质因子 $Q$ ：表示储能器件（电容或者电感）在谐振电路中每一个周期所储存的能量与每一个周期因介质损耗损失的能量之比，它在数值上等于介质损耗因数（ $\tan\delta$ ）的倒数，即

$$Q = \frac{1}{\tan\delta} \quad (11)$$

#### 1.5 复相对介电常数

在交变电场的作用下，电介质的相对介电常数为复数，它被称为复相对介电常数。复相对介电常数 $\epsilon^*$ 定义为：

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_r - j\epsilon_r \cdot \tan\delta \quad (12)$$

由上式可知，复相对介电常数的实部就是我们通常所指的相对介电常数 $\epsilon_r$ ，而复相对介电常数的虚部  $\epsilon''$ 表示介质损耗，它在数值上等于该绝缘材料的相对介电常数 $\epsilon_r$ 与介质损耗因数 $\tan\delta$ 的乘积。

## 2. 测试方法及原理

介质损耗是指电介质材料在外电场作用下因发热而引起的功率损耗。在直流电场作用下，电介质的损耗主要是由电导电流造成的电导损耗。在交流电场作用下，电介质的损耗除了电导电流造成的电导损耗以外，还有极化损耗。由于电场频繁转向，电介质的极化损耗要比电导损耗大得多，有时甚至大几千倍，因此，在某种意义上说，介质损耗通常是指交流损耗。在实际应用中，介质损耗不但会消耗电能，使元件发热影响其正常工作，而且还可能因介质损耗过大造成元件热击穿而失效。因此，介质损耗是应用于交流电场特别是高频电场中的电介质材料的一个重要品质指标，对其进行测试具有重要的意义。

根据电介质材料应用领域（频率域）的不同，测量电介质材料相对介电常数和介质损耗因数的方法可分为：电桥法（小于 MHz），谐振法（在 MHz~100MHz），同轴探针法（MHz~GHz），传输线法（MHz~100GHz），自由空间法（GHz~100GHz）等。

本实验利用 WY2851 Q 表、WY915 介质损耗测试装置（测试架）和标准电感组成的实验装置测量电介质材料的相对介电常数和介质损耗因数。图 3（左图）给出了整个实验装置的实物照片，图 3（右图）给出了测试架的实物照片。该实验装置可提供两种方法（Q 表法和变电纳法）测量材料的相对介电常数和介质损耗因数。

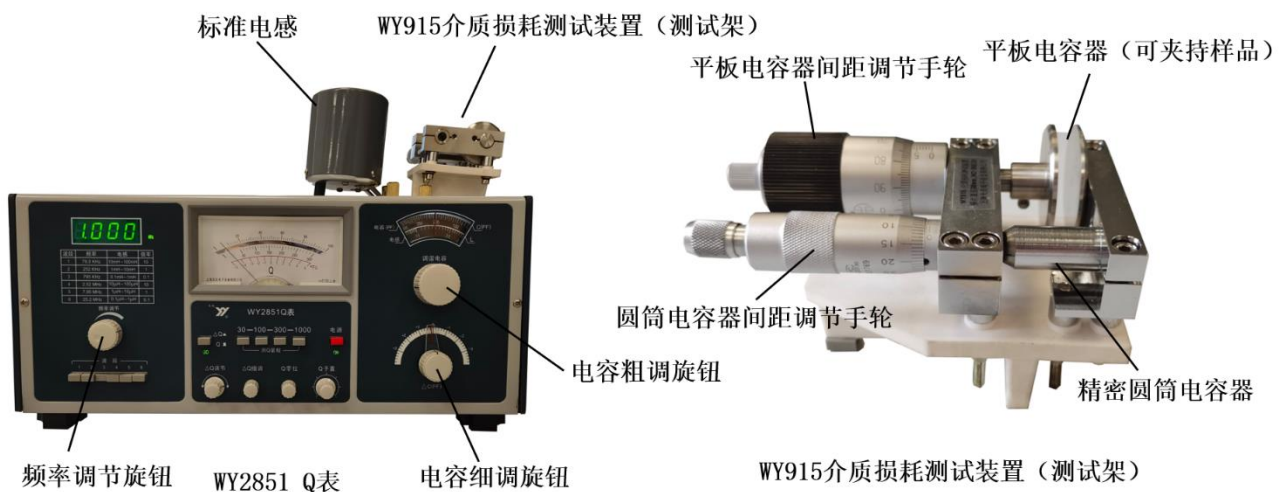


图 3 整个实验装置的实物照片（左图）和测试架的实物照片（右图）

### 2.1 Q 表法（谐振法）测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数的原理

WY2851 Q 表由一个频率可调的信号发生器、可变电容 C 和连接在电容器两端的电压表 V 组成。当接入标准电感 L 时，就形成了 LC 串联振荡电路，LC 串联电路中的介质损耗使用与可变电容并联的电导  $G_0$  表示（备注：电导为电阻  $R_0$  的倒数），如图 4 所示。由《电路基础》的知识（参见文献[9]）可知，当该 RLC 电路谐振时，电路的品质因子  $Q$  等于谐振时感抗（ $\omega L$ ）或容抗（ $1/\omega C$ ）与电阻（ $1/G_0$ ）之比，即  $Q = \omega L G_0 = G_0 / \omega C$ ，且 L 和 C 上的电压的绝对值都等于电源电压  $U_0$  的  $Q$  倍，即  $Q = U_c / U_0$ 。由于 L 和 C 上的电压方向正好相反，两者的和为零。因为电路谐振时回路品质因子  $Q$  等于电压表测得的电容器两端的电压  $U_c$  与电源（信号发生器）电压  $U_0$  的比值，所以当信号发生器输出的电压  $U_0$  保持恒定时，电压表上的读数  $U_c$  可以用谐振回路品质因子  $Q$  来标定，这样就能直接从电压表上读出谐振回路品质因子  $Q$ ，这就是 Q 表的工作原理。

图 4 给出了谐振法（Q 表法）测量电介质材料相对介电常数和介质损耗因数的原理简图。如图所示，该测试线路由电源（信号发生器） $U_0$ 、标准电感 L、可变电容 C、测试线路总有效电导（不含样品） $G_0$ 、电压表 V、电键 S 和电介质样品的电容  $C_x$  和电导  $G_x$  组成。当电键 S 闭合时，意味着夹持了电介质样品的 WY915 测试架接入了 WY2851 Q 表，形成了完整的测量电介质样品相对介电常数和介质损耗因数的电路。

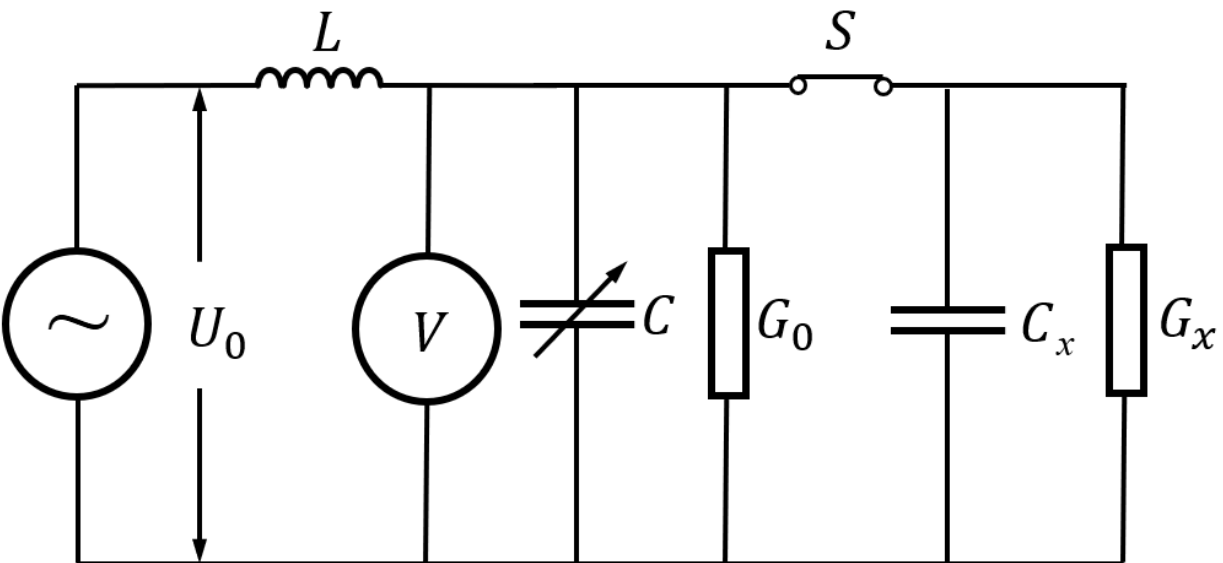


图 4 谐振法（Q 表法）测量电介质材料相对介电常数和介质损耗因数的原理简图

谐振法测试分为两步：

- (1) 将 Q 表上的信号发生器的频率调到指定频率，在 Q 表的电感接线端接入电感值适当的标准电感，在 Q 表的电容接线端接入夹持有电介质样品的 WY915 测试架。假设夹持了电介质样品的平行板电容器的电容为  $C_x$ ，代表电介质样品介质损耗的并联电导为  $G_x$ 。调节 Q 表上的可变电

容 $C$ 到 $C_1$ 使电路谐振,此时, $Q$ 表的读数为 $Q_1$ ,根据(7)式和(11)式,我们有(参见图1和图4)

$$\frac{1}{Q_1} = \tan\delta_1 = \frac{G_0 + G_x}{\omega(C_x + C_1)} \quad (13)$$

$$\text{而且 } \omega L = \frac{1}{\omega(C_x + C_1)} \quad (14)$$

式中, $G_0 + G_x$ 表示在LC串联谐振电路中接入电介质样品后电路中总的有效电导。

(2)松开平行板电容器两极板,取出电介质样品。调节平行板电容器两极板的间距使之与样品厚度 $d$ 相同。假设极板间距等于样品厚度 $d$ 并且以空气作为介质的平行板电容器的电容为 $C_p$ 。

调节 $Q$ 表上的可变电容 $C$ 到 $C_2$ 使电路重新谐振,此时,我们有

$$\frac{1}{Q_2} = \tan\delta_2 = \frac{G_0}{\omega(C_p + C_2)} \quad (15)$$

$$\text{而且 } \omega L = \frac{1}{\omega(C_p + C_2)} \quad (16)$$

由(14)式和(16)式,可得

$$C_x + C_1 = C_p + C_2 \Rightarrow C_x = C_p + (C_2 - C_1) \quad (17)$$

根据电介质材料相对介电常数的定义,我们有

$$\varepsilon_r = \frac{C_x}{C_p} = \frac{(C_2 - C_1) + C_p}{C_p} \quad (18)$$

利用(4)式,可得到极板半径为 $r$ (单位为cm)、极板间距为 $d$ (单位为cm)的以空气为介质的平行板电容器的电容为:

$$C_p = \frac{100\varepsilon_0 S}{3.6\pi d} \text{ pF} = \frac{100 \times 1.00053 \times \pi r^2 \times 10^{-4}}{3.6\pi d \times 10^{-2}} \text{ pF} \approx \frac{r^2}{3.6d} \text{ pF} \quad (19)$$

需要说明的是,这里的 $C_p$ 通常也被称为结构电容。由上式可知,它仅与样品厚度 $d$ 和极板半径 $r$ 有关。对于本实验,WY915测试架上的平行板电容器的极板半径为1.9cm。至此,可利用(18)和(19)式计算电介质样品的相对介电常数。

由图4可知,在 $Q$ 表中接入夹持有电介质样品的WY915测试架,相当于给LC电路接入了一个由电容 $C_x$ 和电导 $G_x$ 组成的并联支路。利用(7)式,电介质样品的介质损耗因数可表示为:

$$\tan\delta_x = \frac{G_x}{\omega C_x} \quad (20)$$

由(14)式和(16)式,我们有 $\omega(C_x + C_1) = \omega(C_p + C_2)$ ,所以,(13)式减去(15)式可得

$$\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} = \frac{G_0 + G_x}{\omega(C_x + C_1)} - \frac{G_0}{\omega(C_p + C_2)} = \frac{G_x}{\omega(C_p + C_2)} \quad (21)$$

将(21)式代入(20)式,我们有:

$$\tan\delta_x = \frac{G_x}{\omega C_x} = \frac{C_p + C_2}{C_x} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) = \frac{C_p + C_2}{C_p + C_2 - C_1} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) \quad (22)$$

至此,可利用(22)式计算电介质样品的介质损耗因数。对于 $Q$ 表法测量绝缘材料相对介电常

数和介质损耗因数所涉及的公式，附录 A 给出了更详细的推导过程。

## 2.2 变电纳法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数的原理

WY915 测试架除了配备有平行板电容器之外，还配备了一个电容线性变化率为 0.33pF/mm、长度调节范围为 0—25mm、分辨率为 0.0033pF 的圆筒电容器，如图 3 所示。该圆筒电容器为我们提供了另外一种测量电介质材料相对介电常数和介质损耗因数的方法（变电纳法）。与谐振法相比，变电纳法通常具有更高的测量精度。

变电纳法的测试方法如下：

(1) 将 Q 表调到指定频率，将电感值适当的标准电感接入 Q 表，将 WY915 测试架接入 Q 表；将样品插入到 WY915 测试架上的平行板电容器中，并调节螺旋测微器使极板夹紧样品，同时记录螺旋测微器测得的样品厚度  $D_2$ 。调节圆筒电容器的螺旋测微器到中央位置附近（譬如 12mm 处）。调节 Q 表上的调谐电容使电路谐振，读取  $Q_s$  值（其对应的电压为  $U_{rs}$ ）；调节测试架上圆筒电容器的螺旋测微器使电路偏离谐振点（此时 Q 表起电压表的作用），使电压值降到  $U_{rs}/\sqrt{2}$ ，而对应于同一个电压值（ $U_{rs}/\sqrt{2}$ ）有两个电容值，且位于最大谐振点  $Q_s$  对应的电容值  $C_r$  的两端，如图 5 所示，由此可确定出与  $U_{rs}/\sqrt{2}$  对应的两个电容的差值  $\Delta C_s$ 。

(2) 调节圆筒电容器的螺旋测微器使刻度重新回到 12mm 处，此时电路再次谐振。调节平行板电容器螺旋测微器松开两极板，取出电介质样品，此时电路再次偏离谐振。调节平行板电容器的螺旋测微器改变空气隙的宽度，使电路再次谐振，读取  $Q_a$  值（其对应的电压为  $U_{ra}$ ），并记录螺旋测微器测得的空气隙的宽度  $D_4$ 。调节测试架上圆筒电容器的螺旋测微器使电路偏离谐振点（此时 Q 表起电压表的作用），使电压值降到  $U_{ra}/\sqrt{2}$ ，而对应于同一个电压值（ $U_{ra}/\sqrt{2}$ ）有两个电容值，且位于最大谐振点  $Q_a$  对应的电容值  $C_r$  的两端，如图 5 所示，由此可确定出与  $U_{ra}/\sqrt{2}$  对应的两个电容的差值  $\Delta C_a$ 。

根据以上测量结果，可利用下面的公式计算被测样品的相对介电常数和介质损耗因数：

$$\varepsilon_r = \frac{D_2}{D_4} \quad (23)$$

$$\tan \delta = \frac{\Delta C_s - \Delta C_a}{2C_x} = \frac{D_4(\Delta C_s - \Delta C_a)}{2D_2C_p} = \frac{D_4K(M_1 - M_2)}{2D_2C_p} \quad (24)$$

式中， $K$  为圆筒电容器的线性变化率，其值为 0.33pF/mm。 $M_1$  和  $M_2$  是圆筒电容器螺旋测微器测得的极板间距的改变量，分别对应于  $\Delta C_s$  和  $\Delta C_a$  的电容变化量。 $C_p$  是结构电容，其计算公式由(19)式给出。对于变电纳法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数所涉及的公式，附

录 B 给出了详细的推导过程。

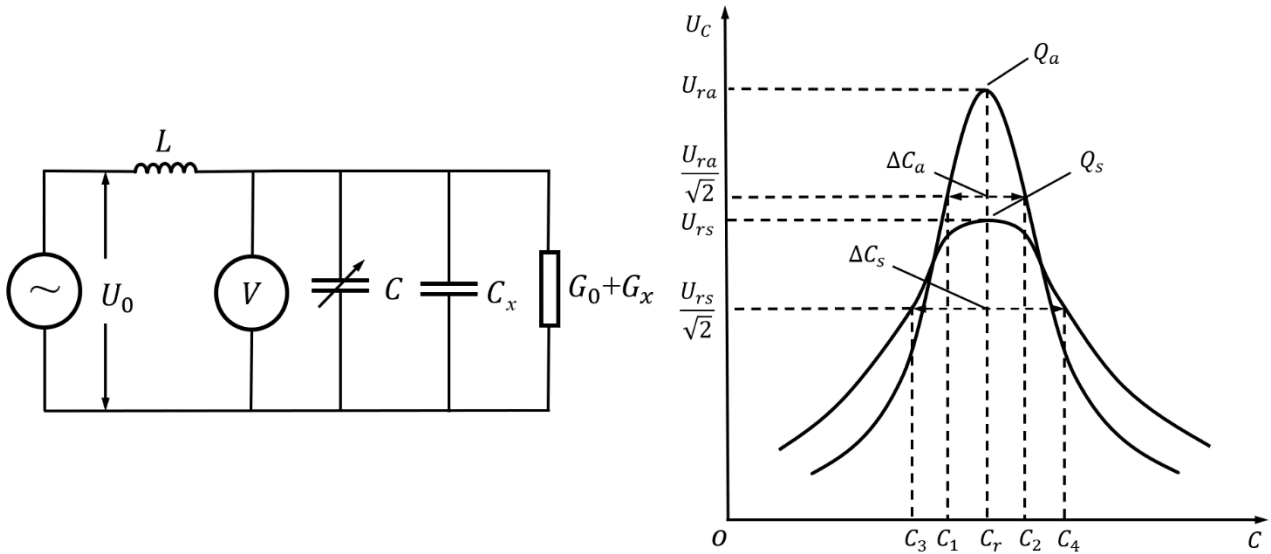


图 5 变电纳法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数的电路图（左）和原理图（右）

【仪器用具】

WY2851 Q 表，WY915 介质损耗因数测试架，1  $\mu\text{H}$  标准电感，100  $\mu\text{H}$  标准电感，被测样品（印刷电路板、聚四氟乙烯和石英玻璃）。

【实验内容】

1. 利用谐振法（或Q表法）测量 1MHz 下三种样品（印刷电路板、聚四氟乙烯和石英玻璃）的相对介电常数和介质损耗因数

- (1)在Q表没有接入标准电感和电容的状态下，检查Q表的指针是否指零。如果不为零，应调节Q表调零旋钮，使Q表的指针指向零点。
- (2)检查Q表是否正常，具体做法是将频率调至 1MHz；将 30-100-300 三个量程按钮全部按下。将 100  $\mu\text{H}$  的标准电感接入到Q表的电感接线端（即  $L_x$ ）上；将微调谐电容置于 0pF 处，调节主调谐电容使电路谐振，此时Q值应该在 190 左右，调谐电容的值在 249pF 左右。如果调节主调谐电容，电路确实发生谐振且示数相仿，则说明Q表工作正常。
- (3)检查 WY915 介质损耗测试装置（测试架）上的平行板电容器的螺旋测微器的零点。具体做法是调节平行板电容器的螺旋测微器，使两极板接触，这时螺旋测微器的读数应该为 0mm。如果螺旋测微器的读数不为 0mm，读取两极板接触时的刻度值记为  $D_0$ （注意：调节螺旋测微器时，一定要转动调节手轮，不能直接转动测微杆，以免损坏螺旋测微器的精密螺纹，听到调节手轮发出“吱吱”的声音即可）。



(4)将 WY915 测试架接入 $Q$ 表的电容接线端（即  $C_x$ ）。调节螺旋测微器手轮松开 WY915 测试架上的平行板电容器两极板，将样品插入两极板，调节测微器手轮直到两极板夹紧样品，读取刻度值记为 $D_1$ ，则样品厚度为 $d = D_1 - D_0$ 。把圆筒电容器螺旋测微器置于 12mm 处（圆筒电容器螺旋测微器的调节范围为 0—25mm）。检查 $Q$ 表频率是否为 1MHz，如果不是，将 $Q$ 表频率调节到 1MHz。调节 $Q$ 表主调谐电容使电路谐振，进一步调节 $Q$ 表微调谐电容使 $Q$ 表指针指到最大，记下此时的 $Q_1$ 值。与此同时，记下主调谐电容和微调谐电容之和，记为 $C_1$ 。

(5)调节螺旋测微器手轮，松开 WY915 测试架上的平行板电容器的两极板，取出样品。重新将两极板间距调到样品厚度处，即平行板电容器螺旋测微器处于刻度 $D_1$ 处。圆筒电容器螺旋测微器处于 12mm 处不变。 $Q$ 表频率处于 1MHz 不变。调节 $Q$ 表主调谐电容使电路再次谐振，进一步调节 $Q$ 表微调谐电容使 $Q$ 表指针指到最大，记下此时的 $Q_2$ 值。与此同时，记下主调谐电容和微调谐电容之和，记为 $C_2$ 。根据以上实验记录数据、公式(18)、(19)和(22)计算材料的相对介电常数和介质损耗因数，并填写以下表格。需要说明的是，WY915 测试架上的平行板电容器的极板半径为 1.9cm。

表 1 1MHz 下三种样品的相对介电常数和介质损耗因数测试结果（谐振法）

样品名称	$Q_1$	$C_1$ (pF)	$Q_2$	$C_2$ (pF)	$d$ (cm)	$r^2$ (cm <sup>2</sup> )	$C_p$ (pF)	相对介电常数 ( $\epsilon_r$ )	介质损耗因数 ( $\tan\delta$ )
印刷电路板									
聚四氟乙烯									
石英玻璃									

注：式中 $d$ 为样品厚度， $r$ 为极板半径， $C_p$ 为以空气为介质、极板间距为 $d$ 的结构电容

2. 利用谐振法（或  $Q$  表法）测量 10MHz 下三种样品（印刷电路板、聚四氟乙烯和石英玻璃）的相对介电常数和介质损耗因数

与测试频率为 1MHz 时选用 100  $\mu$  H 的标准电感不同，测试频率为 10MHz 时应选用 1  $\mu$  H 的标准电感。除此以外，10MHz 下相对介电常数和介质损耗因数的测试方法和步骤与 1MHz 下的类似，此处不再赘述。

表 2 10MHz 下三种样品的相对介电常数和介质损耗因数测试结果（谐振法）

样品名称	$Q_1$	$C_1$ (pF)	$Q_2$	$C_2$ (pF)	$d$ (cm)	$r^2$ (cm <sup>2</sup> )	$C_p$ (pF)	相对介电常数 ( $\epsilon_r$ )	介质损耗因数 ( $\tan\delta$ )
印刷电路板									
聚四氟乙烯									
石英玻璃									

注：式中 $d$ 为样品厚度， $r$ 为极板半径， $C_p$ 为以空气为介质、极板间距为 $d$ 的结构电容

### 3. 利用变电纳法测量 1MHz 下三种样品(印刷电路板、聚四氟乙烯和石英玻璃)的相对介电常数和介质损耗因数

(1)调节 $Q$ 表的频率至 1MHz，将 100  $\mu$  H 的标准电感接到 $Q$ 表的电感接线端。将 WY915 测试架接入 $Q$ 表的电容接线端。

(2)调节 WY915 测试架上的平行板电容器螺旋测微器的调节手轮，使两极板接触，读取刻度值，记为 $D_0$ ，这时测微杆应处于 0mm 附近。松开两极板，把被测样品插入两极板。调节测微器直到两极板夹紧样品（注意：转动调节手轮，听到手轮发出“吱吱”的声音即可），读取刻度值记为 $D_1$ ，这时样品厚度为 $D_2 = D_1 - D_0$ 。把圆筒电容器螺旋测微器置于 12mm 处，调节 $Q$ 表主调谐电容和微调谐电容使电路谐振，读取 $Q_s$ 值（对应的电压为 $U_{rs}$ ）。调节圆筒电容器将电路调离谐振点，使电压值降到 $U_{rs}/\sqrt{2}$ ，而对应于同一个电压值（ $U_{rs}/\sqrt{2}$ ）有两个电容值，且位于最大谐振点 $Q_s$ 对应的电容值 $C_r$ 的两边，取这两个电容的差值  $\Delta C_s$ 。举个例子，假设谐振时 $U_{rs}$ 的值为 200，先顺时针方向调节圆筒电容器螺旋测微器，使电压值下降到 141.4 时测微器刻度为 4mm，再逆时针调节圆筒电容器螺旋测微器直至电压值再次降为 141.4，此时测微器刻度为 20mm，两者的差值为  $M_1=16$ mm。再次将圆筒电容器螺旋测微器调回到 12mm 处，此时电路再次谐振。取出平行板电容器中的样品，此时电路再次偏离谐振。调节平行板电容器的极板间距，使电路再次谐振，读取谐振电压 $U_{ra}$ 和螺旋测微器的刻度  $D_3$ ，并计算使电路发生谐振的空气隙的厚度  $D_4=D_3-D_0$ 。再次调节圆筒电容器螺旋测微器使电路偏离谐振，用类似的方法确定出与以空气为介质的平行板电容器相对应的 $U_{ra}/\sqrt{2}$ 和 $\Delta C_a$ 。假定圆筒电容器螺旋测微器两次刻度的差值为 $M_2$ 。 $M_2$ 总比 $M_1$ 小。根据以上测量结果、公式(23)和(24)计算材料的相对介电常数和介质损耗因数，并填写以下表格。

表 3 1MHz 下三种样品的相对介电常数和介质损耗因数测量结果（变电纳法）

样 品 名称	D <sub>0</sub> (mm)	D <sub>1</sub> (mm)	D <sub>2</sub> (mm)	D <sub>3</sub> (mm)	D <sub>4</sub> (mm)	M <sub>1</sub> (mm)	M <sub>2</sub> (mm)	C <sub>p</sub> (pF)	相对介 电 常 数 ( $\epsilon_r$ )	介质损 耗 因 数 ( $\tan\delta$ )
印 刷 电 路 板										
聚 四 氟 乙 烯										
石 英 玻 璃										

注： $C_p$ 为以空气为介质、极板间距为样品厚度 $d$ 的结构电容

### 【注意事项】

测量材料的相对介电常数和介质损耗因数时，需要注意以下事项：①平行板电容器极板与样品的接触情况是影响测试结果精度的关键。为了减小空气隙的干扰，在用极板夹持样品时，应旋转样品，使平行板电容器螺旋测微器上的示数取最小值。此外，要使样品表面尽可能平整，以使样品与极板无缝接触。②应保证样品表面清洁、无灰尘和无油脂。应使用镊子取放样品，避免用手直接接触样品表面造成沾污。③测试之前，要注意将 Q 表调零。④测试之前，要注意检查平行板电容器螺旋测微器的零点。如果不为零，应记下此时的读数  $D_0$ 。⑤环境温度和湿度对相对介电常数和介质损耗因数测试结果有较大的影响。当温度较低时，相对介电常数随温度的增加而增大，但是，当温度很高时相对介电常数又会随温度的增加而减小。当温度较低时，介质损耗因数随温度的增加先增大后减小；当温度很高时，介质损耗因数和电导一样随着温度的增加而指数增加。一般来说，相对介电常数和介质损耗因数都随着湿度的增加而增大。

### 【思考题】

1. 介质损耗的根源是什么？
2. 影响测量结果准确性的因素有哪些？应如何做才能保证测试结果的精度？

### 【参考文献】

1. ASTM International, Standard Test Methods for AC Loss Characteristics and Permittivity

(Dielectric Constant) of Solid Electrical Insulation. 2004.

2. 中国国家标准化管理委员会. 测量电气绝缘材料在工频、音频、高频（包括米波波长在内）下电容率和介质损耗因素的推荐方法（GB/T 1409-2006）.

3. 中国国家标准化管理委员会. 硫化橡胶介电常数和介质损耗角正切值的测定方法（GB/T 1693-2007）.

4.L. O. Cook. A versatile instrument--the Q meter. The Notebook from Booton radio corporation, US, 1955.

5. S. O. Nelson. Fundamentals of Dielectric Properties Measurements and Agricultural Applications. Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy, 44 (2), 2010, pp. 98-113

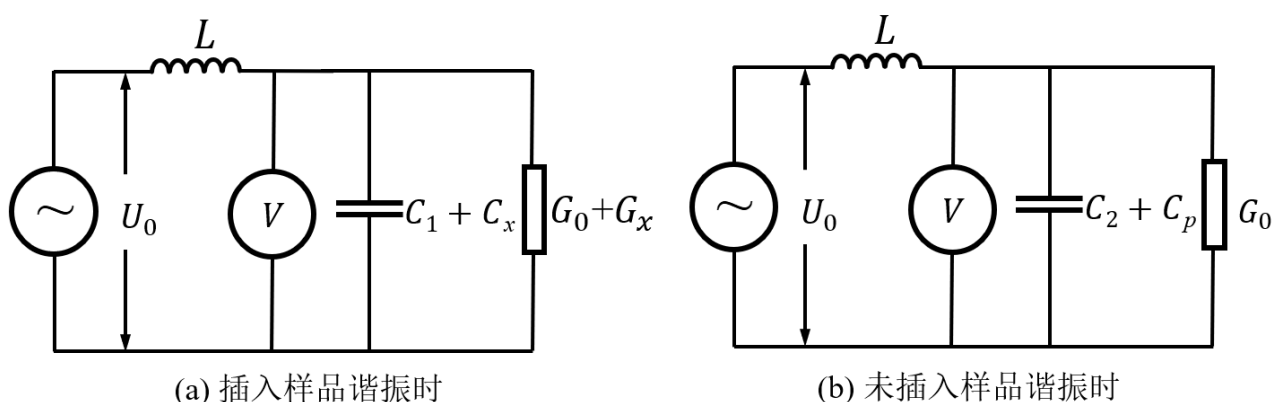
6.第二章 电容（相对介电常数）及损耗因数的测量 - 百度文库 (baidu.com), 下载链接:  
[https://wenku.baidu.com/view/354fffe8ad51f01dc281f15e?aggId=d8008dfb78563c1ec5da50e2524de518974bd3fd&fr=catalogMain\\_text\\_ernie\\_recall\\_backup\\_new%3Awk\\_recommend\\_main\\_graph&\\_wkts\\_=1685380304200&bdQuery=%E7%94%B5%E5%AE%B9%28%E7%9B%B8%E5%AF%B9%E4%BB%8B%E7%94%B5%E5%B8%B8%E6%95%B0%29%E5%8F%8A%E6%8D%9F%E8%80%97%E5%9B%A0%E6%95%B0%E7%9A%84%E6%B5%8B%E9%87%8F](https://wenku.baidu.com/view/354fffe8ad51f01dc281f15e?aggId=d8008dfb78563c1ec5da50e2524de518974bd3fd&fr=catalogMain_text_ernie_recall_backup_new%3Awk_recommend_main_graph&_wkts_=1685380304200&bdQuery=%E7%94%B5%E5%AE%B9%28%E7%9B%B8%E5%AF%B9%E4%BB%8B%E7%94%B5%E5%B8%B8%E6%95%B0%29%E5%8F%8A%E6%8D%9F%E8%80%97%E5%9B%A0%E6%95%B0%E7%9A%84%E6%B5%8B%E9%87%8F)

7. 电气设备介质损失角正切  $\tan\delta$  测量的意义及原理 - 知乎 (zhihu.com) , 下载链接:  
<https://zhuanlan.zhihu.com/p/456933212>

8. 电容与介质损耗角正切的测量（下）ppt 课件 - 豆丁网 Docin, 下载链接:  
<https://www.docin.com/p-2373462664.html>

9.查尔斯·亚历山大（Charles K. Alexander）[美] 著，段哲民，周巍，尹熙鹏 译，《电路基础（原书第 6 版·精编版）》，机械工业出版社，2019.2；ISBN：9787111617334

## 附录 A：Q 表法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数所涉及的公式的推导



附图 1 谐振法测量相对介电常数和介质损耗因数所使用的两种谐振状态的电路图

1. 当插入样品谐振时，如附图 1(a)所示，整个电路的阻抗为

$$Z = j\omega L + \frac{1}{(G_0 + G_x) + j\omega(C_1 + C_x)} = j\omega L + \frac{(G_0 + G_x) - j\omega(C_1 + C_x)}{(G_0 + G_x)^2 + \omega^2(C_1 + C_x)^2}$$

$$= \frac{G_0 + G_x}{(G_0 + G_x)^2 + \omega^2 (C_1 + C_x)^2} + j\omega \left[ L - \frac{C_1 + C_x}{(G_0 + G_x)^2 + \omega^2 (C_1 + C_x)^2} \right] \quad (\text{A.1})$$

当电路谐振时，阻抗的虚部为零，所以

$$L = \frac{C_1 + C_x}{(G_0 + G_x)^2 + \omega^2 (C_1 + C_x)^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{(C_1 + C_x)L} - \left( \frac{G_0 + G_x}{C_1 + C_x} \right)^2 \quad (\text{A.2})$$

当电路谐振时，电路的品质因子可表示为（参见图 1），

$$Q_1 = \frac{1}{\tan \delta_1} = \frac{\omega(C_1 + C_x)}{G_0 + G_x} \Rightarrow \frac{G_0 + G_x}{C_1 + C_x} = \frac{\omega}{Q_1} \quad (\text{A.3})$$

将上式代入（A.2）式可得，

$$\omega^2 = \frac{1}{(C_1 + C_x)L} - \left( \frac{\omega}{Q_1} \right)^2 \Rightarrow \left( 1 + \frac{1}{Q_1^2} \right) \omega^2 = \frac{1}{(C_1 + C_x)L} \quad (\text{A.4})$$

由于谐振时，电路的品质因子  $Q_1 \gg 1$ ，所以

$$\omega^2 = \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{Q_1^2} \right) (C_1 + C_x)L} \approx \frac{1}{(C_1 + C_x)L} \Rightarrow \omega \approx \sqrt{\frac{1}{(C_1 + C_x)L}} \quad (\text{A.5})$$

2. 当取出样品谐振时，平行板电容器的电容为结构电容  $C_p$ ，且不会引入附加电导，此时的电路图如附图 1(b)所示，整个电路的阻抗为

$$Z = j\omega L + \frac{1}{G_0 + j\omega(C_2 + C_p)} = j\omega L + \frac{G_0 - j\omega(C_2 + C_p)}{G_0^2 + \omega^2(C_2 + C_p)^2} \\ = \frac{G_0}{G_0^2 + \omega^2(C_2 + C_p)^2} + j\omega \left[ L - \frac{C_2 + C_p}{G_0^2 + \omega^2(C_2 + C_p)^2} \right] \quad (\text{A.6})$$

当电路谐振时，阻抗的虚部为零，所以

$$L = \frac{C_2 + C_p}{G_0^2 + \omega^2(C_2 + C_p)^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{(C_2 + C_p)L} - \left( \frac{G_0}{C_2 + C_p} \right)^2 \quad (\text{A.7})$$

当电路谐振时，电路的品质因子可表示为（参见图 1），

$$Q_2 = \frac{1}{\tan \delta_2} = \frac{\omega(C_2 + C_p)}{G_0} \Rightarrow \frac{G_0}{C_2 + C_p} = \frac{\omega}{Q_2} \quad (\text{A.8})$$

将上式代入（A.7）式可得，

$$\omega^2 = \frac{1}{(C_2 + C_p)L} - \left( \frac{\omega}{Q_2} \right)^2 \Rightarrow \left( 1 + \frac{1}{Q_2^2} \right) \omega^2 = \frac{1}{(C_2 + C_p)L} \quad (\text{A.9})$$

由于谐振时，电路的品质因子  $Q_2 \gg 1$ ，所以

$$\omega^2 = \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{Q_2^2} \right) (C_2 + C_p)L} \approx \frac{1}{(C_2 + C_p)L} \Rightarrow \omega \approx \sqrt{\frac{1}{(C_2 + C_p)L}} \quad (\text{A.10})$$

由于两次谐振的频率相等，所使用的电感也相等，根据（A.5）式和（A.10）式，我们有

$$C_1 + C_x \approx C_2 + C_p \quad (\text{A.11})$$

根据相对介电常数的定义，我们有

$$\epsilon_r = \frac{C_x}{C_p} = \frac{(C_2 - C_1) + C_p}{C_p} \quad (\text{A.12})$$

联立（A.3）式、（A.8）式和（A.11）式，我们有

$$\frac{\omega}{Q_1} - \frac{\omega}{Q_2} = \frac{G_0 + G_x}{C_1 + C_x} - \frac{G_0}{C_2 + C_p} = \frac{G_x}{C_2 + C_p} \Rightarrow \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} = \frac{G_x}{\omega(C_2 + C_p)} \quad (\text{A.13})$$

根据定义，电介质样品的介质损耗因数可表示为：

$$\tan \delta_x = \frac{G_x}{\omega C_x} = \frac{G_x(C_2 + C_p)}{\omega(C_2 + C_p)C_x} = \frac{(C_2 + C_p)}{C_x} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) = \frac{C_2 + C_p}{C_2 + C_p - C_1} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) \quad (\text{A.14})$$

## 附录 B：变电纳法测量绝缘材料相对介电常数和介质损耗因数所涉及的公式的推导

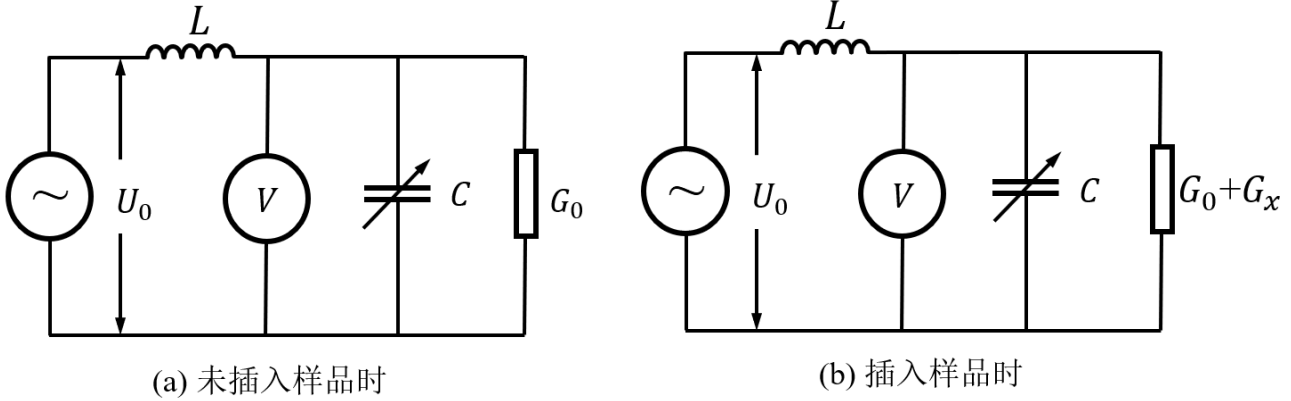
先证明第一个公式  $\epsilon_r = \frac{D_2}{D_4}$

接入样品后，调节 Q 表上的可调谐电容到  $C_r$  使电路谐振，样品插入给电路引入的电容为  $C_x = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{D_2}$ ，式中 S 为极板面积， $D_2$  为样品厚度。由于  $C_r$ 、 $C_x$  和圆筒电容器的电容  $C_c$  是并联关

系，所以回路中的总电容为 $C_r + C_x + C_c$ 。去掉样品后，调节空气隙的宽度使电路谐振，空气隙给电路引入的电容为 $C_a \approx \frac{\varepsilon_0 S}{D_4}$ ，此时回路中的总电容为 $C_r + C_a + C_c$ 。由于两次共振的频率相同，所使用的电感 $L$ 相同，根据上面给出的 $Q$ 表法计算公式的推导过程，我们有

$$C_x \approx C_a \Rightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{D_2} \approx \frac{\varepsilon_0 S}{D_4} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{D_2}{D_4} \quad (B.1)$$

接下来，再证明第二个公式  $\tan \delta = \frac{\Delta C_s - \Delta C_a}{2C_x} = \frac{D_4(\Delta C_s - \Delta C_a)}{2D_2 C_p} = \frac{D_4 K(M_1 - M_2)}{2D_2 C_p}$



附图 2 变电纳法测量介质损耗因数时未接入样品和接入样品时的电路图

为了简单起见，我们先考虑未接入样品时的情况。

1. 当未插入样品时，回路上的电流（流经电感的电流）可表示为（参见附图 2a）

$$I = \frac{\dot{U}_0}{j\omega L + \frac{1}{G_0 + j\omega C}} \quad (B.2)$$

所以，电容两端的电压为

$$\dot{U}_{Ca} = \frac{I}{G_0 + j\omega C} = \frac{\dot{U}_0}{j\omega L + \frac{1}{G_0 + j\omega C}} \cdot \frac{1}{G_0 + j\omega C} = \frac{\dot{U}_0}{1 - \omega^2 LC + j\omega L G_0} \quad (B.3)$$

电容两端的电压值为

$$U_{Ca} = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 G_0^2}} \quad (B.4)$$

当电路谐振时，电路的总有效电容用 $C_{ra}$ 表示，电路的总阻抗为

$$\begin{aligned} Z_a &= j\omega L + \frac{1}{G_0 + j\omega C_{ra}} = j\omega L + \frac{G_0 - j\omega C_{ra}}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} \\ &= \frac{G_0}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} + j\omega \left( L - \frac{C_{ra}}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} \right) \end{aligned} \quad (B.5)$$

当电路谐振时，电路的总阻抗的虚部为零，所以

$$L - \frac{C_{ra}}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} = 0 \Rightarrow G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2 = \frac{C_{ra}}{L} \quad (B.6)$$

以及

$$G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2 = \frac{C_{ra}}{L} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC_{ra}} - \frac{G_0^2}{C_{ra}^2} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC_{ra}} - \frac{G_0^2}{C_{ra}^2}} \quad (B.7)$$

$$\text{当电路谐振时，电路的总阻抗为 } \frac{G_0}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} \quad (B.8)$$

谐振时，电容两端的电压为：

$$\dot{U}_{cra} = \frac{\dot{U}_0}{\frac{G_0}{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2}} \cdot \frac{1}{G_0 + j\omega C_{ra}} = \frac{\dot{U}_0(G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2)}{G_0} \cdot \frac{1}{G_0 + j\omega C_{ra}} \quad (\text{B.9})$$

谐振时，电容两端的电压值为：

$$U_{cra} = \frac{U_0(G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2)}{G_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2}} = \frac{U_0}{G_0} \cdot \sqrt{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} \quad (\text{B.10})$$

将（B.6）式代入上式可得

$$U_{cra} = \frac{U_0}{G_0} \cdot \sqrt{G_0^2 + \omega^2 C_{ra}^2} = \frac{U_0}{G_0} \cdot \sqrt{\frac{C_{ra}}{L}} \quad (\text{B.11})$$

另一方面，RLC 串联电路（可以把 R 和 C 的并联支路转换为等效的串联支路，两等效支路具有相等的阻抗和损耗因数）谐振时，电容两端的电压  $U_{cra}$  是电源电压  $U_0$  的  $Q$  倍，即

$$U_{cra} = QU_0 = \frac{U_0}{\tan \delta} = \frac{U_0}{\frac{G_0}{\omega C_{ra}}} = \left( \frac{\omega C_{ra}}{G_0} \right) U_0 \quad (\text{B.12})$$

联立（B.11）式和（B.12）式，可得谐振频率

$$\omega = \frac{1}{C_{ra}} \sqrt{\frac{C_{ra}}{L}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C_{ra}}} \quad (\text{B.13})$$

将（B.13）式代入（B.12）式，可得

$$U_{cra} = \left( \frac{\omega C_{ra}}{G_0} \right) U_0 = \left( \frac{\omega}{G_0 \omega^2 L} \right) U_0 = \frac{U_0}{\omega G_0 L} \quad (\text{B.14})$$

下面求对应于电容电压等于  $U_{cra}/\sqrt{2}$  的两个电容值。利用（B.4）式和（B.14）式，我们有

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{U_{cra}^2}{U_{ca}^2} = \frac{\left( \frac{U_0}{\omega G_0 L} \right)^2}{\left( \frac{U_0}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 G_0^2}} \right)^2} = \frac{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 G_0^2}{\omega^2 G_0^2 L^2} \Rightarrow (1 - \omega^2 LC)^2 = \omega^2 L^2 G_0^2 \\ \Rightarrow C_{1,2} &= \frac{1 \pm \omega G_0 L}{\omega^2 L} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

所以，对应于电容电压等于  $U_{cra}/\sqrt{2}$  的两个电容的差值为

$$\Delta C_a = C_2 - C_1 = \frac{2\omega G_0 L}{\omega^2 L} = \frac{2G_0}{\omega} \quad (\text{B.16})$$

由上式可给出  $G_0$  的表达式

$$G_0 = \frac{\omega \cdot \Delta C_a}{2} \quad (\text{B.17})$$

此外，由图 5 可知， $C_1$  和  $C_2$  应该对称分布在  $C_{ra}$  的两边

$$C_{ra} = \frac{C_1 + C_2}{2} = \frac{1}{\omega^2 L} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C_{ra}}}$$

上式与（B.13）给出的谐振频率是一致的。

2. 当插入样品后，参见附图 2b，可使用类似的方法得到

未谐振时，电容两端的电压值为

$$U_{cs} = \frac{U_0}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 (G_0 + G_x)^2}} \quad (B.18)$$

用 $C_{rs}$ 表示谐振时的电容值，谐振的频率可写作

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C_{rs}}} \quad (B.19)$$

谐振时，电容两端的电压值为

$$U_{crs} = \frac{U_0}{G_0 + G_x} \sqrt{\frac{C_{rs}}{L}} = \left( \frac{\omega C_{rs}}{G_0 + G_x} \right) U_0 = \frac{U_0}{\omega L (G_0 + G_x)} \quad (B.20)$$

下面求对应于电容电压等于 $U_{crs}/\sqrt{2}$ 的两个电容值。利用（B.18）式和（B.20）式，我们有

$$2 = \frac{U_{crs}^2}{U_{cs}^2} = \frac{\left[ \frac{U_0}{\omega L (G_0 + G_x)} \right]^2}{\left[ \frac{U_0}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 (G_0 + G_x)^2}} \right]^2} = \frac{(1-\omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2 (G_0 + G_x)^2}{\omega^2 L^2 (G_0 + G_x)^2} \Rightarrow$$

$$(1 - \omega^2 LC)^2 = \omega^2 L^2 (G_0 + G_x)^2 \Rightarrow C_{3,4} = \frac{1 \pm \omega L (G_0 + G_x)}{\omega^2 L} \quad (B.21)$$

$$\Rightarrow C_{3,4} = \frac{1 \pm \omega G_0 L}{\omega^2 L}$$

所以，对应于电容电压等于 $U_{crs}/\sqrt{2}$ 的两个电容的差值为

$$\Delta C_s = C_4 - C_3 = \frac{2\omega L (G_0 + G_x)}{\omega^2 L} = \frac{2(G_0 + G_x)}{\omega} \quad (B.22)$$

由上式可给出 $G_0 + G_x$ 的表达式

$$G_0 + G_x = \frac{\omega \cdot \Delta C_s}{2} \quad (B.23)$$

联立（B.17）式和（B.23）式，我们有

$$G_x = \frac{\omega \cdot \Delta C_s}{2} - \frac{\omega \cdot \Delta C_a}{2} = \frac{\omega \cdot (\Delta C_s - \Delta C_a)}{2} \quad (B.24)$$

所以，被测样品的介质损耗因数为

$$\tan \delta_x = \frac{G_x}{\omega \cdot C_x} = \frac{(\Delta C_s - \Delta C_a)}{2 C_x} \quad (B.25)$$

又因为  $\varepsilon_r = \frac{C_x}{C_p} = \frac{D_2}{D_4} \Rightarrow C_x = \frac{D_2}{D_4} C_p$

将上式代入（B.25）式，可得

$$\tan \delta_x = \frac{G_x}{\omega \cdot C_x} = \frac{(\Delta C_s - \Delta C_a)}{2 C_x} = \frac{D_4 \cdot (\Delta C_s - \Delta C_a)}{2 D_2 \cdot C_p} \quad (B.26)$$