

1 实验 8 量子加密

1. 实验原理

(1) 光的偏振和量子通道

经典的现代通信体系基本建立在电磁波的基础上，目前该技术已经极为成熟。

1865 年麦克斯韦方程组被提出后，人们对电磁波的认识达到了相当深入的水平。在爱因斯坦和普朗克提出的光量子理论被验证后，人们知道了电磁波是由光子组成的。日常传输信息时所用的电磁波都是由巨量光子组成的，比如 4G 手机接收到的 1bit 信息都是由超过 100 万个光子携带，因此经典通信的信号稳定，不容易被噪声干扰且有很成熟的纠错编码方法（汉明码等）；且目前人们可以通过调整电磁波的频率来传递，这样就和光的偏振方向无关，在传输过程中，光的偏振状态很难改变，强度可以通过中继放大器补偿。而对于量子通道，其稳定性远远不如经典信道，因此目前的量子通信只是用来远距离传输密钥。

在量子通信领域，人们几乎都是用光子来携带比特信息的，主要原因是：

(1) 光在通常环境中量子效应仍然显著。

(2) 经典信道中人们已经积累了很多光通信的技术。

量子通信将信息编码到光子的偏振态中，再将编码后的光子通过量子信道传输到远方，从这个角度看，量子通信和经典通信可传输的信息并无不同。由于传输的信号是以单个光子为单位，很容易受到噪音干扰，量子信道对信道的要求极高，且并不能避免信号随距离的衰减，因此需要量子中继来补充光子，但又被量子的不可克隆性所限制，这一困难至今没有被完全克服，极大影响了量子通信的应用。

规定光子的水平偏振态为 $|0\rangle$ ，垂直偏振态为 $|1\rangle$ ，其他偏振态可视为 $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 。

以某一方向的方解石状态为例：已知偏振态的光子从左边入射，如果偏振方向为水平 $|0\rangle$ ，那么将不受影响。如果偏振方向垂直 $|1\rangle$ ，光子将向下平移，从右侧射出后仍然保持原来的偏振状态。如果偏振态为 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ，那么该光子通过方解石后有 $|\alpha|^2 = |\langle\psi|0\rangle|^2$ 的概率变成水平偏振， $|\beta|^2 = |\langle\psi|1\rangle|^2$ 变成垂直偏振并向下发生偏移。

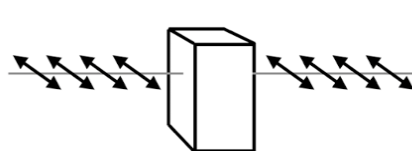


图 1: 偏振方向为水平

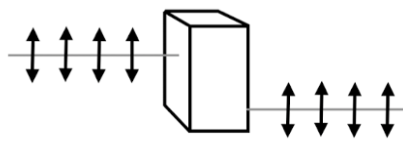


图 2: 偏振方向垂直

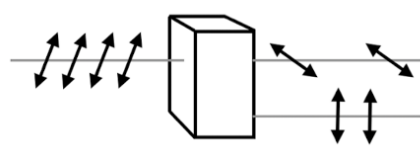


图 3: $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$

如果旋转这块方解石与垂直方向偏离 45 度，这时可以不受影响穿过方解石的偏振态为 $|0_x\rangle =$

$(|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$; 而偏振态 $|1_x\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ 的光子通过此状态的方解石后会保持自己的偏振态。因此称 $|0_x\rangle$ 为 45 度角偏振态, 把 $|1_x\rangle$ 称为 135 度角偏振态。本实验采用的方案就是将方解石旋转到偏离垂直方向 45 度。

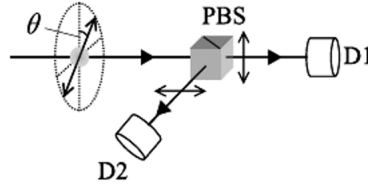


图 4: 单光子被调制到指定偏振角度, 接收端通过一个偏振分波器将光子分束到 D1 或 D2 任一探测器

(2) 半玻片

波片, 又称相位延迟片, 它是由双折射的材料加工而成。用于调整光束的偏振状态。常见的波片由单轴晶体 (如石英晶体) 制作而成, 其表面与光轴平行, 垂直于光轴的偏振分量 (o 光) 与平行于光轴的偏振分量 (e 光) 在晶体中不发生双折射, 但传播速度不同, 因而通过波片后它们仍然沿着原有的方向传播, 且会产生相位偏移。

偏振光通过半波片后, 仍为线偏振光, 但是, 其合振动的振动面与入射线偏振光的振动面转过 2θ 。若 $\theta = 45^\circ$, 则出射光的振动面与原入射光的振动面垂直, 也就是说, 当 $\theta = 45^\circ$ 时, 半波片可以使偏振态旋转 90° 。

(3) BB84 协议

1984 年, Charles Henry Bennet 和 Gilles Brassard 首次提出以量子力学原理产生密码的方案, 被称为 BB84。之后的各种量子加密方案 (B92 等) 与其基本流程相似: Alice 和 Bob 使用量子信道, 与经典信道配合产生密钥, 之后使用经典信道进行加密通信。

BB84 方案的流程:

(1) Alice 随机产生 2 组等长的随机二进制数字 a, b , 一组确定选用的基, 另一组为发送的比特。

(2) Alice 以每对数字 a_k, b_k 向 Bob 发送一系列偏振态 $|\psi_{a_k b_k}\rangle$ 规则为:

$$|\psi_{00}\rangle = |0\rangle$$

$$|\psi_{10}\rangle = |1\rangle$$

$$|\psi_{01}\rangle = |0_x\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$$

$$|\psi_{11}\rangle = |1_x\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$$

(3) Bob 随机产生一系列二进制数 b'_k 并根据其以相似的方式来确定以何种偏振态来接收 Alice 发来的偏振光子, 得到的结果以另一列二进制数 b' 表示。

(4) Alice 公布 b , Bob 将其和 b' 逐位比较, 如果 $b_k = b'_k$, 则保留 a_k ; 如果 $b_k \neq b'_k$, 则放弃 a'_k 。鲍勃通过经典信道告诉爱丽丝在哪些位数 k 上, $b_k = b'_k$, 并公布部分 b'_k 对应 a'_k 的测量值, 若与 Alice 发送的 b_k 相同, 则确认此信道没有受到监听, a'_k 的其余部分则作为密钥。为了安全和抗干扰, 一般情况下, 如果想得到一个 n 位的二进制密码 a, b 会被选成具有 $4n + \delta$ 位的二进制数, 比较 δ 大, 根据具体实际情况来确定。Alice 和 Bob 会从保留下的大约 $2n$ 个 a_k 或 a'_k 中再随机选

出 n 个，在经典信道中相比较，如果符合率很高，就保留没有公开的 a_k 和 a'_k ；如果符合率很差，就重新开始。

在得到密钥后，Alice 便可以将所要传输的信息转化为二进制，然后通过密钥进行异或运算得到密文，然后从经典信道给 Bob 传输密文即可。

2. 实验过程

分工：Alice：张广欣 Bob：倪丹 Eve：陈相如

(1) 组装 Thorlab 的教学套件

之后的实验过程与实验原理中提到的基本相同。

(2) Alice 以保密的偏振方式通过“量子信道”向 Bob 传输 52bit 信息，Bob 以随机方式接收。

(3) Bob 公布自己接收偏振光的方式，Alice 告诉 Bob 在哪些位数上，二者信息的收发方式相同。Bob 公布部分两者接收方式相同位数上自己的观测数据供 Alice 核对（与实验原理中提到的方法略有不同，但二者等价），若公布的部分二者相同，这判定没有被偷听，二者相同偏振方式没有被公布的字符串作为密钥。反之则宣布失败，重新开始。

(4) 得到密钥后，Alice 将想要传输的信息转化成二进制字符串，与密钥取异或运算得到密文，通过任何一种经典信道告诉 Bob 密文，本实验中采用直接告知。

(5) Alice 和 Bob 中加入偷听的 Eve，Eve 在 Alice 传输信息时以随机偏振方式接收光子，并将此结果以完全相同的方式发送给 Bob。Bob 用上文提到的方案得知自己被偷听。

3. 实验结果

1. Alice 给 Bob 发送一系列偏振光子，Bob 随意接收（此过程发生在量子信道）

Alice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Basis(+ or x)	+	x	+	+	x	x	+	+	+	+	+	x	x	+	+	+	+	+
Bit(0 or 1)	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Basis(+ or x)	x	x	x	x	+	+	+	+	+	+	+	x	x	x	x	x	+	+
Bit(0 or 1)	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52		
Basis(+ or x)	x	+	+	+	+	+	+	+	+	x	x	x	+	+	+	+		
Bit(0 or 1)	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1		
Bob	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Basis(+ or x)	+	x	+	+	x	+	x	+	x	+	x	x	+	x	+	+	x	x
Bit(0 or 1)	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Basis(+ or x)	+	x	x	x	+	+	x	+	+	x	x	+	x	+	+	x	x	x
Bit(0 or 1)	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52		
Basis(+ or x)	+	x	x	+	+	x	x	+	+	+	x	+	x	x	+	+		
Bit(0 or 1)	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1		

2. Bob 告诉 Alice 自己所有的基，Alice 告诉 Bob 两者一样的基的位数，Bob 给 Alice 发送部

分结果作为校验（此过程发生在经典信道）

相同基的序号	1	2	3	4	5	8	10	12	15	16	20	21	22	23	24	26	27	31
bit (0 or 1)	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
相同基的序号	34	40	41	44	45	47	51	52										
bit (0 or 1)	1	1	0	1	1	1	0	1										
校验位数	1	3	20	26	41	51												
检验码	0	0	1	1	0	0												
密码位数	2	4	5	8	10	12	15	16	21	22	23	24	27	31	34	40	44	45
密钥	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
密码位数	47	52																
密钥	1	1																

3.Alice 将信息转化为二进制后与密钥进行亦或运算得到密文，密文直接通过经典信道传输（不再需要量子信道）。Bob 直接对密文与密钥进行异或运算，得到信息。

发送的信息	F					A					D				
Representation	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
密钥	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
密文	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
发送的信息	E														
Representation	0	0	1	0	0										
密钥	1	1	1	1	1										
密文	1	1	0	1	1										

4. 有 EVE 存在时，重复密钥分发的方案

Alice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Basis(+ or x)	+	+	+	x	x	+	+	x	+	+	+	x	x	x	+	+	+	x
Bit(0 or 1)	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Basis(+ or x)	x	+	+	x	+	+	+	+	+	x	x	+	+	x	x	x	+	+
Bit(0 or 1)	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52		
Basis(+ or x)	x	x	x	+	+	+	x	x	x	+	+	+	x	x	x	+		
Bit(0 or 1)	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	x	x	+	+	+	x	+	x	x	x	+	+	x	+	x	x	x	+
EVE 使用的基	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

	+	+	+	+	x	+	x	x	+	+	x	+	x	x	x	+	+	x
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52		
Bob	+	x	+	+	+	+	x	+	x	x	+	+	x	+	+	+		
Basis(+ or x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Bit(0 or 1)	+	+	x	+	x	+	+	x	x	x	+	+	+	+	x	x	+	x
	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Basis(+ or x)	+	x	+	+	x	x	+	x	x	x	x	+	+	+	+	x	+	x
Bit(0 or 1)	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52		
Basis(+ or x)	+	x	x	+	+	+	x	x	x	x	+	+	+	+	x	+		
Bit(0 or 1)	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0		

5. Bob 告诉 Ailce 自己所有的基，Alice 告诉 Bob 两者一样的基的位数，Bob 给 Ailice 发送部分结果作为校验（此过程发生在经典信道），发现错误，本轮通信终止。

如果选中标红的数据进行校验，会发现这一问题，但如果没有选中可能会没有发现 Eve 的存在。真实情况中可以通过加长密钥生成序列让这种可能趋于零。

Alice、Bob 选取的基相同	1	2	5	6	7	8	11	17	18	21	25	28	29	30	31	34	35
Basis(+ or x)	+	+	x	+	+	x	+	+	x	+	+	x	x	+	+	x	+
Alice 发送的 Bits	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
Basis(+ or x)	+	+	x	+	+	x	+	+	x	+	+	x	x	+	+	x	+
Alice 接收的 Bits	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
Alice、Bob 选取的基相同	39	40	41	42	43	44	45	47	48	51	52						
Basis(+ or x)	x	+	+	+	x	x	x	+	+	x	+						
Alice 发送的 Bits	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0						
Basis(+ or x)	x	+	+	+	x	x	x	+	+	x	+						
Alice 接收的 Bits	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0						

4. 本次实验的局限性

实际上，本次所用仪器仅为教学演示实验用，与真实的量子信道相距甚远

(1) 真实的量子信道中，传输的信息单位是单光子，本次单次触发便传输了肉眼可见的巨量光子，完全可以被监听而不被发现。

(2) 本次对被监听的判断为 Alice 和 Bob 公布的接收方式的相通的比特位上有不同的比特即判定为被窃听。实际上任何信道都存在噪音，信号也有衰减的问题，应对设计好的信道反复进行大量测试，得到一个稳定的错误比例，二者核对信息时超过此比例才判定被窃听或通过更复杂的方式。

(3) 本次传输信号的比特数过小，在信息论中，信道传输信息的性质应在“反复无限次传输”后才能较好确定，基于如此小样本的数据进行概率分析意义不大。

参考文献

- [1] C. H. Bennett and G. Brassard. "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing". In Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, volume 175, page 8. New York, 1984.
- [2] Bennett, Charles H.; Brassard, Gilles (2014-12-04). "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing". Theoretical Computer Science. Theoretical Aspects of Quantum Cryptography –celebrating 30 years of BB84. 560, Part 1: 7–11.
- [3] 吴飏. 简明量子力学 [M]. 1. 北京大学出版社, 2020.