Discussion 9

1) Make parentheses explicit in the λ -expressions.

a b c

$$\lambda$$
a. λ b. a b

$$\lambda$$
a. a b λ a. a b

2) Circle the free variables in the λ -expressions.

a (
$$\lambda$$
a. a) a

$$\lambda$$
a. (λ b. ab) ab

3) Do an α -conversion.

$$(\lambda a. a) a b$$

(
$$\lambda$$
a. (λ a. (λ a. a) a) a) a

4) Do a β -reduction.

$$(\lambda a. ab) x b$$

$$(\lambda a. b) (\lambda a. \lambda b. \lambda c. a b c)$$

$$(\lambda a. a a) (\lambda a. a a)$$

5) Reduce the $\,\lambda$ -expressions to $\,\beta\,$ normal form.

$$(\lambda a. a) (\lambda a. a a) (\lambda a. a x)$$

(
$$\lambda$$
a. λ b. a b) (λ a. a) x

$$(\lambda x. y)$$
 $((\lambda y. y y y) (\lambda x. x x x))$