

Отчёт по лабораторной работе №5

дисциплина: Математическое моделирование

Рыбалко Элина Павловна

Содержание

Цель работы	5
Объект исследования	5
Предмет исследования	5
Теоретическое введение	6
Задание	8
Выполнение лабораторной работы	9
1. Постановка задачи	9
2. Построение графиков	9
2.1. Листинги программ в OpenModelica	9
2.2. Полученный график	10
2.3. Стационарное состояние	11
2.4. Анализ результатов:	12
Вывод	14
Список литературы	15

Список иллюстраций

1	Фазовый портрет зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв	11
2	Фазовый портрет зависимости изменения численности хищников от изменения времени	11
3	1. Стационарное состояние	12
4	2. Стационарное состояние	12

Список таблиц

Цель работы

Рассмотреть простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Объект исследования

Модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва».

Предмет исследования

Алгоритм решения задачи о модели взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва».

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{\partial y}{\partial t} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены

-bxу и dху в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{c}{d} \\ y_0 = \frac{a}{b} \end{cases}$$

[1]

Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$.
2. Найти стационарное состояние системы

Выполнение лабораторной работы

1. Постановка задачи

[Вариант 22]

Задача: Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = -0,45x(t) + 0,046x(t)y(t) \\ \frac{\partial y}{\partial t} = 0,47y(t) - 0,048x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 7, y_0 = 12$. Найдите стационарное состояние системы.

2. Построение графиков

2.1. Листинги программ в OpenModelica

1. Написала программу на Modelica:

Программа:

```
model lab05
```

```
  parameter Real a = 0.45; // коэффициент естественной смертности хищников  
  parameter Real b = 0.47; // коэффициент естественного прироста жертв
```

```

parameter Real c = 0.046; // коэффициент увеличения числа хищников
parameter Real d = 0.048; // коэффициент смертности жертв

parameter Real x0 = 7;
parameter Real y0 = 12; //начальное значение x и y (популяция хищников и популя

//parameter Real x0 = b/d;
//parameter Real y0 = a/c; //стационарное состояние

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
  der(x) = -a*x + c*x*y;
  der(y) = b*y - d*x*y;
end lab05;

```

2.2. Полученный график

После запуска кода программы получили следующие графики для первого и второго случая соответственно (см. рис. -@fig:001 и -@fig:002).

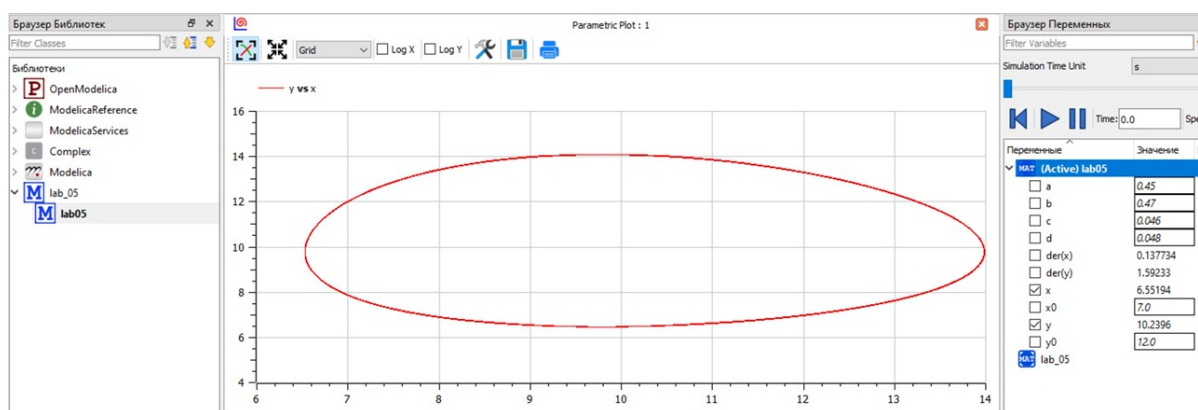


Рис. 1: Фазовый портрет зависимости изменения численности хищников от изменения численности жертв

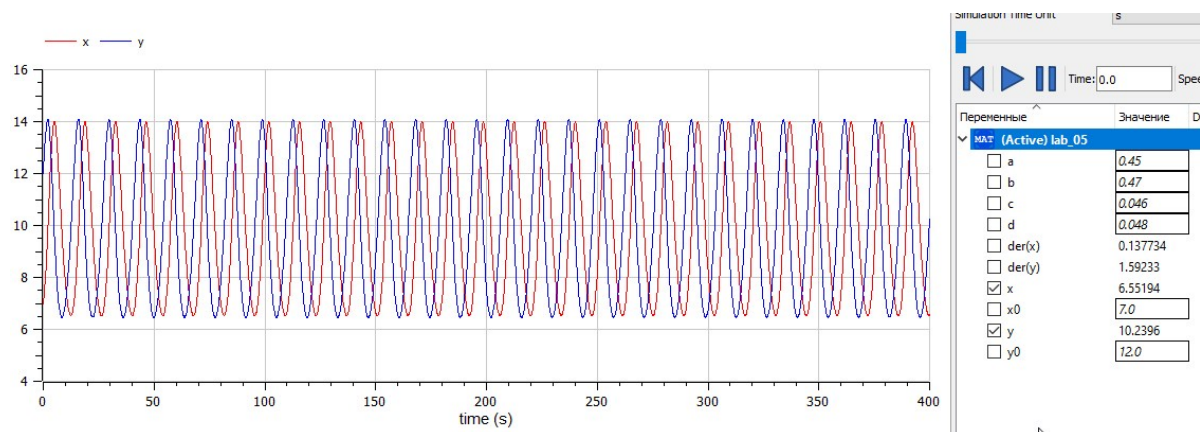


Рис. 2: Фазовый портрет зависимости изменения численности хищников от изменения времени

2.3. Стационарное состояние

Стационарная система имеет вид (см. рис. -@fig:003 и -@fig:004). Стационарная точка будет иметь координаты:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{0.47}{0.048} \\ y_0 = \frac{0.45}{0.046} \end{cases}$$

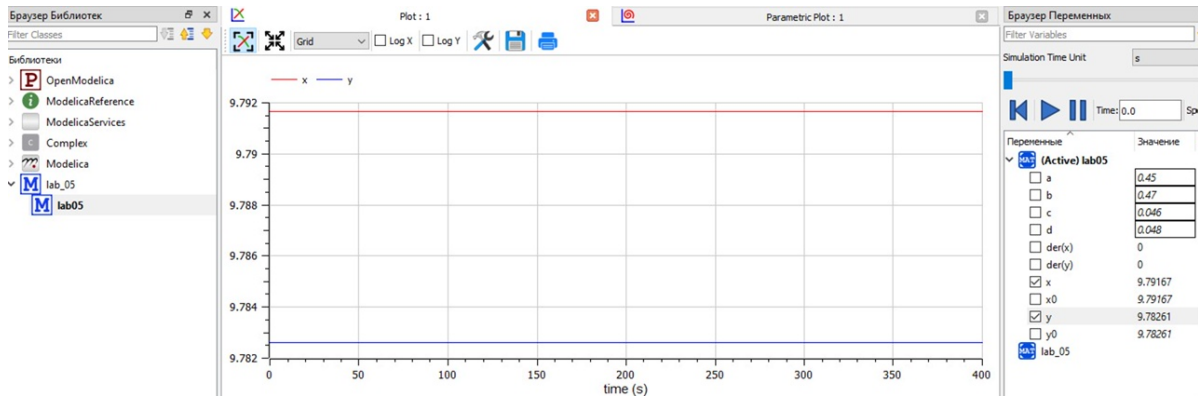


Рис. 3: 1. Стационарное состояние

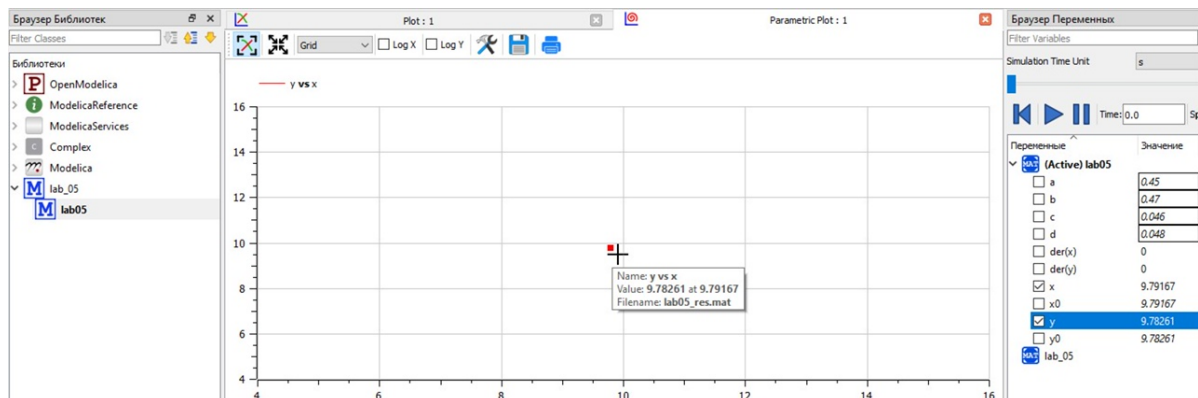


Рис. 4: 2. Стационарное состояние

2.4. Анализ результатов:

Как можно заметить из рис. -@fig:001 с течением времени по мере роста числа жертв, будет возрастать число хищников. В определённый момент число жертв

сокращается в силу роста числа хищников. Позднее начинается сокращаться число хищников из-за отсутствия добычи. И так по кругу. Стационарное состояние остаётся неизменно в одной точке.

Вывод

Рассмотрели простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

Список литературы

1. Модель «хищник — жертва»
2. Руководство по формуле Cmd Markdown
3. Математическое моделирование при решении задач
4. С.В. Каштаева, Математическое моделирование / Учебное пособие
5. Руководство по оформлению Markdown файлов