Отчёт по лабораторной работе №4

дисциплина: Математическое моделирование

Рыбалко Элина Павловна

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc96984971)

[Объект исследования 1](#_Toc96984972)

[Предмет исследования 1](#_Toc96984973)

[Теоретическое введение 2](#_Toc96984974)

[Задание 2](#_Toc96984975)

[Выполнение лабораторной работы 2](#_Toc96984976)

[1. Постановка задачи 2](#_Toc96984977)

[2. Построение графиков 3](#_Toc96984978)

[2.1. Листинги программ в OpenModelica 3](#_Toc96984979)

[2.2. Полученные графики 5](#_Toc96984980)

[2.3. Анализ результатов: 6](#_Toc96984981)

[Вопросы к лабораторной работе 6](#_Toc96984982)

[Вывод 7](#_Toc96984983)

[Список литературы 7](#_Toc96984984)

# Цель работы

Рассмотреть модель линейного гармонического осциллятора, построить фазовые портреты гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора.

## Объект исследования

Моедль линейного гармонического осциллятора.

## Предмет исследования

Задачи о моделе гармонических колебаний.

# Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:  
где – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), – собственная частота колебаний, – время.  
Предыдущее уравнение - линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.  
При отсутствии потерь в системе ($ = 0$) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени: . Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия и .  
Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

и тогда начальные условия примут вид:

[[1]](#список-литературы)

# Задание

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания.
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

# Выполнение лабораторной работы

## 1. Постановка задачи

**[Вариант 22]**

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
2. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы
3. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы

На интервале t = [0;62] (шаг 0.05) с начальными условиями ,

## 2. Построение графиков

### 2.1. Листинги программ в OpenModelica

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Программа для первого случая.

model lab04\_1  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
 parameter Real w = sqrt(10.00); // 3; 1.00  
 parameter Real g = 0.00; // 1.5; 0.6  
   
 parameter Real x0 = 0.8;  
 parameter Real y0 = -1;  
   
 Real x(start=x0);  
 Real y(start=y0);  
   
//правая часть уравнения f(t)  
function f  
 input Real t;  
 output Real res;  
algorithm  
 res := 0; //1 и 2 случай  
 // res := cos(1.5\*t); // 3 случай  
end f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w\*w\*x - g\*y - f(time);  
  
end lab04\_1;

1. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы

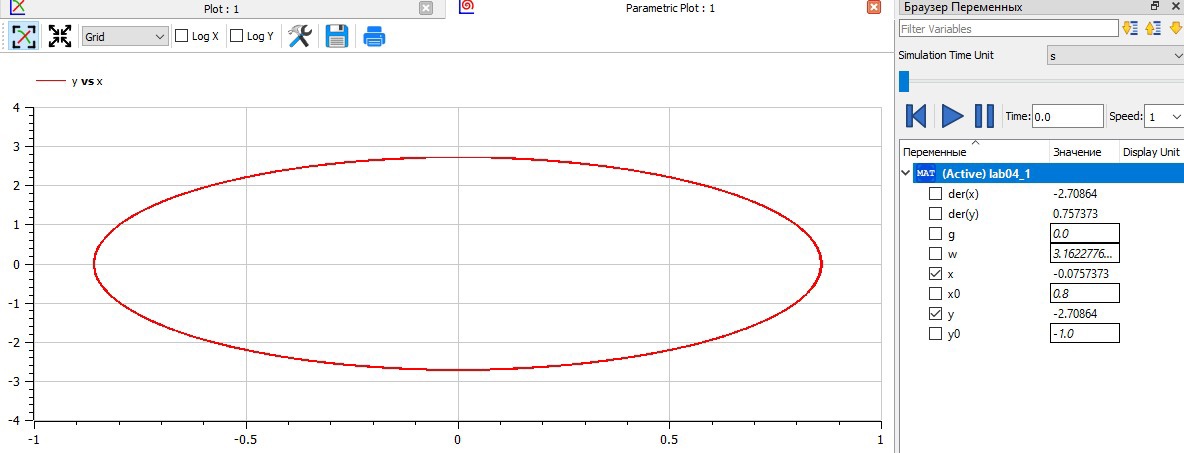
model lab04\_2  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
 parameter Real w = sqrt(3.00); // 1.00  
 parameter Real g = 1.5; // 0.6  
   
 parameter Real x0 = 0.8;  
 parameter Real y0 = -1;  
   
 Real x(start=x0);  
 Real y(start=y0);  
   
//правая часть уравнения f(t)  
function f  
 input Real t;  
 output Real res;  
algorithm  
 res := 0; //1 и 2 случай  
 // res := cos(1.5\*t); // 3 случай  
end f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w\*w\*x - g\*y - f(time);  
  
end lab04\_2;

1. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы

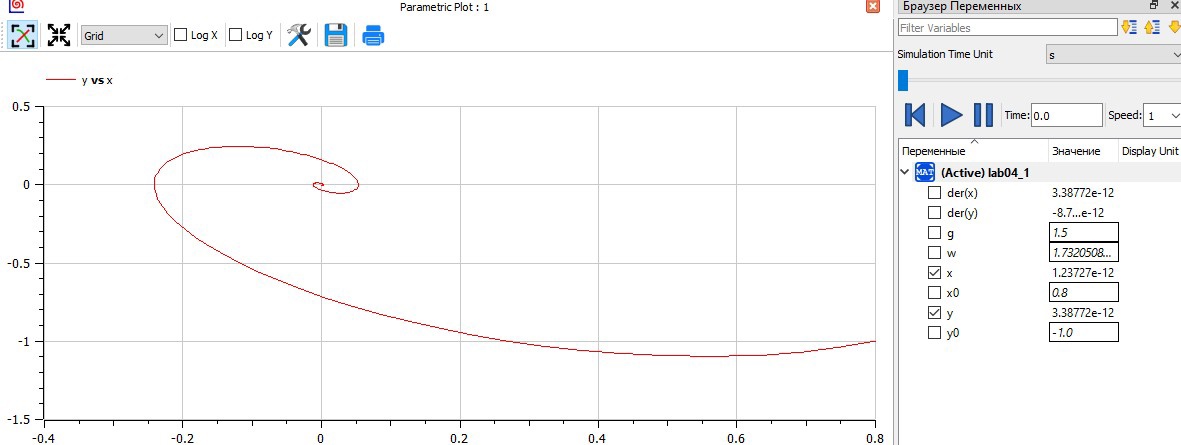
model lab04\_3  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
 parameter Real w = sqrt(1.00);   
 parameter Real g = 0.6;   
   
 parameter Real x0 = 0.8;  
 parameter Real y0 = -1;  
   
 Real x(start=x0);  
 Real y(start=y0);  
   
//правая часть уравнения f(t)  
function f  
 input Real t;  
 output Real res;  
algorithm  
 res := cos(1.5\*t);   
end f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w\*w\*x - g\*y - f(time);  
  
end lab04\_3;

### 2.2. Полученные графики

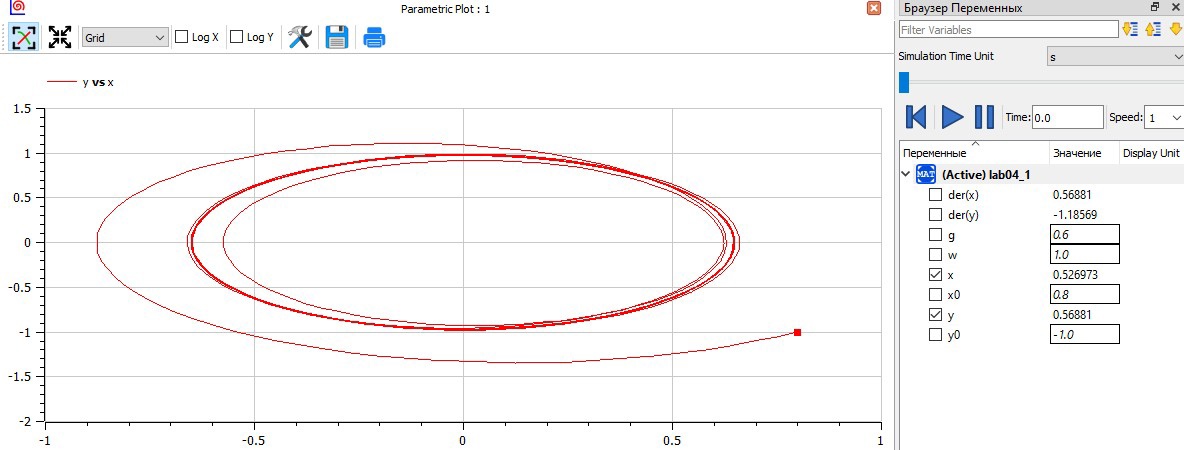
После запуска кода программы получили следующие графики для первого и второго случая соответственно (см. рис. -@fig:001, -@fig:002 и -@fig:003).



Фазовый портрет гармонического осциллятора для первого случая без затухания и внешних сил



Фазовый портрет гармонического осциллятора для второго случая с затуханием



Фазовый портрет гармонического осциллятора для третьего случая с затуханием и внешней силой

### 2.3. Анализ результатов:

Как можно заметить из рис. -@fig:001 из-за отсутствия затухания график зацикленный. В двух остальных случая график изменятся благодаря затуханию (см.рис. -@fig:002), а также благодаря воздействию внешних сил (см.рис. -@fig:003).

## Вопросы к лабораторной работе

**1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний.** Или же при отсутствии затухания **2. Дайте определение осциллятора.** Осциллятор - это модель, в качестве которой выступает дифференциальное уравнение, описывающего движение чего-либо (грузика на пружинке, маятника, заряда и т.д.) или эволюцию во времени многих систем при определённых предположения в теории колебаний. **3. Запишите модель математического маятника.** **4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка.** Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

и тогда начальные условия примут вид:

**5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?** Фазовая траектория - это гладкая кривая в фазовой плоскости, отвечающая решению уравнения движения как функции времении. Фазовый портрет - это набор фазовых траекторий или же множество различных решений на одной фазовой плоскости.

# Вывод

Рассмотрели модель линейного гармонического осциллятора, построили фазовый портреты гармонического осциллятора и решенили уравнения гармонического осциллятора.

# Список литературы

1. [Модель гармонических колебаний](https://docviewer.yandex.ru/view/289699604/?*=)
2. [Руководство по формуле Cmd Markdown](https://russianblogs.com/article/26051452570/)
3. [Математическое моделирование при решении задач](https://urok.1sept.ru/articles/609795)
4. [С.В. Каштаева, Математическое моделирование / Учебное пособие](http://pgsha.ru:8008/books/study/%CA%E0%F8%F2%E0%E5%E2%E0%20%D1.%20%C2.%20%CC%E0%F2%E5%EC%E0%F2%E8%F7%E5%F1%EA%EE%E5%20%EC%EE%E4%E5%EB%E8%F0%EE%E2%E0%ED%E8%E5..pdf)
5. [Руководство по оформлению Markdown файлов](https://gist.github.com/Jekins/2bf2d0638163f1294637)